

УЧЕБНИК ДЛЯ СТУДЕНТОВ
СРЕДНИХ И ВЫСШИХ
УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ
ПО НАПРАВЛЕНИЯМ
ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ



К.А. КРУГ:

«ЖИТЬ —
ЗНАЧИТ РАБОТАТЬ»

П.А.Бутырин
О.В.Толчеев
Ф.Н.Шакирзянов

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

П.А.Бутырин
О.В.Толчеев
Ф.Н.Шакирзянов

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебник для студентов средних и высших учебных заведений профессионального образования по направлениям электротехники и электроэнергетики

Под редакцией чл.-корр. РАН П.А.Бутырина

Допущено УМО вузов России по образованию в области энергетики и электротехники в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Электроэнергетика и электротехника"

Рекомендовано Научно-методическим советом Министерства образования и науки РФ в качестве учебника для использования в учебном процессе образовательных учреждений, реализующих программы среднего профессионального образования

Москва
Издательский дом МЭИ
2014

УДК 621.3(075)
ББК 31.211; 31.261я7
Б 937

Рецензенты:
доктор техн. наук, проф. М.В. Немцов
доктор техн. наук, проф. Ю.М. Иньков

Бутырин П.А.

Б 937 Основы электротехники: учебник для студентов средних и высших учебных заведений профессионального образования по направлениям электротехники и электроэнергетики / П.А. Бутырин, О.В. Толчеев, Ф.Н. Шакирзянов; под ред. П.А. Бутырина. — М.: Издательский дом МЭИ, 2014. — 360 с.: ил.

ISBN 978-5-383-00857-7

Материал учебника в основном соответствует действующей программе среднего профессионального образования для студентов электротехнических и электроэнергетических специальностей и примерной программе бакалавриата высших учебных заведений. В книге рассмотрены базовые вопросы электротехники, анализ и методы расчета линейных цепей постоянного, переменного тока трехфазных цепей, нелинейных электрических цепей, цепей с несинусоидальными токами магнитных цепей, а также теория электромагнитного поля. Приведены конструкции и принципы действия основных электрических машин, рассмотрены перспективы развития электротехники.

В каждой главе даны примеры расчета наиболее типичных схем, приводятся контрольные вопросы и темы рефератов для самостоятельной работы студентов.

Книга предназначена для студентов учреждений высшего, среднего и начального профессионального образования, обучающихся по электротехническим и энергетическим направлениям, для профессиональной ориентации школьников, а также для лиц, самостоятельно изучающих электротехнику.

УДК 621.3(075)
ББК 31.211; 31.261я7

ISBN 978-5-383-00857-7

© Авторы, 2014
© ЗАО «Издательский дом МЭИ», 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	11
РАЗДЕЛ I. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК ...	17
Глава 1. Электрическое поле и электрический ток	17
1.1. Электрическое поле и электрический заряд. Напряженность электрического поля	17
1.2. Электрическое напряжение и потенциал	19
1.3. Электрическая емкость	23
1.4. Связь заряда частиц и тел с их электрическим полем. Закон Кулона и теорема Гаусса	25
1.5. Диэлектрическая проницаемость и поляризованность вещества ...	30
1.6. Задачи расчета электрического поля: постановка и методика решения	34
1.7. Электрический ток. Значение, направление, плотность тока	36
1.8. Электропроводность, сопротивление, проводимость. Зависимость электропроводности от температуры	37
1.9. Виды электрического тока. Электрический ток в диэлектрике и вакууме, в проводниках и полупроводниках	40
Контрольные вопросы	42
Темы рефератов	43
РАЗДЕЛ 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА	44
Глава 2. Элементы и схемы электрических цепей	44
2.1. Понятие электрической цепи и ее основных элементов	44
2.2. Схемы замещения цепей	45
2.3. Преобразование электрической энергии. Понятие потребителя и резистивного элемента цепи. Закон Ома и закон Джоуля—Ленца	48
2.4. Линейные и нелинейные цепи	51
2.5. Последовательное, параллельное и смешанное соединения элементов. Простые и сложные цепи	53
2.6. Источники электрической энергии. Электродвижущая сила	56
2.7. Источник ЭДС и источник тока. Схемы замещения источников электрической энергии	59
2.8. Мощность и коэффициент полезного действия источников	62
2.9. Работа источника электрической энергии в режиме генератора и режиме потребителя	65
Контрольные вопросы	67
Темы рефератов	68

Глава 3. Основные законы и методы расчета электрических цепей	69
3.1. Законы Кирхгофа и полная система уравнений электрической цепи	69
3.2. Расчет и потенциальная диаграмма неразветвленной цепи. Обобщенный закон Ома	73
3.3. Расчет разветвленной цепи методом ее преобразований. Эквивалентное сопротивление последовательного, параллельного и смешанного соединений резистивных элементов	76
3.4. Понятие об эквивалентном генераторе	79
3.5. Метод узловых напряжений	82
3.6. Метод контурных токов	85
3.7. Метод смешанных величин	87
3.8. Расчет электрических цепей методом наложения	89
Контрольные вопросы	90
Темы рефератов	90
 РАЗДЕЛ 3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ	 91
Глава 4. Магнитное поле и магнитные свойства вещества	91
4.1. Магнитное поле. Основные понятия и величины	91
4.2. Собственное и взаимное потокоцепления	93
4.3. Основные уравнения магнитного поля	95
4.4. Силы в магнитном поле	96
4.5. Энергия магнитного поля	99
4.6. Магнитные свойства веществ, классификация и строение	100
4.7. Характеристики магнитных материалов	101
4.8. Потери в магнитных материалах	104
4.9. Основные типы магнитных материалов	106
4.9.1. Магнитомягкие материалы	106
4.9.2. Магнитотвердые материалы	108
Контрольные вопросы	110
Темы рефератов	111
 Глава 5. Магнитные цепи	 112
5.1. Классификация и элементы магнитных цепей	112
5.2. Расчет неразветвленной магнитной цепи	113
5.3. Прямая и обратная задачи в магнитных цепях	116
5.4. Расчет разветвленной магнитной цепи	118
Контрольные вопросы	123
Темы рефератов	123
 Глава 6. Электромагнитная индукция	 124
6.1. Закон электромагнитной индукции	124
6.2. Электродвижущая сила электромагнитной индукции в контуре. Закон Ленца	125

6.3. Электродвижущая сила самоиндукции и индуктивность катушки . . .	126
6.4. Электродвижущая сила взаимной индукции, взаимная индуктивность катушек	129
6.5. Коэффициент магнитной связи индуктивно связанных катушек . . .	130
6.6. Вихревые токи	131
6.7. Взаимное преобразование механической и электрической энергии .	132
6.7.1. Преобразование механической энергии в электрическую . . .	132
6.7.2. Преобразование электрической энергии в механическую . . .	133
6.8. Применение закона электромагнитной индукции в практике	135
6.8.1. Принцип работы трансформатора	135
6.8.2. Принцип действия асинхронного двигателя	137
6.8.3. Принцип работы синхронного двигателя	138
6.8.4. Принцип действия двигателей постоянного тока	139
6.8.5. Конструкция генератора переменного тока	140
Контрольные вопросы	142
Темы рефератов	142
РАЗДЕЛ 4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА	143
<i>Глава 7. Начальные сведения о переменном токе</i>	<i>143</i>
7.1. Переменный ток	143
7.2. Уравнения и графики синусоидальных токов, напряжений, ЭДС . . .	144
7.3. Векторные диаграммы	146
Контрольные вопросы	149
Темы рефератов	149
<i>Глава 8. Элементы и основные параметры цепей переменного тока</i>	<i>150</i>
8.1. Элементы и параметры цепей переменного тока	150
8.2. Синусоидальный ток в идеальном резистивном элементе	153
8.3. Синусоидальный ток в идеальном индуктивном элементе	155
8.4. Синусоидальный ток в идеальном емкостном элементе	157
8.5. Мощность в цепях синусоидального тока	158
8.6. Баланс мощностей	160
Контрольные вопросы	161
Темы рефератов	161
<i>Глава 9. Расчет электрических цепей переменного тока.</i>	
Векторные диаграммы	162
9.1. Расчет неразветвленной <i>RLC</i> -цепи	162
9.2. Расчет разветвленной <i>RLC</i> -цепи	169
9.3. Компенсация реактивной мощности в электрических цепях. Методы увеличения коэффициента мощности	175
Контрольные вопросы	180
Темы рефератов	180

Глава 10. Символический метод расчета электрических цепей синусоидального тока	181
10.1. Алгебраическая, показательная, полярная и тригонометрическая формы представления комплексных функций	181
10.2. Представление синусоидальных функций комплексными числами	182
10.3. Математические операции с комплексными числами	184
10.4. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме	185
10.5. Общий случай расчета цепей синусоидального тока в комплексной форме	190
10.6. Цепи с индуктивно связанными элементами	193
Контрольные вопросы	197
Темы рефератов	198
Глава 11. Резонансы напряжений и токов в электрических цепях	199
11.1. Резонанс напряжений	199
11.2. Резонанс токов	201
Контрольные вопросы	204
Темы рефератов	204
Глава 12. Трехфазные цепи	205
12.1. Многофазные и трехфазные системы	205
12.2. Получение трехфазной ЭДС	206
12.3. Соединение обмоток генератора звездой и треугольником	207
12.4. Симметричная нагрузка в трехфазной цепи	210
12.5. Несимметричная нагрузка в трехфазной цепи	214
12.6. Взаимное преобразование звезды и треугольника в трехфазных цепях	219
12.7. Мощность в трехфазной цепи	222
12.8. Измерение мощности в трехфазной цепи	223
12.9. Компенсация реактивной мощности в трехфазной цепи	226
12.10. Техника безопасности при эксплуатации трехфазных цепей	227
Контрольные вопросы	228
Темы рефератов	229
Глава 13. Несинусоидальные периодические напряжения и токи	230
13.1. Основные понятия	230
13.2. Аналитическое представление несинусоидальной периодической кривой в форме тригонометрического ряда	231
13.3. Кривые напряжения и тока, характеризующие некоторые электрические элементы	232

13.4. Признаки и виды симметрии несинусоидальных токов и напряжений	235
13.5. Действующие значения несинусоидального тока и напряжения . .	236
13.6. Мощность в цепях с несинусоидальными токами	237
13.7. Коэффициенты, характеризующие форму периодических кривых токов и напряжений	240
13.8. Расчет электрической цепи с несинусоидальными периодическими ЭДС и токами	241
13.9. Высшие гармоники в трехфазных цепях	244
Контрольные вопросы	249
Темы рефератов	250
Глава 14. Нелинейные электрические цепи	251
14.1. Нелинейные элементы, их вольт-амперные характеристики	251
14.2. Особенности режимов и методов расчета нелинейных цепей	253
14.3. Методы расчета нелинейных электрических цепей постоянного тока	254
14.4. Нелинейные цепи переменного тока	262
14.5. Простейшие дроссель насыщения и магнитный усилитель	265
Контрольные вопросы	268
Темы рефератов	268
РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И ТРАНСФОРМАТОРЫ	269
Глава 15. Электрические машины постоянного тока	269
15.1. Электрические машины. Назначение и классификация	269
15.2. Конструкция электрических машин и свойство обратимости	269
15.3. Генераторы постоянного тока	271
15.3.1. Назначение и принцип действия генератора постоянного тока	271
15.3.2. Устройство генератора постоянного тока	272
15.3.3. Конструкция обмотки и ЭДС якоря	274
15.3.4. Электромагнитный момент генератора	276
15.3.5. Уравнение генератора постоянного тока	276
15.3.6. Виды генераторов постоянного тока и их характеристики	277
15.4. Двигатели постоянного тока	278
15.4.1. Устройство и принцип действия двигателя постоянного тока	278
15.4.2. Типы двигателей постоянного тока, уравнения двигателей	279
15.4.3. Основные характеристики двигателей постоянного тока	279

15.4.4. Пуск и регулирование частоты вращения двигателей постоянного тока	281
Контрольные вопросы	282
Темы рефератов	282
Глава 16. Электрические машины переменного тока	283
16.1. Назначение машин переменного тока	283
16.2. Асинхронные машины	283
16.2.1. Общие сведения и назначение	283
16.2.2. Вращающееся магнитное поле трехфазной обмотки	284
16.2.3. Принцип действия и устройство асинхронного двигателя	284
16.2.4. Скольжение и частота вращения ротора	286
16.2.5. Токи двигателя	287
16.2.6. Эквивалентная схема асинхронного двигателя	288
16.2.7. Вращающий момент	289
16.2.8. Механическая характеристика	291
16.2.9. Рабочие характеристики	292
16.2.10. Пуск и регулирование частоты вращения асинхронного двигателя	292
16.3. Синхронные машины	293
16.3.1. Назначение синхронных машин	293
16.3.2. Устройство и принцип действия синхронных машин	294
16.3.3. Синхронный генератор	296
16.3.4. Синхронный двигатель	298
16.4. Однофазные двигатели и двигатели малой мощности	301
16.4.1. Общие сведения	301
16.4.2. Однофазные асинхронные двигатели	301
16.4.3. Конденсаторные двигатели	302
16.4.4. Коллекторные машины переменного тока	303
16.4.5. Шаговые двигатели	303
Контрольные вопросы	304
Темы рефератов	305
Глава 17. Трансформаторы	306
17.1. Типы, назначение, устройство и принцип действия	306
17.2. Анализ работы ненагруженного трансформатора	309
17.3. Приведение обмоток трансформатора	310
17.4. Анализ работы нагруженного трансформатора	311
17.5. Схемы замещения трансформатора	313
17.6. Опыты холостого хода и короткого замыкания	314
17.7. Коэффициент полезного действия (КПД) трансформатора	317
17.8. Внешняя характеристика трансформатора	318
17.9. Трехфазные трансформаторы	318

17.10. Параллельная работа трансформаторов	320
17.11. Автотрансформаторы	321
17.12. Измерительные трансформаторы	323
Контрольные вопросы	323
Темы рефератов	324
РАЗДЕЛ 6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ	325
<i>Глава 18. Электромагнитное поле</i>	<i>325</i>
18.1. Основные понятия и уравнения электромагнитного поля	325
18.2. Переменное электромагнитное поле в диэлектрике. Электромагнитная волна	327
18.3. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде. Явление поверхностного эффекта, активное сопротивление проводов	328
Контрольные вопросы	331
Темы рефератов	331
<i>Глава 19. Переходные процессы в электрических цепях</i>	<i>332</i>
19.1. Понятие переходных процессов и причины их возникновения ...	332
19.2. Коммутационные явления. Зависимые и независимые начальные условия	332
19.3. Расчет переходных процессов в цепях с одним накопителем энергии: представление переходных токов и напряжений в виде сумм установившихся и преходящих составляющих	335
19.4. Постоянные времена цепей с одним накопителем энергии	339
19.5. Характер переходных процессов в цепях с несколькими накопителями энергии	340
19.6. Расчет переходных процессов в цепях с несколькими накопителями классическим методом	341
Контрольные вопросы	342
Темы рефератов	343
<i>Приложение. Перспективы развития электротехники</i>	<i>344</i>
Проблемы и перспективы производства электроэнергии	344
Производство электроэнергии на основе возобновляемых источников. Объемы производства, преимущества и перспективы	345
Производство электроэнергии с использованием энергии Солнца .	347
Производство электрической энергии с использованием энергии ветра — ветровые электростанции	348
Проблемы и перспективы передачи электроэнергии	349
Использование электроэнергии в бытовых целях	351

Проблемы и перспективы использования электроэнергии в военных целях	351
Проблемы и перспективы использования электроэнергии в технологических целях	353
Проблемы и перспективы энергосбережения	354
Новые разделы и понятия теоретической электротехники	356
Компьютерные измерения. Моделирование полей и цепей	357
Управляемые цепи	357
Список литературы	359

ВВЕДЕНИЕ

Предмет «Электротехника». Электротехника — область науки и практики, связанная с изучением и использованием электрических и магнитных явлений в технических устройствах. В предмете «электротехника» изучаются:

электромагнитные явления в технических устройствах;

электротехнические устройства — такие технические устройства, принцип действия которых основан на использовании электромагнитных явлений;

использование электротехнических устройств для производства (генерирования), передачи и потребления электрической энергии.

Основные понятия. Основными понятиями предмета являются: электрическое и магнитное поля, электрическая и магнитная цепи, электромагнитные явления и процессы, электротехническое устройство, электрическая машина, электрическая энергия (ее генератор и потребитель), электрический ток и напряжение, мощность.

Цель изучения — приобретение фундаментальных знаний в области теоретических основ электротехники, навыков по расчету электромагнитных процессов в технических устройствах, а также умения работы с электротехническими устройствами, необходимого как для изучения специальных дисциплин, так и для самостоятельной работы на производстве.

Задачи изучения курса — формирование у студентов знаний в области теории электромагнитных явлений и процессов в технических устройствах, знаний о принципах работы электротехнических устройств, их характеристиках и энергетических показателях, основ знаний в области производства, передачи и потребления электроэнергии; приобретение практических навыков по анализу электромагнитных процессов и явлений в технических устройствах, а также умений работы с электротехническими устройствами различного назначения.

Содержание курса — основные понятия, явления и процессы, рассматриваемые в теориях электрического и магнитного полей, электрических и магнитных цепей, электрических машин; методы анализа этих явлений и процессов, их энергетика; принципы работы электротехнических устройств.

Межпредметные связи. Предмет «Электротехника» основывается на положениях базовых курсов математики и физики и дает основополагающие знания, научно-технический язык и методоло-

гию, необходимые для изучения специальных электротехнических предметов.

Краткая история электротехники. Первый электротехнический прибор (компас) был создан в Китае 4000 лет назад. Впоследствии человечество проявляло постоянный интерес к электромагнитным явлениям и их возможному практическому применению. Однако прогресс в этой области был достигнут только в начале XVII в., когда вышел первый научный труд английского ученого У. Гильберта «О магните, магнитных телах и большом магните — Земле», в котором были объяснены магнитные явления вообще и поведение магнитной стрелки компаса в частности, а также исследованы явления, названные автором электрическими.

В середине XVIII в. в г. Лейдене голландским ученым П. Мюнхенбруком был создан источник электрической энергии, получивший название «лейденская банка». В это же время наш великий соотечественник М.В. Ломоносов и его ученик Г.В. Рихман проводили исследование атмосферных электромагнитных явлений с помощью разработанной ими «громовой машины» — первого электроизмерительного прибора. В 1785 г. французский физик Ш.О. Кулон установил зависимость силы взаимодействия двух заряженных тел от значения зарядов и расстояния между телами — первый в электромагнетизме закон количественного описания явления (закон Кулона).

В XIX в. исследования электромагнетизма достигли своего расцвета: непрерывно открывались новые электромагнитные явления; устанавливались законы, которым эти явления подчиняются; изобретались различные электротехнические устройства.

В области изучения электромагнитных явлений наиболее важными вехами в тот период стали:

1802 г. — открытие русским физиком В.В. Петровым явления электрической дуги;

1820 г. — открытие датским физиком Х.К. Эрстедом действия электрического тока на магнитную стрелку, позволившее связать электрические и магнитные явления;

1821 г. — открытие немецким ученым Т.И. Зебеком явления термоэлектричества;

1831 г. — открытие английским ученым М. Фарадеем явления электромагнитной индукции;

1888 г. — начало опытов немецкого физика Г.Р. Герца, позволивших установить тождественность свойств электромагнитных и световых волн;

1888 г. — открытие русским ученым А.Г. Столетовым фотоэффекта;

1888 г. — открытие сербским ученым-электротехником Н. Теслой явления вращающегося магнитного поля.

В области развития теории электромагнетизма ключевыми в XIX в. стали следующие этапы:

1820 г. — установление французским физиком А. Ампером силы взаимодействия двух проводников с токами (закон Ампера);

1827 г. — установление немецким физиком Г.С. Омом связи между напряжением, током и его сопротивлением (закон Ома);

1847 г. — установление немецким ученым Г.Р. Кирхгофом двух основополагающих законов теории электрических цепей (первый и второй законы Кирхгофа);

1873 г. — введение английским ученым Д.К. Максвеллом фундаментальной системы уравнений электромагнитного поля (система уравнений Максвелла).

В области создания электротехнических устройств к наиболее важным событиям рассматриваемого периода можно отнести:

1828—1832 гг. — создание русским ученым П.Л. Шиллингом телеграфа;

1832 г. — создание французскими инженерами братьями Пикси электрогенератора;

1834 г. — создание Б.С. Якоби, ученым из Кенигсберга, впоследствии работавшим в России, электродвигателя;

1848 г. — создание немецким механиком Г. Румкорфом трансформатора;

1872 г. — создание русским электротехником В.Н. Чиколевым электрифицированного станка — швейной машины с приводом;

1876 г. — изобретение американским ученым Г. Беллом телефона;

1876 г. — создание русским ученым П.Н. Яблочковым электрической свечи, которой в 1879 г. американский изобретатель Т.А. Эдисон придал вид современной электролампы;

1879 г. — создание немецким инженером Э.В. Сименсом небольшой электрической железной дороги;

1889 г. — создание русским изобретателем М.О. Доливо-Добровольским трехфазного электродвигателя, позднее — трехфазных трансформатора, электрогенератора и линии электропередачи;

1895—1897 гг. — создание русским ученым А.С. Поповым и итальянским инженером Г. Маркони (независимо друг от друга) радио.

Во второй половине XIX в. зародилась электротехническая промышленность и началась электрификация передовых стран.

Значимыми вехами в истории электротехники стали изобретение в 1904 г. английским ученым Д. Флемингом первого полупроводникового прибора — диода, открытие в 1911 г. голландским физиком Камерлингом Онесом явления сверхпроводимости и создание в 1959 г. Д. Килби и Р. Нойсом первой цифровой интегральной схемы. Но главное, в XX в. электротехника тотально вписалась в цивилизацию и во многом стала определять ее развитие. Созданные электротехнические устройства используются:

в быту (освещение, холодильники и кондиционеры, СВЧ-печки, стиральные и посудомоечные машины, пылесосы и полотеры, электромясорубки и т.д.) и на производстве (электрифицированные станки, конвейеры, электрометаллургия, электросварка и т.д.);

в медицине (рентген, томограф, медицинские лазеры, бормашины и т.д.) и военном деле (СТЭЛС — технологии маскировки самолетов, электроснабжение узлов связи, командных пунктов, аэродромов, стартовых сооружений ракет; электрооборудование самолетов, подводных и надводных судов, танков; различные виды электромагнитного оружия, вплоть до одного из самых грозных — геофизического);

на транспорте: магистральном (электрооборудование поездов, судов, автомобилей); городском (метро, трамвай, троллейбус, монорельсовые дороги); промышленном (электрокары и канатно-подвесные дороги) и для связи (телефон, телеграф, радиосвязь);

в сельском (электроустановки для обеззараживания семян и управления сроками прорастания их всходов) и городском (электроснабжение домов, городского транспорта, систем водоснабжения, лифтов) хозяйствах;

в обеспечении гражданской и государственной безопасности (нелетальное оружие полиции — электрошокеры, устройства для предотвращения несанкционированного проникновения в жилища и обнаружения скрытых оружия, боеприпасов, взрывчатых и наркосодержащих веществ) и сфере массовой информации, услуг, досуга (телевидение, радио, электрооборудование саун, соляриев, центров досуга и т.п.).

Роль электротехники в научно-техническом прогрессе. Огромная роль в развитии общества и его научно-техническом прогрессе принадлежит электрификации. Электрификация оказывает все большее влияние на жизнь общества. Показательна в этом отношении история России. В начале XX в. Россия была слабо электрифицированной страной с неразвитой электротехнической промышленностью, на 70 % контролируемой иностранным капиталом. И если во второй половине XX в. Россия стала экономически мощной держа-

вой с передовой промышленностью и достаточно высоким уровнем жизни населения, то в этом огромную роль сыграл план Государственной комиссии по электрификации России (ГОЭЛРО). План ГОЭЛРО — первый в истории человечества план коренного повышения благосостояния народа и уровня экономики страны — предусматривал строительство электростанций и электрических сетей, скоординированное с развертыванием промышленности и освоением энергоресурсов. Для разработки и реализации плана в 1920 г. под председательством выдающегося ученого и государственного деятеля Г.М. Кржижановского была создана специальная комиссия, в которую вошли самые видные специалисты-электротехники того времени: А.В. Винтер, А.А. Горев, Г.О. Графтио, К.А. Круг, В.Ф. Миткевич, А.А. Смуров, М.А. Шателен. За 15 лет план был перевыполнен, и Россия по выработке электроэнергии заняла в 1936 г. второе место в Европе и третье в мире. Уже в 1921 г. появились первые электроэнергетические системы — Московская и Петроградская. В 1930-х годах начался процесс объединения энергосистем Центра с энергосистемами Средней Волги, Урала и Предуралья, чем было положено начало формирования Единой электроэнергетической системы (ЕЭС) европейской части страны. В 1960-х годах формируется ЕЭС всей страны, связанная с энергосистемами других стран. Объединились и службы диспетчерского управления этими энергосистемами с образованием Центрального диспетчерского управления (ЦДУ). Созданная электроэнергетическая система с ЦДУ имеет очень высокую надежность. В XX в. в ней практически не было крупных системных аварий.

Электрификация способствовала интенсивному развитию тяжелой промышленности, специального машиностроения, авиационной и судостроительной промышленности, что позволило стране в сжатые сроки подготовиться к тяжелому испытанию — Великой Отечественной войне — и с честью выдержать его. Она существенно изменила характер производства, освободив человека от тяжелого физического и низкоквалифицированного труда, сделав его труд более творческим.

Успешный опыт плановой электрификации России был заимствован многими странами, в том числе и самыми развитыми. Вне всякого сомнения, он использовался и при составлении в 2003 г. проекта «Сеть-2030», определяющего создание полностью автоматизированной электроэнергетической системы США к 2030 г. Интересно, что этот проект, так же как и наши проекты ГОЭЛРО и ЕЭС СССР, ориентирован в первую очередь на достижение социальных целей.

Электрификация и разработка все новых электротехнических устройств лежат в основе научно-технического прогресса.

В наши дни такие разделы электротехники, как электротехнология, транспортная и космическая электротехника, светотехника, техника высоких напряжений, промышленная электротехника, медицинская электротехника, электротехнические материалы, электроэнергетика, и связанные с ними приборо- и аппаратостроение, компьютерное дело, робототехника, электромашиностроение и т.д. определяют важнейшие направления научно-технического прогресса.

Раздел I

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Глава 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

1.1. Электрическое поле и электрический заряд. Напряженность электрического поля

Одно из фундаментальных понятий курса «Электротехника» — «электромагнитное поле» представляет собой особый вид материи, характеризующийся непрерывным распространением в пространстве и имеющий две стороны, называемые «электрическое поле» и «магнитное поле». В настоящей главе рассматривается электрическое поле, а рассмотрению магнитного поля будет посвящена гл. 5.

Электрическое поле — одна из сторон электромагнитного поля, характеризующаяся воздействием на электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы и не зависящей от ее скорости.

Под заряженной частицей здесь понимается частица, содержащая неодинаковое количество элементарных электрических зарядов разных знаков.

Элементарный электрический заряд — свойство электрона или протона, характеризующее их взаимосвязь с собственным электрическим полем и их взаимодействие с внешним электрическим полем, определяемое для электрона и протона численными значениями равными, но противоположными по знаку. Элементарный электрический заряд обозначается буквой e , при этом отрицательный знак приписывается электрону, а положительный — протону.

Электрическим зарядом могут обладать не только частицы, но также тела и системы тел.

Электрический заряд тела (системы тел) — скалярная величина, равная алгебраической сумме численных значений элементарных электрических зарядов в теле (в системе тел).

Электрический заряд частицы или тела (системы тел) обозначается буквой Q . Единицей электрического заряда является кулон

(1 Кл). Заряд элементарной заряженной частицы — протона $Q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, а элементарной заряженной частицы — электрона $Q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Пример 1.1. Заряд частицы, содержащей m протонов и n электронов:

$$Q = me - ne = (m - n)e = (m - n)1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Если $(m - n) > 0$, то частица заряжена положительно ($Q > 0$), если $(m - n) < 0$ — отрицательно ($Q < 0$). Таким образом, если $(m - n) \neq 0$, то мы имеем дело с заряженной частицей, если же $m = n$, то частица электрически нейтральна (не заряженная).

Из определения электрического поля следует, что основным его свойством является силовое воздействие на заряженную частицу. Для строгой оценки этого свойства, а следовательно, и самого поля вводится основная физическая величина, характеризующая электрическое поле в каждой его точке, — напряженность электрического поля.

Напряженность электрического поля — векторная величина, характеризующая электрическое поле и определяющая силу, действующую на заряженную частицу со стороны электрического поля. Напряженность электрического поля численно равна отношению силы, действующей на заряженную частицу, к ее заряду и имеет направление силы, действующей на частицу с положительным зарядом. Таким образом, если в данной точке поля на частицу с зарядом Q со стороны поля действует сила F , то напряженность электрического поля

$$E = F/Q \quad (1.1)$$

совпадает по направлению с силой F в случае $Q > 0$ и противоположна этой силе в случае $Q < 0$. Значение напряженности в общем случае $E = \left| \frac{F}{Q} \right|$.

Примечание. Поскольку при внесении заряженной частицы в электрическое поле она, взаимодействуя с ним, изменяет его (т.е. изменяет напряженность такого поля), то, чтобы свести это изменение к минимуму, вносимая частица должна иметь ничтожно малые размеры (т.е. быть точечной) и значение заряда $Q_3 = Q_0 \rightarrow 0$.

Введение понятия «напряженность» позволяет на физической основе — через действие силы — строго математически описать электрическое поле и геометрически наглядно изображать его. Последнее достигается путем использования линий напряженности электрического поля, касательные к которым в каждой точке совпадают по

направлению с вектором напряженности поля. Совокупность таких линий, каждая из которых изображается со стрелкой, указывающей направление вектора \mathbf{E} , дает наглядную картину электрического поля (пример такой картины представлен в начале § 1.2).

1.2. Электрическое напряжение и потенциал

Под напряжением вдоль пути $1m2$ понимается физическая величина, равная отношению работы A , совершаемой силами электрического поля по перемещению заряда Q из точки 1 в точку 2 вдоль рассматриваемого пути к этому заряду:

$$u_{12} = A/Q. \quad (1.2)$$

В электротехнике более строго напряжение принято определять через основную физическую величину поля — его напряженность \mathbf{E} .

Разобьем весь рассматриваемый путь на N очень малых участков $d\mathbf{l}_i$ (рис. 1.1). Из курса физики известно, что элементарная работа dA_i сил поля на каждом i -м участке равна скалярному произведению вектора силы $\mathbf{F}_i = Q\mathbf{E}_i$, действующей на заряженную частицу Q , на вектор элемента пути $d\mathbf{l}_i$:

$$dA_i = \mathbf{F}_i d\mathbf{l}_i = QE_i d\mathbf{l}_i = QE_i \cos \alpha d\mathbf{l}_i. \quad (1.3)$$

Здесь направление силы \mathbf{F}_i совпадает с направлением вектора напряженности \mathbf{E}_i в рассматриваемой точке M_i участка, направление вектора $d\mathbf{l}_i$ совпадает с направлением перемещения заряда в точке M_i ,

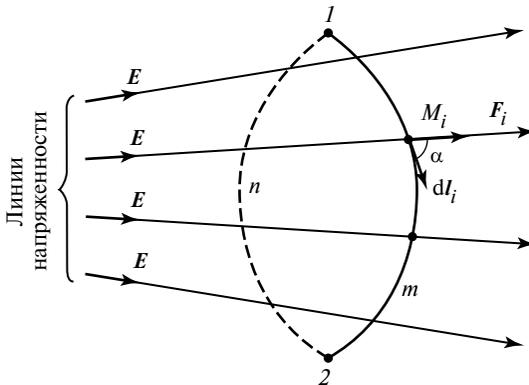


Рис. 1.1. Перемещение заряженной частицы в электрическом поле

а α_i — угол между двумя этими направлениями. Полагая длину каждого из участков бесконечно малой ($d\mathbf{l}_i \rightarrow 0$), а их число бесконечно большим ($N \rightarrow \infty$), суммарную работу по перемещению заряда из точки 1 в точку 2 можно записать в виде суммы $A = \sum_{i=1}^{\infty} dA_i$ или

$A = Q \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l}_i = Q \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$. Учитывая выражение (1.2), окончательно получаем

$$u_{12} = \int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}. \quad (1.4)$$

Электрическое напряжение — физическая величина, характеризующая электрическое поле вдоль рассматриваемого пути и равная линейному интегралу напряженности электрического поля вдоль этого пути. Если при перемещении заряда в один кулон (1 Кл) совершается работа в один джоуль (1 Дж), то полагается, что напряжение при этом будет равно одному вольту (1 В). Таким образом, 1 В = 1 Дж/Кл. Наряду с основной единицей напряжения — вольтом используются дольные и кратные единицы напряжения: милливольт (1 мВ = $1 \cdot 10^{-3}$ В) и киловольт (1 кВ = $1 \cdot 10^3$ В). В общем случае значение напряжения между точками 1 и 2 неоднозначно, оно зависит от пути, т.е. интеграл (1.4) по пути $1m2$ может отличаться от интеграла (1.4) по пути $1n2$, изображенному на рис. 1.1 пунктирной линией. Тогда интеграл напряженности по замкнутому пути $1m2n1$ в общем случае отличен от нуля, т.е. $\int_{1m2n1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = e \neq 0$, а величину e — назы-

вают электродвижущей силой (ЭДС). Поля, в которых это происходит, называются вихревыми (не потенциальными) полями в противовес потенциальным полям, в которых подобный интеграл равен нулю:

$$\int_{1m2n1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0. \quad (1.5)$$

Для потенциальных полей значение напряжения между точками 1 и 2 однозначно (не зависит от пути).

Примером потенциального поля является электростатическое поле, создаваемое неподвижными телами с неизменными зарядами.

Напряженность в каждой точке такого поля постоянна — не зависит от времени. Постоянным, т.е. не зависящим от времени, будет и напряжение между двумя любыми точками 1 и 2. Постоянное напряжение принято отображать прописной буквой U и выражение (1.4) записывать как

$$U_{12} = \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l}. \quad (1.6)$$

В потенциальных электростатических полях напряжение U_{12} называют также разностью потенциалов точек 1 и 2 и обозначают $U_1 - U_2$, придавая при этом физический смысл членам последней разности U_1 и U_2 , называемым потенциалами точек 1 и 2.

Электрическим потенциалом U_j некоторой точки j называют электрическое напряжение (разность потенциалов) $U_{jp} = U_j - U_p$ между данной точкой j и другой определенной произвольно выбранной точкой p . Из данного определения следует, что потенциал точки j зависит от выбора точки p , называемой точкой нулевого потенциала ($U_p = U_p - U_p = 0$), в то время как разность потенциалов двух точек $j = 1$ и $j = 2$ не зависит от такого выбора. В самом деле, для потенциального поля

$$\begin{aligned} U_{12} = U_1 - U_2 &= U_{1p} - U_{2p} = (U_1 - U_p) - (U_2 - U_p) = \\ &= U_1 - U_2. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Электрические потенциалы могут обозначаться не латинской бук-

вой U , а греческой буквой φ , т.е. $\varphi_j = \int_j^p \mathbf{E} d\mathbf{l}$ и $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$.

Пример 1.2. Определим напряжение U_{12} и потенциалы $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ точек плоского воздушного конденсатора — устройства, состоящего из двух разноименно заряженных параллельных металлических пластин (рис. 1.2). Положим, что напряженность поля между пластинами одинакова: $E = 10^4$ В/м, расстояние между пластинами 1 см, точки a, b, c делят это расстояние на четыре одинаковых отрезка, а точка 2 является точкой нулевого потенциала, т.е. $p = 2$. Для определения напряжения U_{12} проведем через точки 1, 2 ось l , начало координат которой совместим с точкой 1. Тогда координаты точек 1 и 2

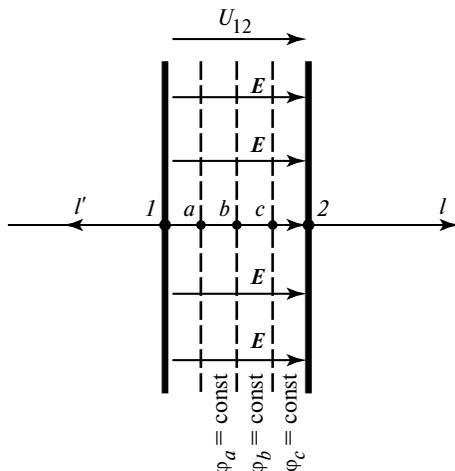


Рис. 1.2. Линии напряженности электрического поля и эквипотенциали в воздушном конденсаторе

будут 0 и 10^{-2} м, согласно выражению (1.4) для искомого напряжения имеем

$$U_{12} = \int_0^{10^{-2}} \mathbf{E} dl = E \int_0^{10^{-2}} dl = 10^4 \cdot 10^{-2} = 100 \text{ В.}$$

Для определения потенциалов точек a , b , c проведем через эти точки ось l' , начало координат которой совместим с точкой 2. Тогда координаты точек 2, a , b , c будут равны соответственно 0; $2,5 \cdot 10^{-3}$; $5 \cdot 10^{-3}$; $7,5 \cdot 10^{-3}$ м, а их потенциалы

$$\varphi_a = \int_{2,5 \cdot 10^{-3}}^0 \mathbf{E} dl' = -El' \Big|_{2,5 \cdot 10^{-3}}^0 = 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 25 \text{ В;}$$

$$\varphi_b = \int_{5 \cdot 10^{-3}}^0 \mathbf{E} dl' = -El' \Big|_{5 \cdot 10^{-3}}^0 = 50 \text{ В;}$$

$$\varphi_c = \int_{7,5 \cdot 10^{-3}}^0 \mathbf{E} dl' = -El' \Big|_{7,5 \cdot 10^{-3}}^0 = 75 \text{ В.}$$

Знак минус в последних выражениях учитывает разнонаправленность векторов \mathbf{E} и осей l' .

Примечание. Линии, пересекающие силовые линии (поле), т.е. линии напряженности под углом 90° , называют линиями равного потенциала, или эквипотенциалами. На рис. 1.2 три эквипотенциала: $\varphi_a = \text{const}$, $\varphi_b = \text{const}$, $\varphi_c = \text{const}$ изображены штриховыми линиями. При графическом изображении поля силовые линии и эквипотенциалы образуют прямоугольную сетку или в более общем случае криволинейную сетку. Густоту линий напряженности и эквипотенциалов для большей наглядности и информативности картины поля стараются выбирать такой, чтобы соседние клетки картины казались подобными.

Выбор точки нулевого потенциала p может быть произвольным, но обычно его подчиняют требованию удобства решения основного класса задач. Так, в физике, где часто рассматриваются бесконечные среды, в качестве точки p принимают обычно бесконечно удаленную точку, а в электротехнике — точку, непосредственно связанную с землей (заземленную точку). Еще раз подчеркнем, что понятие потенциала вводится только для потенциальных полей, у которых потенциалы $\varphi_j = U_{jp}$ имеют однозначные значения. Единицей потенциалов и разностей потенциалов, так же как и единицей напряжения, является вольт (1 В).

1.3. Электрическая емкость

Оценим способности различных тел накапливать электрические заряды, для чего вначале рассмотрим уединенное металлическое (в более общем случае любое проводящее) тело с зарядом Q и потенциалом относительно некоторой бесконечно удаленной точки, равным U .

Электрической емкостью уединенного проводящего тела называется скалярная величина, равная отношению заряда Q к его потенциалу U :

$$C = Q/U. \quad (1.8)$$

Емкость характеризует способность тела накапливать заряд. Единицей емкости является фарад (1 Ф = 1 Кл/1 В), на практике чаще используются дольные единицы: микрофарад (1 мкФ = $1 \cdot 10^{-6}$ Ф) и пикофарад (1 пФ = $1 \cdot 10^{-12}$ Ф). Понятие емкости применимо и к системе из двух уединенных проводников, заряды которых равны по значению и противоположны по знаку: $Q_1 = -Q_2 = Q > 0$, а напряжение между ними $U_{12} = U$. Емкость такой системы, примером которой

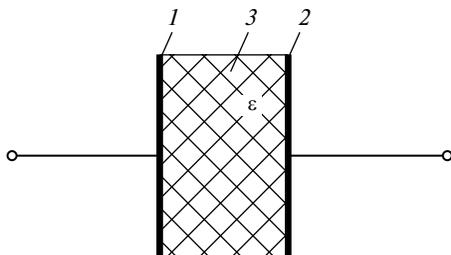


Рис. 1.3. Плоский конденсатор

являются два провода линии электропередачи, также рассчитывается по формуле (1.8). Другой пример — *электрический конденсатор — устройство, предназначенное для использования его электрической емкости*. На рис. 1.3 изображен плоский конденсатор, состоящий из двух металлических пластин 1, 2, разделенных слоем диэлектрика 3. Емкость такого устройства также определяется выражением $C = Q/U$. Конденсатор (емкостный элемент) запасает энергию электрического поля

$$W_э = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2}. \quad (1.9)$$

При заданном напряжении такая энергия будет тем большей, чем больше емкость конденсатора. В первом приближении емкость плоского конденсатора пропорциональна произведению площади поверхности s каждой из его металлических пластин на диэлектрическую проницаемость диэлектрика ϵ , характеризующую электрофизические свойства его вещества (подробнее см. § 1.5), и обратно пропорциональна расстоянию между пластинами l , т.е.

$$C = \epsilon s / l. \quad (1.10)$$

Для воздушного конденсатора ($\epsilon = \epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м) зависимость емкости C от отношения s/l представлена в табл. 1.1.

Таблица 1.1

s/l , мм	1	2	5	10	20	50	100
C , пФ	8,86	17,7	44,3	88,6	177	443	886

Пример 1.3. Плоский конденсатор, каждая из пластин которого имеет площадь $s = 100 \text{ см}^2 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ при расстоянии между ними

$l = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ Ф/м}$. Определим емкость конденсатора и запасенную в нем энергию поля, если напряжение между пластинами $U = 4000 \text{ В}$. Согласно формуле (1.10) имеем

$$C = \frac{2,5 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} = 500 \text{ пФ}.$$

Согласно формуле (1.9) находим

$$W_3 = \frac{0,5 \cdot 10^{-9} \cdot 16 \cdot 10^6}{2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 4 \text{ мДж}.$$

Как следует из формулы (1.10), для достижения большей емкости плоского конденсатора с данным диэлектриком необходимо увеличивать площадь его пластин, сближая их. Но чрезмерное сближение недопустимо из-за возможного пробоя диэлектрика, размеры же пластин также не могут быть слишком большими из-за излишней громоздкости такого конденсатора. Поэтому в настоящее время для достижения больших емкостей используют иные конструкции конденсаторов с большой поверхностью пластин при относительно малых размерах самих конденсаторов.

В заключение заметим, что емкостью обладают не только проводники, пары проводников и конденсаторы. Емкость присуща любым проводящим телам и их системам. Особенно ее необходимо учитывать, если тела системы отличаются большой поверхностью и расположены близко одно от другого. Емкости подобных систем тел могут достигать больших значений и аккумулировать большие энергии электрических полей.

1.4. Связь заряда частиц и тел с их электрическим полем. Закон Кулона и теорема Гаусса

Поскольку основным свойством электрического поля является его силовое воздействие на заряженную частицу, то представляет интерес связь зарядов частиц с полем и его основной характеристикой — напряженностью. Для выявления такой связи воспользуемся экспериментально установленным *законом Кулона* о силовом взаимодействии двух расположенных в пустоте на расстоянии R одна от другой точечных частиц с зарядами Q и Q_0 (рис. 1.4): *на частицу с зарядом Q_0 со стороны частицы с зарядом Q действует сила, значение которой пропорционально произведению зарядов Q и Q_0 и обратно про-*

порционально квадрату расстояния между ними R^2 , причем эта сила направлена по оси, соединяющей частицы в сторону от частицы с зарядом Q , если заряды Q и Q_0 имеют одинаковые знаки, и в сторону этой частицы, если заряды Q и Q_0 имеют разные знаки:

$$F = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0 R^2} \frac{\mathbf{R}}{R}. \quad (1.11)$$

Здесь

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi c^2} \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \quad (1.12)$$

— электрическая постоянная (диэлектрическая проницаемость пустоты); $c = 2,998 \cdot 10^8 \approx 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в пустоте; \mathbf{R} — вектор, значение которого равно R , направленный от частицы с зарядом Q к частице с зарядом Q_0 , а отношение \mathbf{R}/R — единичный безразмерный вектор (орт). На рис. 1.4 изображено направление силы, действующей на заряд Q_0 , в предположении, что $Q > 0$ и $Q_0 > 0$. Замена в приведенной формулировке закона Кулона заряда Q на заряд Q_0 , а заряда Q_0 на заряд Q определит силу, действующую на заряд Q со стороны заряда Q_0 .

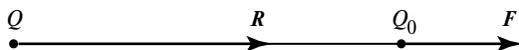


Рис. 1.4. Силовое воздействие частицы с зарядом Q на частицу с зарядом Q_0

Зная силу воздействия точечной частицы с зарядом Q на точечную частицу с зарядом Q_0 (1.11), можно согласно математической записи определения напряженности электрического поля (1.1), найти напряженность поля, которую создает частица с зарядом Q в точке расположения частицы с зарядом Q_0 :

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \frac{\mathbf{R}}{R}. \quad (1.13)$$

Условно помещая частицу с зарядом Q_0 в различные точки пространства, можно, используя формулу (1.13), для каждой из них найти вектор напряженности \mathbf{E} поля, создаваемого частицей с зарядом Q . Если в качестве такого множества точек выбрать сферу,

в центре которой расположена частица с зарядом Q (рис. 1.5), и проинтегрировать левую и правую части выражения (1.13) по площади сферы, то получим выражение

$$\oint_S \mathbf{E} \, ds = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\mathbf{R} \, ds}{R^3} = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (1.14)$$

Здесь знак окружности на интеграле означает, что интегрирование ведется по замкнутой поверхности сферы S ; ds — вектор, значение которого равно площади одной из элементарных площадок, на которые разбита поверхность сферы, а направление совпадает с нормалью N к центру этой площадки. В выражении (1.14) учтено, что

$\oint_S \frac{\mathbf{R} \, ds}{R^3} = 4\pi$, так как направления векторов \mathbf{R} и ds совпадают, а пло-

щадь сферы $S = 4\pi R^2$.

Поверхностный интеграл вектора \mathbf{E} называют потоком вектора напряженности сквозь замкнутую поверхность S . Последнее выражение может быть распространено на любые (не обязательно сферические) замкнутые поверхности, содержащие любые (не обязательно точечные) заряды. При этом имеет место следующее утверждение — **теорема Гаусса**: *поток вектора напряженности электрического поля сквозь замкнутую поверхность в пустоте равен отношению*

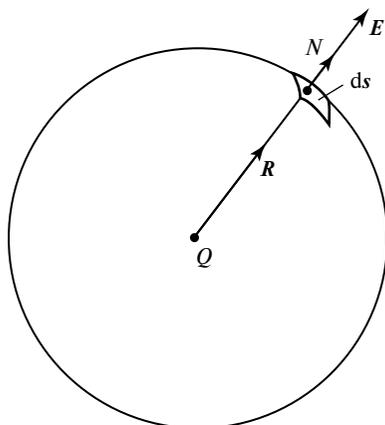


Рис. 1.5. Определение потока вектора напряженности \mathbf{E} сквозь замкнутую поверхность

электрического заряда, заключенного внутри этой поверхности, к электрической постоянной:

$$\oint_S \mathbf{E} \, ds = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (1.15)$$

Теорема Гаусса устанавливает связь между потоком вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} сквозь любую замкнутую поверхность и зарядом тела любой формы, заключенным внутри этой поверхности.

Пример 1.4. Применим теорему Гаусса для расчета поля равномерно заряженного шара с зарядом $Q > 0$ (рис. 1.6, а) и диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon_0$. Рассчитаем вначале поле вне шара на расстоянии $R \geq R_0$ от его центра. Для сферы радиусом R с центром в точке 0, совпадающим с центром шара, с учетом того что $\oint_S \mathbf{E} \, ds = ES = E \cdot 4\pi R^2$, согласно (1.15) имеем

$$E \cdot 4\pi R^2 = Q/\epsilon_0$$

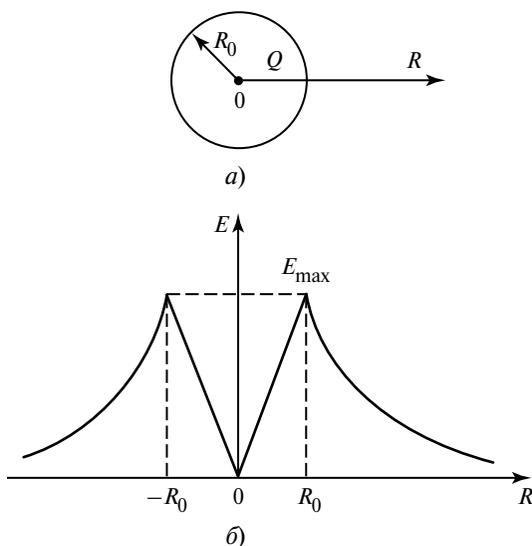


Рис. 1.6. Электрическое поле заряженного шара:

а — шар с зарядом Q ; б — напряженность электрического поля

и, следовательно:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}. \quad (1.16)$$

При выводе выражения (1.16) учтено, что площадь поверхности интегрирования $S = 4\pi R^2$, а в силу центральной симметрии поверхности шара и поверхности интегрирования, имеющих один центр, векторы \mathbf{E} и $d\mathbf{s}$ совпадают в каждой точке поверхности S . Таким образом, вне заряженного шара значение напряженности убывает обратно пропорционально квадрату расстояния R^2 от центра шара до рассматриваемой точки.

Для определения электрической напряженности внутри шара найдем объемную плотность его заряда

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{4/3\pi R_0^3},$$

где $V = 4/3\pi R_0^3$ — объем шара.

По этой плотности можно рассчитать значение заряда, заключенного внутри сферы радиусом $R < R_0$, а именно

$$Q' = \rho V' = Q \frac{V'}{V} = Q \left(\frac{R}{R_0} \right)^3,$$

где $V' = 4/3\pi R^3$ — объем шара радиусом $R \leq R_0$. Заменяя в выражении (1.16) значение заряда Q на Q' , получим значение напряженности на сферической поверхности радиусом $R < R_0$ внутри заряженного шара

$$E = \frac{Q \left(\frac{R}{R_0} \right)^3}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{QR}{4\pi\epsilon_0 R_0^3}.$$

Таким образом, внутри шара напряженность возрастает по линейному закону с ростом R . Направление вектора \mathbf{E} в каждой точке поля и внутри, и вне заряженного шара совпадает с нормалью к сферической поверхности радиусом R . Максимальное значение напряженности

$$E_{\max} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_0^2}.$$

График изменения значений напряженности электрического поля при изменении $R \in [0, \infty)$ приведен на рис. 1.6, б.

Рассмотренный в настоящем параграфе материал показывает, что каждая заряженная частица или заряженное тело является источником электрического поля, которое может быть рассчитано по теореме Гаусса. При этом и закон Кулона, и теорема Гаусса могут быть обобщены на случай, когда поле рассматривается не в пустоте, а в некоторой среде с диэлектрической проницаемостью ϵ (см. § 1.5). Математические записи закона Кулона и теоремы Гаусса примут при этом соответственно вид:

$$F = \frac{Q Q_0}{4\pi\epsilon R^2} \frac{R}{R}, \quad (1.17)$$

$$\oint \mathbf{E} \, ds = \frac{Q}{\epsilon}. \quad (1.18)$$

Однако для корректного использования таких обобщений необходимо познакомиться с понятием диэлектрической проницаемости, используемым в этих обобщениях.

1.5. Диэлектрическая проницаемость и поляризованность вещества

Электрическое поле, создаваемое некоторым зарядом Q в веществе, отличается от поля, создаваемого этим же зарядом в вакууме. Для анализа этого отличия выделим основное электрическое свойство веществ со связанными в молекулах зарядами — способность поляризоваться и меру этой способности, называемую поляризованностью, а также основную физическую величину, характеризующую такие вещества и их способность поляризоваться, — диэлектрическую проницаемость.

Знакомство с понятиями поляризованности и диэлектрической проницаемости предварим некоторыми сведениями о рассматриваемых веществах, которые состоят из молекул одного из двух типов.

Молекулы первого типа — квазиупругие диполи в отсутствие внешнего поля электрически нейтральны, так как центр действия их отрицательных электронов совпадает с центром ядра, состоящего из положительных протонов. Под воздействием внешнего поля эти молекулы деформируются так, что эти центры смещаются один относительно другого. Молекула начинает восприниматься как электрический диполь, т.е. система, состоящая из двух равных, но противо-

положных по знаку точечных зарядов q и $-q$, смещенных на расстояние d . Электрический диполь создает свое внутреннее поле, направленное против внешнего поля, ослабляя последнее. Диполь характеризуют электрическим моментом \mathbf{p} — векторной величиной, значение которой $p = qd$, а направление совпадает с направлением смещения положительного заряда. Рассмотренный процесс смещения в молекулах зарядов и выстраивание направлений полученных диполей по направлению внешнего поля называется поляризацией.

Молекулы второго типа изначально поляризованы, т.е. изначально являются диполями, но без внешнего поля направления их электрических моментов разбросаны хаотично и сумма их электрических моментов \mathbf{p}_j в некотором объеме вещества равна нулю: $\sum \mathbf{p}_j = 0$. Под действием же внешнего поля направления их моментов выстраиваются по направлению внешнего поля, т.е. сумма их электрических моментов в некотором объеме вещества станет отличной от нуля: $\sum \mathbf{p}_j \neq 0$. Подобный процесс ориентации диполей по направлению поля также называют поляризацией. Заметим, что *вещества, поляризующиеся под действием внешнего электрического поля, называют диэлектриками.*

Степень поляризации вещества в некоторой точке удобно оценивать векторной величиной — поляризованностью, которую обозначают буквой \mathbf{P} .

Поляризованность — предел отношения суммарного электрического момента некоторого объема вещества к этому объему при его стремлении к нулю:

$$\mathbf{P} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\sum \mathbf{p}_j}{V}. \quad (1.19)$$

Единица поляризованности — кулон на квадратный метр (1 Кл/м^2).

Поляризация веществ, состоящих как из диполей, так и из квазиупругих диполей, идет тем сильнее, чем большим будет значение напряженности внешнего поля, что математически выражается соотношением

$$\mathbf{P} = \chi \mathbf{E}, \quad (1.20)$$

в котором коэффициент χ (читается «хи») называется абсолютной диэлектрической восприимчивостью вещества. Поляризованность позволяет дать количественную оценку так называемому связанному — несбалансированному заряду вещества, который оказывается внутри некоторой замкнутой поверхности с заряженным телом при полиари-

зации этого вещества. В самом деле, при поляризации вещества диполи, через которые проходит замкнутая поверхность, будут сориентированы таким образом, что внутри поверхности окажутся заряды, противоположные по знаку заряду рассматриваемого тела (такие заряды называют связанными зарядами), а вне поверхности у диполей окажутся заряды того же знака, что и заряд тела (рис. 1.7). Связанный заряд внутри замкнутой поверхности S можно рассчитать по поляризованности вещества

$$Q' = \oint_S \mathbf{P} \, ds. \quad (1.21)$$

Наличие связанного заряда необходимо учитывать при использовании теоремы Гаусса в случае, когда поле рассматривается не в пустоте, а в некоторой среде, обладающей способностью поляризоваться. Вместо выражения (1.14) при этом получим выражение

$$\oint_S \mathbf{E} \, ds = \frac{Q - Q'}{\epsilon_0}, \quad (1.22)$$

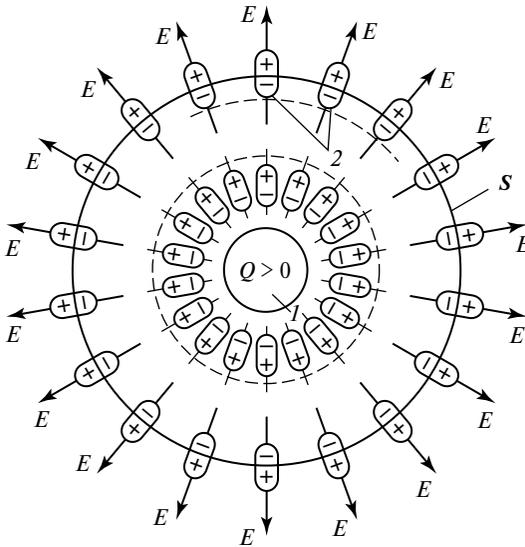


Рис. 1.7. Поляризация вещества и появление связанного заряда внутри поверхности S :

1 — заряд; 2 — связанный заряд

где Q — свободный заряд заряженного тела, а Q' — связанный нескомпенсированный электрический заряд внутри поверхности S . Учитывая (1.21), вместо последнего выражения получаем

$$\oint_S (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \, ds = Q. \quad (1.23)$$

Подынтегральное выражение в (1.23) называют вектором электрического смещения и обозначают буквой \mathbf{D} .

Электрическое смещение — векторная величина, равная геометрической сумме напряженности электрического поля в рассматриваемой точке, умноженной на электрическую постоянную, и поляризованности в той же точке:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}. \quad (1.24)$$

Если выражение (1.24) подставить в выражение (1.23), то получим математическую запись обобщенной теоремы Гаусса (постулата Максвелла): *поток вектора электрического смещения сквозь любую замкнутую поверхность равен свободному заряду внутри этой поверхности*

$$\oint_S \mathbf{D} \, ds = Q. \quad (1.25)$$

В выражении (1.24) можно учесть связь поляризации с напряженностью (1.20)

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi \mathbf{E} = (\varepsilon_0 + \chi) \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}. \quad (1.26)$$

Полученный коэффициент связи

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \chi \quad (1.27)$$

называют *диэлектрической проницаемостью* или абсолютной диэлектрической проницаемостью (в отличие от относительной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$, $\varepsilon_r = 1 + \chi/\varepsilon_0$).

Таким образом, *диэлектрическая проницаемость — это основная физическая величина, характеризующая свойства диэлектрика и равная сумме электрической постоянной и диэлектрической восприимчивости.*

Учет в записи обобщенной теоремы Гаусса (1.25) соотношения (1.26) приводит к соотношению (1.18), ранее записанному без вывода.

Сравнивая записи теоремы Гаусса для вакуума (1.15) и для вещества с диэлектрической проницаемостью ε (1.18), можно сделать вывод о том, что значение напряженности электрического поля убывает с ростом ε или, что то же самое, ε_r . Для вакуума $\varepsilon = \varepsilon_0$ и $\varepsilon_r = 1$.

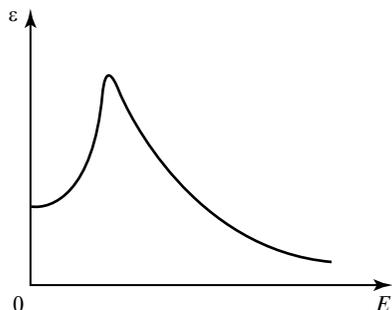


Рис. 1.8. Зависимость диэлектрической проницаемости от напряженности электрического поля у сегнетоэлектриков

Для диэлектриков диэлектрическая проницаемость может достигать больших значений.

Поляризация вещества и его диэлектрическая проницаемость зависят от физического состояния вещества и внешних воздействий на него. Так, они зависят от нагрева (пироэлектрический эффект), давления (пьезоэлектрический эффект), света (фотоэлектрический эффект), но, главное, они зависят от электрической напряженности вещества. Значение ϵ неизменно лишь при относительно небольших значениях напряженности E . С ростом напряженности E значение диэлектрической проницаемости начинает нелинейно меняться, т.е. $\epsilon(E) \neq \text{const}$. Особенно сильно эти изменения происходят у сегнетоэлектриков (рис. 1.8), диэлектрическая проницаемость ϵ которых при сильных внешних полях может достигать огромных по сравнению с обычными диэлектриками значений. Это свойство сегнетоэлектриков объясняется тем, что вместо отдельных поляризованных молекул у сегнетоэлектриков существуют целые области однородной поляризации (домены).

1.6. Задачи расчета электрического поля: постановка и методика решения

Основная задача расчета электрического поля ставится следующим образом. Дано:

геометрические параметры (форма, размеры заряженных тел, их взаимное расположение);

электрические параметры (значения диэлектрических проницаемостей пространства и расположенных в нем тел, заряды либо плотности зарядов этих тел).

Требуется рассчитать напряженность электрического поля в каждой его точке.

Методика решения основной задачи расчета поля:

1. Для каждого из заряженных тел по обобщенной теореме Гаусса составляется уравнение (1.18).

2. Решаются уравнения (1.18) и находятся напряженности поля, обусловленные каждым из N заряженных тел.

3. Если заряженных тел несколько, т.е. $N \geq 2$, то искомая напряженность E в каждой точке пространства определяется как геометрическая сумма E_{i0} напряженностей E_i , $i = 1, 2, \dots, N$, создаваемых в этой точке каждым из заряженных тел.

Пример решения основной задачи был рассмотрен в § 1.4.

Примечание. Аналитически решить уравнение (1.18) удастся только в ряде простых случаев сильносимметричных полей заряженных шаров, заряженных параллельных цилиндров или заряженных параллельных пластин. В более сложных случаях решение основной задачи проводят численно с использованием специальных компьютерных программ.

Наряду с основной задачей в электротехнике рассматривают и обратные задачи расчета поля, в которых известными считаются геометрические формы и параметры тел, значения напряженности в некоторых областях (обычно поверхностях) пространства, значения диэлектрической проницаемости и зарядов некоторых тел, а определить требуется неизвестные заряды и диэлектрические проницаемости. Решение таких задач также достигается с использованием обобщенной теоремы Гаусса, но единой методики их решения не существует в силу множественности таких задач.

Пример 1.5. Определим заряд шара радиусом $R = 5$ см и относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_r = 2$ в случае, когда напряженность поля на поверхности шара $E = 100$ В/м. Для этого запишем уравнение (1.18) применительно к поверхности шара:

$$ES = \frac{Q}{\epsilon},$$

в котором $E = 10^2$ В/м, $S = 4\pi R^2 = \pi \cdot 10^{-2}$ м², $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = 2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = 1,77 \cdot 10^{-11}$ Ф/м. Из последнего уравнения находим

$$Q = \epsilon ES = 1,77 \cdot 10^{-11} \cdot 10^2 \pi \cdot 10^{-2} = 1,77\pi \cdot 10^{-11} \text{ Кл.}$$

1.7. Электрический ток. Значение, направление, плотность тока

Электрическим током (полным электрическим током) называется явление движения свободных зарядов и/или явление изменения вектора электрического смещения во времени. Для первичного знакомства с электрическим током будем использовать более простое, правда, менее строгое и общее определение: электрический ток — это явление направленного движения зарядов.

В электротехнике термин «электрический ток» используется в двух значениях. Помимо названного явления он используется и для оценки его интенсивности. Во втором значении электрический ток являет собой скалярную величину, равную производной по времени от электрического заряда, переносимого через некоторую площадку:

$$i = dQ/dt. \quad (1.28)$$

В случае постоянства тока во времени ($i = i(t) = \text{const}$) говорят о постоянном токе и для его обозначения используют прописную букву I . Если за одну секунду (1 с) через рассматриваемую площадку прошел один кулон заряда (1 Кл), то единицу тока называют ампером (1 А = 1 Кл/с). Наряду с основной единицей тока — ампером используются дольная и кратная единицы — миллиампер и килоампер (1 мА = $1 \cdot 10^{-3}$ А и 1 кА = $1 \cdot 10^3$ А).

Положительным направлением тока считается направление, в котором движутся положительно заряженные частицы, т.е. направление, противоположное движению электронов.

Для характеристики равномерности распределения тока по рассматриваемой площадке (рис. 1.9) ее разбивают на более мелкие — элементарные площадки ΔS и рассматривают элементарные токи через них Δi . Такой подход позволяет ввести понятие плотности тока.

Плотность тока \mathbf{J} — векторная величина, значение которой равно пределу отношения тока Δi сквозь элемент ΔS , нормальный к направлению движения заряженных частиц, к площади этого элемента, когда последняя стремится к нулю:

$$\mathbf{J} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta S} = \frac{di}{ds}, \quad (1.29)$$

а направление совпадает с положительным направлением тока сквозь элемент ΔS .

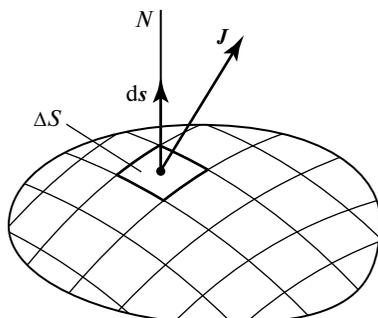


Рис. 1.9. Плотность электрического тока

Единицей плотности тока является ампер на квадратный метр. Ток через поверхность S в случае, когда эта поверхность не нормальна к движению заряда,

$$i = \int_S \mathbf{J} \, ds, \quad (1.30)$$

где направление вектора ds совпадает с направлением нормали N (рис. 1.9) к площадке ΔS .

При равномерном распределении тока по площадке и нормальном (перпендикулярном) ее расположении по отношению к направлению тока значение плотности тока $\mathbf{J} = i/S$.

1.8. Электропроводность, сопротивление, проводимость. Зависимость электропроводности от температуры

Электропроводность — свойство вещества проводить под действием не изменяющегося во времени электрического поля постоянный ток. Электропроводность вещества принято характеризовать удельной электрической проводимостью — скалярной величиной, умножение на которую напряженности электрического поля дает плотность тока:

$$\gamma \mathbf{E} = \mathbf{J}. \quad (1.31)$$

Единицей удельной электрической проводимости является сименс на метр (1 См/м). В самом деле, из соотношения $\gamma = J/E$ следует, что

единицей γ будет $\frac{1 \text{ А/м}^2}{1 \text{ В/м}} = 1 \text{ А/(В} \cdot \text{м)} = 1 \text{ См/м}$, где 1 См = 1 А/В.

Электропроводность вещества можно характеризовать и величиной, обратной к величине γ , называемой удельным электрическим сопротивлением $\rho = 1/\gamma$. Единицей удельного сопротивления является омметр ($\text{Ом} \cdot \text{м}$), здесь $1 \text{ Ом} = 1 \text{ В/А}$. Очевидно, что эта величина также связывает напряженность поля и плотность тока в веществе:

$$\rho \mathbf{J} = \mathbf{E}. \quad (1.32)$$

Выражения (1.31) и (1.32) представляют собой математическую запись закона Ома в дифференциальной форме.

Удельные проводимость и сопротивление характеризуют электропроводность вещества, а электропроводность изделий (устройств) из этого вещества, начиная от самых простых — проводов (рис. 1.10), характеризуют электрической проводимостью — скалярной величиной, равной отношению тока к напряжению устройства,

$$G = I/U \quad (1.33)$$

или электрическим сопротивлением — скалярной величиной, равной отношению напряжения к току устройства,

$$R = U/I. \quad (1.34)$$

Единицей проводимости является сименс (1 См), а сопротивления — ом (1 Ом), используется также кратная единица $1 \text{ мОм} = 10^6 \text{ Ом}$. Проводимость и сопротивление являются связанными величинами: $R = 1/G$, $G = 1/R$.

Проводимость G и сопротивление R проводника длиной l и сечением S (см. рис. 1.10) могут быть выражены через удельную проводимость γ и удельное сопротивление ρ :

$$G = \gamma S/l, \quad R = \rho l/S. \quad (1.35)$$

По степени электропроводности все вещества принято подразделять на три основных класса: проводящие вещества (проводники),

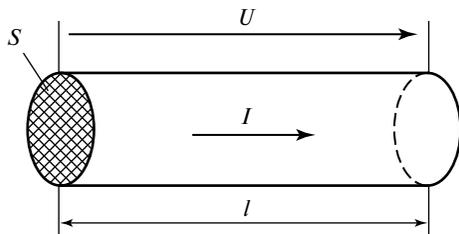


Рис. 1.10. Участок провода с током

изолирующие вещества (диэлектрики) и полупроводящие вещества (полупроводники).

Проводящими веществами называются такие вещества, в которых в значительных количествах существуют обладающие зарядом свободные элементарные частицы (электроны или положительные и отрицательные ионы), приходящие в упорядоченное движение под действием электрического поля и создающие тем самым в таком веществе электрический ток. Основным свойством таких веществ является электропроводность. Проводящими веществами являются металлы, растворы кислот, щелочей, как проводник можно рассматривать и человеческое тело. Удельное сопротивление таких веществ относительно мало и при температуре 20 °С для широко используемых в электротехнике металлов и сплавов представлено в табл. 1.2 ($1 \text{ мкОм} \cdot \text{м} = 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$).

Таблица 1.2

Материал	ρ , мкОм · м
Серебро	0,016
Медь	0,0175
Алюминий	0,029
Вольфрам	0,056
Сталь	0,13—0,25
Константан, манганин	0,4—0,5
Нихром	1,1

Изолирующими называются вещества, в которых свободные частицы, обладающие зарядом, имеются в ничтожном количестве и на первый план выступает явление поляризации. Такими веществами являются фарфор, слюда, некоторые масла, сухое дерево. Удельное сопротивление таких веществ очень велико, например, для кабельной бумаги оно составляет $\rho = 10^{13} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ и больше удельного сопротивления металлов в 10^{20} раз.

Полупроводящие вещества по своей электропроводности занимают промежуточное положение между проводящими и изолирующими веществами и отличаются рядом специфических свойств, позволяющих создавать на их основе полупроводниковые приборы с управляемой проводимостью. К таким веществам относятся соединения на основе германия, селена, кремния.

Электропроводность веществ зависит от их температуры. Для металлов при относительно небольших температурах (0—100 °С) эта зависимость для удельного сопротивления имеет вид

$$\rho = \rho_0 + \alpha\rho_0(T - T_0), \quad (1.36)$$

где ρ — удельное сопротивление металла при температуре T ; ρ_0 — то же при температуре T_0 ; α — температурный коэффициент. Аналогичную зависимость имеет и сопротивление проводников из этих металлов:

$$R = R_0 + \alpha R_0(T - T_0). \quad (1.37)$$

Температурный коэффициент химически чистых металлов близок к значению $\alpha = 0,004$ 1/°С. У сплавов константана и манганина он очень мал, уголь и электролиты имеют отрицательный температурный коэффициент сопротивления.

1.9. Виды электрического тока. Электрический ток в диэлектрике и вакууме, в проводниках и полупроводниках

Различают три вида электрического тока: ток проводимости $i_{\text{пр}}$, ток смещения $i_{\text{см}}$, ток переноса $i_{\text{пер}}$. *Ток проводимости* — явление движения свободных зарядов в веществах. Он характерен для веществ, обладающих электропроводностью, и по значению равен количеству свободных зарядов Q , проходящих через рассматриваемую площадку в единицу времени:

$$i_{\text{пр}} = dQ/dt. \quad (1.38)$$

Ток смещения — явление изменения вектора электрического смещения во времени. Он характерен для веществ, обладающих свойством поляризации, и по значению равен

$$i_{\text{см}} = \int_S \frac{d\mathbf{D}}{dt} ds, \quad (1.39)$$

где S — рассматриваемая площадка; \mathbf{D} — вектор электрического смещения. Физический смысл этого явления заключается в том, что при изменении вектора \mathbf{D} во времени меняется поляризация вещества и, следовательно, осуществляется перенос связанных зарядов через площадку S . Заметим, что при постоянстве электрического смещения ($\mathbf{D} = \text{const}$) и, следовательно, электрической напряженности вещества

($E = D/\varepsilon = \text{const}$) ток смещения отсутствует ($i_{\text{см}} = 0$). Этим он отличается от тока проводимости, который при $E \neq 0$ всегда имеет место.

Ток переноса — явление переноса электрических зарядов движущимися в свободном пространстве частицами или телами, например, движение заряженных частиц пыли или песка в воздушных потоках. Ток переноса через некоторую площадку

$$i_{\text{пер}} = \int_S (\rho_+ v_+ + \rho_- v_-) ds, \quad (1.40)$$

где ρ_+ — объемная плотность положительно заряженных частиц, движущихся со скоростью v_+ ; ρ_- — объемная плотность отрицательно заряженных частиц, движущихся со скоростью v_- .

Полный ток через некоторую площадку S в общем случае можно представить как сумму всех трех видов тока:

$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{см}} + i_{\text{пер}}. \quad (1.41)$$

Хотя ясно, что при достаточно малой площадке одновременное существование тока переноса с токами проводимости либо смещения невозможно.

Ток в диэлектрике — веществе, основным электрическим свойством которого является способность поляризоваться под действием внешнего электрического поля, представляет собой ток смещения с плотностью $J_{\text{см}} = dD/dt$, которую согласно выражению (1.24) можно представить в виде

$$D_{\text{см}} = \frac{d}{dt}(\varepsilon_0 E + P) = \frac{dD_0}{dt} + \frac{dP}{dt} = J_0 + J',$$

где $D_0 = \varepsilon_0 E$ — электрическое смещение в пустоте (вакууме); P — поляризованность вещества; J_0 — плотность тока смещения в пустоте; J' — плотность тока поляризации. Таким образом, плотность тока в диэлектрике равна сумме плотности тока в пустоте и плотности тока поляризации. Отсюда следует, что ток в вакууме формально определяется как ток смещения с плотностью

$$J_{\text{см}} = J_0 = \frac{dD_0}{dt}. \quad (1.42)$$

Ток в проводнике — веществе, основным электрическим свойством которого является электропроводность, представляет собой ток проводимости с плотностью $J_{\text{пр}} = \gamma E$. Ток в полупроводнике

также является током проводимости, но обусловлен он не только движением свободных электронов (как в металлах), но и движением под действием электрического поля так называемых «дырок», т.е. не занятых валентными электронами мест в атомах, что эквивалентно движению положительных частиц с зарядом, равным абсолютному значению заряда электрона.

Контрольные вопросы

1. Как выявляется электрическое поле?
2. Как рассчитывается сила взаимодействия двух точечных электрических зарядов? Куда направлена эта сила, если заряды имеют одинаковые (разные) знаки?
3. Как определяется основная характеристика электрического поля — его напряженность?
4. Что такое поляризованность вещества и как она зависит от напряженности электрического поля?
5. Что такое свободные и связанные электрические заряды и как последние учитываются в теореме Гаусса? В каких веществах существуют только свободные, а в каких только связанные заряды?
6. Обоснуйте, почему напряженность поля внутри проводящих тел равна нулю.
7. Как рассчитываются связанные электрические заряды внутри замкнутой поверхности по известной поляризованности вещества?
8. Дайте определение основной электрической характеристики вещества — диэлектрической проницаемости. Что такое относительная диэлектрическая проницаемость?
9. Как зависит от температуры вещества его диэлектрическая проницаемость?
10. Как связаны электрическое напряжение и работа сил поля по перемещению электрического заряда?
11. Чем отличаются понятия электрического напряжения и электрического потенциала? Для каких полей вводится понятие потенциала?
12. Характеристикой какой связи является электрическая емкость? Как определяются емкость уединенного тела и емкость системы из двух тел? Как энергия электрического поля системы из двух тел связана с ее емкостью?
13. Как емкость плоского конденсатора зависит от площади его пластин, расстояния между ними и диэлектрической проницаемости вещества, заполняющего конденсатор?
14. Дайте определение явления электрического тока.
15. В каких веществах существует ток проводимости, а в каких — ток смещения? Какой ток может быть в пустоте?

16. Что представляет собой ток переноса?
17. Что такое электропроводность? Как определяются удельные электрическое сопротивление и электрическая проводимость и как они зависят от температуры?
18. Как классифицируются вещества по степени электропроводности?

Темы рефератов

1. Электрическое поле и электрический заряд, величины их характеризующие.
2. Характеристики диэлектрических и проводящих сред.

Раздел 2

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Глава 2

ЭЛЕМЕНТЫ И СХЕМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

2.1. Понятие электрической цепи и ее основных элементов

Электрическая цепь — совокупность устройств, в которых электромагнитные процессы могут быть описаны с помощью понятий об электродвижущей силе, токе и напряжении.

Отдельное устройство, входящее в электрическую цепь и выполняющее определенную функцию, называют *элементом электрической цепи*. Основными элементами электрической цепи являются:

источники электрической энергии (далее — источники) — аккумуляторы, термоэлектрические элементы, электрические генераторы, фотоэлектрические элементы и т.д., в которых происходит преобразование энергии какого-либо вида (энергии химических реакций, механической энергии, световой энергии), теплоты либо работы в электрическую энергию;

элементы передачи электрической энергии — соединительные провода, воздушные линии электропередачи, электрические кабели;

приемники энергии (далее — приемники) — электролампы, электропечи, электродвигатели и т.д., в которых электрическая энергия преобразуется в энергию какого-либо другого вида (световую, механическую и т.д.), а также в теплоту либо в работу.

Простейшая электрическая цепь питания электрической лампы изображена на рис. 2.1, где источником является аккумулятор 1, приемником — электрическая лампа 2, а элементом передачи — провода 3.

Для удобства изучения цепей их принято классифицировать по характеру электромагнитных процессов, по типу входящих в их состав элементов и т.д. Так, по характеру процессов цепи принято подразделять на цепи переменных и постоянных токов. В электрических цепях переменных токов токи и напряжения входящих в состав цепей элементов изменяются во времени, т.е. $i = i(t) = \text{var}$, $u = u(t) = \text{var}$. В изу-

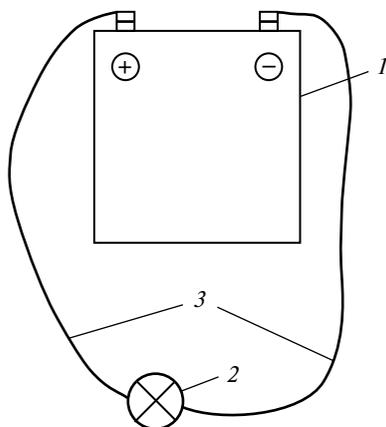


Рис. 2.1. Электрическая цепь питания электрической лампы:

1 — аккумулятор; 2 — электрическая лампа; 3 — провода

чаемых в настоящем разделе учебника электрических цепях постоянного тока все токи, напряжения и ЭДС элементов цепей неизменны во времени и обозначаются прописными буквами $i(t) = I = \text{const}$, $u(t) = U = \text{const}$, $e(t) = E = \text{const}$.

2.2. Схемы замещения цепей

Схемой электрической цепи называют графическое изображение цепи, содержащее условные обозначения ее элементов и показывающее соединение этих элементов. Различают *монтажную схему*, на которой отражаются действительное расположение элементов цепи с их внешними очертаниями (см. рис. 2.1), *принципиальную схему*, на которой изображаются все элементы цепи и устройства для контроля за ее электромагнитными процессами в виде условных графических обозначений, установленных стандартами Единой системы конструкторской документации (ЕСКД), и *схему замещения цепи*.

Схема замещения электрической цепи — схема электрической цепи, отражающая ее свойства при определенных условиях. Под определенными условиями понимается идеализация элементов цепи и ее электромагнитных процессов. Так, в схемах замещения электрической цепи постоянного тока используют только три идеализированных элемента: источник напряжения (его называют источником электродвижущей силы (ЭДС), (подробнее см. § 2.6), источник тока

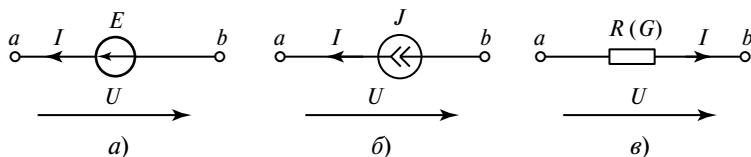


Рис. 2.2. Элементы электрической цепи постоянного тока:

a — источник ЭДС; b — источник тока; e — резистивный элемент

и резистивный элемент (рис. 2.2, a , b , $в$). Параметрами этих трех элементов являются: значение напряжения для источника ЭДС $U_{ab} = U = E$, значение тока для источника тока $I = J$ и сопротивление R (либо проводимость G) для резистивного элемента. Допущения, принятые при составлении схемы замещения цепи по реальной цепи или ее монтажной схеме, определяют в дальнейшем строгость и сложность ее математического описания. И здесь специалист встречается с дилеммой — желание учесть как можно больше параметров цепи для достижения большей строгости схемы замещения приводит к возрастанию сложности последней, а следовательно, и сложности работы с такой схемой замещения цепи, но желание представить схему в простом и понятном виде приводит к неполному ее соответствию реальной цепи.

Пример 2.1. По монтажной схеме цепи питания электрической лампы (см. рис. 2.1) можно составить различные схемы замещения. Так, можно учесть сопротивление проводов R_{Π} и внутреннее сопротивление аккумулятора R_a (рис. 2.3, a), а можно, учитывая, что эти

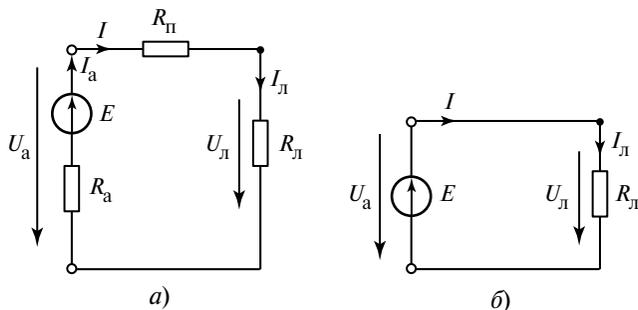


Рис. 2.3. Схемы замещения цепи питания электрической лампы:

a — полная схема; b — упрощенная схема

сопротивления много меньше сопротивления лампы $R_{л}$, учесть в схеме замещения только последнее сопротивление и напряжение источника ЭДС $U_a = E$ (рис. 2.3, б). В первом случае схема содержит три резистивных элемента, во втором — только один.

Умение разумно составить схемы замещения приходит с опытом и знаниями. Здесь же обратим внимание на принятые условности в изображениях таких схем. *Места соединения отдельных элементов схем называются узлами* и изображаются точками. Исключение иногда делается для мест соединения идеальных элементов, параметры которых характеризуют отдельное устройство реальной цепи. Так, в схеме, изображенной на рис. 2.3, а, место соединения резистивного элемента R_a и источника ЭДС не выделяется, так как параметры R_a и U_a характеризуют один и тот же элемент — аккумулятор. Узлами (выводами, полюсами, зажимами) называют также места элементов цепи или ее схемы, предназначенные для присоединения к другим элементам цепи или ее схемы, такие узлы изображаются светлыми кружками. Далее, *участок цепи и ее схемы между двумя узлами, характеризующийся одним и тем же током во всех его элементах, называется ветвью*. Таким образом в цепи, изображенной на рис. 2.3, а, имеется три узла и три ветви.

На всех элементах или ветвях схем замещения цепи стрелками указываются направления токов и напряжений. В сложных схемах, содержащих много источников напряжения и тока и резистивных элементов, действительные направления токов и напряжений отдельных элементов заранее не известны. В этом случае их выбирают, руководствуясь здравым смыслом либо наугад, и называют *условно-положительными направлениями токов и напряжений*. Необходимость такого выбора нужна для записи уравнений цепи с тем, чтобы по ним рассчитать ее токи и напряжения. Причем если окажется, что рассчитанные значения токов или напряжений будут положительными, то это значит, что мы угадали с выбором для них направления. А если же значения токов или напряжений будут отрицательными, то это значит, что мы не угадали с таким выбором и действительные направления токов и напряжений будут противоположными выбранным направлениям.

В схемах цепи наряду с рассмотренными идеальными элементами иногда изображают и приборы для измерения токов — амперметры (обозначается буквой A в кружочке) и напряжений — вольтметры (обозначается буквой V в кружочке). На рис. 2.4, а показана схема, содержащая один амперметр (для измерения тока I) и один вольтметр

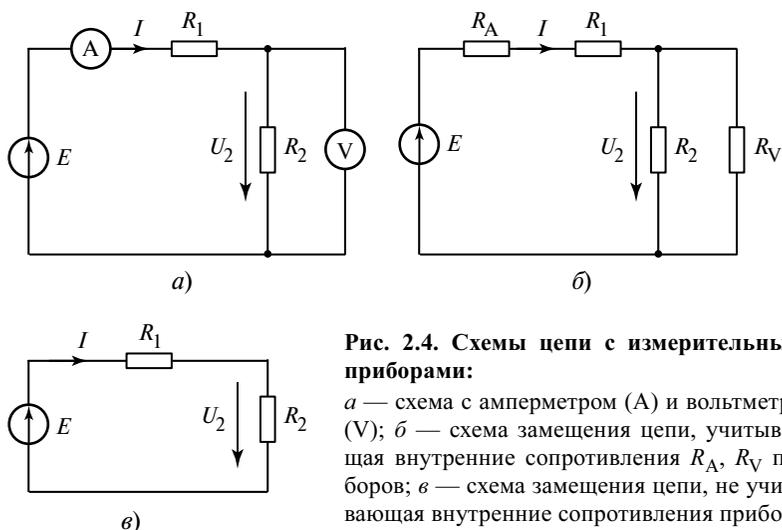


Рис. 2.4. Схемы цепи с измерительными приборами:

a — схема с амперметром (А) и вольтметром (V); *б* — схема замещения цепи, учитывающая внутренние сопротивления R_A , R_V приборов; *в* — схема замещения цепи, не учитывающая внутренние сопротивления приборов

(для измерения напряжения U_2). При правильном включении этих приборов не происходит изменение режима в цепи (т.е. не изменяются или почти не изменяются токи и напряжения элементов цепи). Это достигается за счет того, что внутреннее сопротивление амперметра R_A очень мало, а внутреннее сопротивление вольтметра R_V очень велико. Эти сопротивления можно учесть в схеме замещения цепи на рис. 2.4, б, а если $R_A \ll R_1$ и $R_V \gg R_2$, то можно и не учитывать (рис. 2.4, в). Обычно, изображая на схемах замещения цепей измерительные приборы, полагают, что сопротивление амперметра равно нулю, а сопротивление вольтметра — бесконечности.

2.3. Преобразование электрической энергии. Понятие потребителя и резистивного элемента цепи. Закон Ома и закон Джоуля—Ленца

Основными элементами электрической цепи являются источники электрической энергии, элементы ее передачи и приемники электрической энергии (см. § 2.1). В источниках электрической энергии она генерируется (вырабатывается) из энергии других видов, теплоты либо работы (подробнее об этом см. § 2.6), а в приемниках потребляется. Поэтому *приемники электрической энергии называют потребителями энергии*. Частично электрическая энергия потребляется и в элементах передачи электрической энергии и даже в самих источни-

ках. Под потреблением электрической энергии понимается ее преобразование в теплоту, работу или другие виды энергии. Так, в цепи, состоящей из аккумулятора, проводов и электрической лампы (см. рис. 2.1), электрическая энергия генерируется в аккумуляторе, а потребляется в основном в лампе и частично в проводах. В лампе накаливания, назначение которой давать свет, большая часть энергии расходуется не по назначению — на теплоту, а меньшая — по назначению, преобразуясь в световую энергию. Таким образом, говоря о преобразовании электрической энергии в другие виды энергии, нужно иметь в виду, что побочными «продуктами» такого преобразования всегда являются теплота и/или работа. Единицей энергии W , а также теплоты и работы является джоуль (1 Дж), а единицей скорости изменения энергии ($P = dW/dt$), теплоты либо работы, называемой мощностью, является ватт (1 Вт). В электротехнической практике в качестве единицы энергии используется киловатт-час ($1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 10^3 \text{ Вт} \cdot \text{с}$). Эта единица равна энергии, генерируемой (либо потребляемой) с постоянной мощностью $P = 1 \text{ кВт}$ в течение часа. Так как $1 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 1 \text{ Дж}$, то $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 10^3 \cdot 3600 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 3\,600\,000 \text{ Дж}$.

Из рассмотренного материала становится ясно, что природа расхода электрической энергии разными потребителями в электрических цепях различна. Иное дело, когда эта природа рассматривается на элементах идеализированных моделей электрических цепей, соответствующих их схемам замещения. В схемах замещения цепей постоянного тока участвуют только три элемента: источник напряжения, источник тока и резистивный элемент. При этом полагается, что назначение источников — вырабатывать энергию, а резистивных элементов (или резисторов) — ее потреблять. Познакомимся с такими элементами подробнее.

Резистор — элемент электрической цепи, предназначенный для использования его сопротивления.

Ток и напряжение резистивного элемента (идеального резистора) с сопротивлением R (проводимостью $G = 1/R$) удовлетворяют закону Ома, который гласит: *напряжение резистивного элемента прямо пропорционально его току:*

$$U = RI. \quad (2.1)$$

Возможна и другая формулировка этого закона: *ток резистивного элемента прямо пропорционален его напряжению:*

$$I = GU. \quad (2.2)$$

В этих формулировках полагается, что условно положительные направления тока I и напряжения U совпадают. Используя этот закон,

можно по значению одной величины — тока I (напряжения U) рассчитать значение другой величины — напряжения U (тока I).

Пример 2.2. Пользуясь законом Ома, определить ток в электрической лампе (см. рис. 2.1) при использовании схемы замещения цепи, представленной на рис. 2.3, б. Так как к узлам резистивного элемента с сопротивлением $R_{\text{л}}$, моделирующего лампу, приложено напряжение $U_{\text{л}} = E$, то согласно выражению (2.2) для тока $I_{\text{л}}$ лампы имеем

$$I_{\text{л}} = G_{\text{л}} U_{\text{л}} = U_{\text{л}} / R_{\text{л}},$$

где $G_{\text{л}} = 1/R_{\text{л}}$ — проводимость резистивного элемента.

Рассмотрим теперь энергетические процессы, происходящие в резистивном элементе с сопротивлением R , если к нему приложено напряжение U . В этом случае по резистивному элементу будут перемещаться электрические заряды и силами электрического поля будет совершаться работа $A = QU$. При постоянстве напряжения U , а следовательно, и тока I элемента значение этих зарядов Q окажется пропорциональным времени t совершения работы, т.е. $Q = It$ и $A = UIt$. Тогда мощность потребления резистором энергии

$$P = \frac{dA}{dt} = UI \quad (2.3)$$

с учетом выражения (2.1) может быть записана в виде

$$P = I^2 R, \quad (2.4)$$

а с учетом выражения (2.2) — в виде

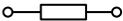
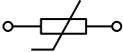
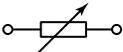
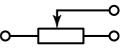
$$P = GU^2, \quad (2.5)$$

где $G = 1/R$. Последние два выражения (2.4), (2.5) имеют равноправные значения. Если считать, что в резисторе энергия расходуется исключительно на теплоту, то их можно рассматривать как математическую запись закона Джоуля—Ленца, гласящего, что количество теплоты, выделяемой резистором в единицу времени, пропорционально току в квадрате (напряжению в квадрате).

В заключение остановимся на встречающихся в практических задачах типах резисторов и их графических обозначениях. Наряду с резисторами, имеющими постоянное сопротивление (рис. 2.2, в), такие резисторы называют линейными резисторами, используют также нелинейные резисторы, сопротивления которых зависят от

Таблица 2.1

Графические обозначения резисторов

Наименование резистора	Условное обозначение
Линейный	
Нелинейный	
Регулируемый (реостат)	
Регулируемый с разрывом цепи	
Регулируемый без разрыва цепи	

значений токов и напряжений и динамики их изменения, а также различные типы регулируемых резисторов (реостатов), параметры которых можно изменять. Условные графические обозначения резисторов даны в табл. 2.1.

2.4. Линейные и нелинейные цепи

Линейная электрическая цепь — электрическая цепь, состоящая только из линейных элементов. Если в состав цепи входит хоть один нелинейный элемент, ее называют нелинейной.

Линейный элемент электрической цепи постоянного тока (источник напряжения, источник тока, резистивный элемент) — такой элемент, у которого ток и напряжение связаны линейными зависимостями. Элемент, не удовлетворяющий этому условию, называется нелинейным.

Зависимости напряжения от тока у источников напряжения и тока называют *внешними характеристиками*, а у резистивных элементов — *вольт-амперными характеристиками*. Как следует из данных определений, у линейных элементов эти зависимости должны быть линейными, у нелинейных элементов — нелинейными. Внешние характеристики источников будут рассмотрены далее в § 2.7, а в настоящем параграфе познакомимся с вольт-амперными характеристиками (ВАХ) резистивных элементов.

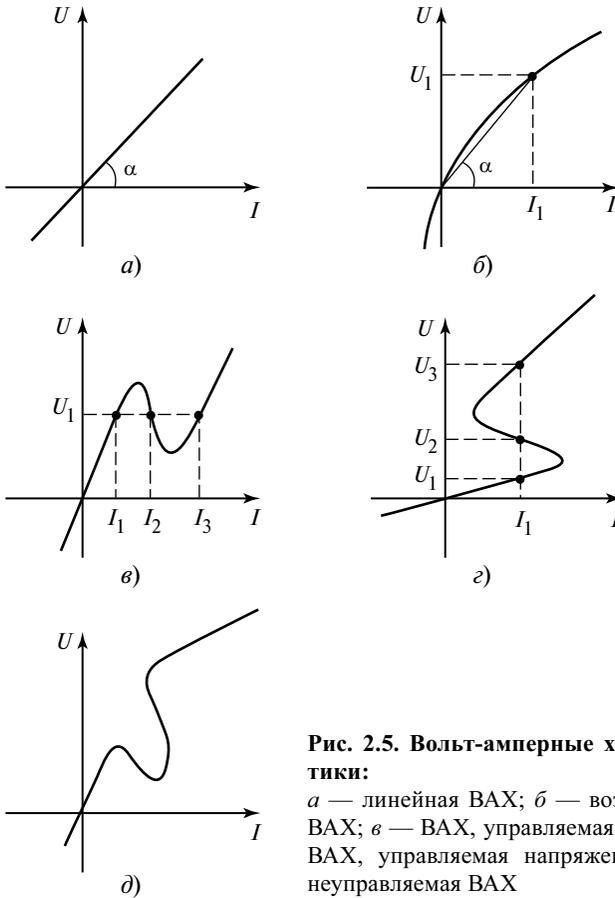


Рис. 2.5. Вольт-амперные характеристики:

a — линейная ВАХ; *б* — возрастающая ВАХ; *в* — ВАХ, управляемая током; *г* — ВАХ, управляемая напряжением; *д* — неуправляемая ВАХ

Вольт-амперные характеристики могут быть построены экспериментально, при этом каждая их точка дает значение постоянного напряжения резистора при данном значении его постоянного тока и совпадении их условно-положительных направлений. Такие ВАХ называют статическими в отличие от динамических ВАХ, снятых при достаточно быстрых изменениях тока. Это отличие обусловлено в основном зависимостью сопротивления (проводимости) от температуры (см. § 1.9). Мы будем рассматривать только статические ВАХ.

Если каждую точку графика ВАХ соединить с началом координат (рис. 2.5, *a*, *б*), то тангенс угла наклона α такой соединительной линии

с осью абсцисс дает значение сопротивления резистивного элемента при данных напряжении U и токе I :

$$R = R(U, I) = k \operatorname{tg} \alpha,$$

где $k = m_U/m_I$; m_U и m_I — масштабные коэффициенты для осей напряжения и тока.

График ВАХ линейного резистивного элемента представляет собой прямую линию (рис. 2.5, а), причем сопротивление такого элемента неизменно:

$$R = R(U, I) = \operatorname{const},$$

а график ВАХ нелинейного резистивного элемента — кривую линию. Выделяют четыре типа ВАХ нелинейных элементов.

1. ВАХ является возрастающей функцией (рис. 2.5, б), и каждая точка ее графика однозначно определяет как ток, так и напряжение.

2. ВАХ является такой функцией, каждому значению тока которой отвечает одно значение напряжения, но некоторым значениям напряжения могут отвечать сразу несколько значений тока (рис. 2.5, в). Такие ВАХ и соответствующие им сопротивления называют управляемыми током: $U = f(I)$, $R = R(I)$.

3. ВАХ является такой функцией, каждому значению напряжения которой отвечает одно значение тока, но некоторым значениям тока могут отвечать сразу несколько значений напряжения (рис. 2.5, г). Такие ВАХ и соответствующие им сопротивления называют управляемыми напряжением: $I = \varphi(U)$, $R = R(U)$.

4. ВАХ — многозначная функция как по току, так и по напряжению (рис. 2.5, д). Такая ВАХ называется неуправляемой.

Знакомство с ВАХ линейных и нелинейных элементов свидетельствует о значительной простоте первых и многообразии и сложности вторых. Поэтому выделение класса линейных электрических цепей, исследование которых представляется намного более простой задачей, чем исследования нелинейных цепей, исключительно важно. Вместе с тем надо понимать, что линейность электрической цепи на практике возможна лишь для определенного диапазона изменения токов и напряжений, вне которого цепь становится нелинейной.

2.5. Последовательное, параллельное и смешанное соединения элементов. Простые и сложные цепи

Элементы электрической цепи, в частности резистивные элементы, могут соединяться различными способами, из которых самыми простыми и важными для практики являются способы последовательного, параллельного и смешанного соединения.

Последовательное соединение резистивных элементов — соединение, при котором конечный вывод (полюс, зажим) одного элемента соединяется с начальным выводом (полюсом, зажимом) другого элемента так, чтобы ток во всех элементах соединения был одинаков (рис. 2.6, а). Термин «последовательное соединение» применяется и для описания соединения источников ЭДС и соединений резистивных элементов с источниками ЭДС.

Параллельное соединение резистивных элементов — соединение, при котором начальные выводы (полюсы, зажимы) элементов соединяются в один узел и конечные выводы (полюсы, зажимы) элементов соединяются в другой узел так, что напряжения на всех элементах соединения становятся одинаковыми (рис. 2.6, б). Термин «параллельное соединение» применяется и для описания соединения источников тока и соединений резистивных элементов с источниками тока.

Смешанное соединение резистивных элементов — сочетание последовательного и параллельного соединений (рис. 2.6, в).

Геометрическая структура схемы электрической цепи, отображающая способы соединения ее элементов, называется *топологией* электрической цепи. Топология — одно из важнейших понятий теории электрических цепей, определяющее их сложность.

Цепи, схемы замещения которых содержат малое число элементов, обычно называют простыми цепями, большое число элементов — сложными цепями. К простым цепям относится, очевидно, цепь питания электролампы (см. рис. 2.1) со схемами замещения, показанными на рис. 2.3, а, б. Однако к топологически простым цепям относят и цепи с большим числом элементов, соединенных только последова-

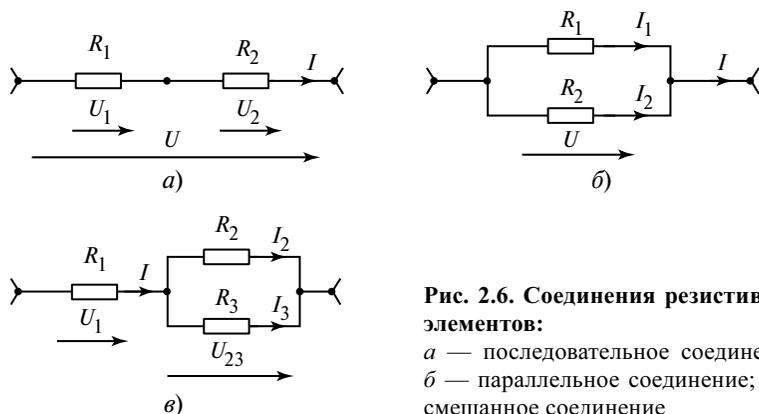


Рис. 2.6. Соединения резистивных элементов:

а — последовательное соединение;
 б — параллельное соединение; в — смешанное соединение

тельно (неразветвленные цепи) или только параллельно. Заметим, что понятие сложности электрической цепи обуславливается сложностью ее описания и расчета, т.е. оно носит частично качественный характер, обусловленный знаниями и умениями специалиста-электротехника и наличием у него программных и вычислительных средств. Для специалиста важно даже умение просто изображать схемы цепей, поскольку разное их изображение обуславливает и разную сложность их восприятия и математического описания. Покажем это на примере, связанном с *планарностью* схемы, т.е. с возможностью ее изображения без пересечения ветвей. Так, схему на рис. 2.7, а, содержащую пересекающиеся ветви с резистором R_5 и источником E_6 , можно изобразить в виде, не содержащем пересекающихся ветвей (рис. 2.7, б), т.е. эта схема планарная. Умение распознать планарность схемы и затем изобразить ее в виде, не содержащем пересечения ветвей, упрощает ее анализ. Пример непланарной схемы, т.е. схемы, которую нельзя изобразить без пересечения ветвей, представлен на рис. 2.8.

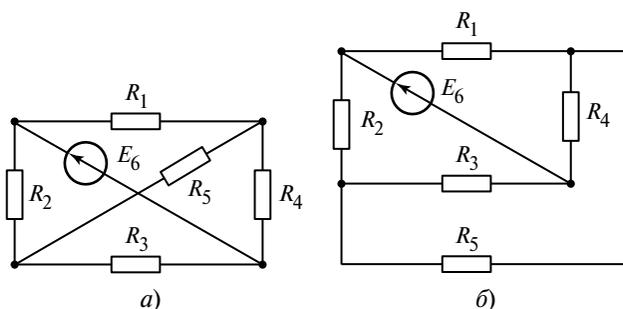


Рис. 2.7. Планарная схема:

а — изображенная с пересечением ветвей; б — изображенная без пересечения ветвей

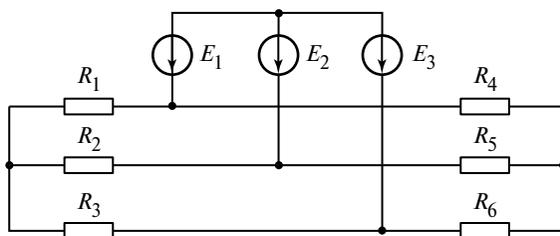


Рис. 2.8. Непланарная схема

2.6. Источники электрической энергии. Электродвижущая сила

В источниках (генераторах) электрической энергии происходит преобразование механической, световой энергии, энергии химических реакций и т.д., а также теплоты и работы в электрическую энергию. Механизмы такого преобразования можно объяснить, используя понятия сторонних сил и их поля и электродвижущей силы.

Сторонняя сила — сила, действующая на заряженную частицу, обусловленная неэлектромагнитными процессами. Примером таких процессов служат химические реакции. Эти силы образуют поле сторонних сил, которое в каждой точке можно охарактеризовать напряженностью поля $E_{\text{ст}}$, равной отношению сторонней силы $F_{\text{ст}}$, действующей на заряженную частицу, помещенную в данную точку, к заряду этой частицы Q :

$$E_{\text{ст}} = F_{\text{ст}}/Q. \quad (2.6)$$

Заметим, что выражение (2.6) аналогично выражению (1.1) для напряженности электрического поля E . Разница этих выражений заключается в том, что напряженность электрического поля E порождается силами электрического поля F , а напряженность в (2.6) — силами иной природы.

Электродвижущая сила — скалярная величина, характеризующая способность стороннего поля вызывать электрический ток. ЭДС равна линейному интегралу напряженности $E_{\text{ст}}$ вдоль рассматриваемого пути между двумя точками 1 и 2

$$e = \int_1^2 E_{\text{ст}} dl \quad (2.7)$$

или вдоль некоторого замкнутого контура

$$e = \oint E_{\text{ст}} dl \neq 0. \quad (2.8)$$

Единицей ЭДС, так же как и единицей напряжения, является вольт (1 В).

Рассмотрим примеры источников (генераторов) электрической энергии и механизмов их функционирования.

Гальванический источник. Рассмотрим устройство, предназначенное для преобразования энергии химических реакций в электрическую энергию, представляющее собой емкость с раствором серной

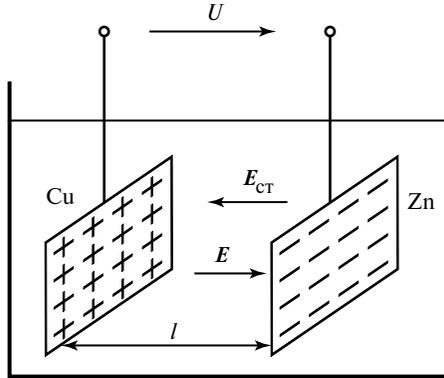


Рис. 2.9. Гальванический источник ЭДС

кислоты (рис. 2.9), в которую опущены два электрода с пластинами из меди Cu и из цинка Zn. Химические реакции обуславливают переход в раствор положительных ионов цинка, вследствие чего на цинковой пластине образуется избыток отрицательных зарядов, а медная пластина теряет отрицательные заряды, т.е. становится положительно заряженной. Накопление на электродах разноименных зарядов происходит благодаря действию сторонних сил, обусловленных химическими реакциями между серной кислотой и металлами электродов. Стороннее поле таких сил характеризуется напряженностью $E_{\text{ст}}$ и обуславливает возникновение ЭДС $E = E_{\text{ст}}l$, где l — расстояние между электродами. Между самими электродами возникает напряжение $U = E$, что эквивалентно возникновению электрического поля с напряженностью $E = -E_{\text{ст}}$, встречного полю сторонних сил. При подсоединении к подобному гальваническому элементу внешней цепи с нагрузкой $R_{\text{н}}$ в цепи возникает электрический ток I . Подобный принцип генерации электрической энергии используется в электрических батареях.

Фотоэлектрический источник (фотоэлемент). Рассмотрим устройство, состоящее из двух электродов 1 и 2, между которыми расположены полупроводник 3 n -типа с основными носителями зарядов отрицательного знака — электронов и полупроводник 4 p -типа с основными носителями зарядов положительного знака, и предназначенное для преобразования энергии солнечного излучения в электрическую энергию (рис. 2.10). При попадании солнечного света (фотонов света) на слои полупроводников, т.е. при действии на носители

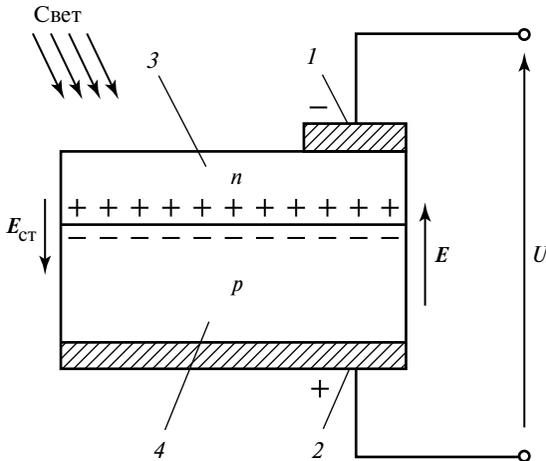


Рис. 2.10. Фотоэлектрический источник ЭДС

их зарядов сторонних сил, происходит пространственное перераспределение зарядов в полупроводниках. Вблизи их границы, в так называемом пограничном слое, образуется слой положительных зарядов в полупроводнике 3 и отрицательных — в полупроводнике 4 с напряженностью поля $E_{ст}$. Таким образом возникает ЭДС $E = E_{ст}S$, где S — ширина пограничного слоя, а между электродами 1, 2 — напряжение $U = E$, что, в свою очередь, эквивалентно появлению электрического поля с напряженностью $E = -E_{ст}$, встречного полю сторонних сил. При подсоединении к рассматриваемому фотоэлементу внешней цепи с нагрузкой R_H в цепи возникает ток I .

Термоэлектрический генератор. Рассмотрим термопару — устройство из двух соединенных в одном месте A проводников 1 и 2 из разных металлов или сплавов (рис. 2.11), предназначенное для преобразования теплоты в электрическую энергию. Разные металлы и сплавы имеют разную концентрацию электронов в единице их объема и, следовательно, разное давление электронов одного на другой, зависящее также от температуры. Поэтому при нагревании места A до температуры T при условии неизменности температуры T_0 свободных концов проводников 1 и 2 между ними возникает ЭДС, называемая термоЭДС и равная $E = F(T) - F(T_0)$, где F — некоторая функция. Значение термоЭДС зависит от разности температур $T - T_0$ и материалов пар проводников, но обычно не превышает нескольких десятых

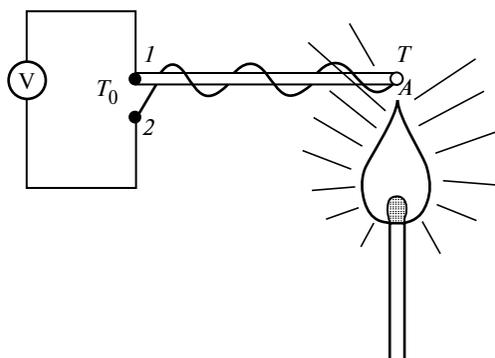


Рис. 2.11. Термоэлектрический источник ЭДС

вольта. Подобные источники ЭДС, называемые термопарами, используют обычно в пирометрах — устройствах измерения температуры. В этих устройствах термопара дополняется прибором V , измеряющим термоЭДС E (рис. 2.11). По значению E , температуре T_0 и функции F в пирометрах однозначно определяется температура T .

Рассмотренные примеры показывают, сколь различными могут быть источники (генераторы) электрической энергии по своему устройству и механизмам функционирования. В теории электрических цепей важно представлять их схемами замещения и оценивать энергетическую эффективность их работы.

2.7. Источник ЭДС и источник тока. Схемы замещения источников электрической энергии

Подключим некоторый источник (генератор) электрической энергии Γ к реостату и, изменяя его сопротивление R (рис. 2.12), снимем с помощью амперметра A и вольтметра V зависимость напряжения U от тока I (внешнюю характеристику генератора Γ) и изобразим ее в виде графика (рис. 2.13, *a*). Здесь U_x — напряжение, называемое напряжением холостого хода источника, соответствует случаю, когда $R = \infty$, т.е. фактически разрыву цепи, а ток I_k , называемый током короткого замыкания источника, — случаю, когда $R = 0$, т.е. выводы источника замкнуты («закорочены») сами на себя. Математически внешнюю характеристику можно описать уравнением вида

$$U = U_x - R_{\Gamma} I \quad (2.9)$$

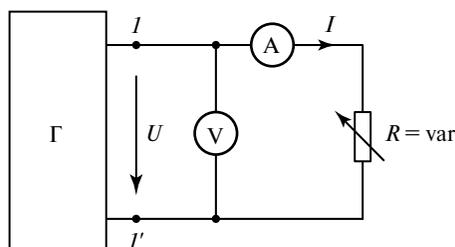


Рис. 2.12. Схема экспериментального определения внешней характеристики генератора

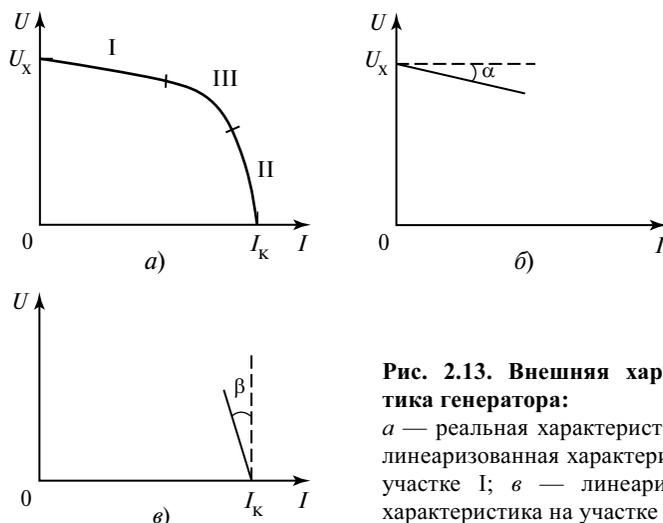


Рис. 2.13. Внешняя характеристика генератора:

a — реальная характеристика; *б* — линеаризованная характеристика на участке I; *в* — линеаризованная характеристика на участке II

или вида

$$I = I_{\text{к}} - G_{\Gamma} U, \quad (2.10)$$

где R_{Γ} — внутреннее сопротивление (G_{Γ} — внутренняя проводимость) генератора носит нелинейный характер: $R_{\Gamma} = R_{\Gamma}(I)$, $G_{\Gamma} = G_{\Gamma}(U)$. Для изучения особенностей работы источника выделим на его внешней характеристике три участка: на участке I напряжение источника при изменении его тока меняется незначительно, на участке II ток источника при изменении его напряжения меняется незначительно, участок III характеризуется сильной зависимостью напряжения от тока. Линеаризация участка I внешней характеристики (рис. 2.13, б)

позволит считать внутреннее сопротивление источника малой постоянной величиной, пропорциональной тангенсу угла наклона α внешней характеристики к оси абсцисс (оси токов):

$$R_r = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \alpha,$$

где m_U и m_I — масштабы осей напряжения и тока графика. Про поведение генератора на первом участке говорят, что он работает в режиме источника ЭДС, а его схему замещения представляют в виде последовательного соединения идеального источника ЭДС $E = U_x$ и резистивного элемента с сопротивлением R_r (внутренним сопротивлением генератора) (рис. 2.14, а). При предельной идеализации участка I внешней характеристики (штриховая линия на рис. 2.13, б), когда она считается независимой от тока, т.е. полагается, что $R_r = 0$, говорят, что генератор работает в режиме идеального источника ЭДС, а его схема замещения имеет вид, показанный на рис. 2.14, б.

Линеаризация участка II внешней характеристики (рис. 2.13, в) позволяет считать его внутреннюю проводимость малой постоянной величиной, пропорциональной тангенсу угла наклона β внешней характеристики к оси ординат (оси напряжений):

$$G_r = \frac{m_U}{m_I} \operatorname{tg} \beta.$$

Про поведение генератора на этом участке говорят, что он работает в режиме источника тока, а его схему замещения представляют в виде параллельного соединения идеального источника тока $J = I_k$ и резистивного элемента с проводимостью G_r (внутренней проводимостью генератора) (рис. 2.15, а). При предельной идеализации участка II внешней характеристики, когда она считается независимой от напряжения (штриховая линия на рис. 2.13, в), т.е. полагается, что $G_r = 0$, говорят, что генератор работает в режиме идеального источника тока, а его схема замещения имеет вид, показанный на рис. 2.15, б.

Работу генератора на участке III внешней характеристики можно рассматривать и как работу источника ЭДС, и как работу источника тока.

В заключение заметим, что реальные источники (генераторы) электрической энергии редко рассчитываются на работу во всем диапазоне изменения внешней нагрузки $0 \leq R \leq \infty$, т.е. на всех трех

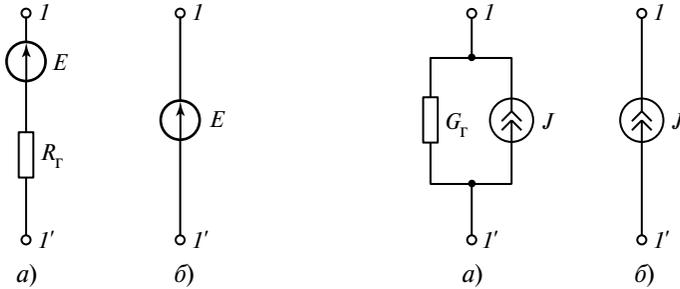


Рис. 2.14. Схема замещения генератора на участке I:

a — источник ЭДС с внутренним сопротивлением; *б* — идеальный источник ЭДС

Рис. 2.15. Схема замещения генератора на участке II:

a — источник тока с внутренней проводимостью; *б* — идеальный источник тока

участках внешней характеристики. Обычно они изначально проектируются или как источники ЭДС, т.е. должны работать на участках I, III внешней характеристики, или как источники тока, т.е. должны работать на участках II, III внешней характеристики. В любом случае их внешняя характеристика носит нелинейный характер, а ее идеализация в виде наклонных, вертикальных или горизонтальных линий (см. рис. 2.13, б, в) служит лишь инженерной цели упрощения объяснений особенностей работы источников электрической энергии и их математического и схемного описания.

2.8. Мощность и коэффициент полезного действия источников

При подсоединении источника с ЭДС E и внутренним сопротивлением R_{Γ} к нагрузке с сопротивлением $R_{\text{н}}$ в цепи (рис. 2.16) возникает ток I . При этом работа, совершаемая силами стороннего поля с напряженностью $E_{\text{ст}}$, в источнике по перемещению заряда Q

$$A = Q \left(- \int_1^2 E_{\text{ст}} dl \right) = QU \quad (2.11)$$

при постоянном токе $I = Q/t$

$$A = UIt. \quad (2.12)$$

Тогда мощность источника, т.е. скорость совершения им работы

$$P = UI, \quad (2.13)$$

Рис. 2.16. Схема источника ЭДС с нагрузкой

с учетом выражения (2.9) будет равна

$$P_{\text{ист}} = (E - R_{\Gamma}I)I = EI - R_{\Gamma}I^2. \quad (2.14)$$

В электрической цепи соблюдается *баланс мощностей*: мощность генерируемой источником энергии равна мощности потребляемой нагрузкой энергии:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{н}}. \quad (2.15)$$

В электротехнике принято говорить о мощности генерирования и мощности потребления электрической энергии и их балансе. Поскольку мощность потребления согласно закону Джоуля—Ленца равна $P_{\text{н}} = R_{\text{н}}I^2$, то выражению (2.15) можно придать вид

$$EI - R_{\Gamma}I^2 = R_{\text{н}}I^2, \quad (2.16)$$

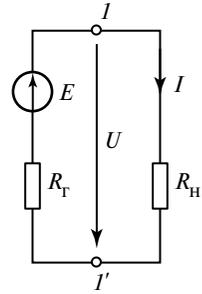
что позволяет рассчитать ток в цепи рис. 2.15:

$$I = \frac{E}{R_{\text{н}} + R_{\Gamma}}. \quad (2.17)$$

Из выражений (2.14), (2.17) следует, что мощность источника (мощность генерирования) зависит как от сопротивления нагрузки $R_{\text{н}}$, так и от внутреннего сопротивления источника R_{Γ} . Причем мощность источника с внутренним сопротивлением R_{Γ} (назовем такой источник реальным источником ЭДС) будет меньше мощности идеального источника ЭДС (источника с нулевым внутренним сопротивлением) $P'_{\text{ист}} = EI$ при том же токе I . Поскольку схема замещения реального источника ЭДС представляет собой последовательное соединение идеального источника ЭДС E и резистивного элемента R_{Γ} , то подобное обстоятельство принято характеризовать *коэффициентом полезного действия* (КПД).

Коэффициент полезного действия источника равен отношению мощностей реального и идеального источников ЭДС:

$$\eta = \frac{P_{\text{ист}}}{P'_{\text{ист}}} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E}. \quad (2.18)$$



В рассматриваемом случае с учетом выражений (2.14), (2.17) КПД источника

$$\eta = \frac{EI - R_{\Gamma} I^2}{EI} = 1 - \frac{R_{\Gamma} I}{E} = 1 - \frac{R_{\Gamma}}{R_{\text{H}} + R_{\Gamma}}. \quad (2.19)$$

Часто КПД оценивают в процентах, и тогда выражения (2.18), (2.19) приобретают вид

$$\eta = \frac{U}{E} 100, \quad \eta = \left(1 - \frac{R_{\Gamma}}{R_{\text{H}} + R_{\Gamma}} \right) 100. \quad (2.20)$$

Пример 2.3. КПД источника ЭДС с параметрами $E = 10$ В, $R_{\Gamma} = 1$ Ом, присоединенного к нагрузке с сопротивлением $R_{\text{H}} = 9$ Ом (см. рис. 2.16), согласно выражению (2.19)

$$\eta = 1 - \frac{1}{9 + 1} = 0,9,$$

или 90 %.

Как следует из выражений (2.18)—(2.20), максимальный КПД, равный единице (100 %), имеет только идеальный источник. КПД реального источника будет тем выше при заданном сопротивлении нагрузки, чем меньшим будет внутреннее сопротивление источника. Поэтому при создании источника ЭДС его внутреннее сопротивление стремятся уменьшать.

Проведя аналогичные рассуждения для реального источника тока, присоединенного к нагрузке с проводимостью G_{H} (рис. 2.17), получим, что его мощность

$$P_{\text{ист}} = UI = (I - G_{\Gamma} U)U = IU - G_{\Gamma} U^2 \quad (2.21)$$

будет меньше мощности идеального источника тока (источник с нулевой проводимостью) $P'_{\text{ист}} = IU$, КПД такого источника

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{\text{ист}}}{P'_{\text{ист}}} = \frac{IU - G_{\Gamma} U^2}{IU} = 1 - \frac{G_{\Gamma} U}{J} = \\ &= 1 - \frac{G_{\Gamma}}{G_{\text{H}} + G_{\Gamma}} \end{aligned}$$

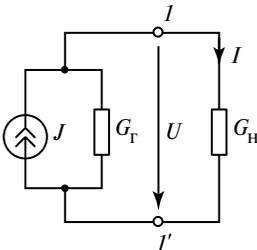


Рис. 2.17. Схема источника тока с нагрузкой

будет меньше единицы, т.е. меньше КПД идеального источника. При этом он будет тем выше при заданной проводимости нагрузки, чем меньше будет внутренняя проводимость источника тока G_r . Поэтому при создании источников тока их внутренние проводимости стремятся уменьшать.

2.9. Работа источника электрической энергии в режиме генератора и режиме потребителя

В электрической цепи, содержащей несколько источников энергии и несколько нагрузок, выражению баланса мощностей (2.13) можно придать вид

$$\sum P_{\text{ист } j} = \sum P_{\text{н } j},$$

полагая, что суммарная мощность всех источников равна суммарной мощности всех нагрузок (приемников). Заметим, что мощность любого приемника энергии (мощность потребления) $P_{\text{н } j} = R_{\text{н } j} I_{\text{н } j}^2$ зависит от его тока в квадрате и, следовательно, положительна как при $I > 0$, так и при $I < 0$. Мощность же источника может быть как положительной, тогда говорят, что источник работает в режиме генератора электрической энергии, так и отрицательной, тогда говорят, что источник работает в режиме потребителя электрической энергии или просто — в режиме потребителя.

Режим работы источников ЭДС зависит от согласованности направлений их ЭДС E_j и токов I_j , а в случае неидеальности источников еще и от значений их внутренних сопротивлений R_{rj} . Так, если направления ЭДС E_j и токов I_j идеальных источников ЭДС совпадают, то их мощности положительны и они работают в режиме генераторов, если нет — отрицательны и они работают в режиме потребителей. У неидеальных источников ЭДС мощности $P_j = U_j I_j = (E_j - R_{rj} I_j) I_j$ могут быть отрицательными даже при совпадении направлений ЭДС и токов. Это происходит в случае, когда произведение $R_{rj} I_j$ становится больше ЭДС E_j , при этом источник переходит в режим потребления, несмотря на совпадение направлений ЭДС и тока.

Пример 2.4. Определим мощности и режимы работы трех последовательно соединенных источников: двух идеальных с ЭДС $E_1 = 10$ В и $E_2 = 9$ В и одного неидеального с ЭДС $E_3 = 5$ В и внутрен-

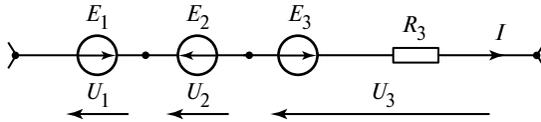


Рис. 2.18. Схема последовательно соединенных источников ЭДС

ним сопротивлением $R_3 = 1$ Ом (2 Ом) в случае, когда их ток $I = 4$ А (рис. 2.18). Далее определим мощность и режим работы третьего источника в случае, если бы его внутреннее сопротивление было 2 Ом.

Мощность первого источника $P_1 = U_1 I = E_1 I = 40$ Вт положительна, следовательно, он работает в режиме генератора. Мощность второго источника $P_2 = U_2 I = -E_2 I = -36$ Вт отрицательна, следовательно, он работает в режиме потребителя. Мощность третьего источника при $R_3 = 1$ Ом $P_3 = U_3 I = (E_3 - R_3 I) I = 1 \cdot 4 = 4$ Вт положительна, следовательно, он работает в режиме генератора. При $R_3 = 2$ Ом мощность источника $P_3 = U_3 I = (E_3 - R_3 I) I = -3 \cdot 4 = -12$ Вт отрицательна, он работает в режиме потребителя.

Режим работы источников тока зависит от согласованности направлений источников J_j и их напряжений U_j , а в случае неидеальности источников еще и от значений их внутренних проводимостей $G_{гj}$. Так, если направления источников тока J_j и напряжения U_j противоположны, то их мощности положительны и они работают в режиме генераторов, если нет — их мощности отрицательны и они работают в режиме потребителей. У неидеальных источников мощности $P_j = U_j I_j = (J_j - G_{гj} U_j) U_j$ могут быть отрицательными даже при противоположности направлений источников тока и напряжений. Это происходит в случае, когда произведение $G_{гj} U_j$ становится больше значения J_j , при этом источник переходит в режим потребления, несмотря на противоположность направлений источника и его напряжения.

Пример 2.5. Определим мощности и режимы работы трех параллельно соединенных источников: двух идеальных источников тока с $J_1 = 10$ А и $J_2 = 9$ А и одного неидеального с $J_3 = 5$ А и внутренней проводимостью $G_3 = 1$ См в случае, когда их общее напряжение $U = 4$ В (рис. 2.19). Далее определим мощность третьего источника при его внутренней проводимости 2 См.

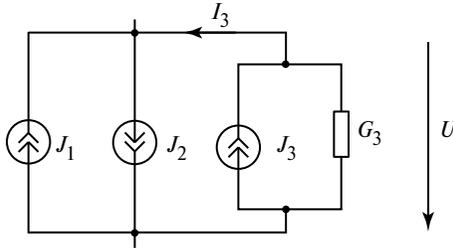


Рис. 2.19. Схема параллельно соединенных источников тока

Мощность первого источника $P_1 = UI_1 = UJ_1 = 40$ Вт положительна, следовательно, он работает в режиме генератора. Мощность второго источника $P_2 = UI_2 = U(-J_2) = -36$ Вт отрицательна, следовательно, он работает в режиме потребителя. Мощность третьего источника при $G_3 = 1$ См $P_3 = UI_3 = (J_3 - G_3U)U = 1 \cdot 4 = 4$ Вт положительна, следовательно, он работает в режиме генератора. При $G_3 = 2$ См мощность источника $P_3 = UI_3 = (J_3 - G_3U)U = -3 \cdot 4 = -12$ Вт отрицательна, он работает в режиме потребителя.

То обстоятельство, что источник (генератор) электрической энергии может работать в режиме ее потребителя, не должно маскировать его физическую природу, связанную с действием в нем сторонних сил, т.е. сил неэлектрической природы. Поэтому элементы или целые участки цепи, которые содержат такие источники, принято выделять особо, называя их *активными элементами* или активными участками цепи, в отличие от таких элементов или участков, которые источников не содержат и называются *пассивными элементами* или пассивными участками цепи.

Контрольные вопросы

1. Что такое электрическая цепь и каковы ее основные элементы?
2. Что такое схема электрической цепи? В чем различие схемы замещения, монтажной схемы и принципиальной схемы цепи?
3. Что понимается под потреблением электрической энергии в ее приемниках?
4. Как связаны напряжение и ток идеального резистивного элемента?
5. В чем различие линейной и нелинейной электрических цепей?
6. Какие элементы цепей постоянного тока описываются внешними характеристиками, а какие — вольт-амперными характеристиками? Как классифицируются вольт-амперные характеристики?

7. Назовите основное свойство последовательного и основное свойство параллельного соединения элементов цепи.

8. Какие энергетические процессы происходят в источниках электрической энергии? Что такое сторонняя сила электрического поля и какую способность характеризует электродвижущая сила?

9. Если единицей электродвижущей силы, напряжения и потенциала является вольт, то в чем различие этих понятий?

10. В чем отличие источника ЭДС от источника тока? Каковы их схемы замещения и уравнения?

11. Что понимается под балансом мощностей цепи и какова математическая запись этого баланса?

12. Как определяется и от чего зависит коэффициент полезного действия источника в цепи?

Темы рефератов

1. Электрические цепи и схемы, их элементы.
2. Источники электрической энергии и их работа.

Глава 3

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

3.1. Законы Кирхгофа и полная система уравнений электрической цепи

Полная система уравнений, описывающая электромагнитные процессы в электрической цепи, состоит из уравнений, составленных по первому и второму законам Кирхгофа, и компонентных уравнений всех элементов цепи.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, вытекающих из узла цепи, равна нулю. Всего по первому закону Кирхгофа может быть составлено $(y - 1)$ независимое уравнение, где y — число узлов цепи. Так, для цепи, изображенной на рис. 3.1, с четырьмя узлами ($y = 4$) 0, 1, 2, 3 может быть составлено $y - 1 = 3$ независимых уравнения. Для узлов 1, 2, 3 при выбранных условно-положительных направлениях токов ветвей это будут уравнения соответственно:

$$I_1 + I_4 - I_6 = 0, I_2 - I_4 - I_5 = 0, -I_3 + I_5 + I_6 = 0. \quad (3.1)$$

Здесь знак плюс ставится перед токами, выходящими из данного узла, а знак минус перед токами, входящими в него.

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма напряжений всех элементов, входящих в любой контур (замкнутый путь) цепи, равна нулю. Всего по второму закону Кирхгофа может быть составлено $b - (y - 1) = b - y + 1$ независимое уравнение, где b — число ветвей цепи. Так, для цепи, изображенной на рис. 3.1, с шестью ветвями и четырьмя узлами может быть составлено $b - y + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$ таких уравнения. Для их составления нужно выбрать три контура так, чтобы любая ветвь цепи вошла хотя бы в один контур. Поскольку рассматриваемая цепь имеет планарную схему, такой выбор прост — в качестве контуров можно взять три внутренние ее ячейки $K1, K2, K3$. Далее нужно задаться направлением обхода контуров. На рис. 3.1 в качестве такового для всех контуров выбрано направление вращения часовой стрелки. Для контуров $K1, K2, K3$ уравнения второго закона Кирхгофа имеют вид соответственно:

$$U_1 + U_4 - U_2 = 0, U_2 - U_5 + U_3 = 0, -U_4 + U_5 + U_6 = 0. \quad (3.2)$$

Здесь знак плюс ставится перед напряжениями, направления которых совпадают с направлением обхода данного контура, а знак минус, когда эти направления противоположны.

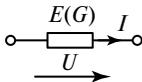
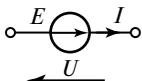
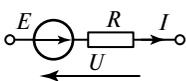
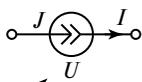
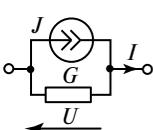
Таким образом, всего по первому и второму законам Кирхгофа может быть составлено $(y - 1) + [b - (y - 1)] = b$ уравнений. Для цепи с b ветвями и, следовательно, $2b$ неизвестными токами и напряжениями ветвей b уравнения Кирхгофа дополняются b компонентными уравнениями, связывающими токи и напряжения ветвей. Для основных элементов цепей постоянного тока такие уравнения представлены в табл. 3.1

Для цепи на рис. 3.1 компонентные уравнения шести ветвей ($b = 6$) имеют вид

$$\begin{aligned} U_1 &= E_1 - R_1 I_1, & U_2 &= E_2, & I_3 &= J_3 - G_3 U_3, & U_4 &= R_4 I_4, \\ & & & & U_5 &= R_5 I_5, & I_6 &= J_6. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Двенадцать уравнений (3.1)—(3.3) представляют собой полную систему уравнений цепи на рис. 3.1. Учитывая простоту компонент-

Таблица 3.1

Элемент	Обозначение в схеме	Компонентное уравнение
Резистивный элемент		$U = RI \quad (I = GU)$
Идеальный источник ЭДС		$U = E$
Источник ЭДС		$U = E - RI$
Идеальный источник тока		$I = J$
Источник тока		$I = J - GU$

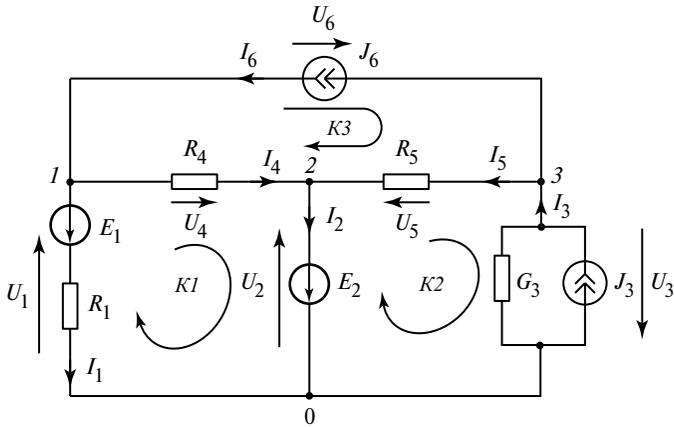


Рис. 3.1. Электрическая цепь с четырьмя узлами и шестью ветвями

ных уравнений ветвей, их часто сразу используют в записи уравнений Кирхгофа. При этом известные значения ЭДС и токов идеальных источников тока записывают в правой части этих гибридных уравнений. Тогда для рассматриваемой цепи уравнения первого закона Кирхгофа можно представить в виде

$$I_1 + I_4 = J_6, \quad I_2 - I_4 - I_5 = 0, \quad G_3 U_3 + I_5 = -J_6 + J_3, \quad (3.4)$$

а второго закона Кирхгофа — в виде

$$\begin{aligned} -R_1 I_1 + R_4 I_4 &= E_2 - E_1, & -R_5 I_5 + U_3 &= -E_2, \\ R_5 I_5 - R_4 I_4 + U_6 &= 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Полученная система из шести уравнений позволяет найти шесть неизвестных: $I_1, I_2, U_3, I_4, I_5, U_6$, остальные неизвестные находятся из решения простых компонентных уравнений.

Ясно, что решение 12 уравнений (3.1)—(3.3) значительно сложнее решения шести уравнений (3.4), (3.5). Таким образом, оказывается, что для расчета электромагнитных процессов можно составлять разные математические модели и строить наиболее оптимальные алгоритмы. Важно изначально правильно поставить задачу такого расчета и осуществить подготовку к ее решению.

Задача анализа цепи. Даны схема (топология) цепи и значения параметров всех ее пассивных и активных элементов. Требуется определить токи и напряжения всех или некоторых элементов цепи.

На этапе подготовки задачи к решению необходимо:

1. Занумеровать последовательным рядом чисел 1, 2, 3 ... все ветви цепи и последовательным рядом 0, 1, 2, 3... все ее узлы. При этом номер «нуль» присваивается тому узлу, который на практике обычно соединяется с землей (заземляется).

2. Выбрать условно положительные направления токов и напряжений всех ветвей цепи. При этом для источников ЭДС и тока эти направления удобно выбирать так, как это показано в табл. 3.1, т.е. согласуя их с направлениями ЭДС либо токов идеальных источников.

На этапе решения задачи анализа искомые токи и напряжения цепи выражаются через известные ее параметры с помощью законов Кирхгофа и компонентных уравнений. Если при этом окажется, что найденное значение тока или напряжения положительное, то истинное направление этого тока или напряжения будет совпадать с выбранным его условно-положительным направлением, если отрицательное, то оно будет противоположно выбранному направлению. По направлениям токов и напряжений в идеальных источниках энергии можно судить о режимах их работы. Таким образом, решение задачи анализа цепи дает не только количественные данные токов и напряжений элементов цепи, но и энергетическую картину режима ее работы.

Пример 3.1. Решим задачу анализа для цепи на рис. 3.1 с параметрами: $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_4 = R_5 = 2 \text{ Ом}$, $G_3 = 1 \text{ См}$, $E_1 = 5 \text{ В}$, $E_2 = 1 \text{ В}$, $J_3 = 3 \text{ А}$, $J_6 = 1 \text{ А}$ и выбранными условно-положительными направлениями токов и напряжений. Оценим режимы работы источников цепи.

Подставляя численные данные параметров элементов цепи в уравнения (3.4), (3.5), получаем

$$I_1 + I_4 = 1 \text{ А}; \quad I_2 - I_4 - I_5 = 0; \quad 1U_3 + I_5 = 2 \text{ А}; \quad -1I_1 + 2I_4 = -4 \text{ В}; \\ -2I_5 + U_3 = -1 \text{ В}; \quad -2I_5 + U_3 = -1 \text{ В}; \quad 2I_5 - 2I_4 + U_6 = 0.$$

Решая полученную систему уравнений, находим

$$I_1 = 2 \text{ А}, \quad I_2 = 0, \quad I_4 = -1 \text{ А}, \quad I_5 = 1 \text{ А}, \quad U_3 = 1 \text{ В}, \quad U_6 = -4 \text{ В}.$$

Из компонентных уравнений (3.3) находим

$$U_1 = E_1 - R_1 I_1 = 5 - 1 \cdot 2 = 3 \text{ В}; \quad U_2 = E_2 = 1 \text{ В}; \\ I_3 = J_3 - G_3 U_3 = 3 - 1 \cdot 1 = 2 \text{ А}; \quad U_4 = R_4 I_4 = 2 \cdot (-1) = -2 \text{ В}; \\ U_5 = R_5 I_5 = 2 \cdot 1 = 2 \text{ В}; \quad I_6 = J_6 = 1 \text{ А}.$$

Таким образом, истинные направления токов I_1, I_3, I_5, I_6 и напряжений U_1, U_2, U_3, U_5 совпадают с выбранными условно-положитель-

ными направлениями токов и напряжений, а истинные направления тока I_4 и напряжений U_4, U_6 противоположны выбранным на рис. 3.1 условно-положительным направлениям тока I_4 и напряжений U_4, U_6 . При этом источник ЭДС E_1 с током $I_1 > 0$ и источник тока J_3 с напряжением $U_3 > 0$ работают в режиме генераторов электрической энергии, источник тока J_6 с напряжением $U_6 < 0$ — в режиме потребления электрической энергии, а источник ЭДС E_2 с током $I_2 = 0$ — в режиме холостого хода, когда не потребляет и не генерирует энергию.

В заключение заметим, что и система из шести уравнений (3.4), (3.5), описывающих процессы в достаточно простой цепи (см. рис. 3.1), представляется излишне сложной, а их составление слабо формализованным. Изучение иных способов анализа цепей, более формализованных и не требующих составления столь значительного числа уравнений, составит основу содержания последующих параграфов данной главы.

3.2. Расчет и потенциальная диаграмма неразветвленной цепи. Обобщенный закон Ома

Для расчета неразветвленной цепи, т.е. цепи, состоящей из одного контура, может быть использован *обобщенный закон Ома*: ток I участка цепи из n последовательно соединенных источников ЭДС E_j и m резистивных элементов R_j имеет линейную связь с его напряжением:

$$I = \frac{U - E_3}{R_3}, \quad R_3 = R_1 + R_2 + \dots + R_m, \quad E_3 = \pm E_1 \pm E_2 \pm \dots \pm E_n. \quad (3.6)$$

Здесь R_3 — эквивалентное сопротивление участка, а E_3 — эквивалентная ЭДС участка, j -е слагаемое которой $j = 1, 2, \dots, n$ берется со знаком плюс, если условно-положительное направление тока I и напряжения U участка совпадает с направлением j -й ЭДС, и со знаком минус в противном случае.

Для участка цепи, показанного на рис. 3.2, *а*, математическая запись (3.6) обобщенного закона Ома примет вид

$$I = \frac{U + E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad (3.7)$$

где $E_1 - E_2 = E_3$ — эквивалентная ЭДС, а $R_1 + R_2 + R_3 = R_3$ — эквивалентное сопротивление участка. Если крайние узлы участка

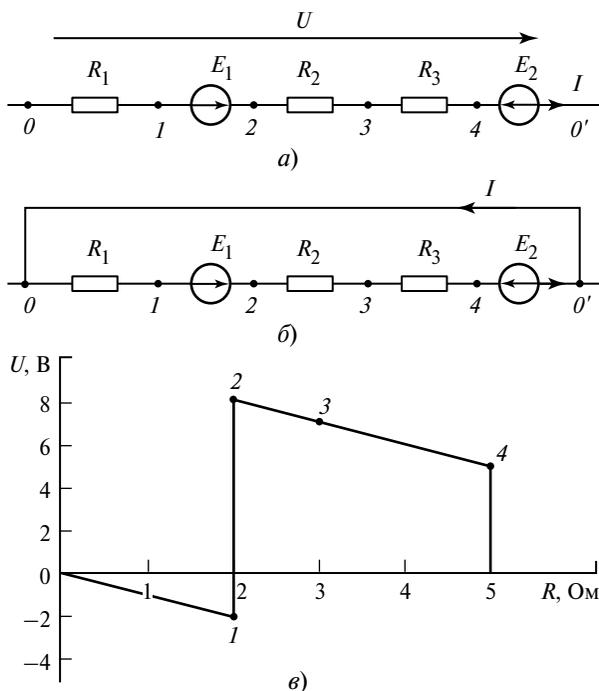


Рис. 3.2. Ток и напряжение неразветвленной цепи:

a — участок цепи; *б* — неразветвленная цепь; *в* — потенциальная диаграмма неразветвленной цепи

замкнуты между собой, т.е. он представляет собой неразветвленную цепь, то выражение (3.6), в котором $U = 0$, позволяет рассчитать ток этой цепи:

$$I = E_3 / R_3. \quad (3.8)$$

В этом случае эквивалентную ЭДС E_3 называют также контурной ЭДС, а эквивалентное сопротивление R_3 — контурным сопротивлением.

Пример 3.2. Определить ток неразветвленной цепи на рис. 3.2, *б* с параметрами: $R_1 = R_3 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $E_1 = 10$ В, $E_2 = 5$ В.

Находим эквивалентное (контурное) сопротивление и эквивалентную (контурную) ЭДС:

$$R_3 = R_1 + R_2 + R_3 = 2 + 1 + 2 = 5 \text{ Ом}, \quad E_3 = E_1 - E_2 = 10 - 5 = 5 \text{ В}.$$

Выражение (3.8) дает искомый ток

$$I = \frac{E_3}{R_3} = \frac{5}{5} = 1 \text{ А.}$$

Зная ток в неразветвленной цепи, по закону Ома можно определить напряжения на всех ее резистивных элементах.

Часто при решении задачи анализа интерес представляют не напряжения отдельных элементов, а междуузловые напряжения цепи, которые можно определить по потенциалам узлов U_j , т.е. напряжениям $U_j = U_{j0}$ между данным узлом и некоторым базисным узлом 0 , потенциал которого полагаем равным нулю. Потенциалы узлов U_j называют также узловыми напряжениями. Так, для цепи на рис. 3.2, *a* потенциалы узлов $1-4$ очевидно равны:

$$U_1 = U_{10} = -IR = -2 \text{ В}, \quad U_2 = U_{20} = U_1 + E_1 = -2 + 10 = 8 \text{ В}, \\ U_3 = U_{30} = U_2 - IR_2 = 8 - 1 \cdot 1 = 7 \text{ В}, \quad U_4 = U_{40} = U_3 - IR_3 = 7 - 1 \cdot 2 = 5 \text{ В}.$$

График распределения потенциалов вдоль некоторого участка или контура цепи называют потенциальной диаграммой. По оси абсцисс на этом графике откладывают сопротивления между рассматриваемой точкой участка и базисным узлом, на оси ординат — потенциал точки. При этом каждой точке участка цепи соответствует определенная точка на диаграмме. Потенциалы двух узлов источника ЭДС соединяют вертикальной линией, а двух узлов резистивного элемента — наклонной линией.

Пример 3.3. Построим потенциальную диаграмму для цепи на рис. 3.2, *a* в случае, когда ее узлы 0 и $0'$ соединены проводником (рис. 3.2, *б*). Для этого сначала на оси абсцисс (рис. 3.2, *в*) нанесем точки, соответствующие узлу 0 (сопротивление равно 0), узлу 1 (2 Ом), узлу 2 (2 Ом), узлу 3 (3 Ом), узлу 4 (5 Ом) и узлу $0'$ (5 Ом). Далее построим ординаты этих точек: $U_0 = 0$, $U_1 = -2 \text{ В}$, $U_2 = 8 \text{ В}$, $U_3 = 7 \text{ В}$, $U_4 = 5 \text{ В}$ (см. выше) и соединим смежные точки отрезками прямых. Диаграмма построена.

По потенциальной диаграмме легко определить напряжение между любыми двумя узлами, для чего необходимо взять разницу между ординатами точек диаграммы, соответствующих этим узлам. Так, для определения напряжения U_{41} между узлами 4 и 1 нужно из ординат узла 4 (5 В) вычесть ординату узла 1 (-2 В), в результате получим $5 - (-2) = 7 \text{ В}$. По диаграмме также можно определить

сопротивление какого-либо резистивного участка, для чего необходимо взять разность абсцисс граничных точек участка. Так, сопротивление участка между узлами 4 и 2 равно разности абсцисс этих точек диаграммы: $R_2 + R_3 = 5 - 2 = 3$ Ом.

3.3. Расчет разветвленной цепи методом ее преобразований. Эквивалентное сопротивление последовательного, параллельного и смешанного соединений резистивных элементов

Под преобразованием электрической цепи понимается такое изменение схемы и параметров ее отдельных частей, которое не изменяет распределение токов и напряжений в оставшейся части цепи. Простейшими преобразованиями являются замены последовательного, параллельного или смешанного соединения резистивных элементов одним резистивным элементом.

Преобразование последовательного соединения резистивных элементов (рис. 3.3, а), ток I в котором одинаков для всех элементов, основано на равенстве $U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ и учете компонентных уравнений $U_1 = R_1 I$, $U_2 = R_2 I$, $U_n = R_n I$. Имеем:

$$U = R_1 I + R_2 I + \dots + R_n I = R_3 I, \quad R_3 = R_1 + R_2 + \dots + R_n. \quad (3.9)$$

Таким образом, последовательное соединение резистивных элементов может быть заменено одним резистивным элементом с эквивалентным сопротивлением R_3 , равным сумме сопротивлений всех резистивных элементов.

Преобразование параллельного соединения резистивных элементов (рис. 3.3, б), напряжение которого одинаково для всех элементов, основано на равенстве $I = I_1 + I_2 + \dots + I_m$ и учете компонентных уравнений $I_1 = G_1 U$, $I_2 = G_2 U$, ..., $I_m = G_m U$. Имеем:

$$I_1 = G_1 U + G_2 U + \dots + G_m U = G_3 U, \\ G_3 = G_1 + G_2 + \dots + G_m. \quad (3.10)$$

Таким образом, параллельное соединение резистивных элементов может быть заменено одним резистивным элементом с эквивалентной проводимостью G_3 , равной сумме проводимостей всех резистивных элементов. Если в качестве параметров параллельно соединенных резистивных элементов заданы не проводимости G_1, G_2, \dots, G_m ,

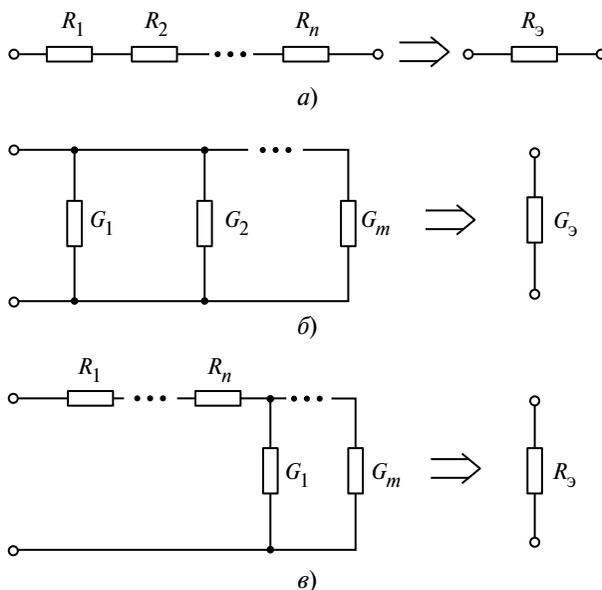


Рис. 3.3. Эквивалентное сопротивление соединений резистивных элементов:
a — эквивалентное сопротивление последовательного соединения резистивных элементов; *б* — эквивалентное сопротивление параллельного соединения резистивных элементов; *в* — эквивалентное сопротивление смешанного соединения резистивных элементов

а сопротивления, то эквивалентное сопротивление такого соединения определится из соотношения

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_m}. \quad (3.11)$$

В частности, для двух параллельно соединенных резистивных элементов ($n = 2$) с сопротивлениями R_1, R_2 имеем:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \Rightarrow R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (3.12)$$

Для определения эквивалентного сопротивления смешанного соединения элементов, часть которых соединена последовательно, а часть параллельно, необходимо вначале заменить первый участок из последовательно соединенных резистивных элементов одним резис-

тивным элементом и второй участок из параллельно соединенных элементов также одним резистивным элементом. Затем, воспользовавшись рассмотренными выше преобразованиями, найти эквивалентное сопротивление соединения. Так, для смешанного соединения (рис. 3.3, в) имеем:

$$R_{\text{э}1} = R_1 + R_2 + \dots + R_n, \quad G_{\text{э}2} = G_1 + G_2 + \dots + G_m,$$

$$R_{\text{э}} = R_{\text{э}1} + \frac{1}{G_{\text{э}2}}. \quad (3.13)$$

Последовательное использование рассмотренных преобразований позволяет упрощать расчет сложных разветвленных цепей, а в ряде случаев сводить его к расчету неразветвленных цепей.

Пример 3.4. Определить токи ветвей разветвленной цепи (рис. 3.4, а) с параметрами: $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 0,8$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 3$ Ом, $E = 3$ В. Согласно выражениям (3.12) (3.13) находим:

$$R_{\text{э}1} = R_1 + R_2 = 1 + 0,8 = 1,8 \text{ Ом},$$

$$R_{\text{э}2} = \frac{1}{G_{\text{э}2}} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 1,2 \text{ Ом},$$

$$R_{\text{э}} = R_{\text{э}1} + R_{\text{э}2} = 3 \text{ Ом}.$$

Для неразветвленной цепи (рис. 3.4, б) имеем

$$I_{1,2} = \frac{E}{R_{\text{э}}} = 1 \text{ А}.$$

Последующий расчет цепи основывается на использовании закона Ома. Зная ток $I_{1,2}$, по закону Ома можно найти вначале напря-

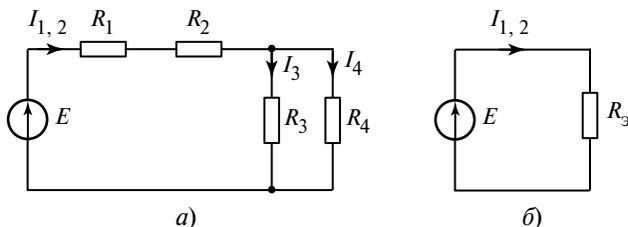


Рис. 3.4. Преобразование разветвленной цепи:

а — разветвленная цепь; б — эквивалентная неразветвленная цепь

жение $U_{3,4}$ параллельного соединения резистивных элементов $U_{3,4} = R_{32}I_{1,2}$, а затем и токи в этих элементах:

$$I_3 = \frac{R_2 I_{1,2}}{R_3} = \frac{R_4 I_{1,2}}{R_3 + R_4} = 0,6 \text{ А},$$

$$I_4 = \frac{R_2 I_{1,2}}{R_4} = \frac{R_3 I_{1,2}}{R_3 + R_4} = 0,4 \text{ А}.$$

Последние два выражения, показывающие характер распределения токов в параллельном соединении резистивных элементов, называют также *формулами разброса*.

3.4. Понятие об эквивалентном генераторе

Понятие об эквивалентном генераторе относится к числу важнейших понятий теории электрических цепей. Для его введения вначале познакомимся с понятием «двухполюсник».

Двухполюсником называется любая часть электрической цепи с двумя выделенными узлами (выводами). Различают активные двухполюсники, содержащие источники энергии, и пассивные двухполюсники, не содержащие источников. Двухполюсник условно изображается на схеме прямоугольником, причем активный двухполюсник помечается буквой A (рис. 3.5, а), пассивный — буквой P .

Эквивалентным генератором некоторого активного двухполюсника называется такой источник ЭДС E_r с внутренним сопротивлением R_r (рис. 3.5, б) или источник тока J_r с внутренней проводимостью G_r (рис. 3.5, в), замена на который двухполюсника не меняет распределение токов и напряжений в остальной цепи.

Доказательство правомерности замены двухполюсника A , подсоединенного к цепи C (см. рис. 3.5, а), эквивалентным генератором (рис. 3.5, б) основано на возможности подбора таких параметров E_r , R_r генератора, которые обеспечивали бы совпадение внешних характеристик $U = f(I)$ двухполюсника A и генератора. Заметим, что в силу линейности уравнений, описывающих двухполюсник и генератор, их внешние характеристики также линейны и графически изображаются в виде наклонных прямых. Опишем внешнюю характеристику двухполюсника A линейным уравнением: $U = U_x - RI$ (рис. 3.5, г). Здесь U_x — напряжение холостого хода (рис. 3.5, д), а R — входное сопротивление двухполюсника A , которое может быть определено по

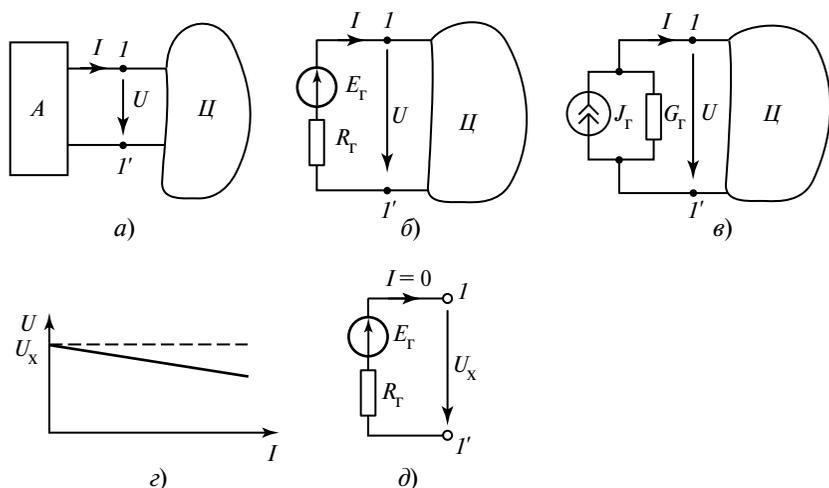


Рис. 3.5. Эквивалентный генератор двухполюсника:

a — активный двухполюсник *A* и цепь *Ц*; *б* — эквивалентный генератор ЭДС двухполюсника *A*; *в* — эквивалентный генератор тока двухполюсника *A*; *г* — внешняя характеристика двухполюсника *A*; *д* — напряжение холостого хода двухполюсника *A*

закону Ома в случае, если значения всех источников энергии двухполюсника обнулены. Положив $E_{\Gamma} = U_x$ и $R_{\Gamma} = R$, получим совпадение внешней характеристики генератора (см. рис. 3.5, б) $U = E_{\Gamma} - R_{\Gamma}I$ с внешней характеристикой двухполюсника (см. рис. 3.5, а).

Схему эквивалентного генератора ЭДС (см. рис. 3.5, б) в теории электрических цепей называют *схемой Тевенена*. Если уравнение ее внешней характеристики $U = E_{\Gamma} - R_{\Gamma}I$ разрешить относительно тока

$$I = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma}} - \frac{1}{R_{\Gamma}}U, \text{ то полученному уравнению можно поставить в соот-}$$

ветствие схему эквивалентного генератора тока (см. рис. 3.5, в), называемую *схемой Нортон*, с параметрами

$$J_{\Gamma} = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}, \quad G_{\Gamma} = \frac{1}{R_{\Gamma}}. \quad (3.14)$$

Замену схемы Тевенена схемой Нортон называют преобразованием источника ЭДС в источник тока. Возможна и обратная замена

источника тока (см. рис. 3.5, д) в источник ЭДС (см. рис. 3.5, б), при которой

$$E_{\Gamma} = \frac{J_{\Gamma}}{G_{\Gamma}}, \quad R_{\Gamma} = \frac{1}{G_{\Gamma}}. \quad (3.15)$$

Замена сложных по структуре двухполюсников на простые эквивалентные генераторы ЭДС (см. рис. 3.5, б) или тока (см. рис. 3.5, в) упрощает как анализ физической картины процессов в сложных цепях, так и их расчет. Метод расчета цепей, основанный на такой замене, называют методом эквивалентного генератора.

Пример 3.5. Найти параметры эквивалентного генератора двухполюсника, выделенного на рис. 3.6, а штриховой линией, и рассчитать, пользуясь методом эквивалентного генератора, ток I . Для определения напряжения холостого хода U_x и внутреннего сопротивления R двухполюсника рассмотрим его отдельно, предварительно преобразовав параллельное соединение источника тока $J_2 = 1$ А с проводимостью $G_2 = 0,5$ См в последовательное соединение источника ЭДС $E_2 = J_2/G_2 = 2$ В с сопротивлением $R_2 = 1/G_2 = 2$ Ом. Напряжение холостого хода двухполюсника (рис. 3.6, б) $U_x = E_1 - E_2 = 1$ В, а входное сопротивление $R = R_1 + R_2 = 5$ Ом. Замена двухполюсника эквивалентным генератором с параметрами $E_{\Gamma} = U_x = 1$ В, $R_{\Gamma} = R = 5$ Ом упрощает исходную цепь. Расчет тока I в неразветвленной

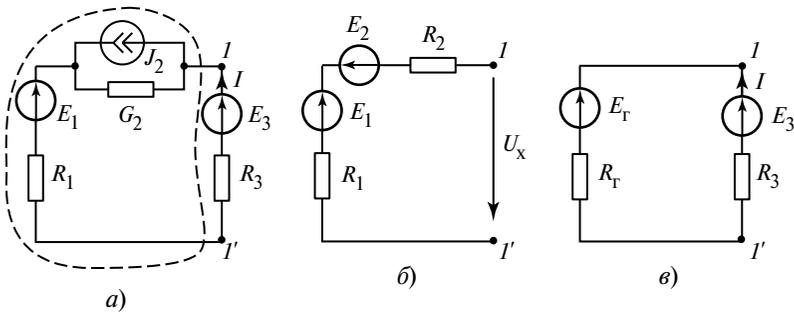


Рис. 3.6. Расчет цепи методом эквивалентного генератора:

а — исходная цепь; б — цепь для определения напряжения холостого хода эквивалентного генератора; в — цепь с эквивалентным генератором

цепи с эквивалентным генератором (рис. 3.5, в) не вызывает сложностей и может быть проведен по обобщенному закону Ома

$$I = \frac{E_3 - E_r}{R_3 + R_r} = \frac{3}{6} = 0,5 \text{ A.}$$

В заключение заметим, что расчет сложных электрических цепей, основанный на замене отдельных подцепей более простыми подцепями (типа эквивалентных генераторов для двухполюсников), называется *диакоптической* или расчетом электрических цепей по частям.

3.5. Метод узловых напряжений

Метод узловых напряжений (другое название — метод узловых потенциалов) применяется для расчета цепей, содержащих резистивные элементы и источники тока, но не содержащих источников ЭДС. Согласно этому методу цепь описывается только уравнениями первого закона Кирхгофа, в которых неизвестные токи ветвей выражены через узловые напряжения (узловые потенциалы, см. § 3.2).

Пример 3.6. Выразим уравнения первого закона Кирхгофа $I_1 - I_4 = J_6$, $I_2 + I_4 + I_5 = 0$, $-I_5 = -J_3 - J_6$ цепи на рис. 3.7 через потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ узлов 1, 2, 3, считая узел 0 базисным узлом. Для этого вначале выразим неизвестные токи элементов через их напряжения с помощью компонентных уравнений $I_1 = G_1 U_1 + J_1$; $I_2 = G_2 U_2 + J_2$;

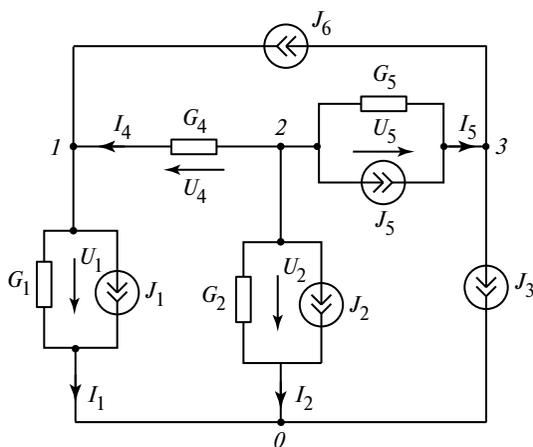


Рис. 3.7. Цепь с четырьмя узлами

общая проводимость узлов i и j $G_{ij} = G_{ji}$ равна проводимости элемента, соединяющего эти узлы, взятой с отрицательным знаком (для цепи на рис. 3.7 $G_{12} = G_{21} = -G_4$; $G_{13} = G_{31} = 0$; $G_{23} = G_{32} = -G_5$);

узловой ток J_{jj} узла j равен сумме токов источников тока, подходящих к узлу j (для цепи на рис. 3.7 $J_{11} = -J_1 + J_6$; $J_{22} = -J_2 - J_5$; $J_{33} = -J_3 + J_5 - J_6$).

Правильность составления узловых уравнений по этим правилам может быть проверена по следующим их свойствам:

собственные проводимости узлов всегда положительны (так, в цепи на рис. 3.7 $G_{11} > 0$, $G_{22} > 0$, $G_{33} > 0$);

общие проводимости $G_{ij} = G_{ji}$ имеют отрицательный знак, если между узлами i и j есть резистивный элемент с ненулевой проводимостью, и равны нулю ($G_{ij} = G_{ji} = 0$), если такого элемента нет (для цепи на рис. 3.7 $G_{13} = G_{31} = 0$);

сумма $\sum_{j=1}^m G_{ij}$ собственной G_{ii} и общих G_{ij} ($i \neq j$) проводимостей j -го узла цепи, т.е. сумма всех коэффициентов j -го уравнения системы (3.17), равна проводимости ветви, соединяющей узел j с базисным узлом цепи (для цепи на рис. 3.7 $G_{11} + G_{22} + G_{13} = G_1$, $G_{22} = G_2$, $G_{33} = 0$);

сумма всех узловых токов $J_{11} + J_{22} + \dots + J_{mm}$ равна сумме токов источников тока, выходящих из базисного узла цепи (для цепи на рис. 3.7 $J_{11} + J_{22} + J_{33} = -J_1 - J_2 - J_3$).

Методика расчета цепи методом узловых напряжений сводится к следующим действиям:

1. На этапе подготовки цепи к расчету все источники ЭДС с внутренними сопротивлениями цепи преобразуются в источники тока с внутренними проводимостями; выбирается базисный узел, 0 и остальные узлы цепи нумеруются последовательным рядом целых положительных чисел 1, 2, 3, ..., m .

2. По изложенным выше определениям формируются узловые уравнения (3.17) цепи, осуществляется проверка корректности уравнений (3.17) по свойствам собственных и общих проводимостей узловых уравнений, а также узловых токов.

3. Решаются уравнения (3.17) и находятся узловые потенциалы (напряжения) $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_m$.

4. Напряжения U_{ij} между любыми узлами i, j цепи находятся как разности соответствующих потенциалов $U_{ij} = \varphi_i - \varphi_j$, далее находятся неизвестные токи элементов цепи по их компонентным уравнениям.

3.6. Метод контурных токов

Метод контурных токов применяется для расчета цепей, содержащих резистивные элементы и источники ЭДС, но не содержащих источников тока. Согласно этому методу цепь описывается уравнениями второго закона Кирхгофа, в которых неизвестные напряжения ветвей выражены через контурные токи — токи ветвей цепи, входящие только в один контур.

Пример 3.7. Выразим уравнения второго закона Кирхгофа $U_1 + U_5 = E_1 - E_6$, $U_2 + U_5 + U_4 = E_2 + E_4$, $U_3 - U_4 = E_3 - E_6 - E_4$ контуров $K1, K2, K3$ цепи на рис. 3.8 через контурные токи $I_{K1} = I_1$, $I_{K2} = I_2$, $I_{K3} = I_3$ (здесь направление обхода каждого контура задается условно-положительным направлением соответствующего контурного тока). Для этого вначале выразим напряжения резистивных элементов через их токи с помощью закона Ома: $U_1 = R_1 I_1$, $U_2 = R_2 I_2$, $U_3 = R_3 I_3$, $U_4 = R_4 I_4$, $U_5 = R_5 I_5$, а эти токи через контурные токи $I_1 = I_{K1}$, $I_2 = I_{K2}$, $I_3 = I_{K3}$, $I_4 = I_{K2} - I_{K3}$, $I_5 = I_{K1} + I_{K2}$, $I_6 = -I_{K1} - I_{K3}$. Подставляя полу-

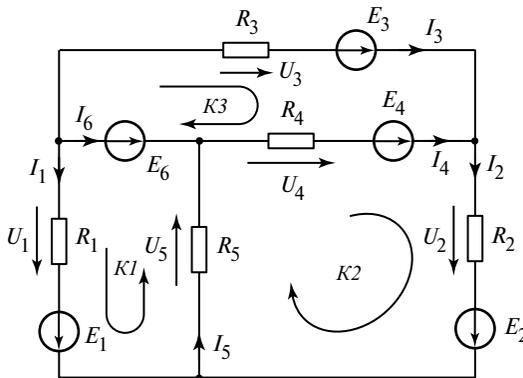


Рис. 3.8. Цепь с тремя контурами

знаком минус, если не совпадают (для цепи на рис. 3.8 $R_{12} = R_{21} = R_5$, $R_{13} = R_{31} = 0$, $R_{23} = R_{32} = -R_4$);

контурная ЭДС E_{jj} контура j равна алгебраической сумме ЭДС, входящих в j -й контур, где знак плюс берется для ЭДС, направление которых совпадает с направлением обхода контура, а знак минус, если не совпадает (для цепи на рис. 3.8 $E_{11} = E_1 - E_6$, $E_{22} = E_2 + E_4$, $E_{33} = E_3 - E_4 - E_6$).

Методика расчета цепи методом контурных токов сводится к следующим действиям:

1. Все источники тока с внутренними проводимостями преобразуются в источники ЭДС с внутренними сопротивлениями; все независимые контуры нумеруются последовательным рядом целых положительных чисел $1, 2, 3, \dots, m$.

2. По изложенным выше определениям формируются контурные уравнения (3.19).

3. Решаются уравнения (3.19) и находятся контурные токи I_{K1} , I_{K2} , I_{K3} .

4. Токи в остальных ветвях находятся по первому закону Кирхгофа, далее находятся неизвестные напряжения ветвей по их компонентным уравнениям.

3.7. Метод смешанных величин

Метод узловых напряжений, основанный на первом законе Кирхгофа, не применим для расчета цепей, содержащих идеальные источники ЭДС, а метод контурных токов, основанный на втором законе Кирхгофа, не применим для расчета цепей, содержащих идеальные источники тока. Таким образом, по этим методам нельзя рассчитать цепь, содержащую одновременно идеальные источники ЭДС и тока. Для расчета подобных цепей используют метод смешанных величин, основанный на одновременном использовании как первого, так и второго законов Кирхгофа. Смешанными величинами называют совокупности узловых напряжений (потенциалов) и контурных токов, а уравнения цепи, составленные относительно смешанных величин, называют смешанными или гибридными уравнениями.

Пример 3.8. Составим и решим смешанные уравнения для цепи, изображенной на рис. 3.9. Для этого вначале запишем уравнения первого $I_1 - I_2 = 0$ и второго $U_1 + U_2 = E_2$ законов Кирхгофа, в которые затем подставим компонентные уравнения источника тока $I_1 =$

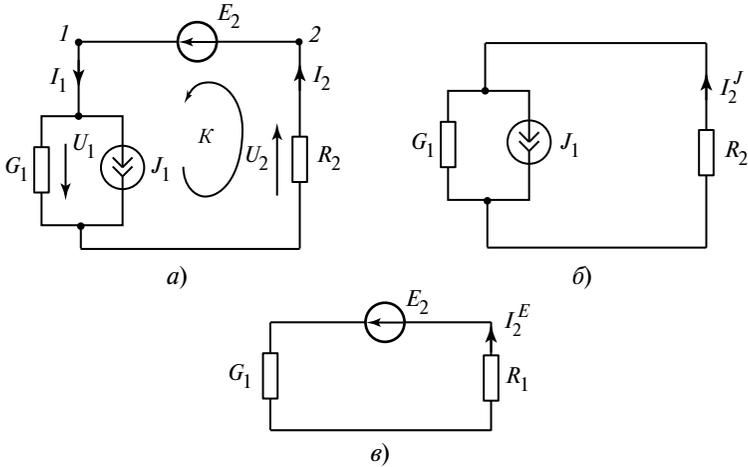


Рис. 3.9. Схемы расчета цепи с источниками ЭДС и тока:

a — цепь с двумя источниками; *б* — цепь с источником тока; *в* — цепь с источником ЭДС

$= G_1 U_1 + J_1$ и резистивного элемента $U_2 = R_2 I_2$. Выбрав в качестве смешанных величин потенциал узла 1 $\phi_1 = U_1$ и контурный ток $I_K = I_2$ контура K , получим смешанные уравнения

$$\left. \begin{aligned} G_{11} \phi_1 - I_K &= J_{11}; \\ \phi_1 + R_{11} I_K &= E_{11}, \end{aligned} \right\}$$

где $G_{11} = G_1$, $J_{11} = -J_1$, $R_{11} = R_2$, $E_{11} = E_2$.

Решение этих уравнений дает

$$\phi_1 = \frac{-R_2 J_1 + E_2}{G_1 R_2 + 1}, \quad I_2 = \frac{G_1 E_2 + J_1}{G_1 R_2 + 1}.$$

При расчете цепей методом смешанных величин используется следующая методика. Вначале цепь разбивается на две подцепи, к первой из которых относят все источники тока (в примере 3.8 это источник тока J_1), ко второй относят все источники ЭДС (в примере 3.8 это источник ЭДС E_2). Резистивные элементы распределяют между этими подцепями, исходя из соображений удобства записи смешанных уравнений. К первой подцепи относят резистивные элементы,

описываемые в смешанных уравнениях с использованием узловых потенциалов, а ко второй подцепи — резистивные элементы, описываемые в смешанных уравнениях с использованием контурных токов (в примере 3.8 резистивный элемент R_1 отнесен к подцепи 1, а резистивный элемент R_2 отнесен к подцепи 2). Далее составляются и решаются смешанные уравнения и по законам Кирхгофа и компонентным уравнениям находятся все искомые токи и напряжения цепи.

3.8. Расчет электрических цепей методом наложения

Из линейности систем уравнений (узловых, контурных, смешанных) линейных электрических цепей следует *принцип наложения (суперпозиции)*: ток в любой ветви цепи равен сумме токов, называемых *частичными токами и обусловленных действием каждого источника цепи в отдельности*. Аналогичная формулировка справедлива и для напряжений любой ветви. На этом принципе основан метод наложения, согласно которому для расчета цепи искомые величины — токи и напряжения вначале представляются в виде подобных сумм токов и напряжений, затем эти слагаемые находятся и суммируются.

Пример 3.9. Рассчитать методом наложения ток I_2 в цепи на рис. 3.9, *а*. Поскольку в цепи действуют два источника, то искомый ток представим в виде суммы двух частичных токов

$$I_2 = I_2^J + I_2^E,$$

первый из которых обусловлен действием только источника тока J_1 , а второй — только источника ЭДС E_2 . Для определения тока I_2^J положим $E_2 = 0$ (т.е. заменим источник проводником), тогда цепь на рис. 3.9, *а* примет вид, показанный на рис. 3.9, *б*. Для определения тока I_2^E положим $J_1 = 0$ (т.е. разорвем ветвь с этим источником), тогда цепь на рис. 3.9, *а* примет вид, показанный на рис. 3.9, *в*. Рассчитав цепь на рис. 3.9, *б*, *в*, получим

$$I_2^J = \frac{J_1}{G_1 R_2 + 1}, \quad I_2^E = \frac{G_1 E_2}{G_1 R_2 + 1}.$$

Окончательный результат $I_2 = I_2^J + I_2^E$ совпадает с полученным ранее (см. пример 3.8) результатом определения этого тока по методу смешанных величин, но получен путем расчета двух более простых задач, чем исходные.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа. Сколько независимых уравнений может быть составлено по первому и по второму законам Кирхгофа для цепи с u -узлами и b -ветвями?
2. Что такое компонентное уравнение элемента цепи? Запишите компонентные уравнения для резистивного элемента, источников тока и ЭДС.
3. Как формулируется задача анализа цепи?
4. Сформулируйте обобщенный закон Ома. Как с помощью обобщенного закона Ома рассчитывается неразветвленная электрическая цепь?
5. Что такое потенциальная диаграмма контура, как по ней можно определить напряжение между любыми двумя его узлами?
6. Чему равны эквивалентные сопротивления участков из последовательно и параллельно соединенных резистивных элементов?
7. Дайте определение двухполюсника. Какой двухполюсник называется пассивным, а какой активным?
8. Что такое эквивалентный генератор и как определяются его параметры?
9. Дайте определение узлового напряжения и контурного тока.
10. Что представляет собой метод узловых напряжений и каковы ограничения по его применению?
11. Дайте определения собственных и общих проводимостей узлов. Каковы свойства коэффициентов узловых уравнений?
12. Что представляет собой метод контурных токов и каковы ограничения по его применению?
13. Дайте определения собственных и взаимных сопротивлений контуров и контурной ЭДС.
14. Что представляет собой метод смешанных величин?
15. В чем заключается и как обосновывается метод наложения?

Темы рефератов

1. Методы расчета электрических цепей.
2. Законы и уравнения электрических цепей.

Раздел 3

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

Глава 4

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

4.1. Магнитное поле. Основные понятия и величины

Магнитным полем называют одну из сторон электромагнитного поля, характеризующуюся воздействием на движущуюся заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы и ее скорости.

Магнитное поле является особым видом материи и возникает всегда, когда имеются движущиеся электрические заряды, или электрический ток. Часто магнитное поле возбуждается особыми веществами, называемыми постоянными магнитами. Чтобы использовать магнитное поле, надо знать его свойства. Основным свойством магнитного поля является силовое воздействие на движущиеся в нем заряженные тела, на проводники с током или другое магнитное поле. Силовое воздействие зависит также от свойств вещества, вносимого в магнитное поле.

Магнитное поле обладает определенной направленностью, оно характеризуется в каждой точке пространства вектором магнитной индукции \mathbf{B} . Магнитная индукция является основной физической величиной магнитного поля и характеризует его силовые свойства. Силу F , действующую на движущийся в магнитном поле со скоростью v заряд q , можно найти из выражения

$$F = q[v\mathbf{B}], \quad (4.1)$$

где \mathbf{B} — вектор магнитной индукции.

Максимальное значение силы имеет место при движении заряда в магнитном поле перпендикулярно силовым линиям. В этом случае модуль индукции приобретает вид

$$B = F/qv.$$

Если магнитное поле равномерно пронизывает некоторую поверхность площадью S , расположенную перпендикулярно вектору \mathbf{B} , то говорят о магнитном потоке сквозь эту поверхность $\Phi = \mathbf{B}S$.

Основная единица измерения магнитного потока — вебер (Вб), индукции — тесла (Тл):

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot \text{с}, \quad 1 \text{ Тл} = 1 \text{ Вб/м}^2.$$

Для расчета магнитных полей применяют и другую физическую величину — вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} . Единицей напряженности магнитного поля является ампер на метр (А/м). Напряженность \mathbf{H} позволяет учесть способность различных веществ к намагничиванию. Связь между индукцией и напряженностью в немагнитных материалах определяется выражением

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H},$$

где μ_0 — магнитная постоянная в воздухе, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

В магнитных материалах эта связь имеет вид $\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} = \mu_a \mathbf{H}$, где \mathbf{H} — напряженность внешнего магнитного поля; μ_r — относительная магнитная проницаемость материала; μ_a — абсолютная магнитная проницаемость материала. Вектор напряженности \mathbf{H} совпадает по направлению с вектором индукции \mathbf{B} .

Принято представлять магнитные поля графически с помощью силовых линий. Силовая линия магнитного поля является воображаемой линией, касательная к которой совпадает с индукцией магнитного поля \mathbf{B} . Вектор \mathbf{B} совпадает с положением магнитной стрелки магнитного компаса (рис. 4.1). Магнитные силовые линии всегда замкнуты. На рис. 4.1 показаны силовые линии постоянного магнита, а на рис. 4.2 — магнитные линии проводника с током. У постоянных

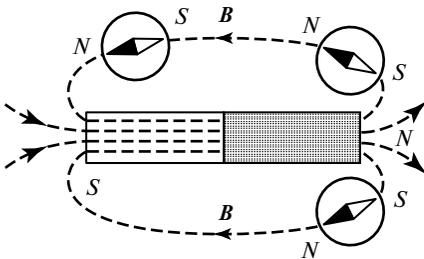


Рис. 4.1. Силовая линия постоянного магнита

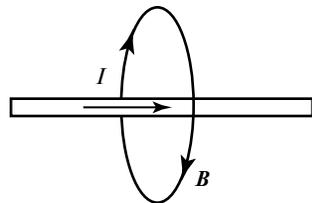


Рис. 4.2. Магнитное поле проводника с током

магнитов (или у намагниченных стержней) всегда имеется два полюса: N — норд (северный), откуда выходят силовые линии, и S — зюйд (южный), куда они входят. Если внести в магнитное поле магнитную стрелку, она всегда будет ориентирована по касательной к силовой линии, причем направление силовой линии показывает магнитный полюс N (см. рис. 4.1) стрелки.

4.2. Собственное и взаимное потокоцепления

Магнитное поле часто создается с помощью электрического тока I в некоторой обмотке, например соленоида. Соленоидом называют катушку с сердечником из магнитного материала (рис. 4.3). Образующееся в этом случае магнитное поле также будет иметь два полюса.

Направление магнитного поля (направление вектора индукции \mathbf{B}) можно найти с помощью правила правоходового винта (рис. 4.4, *a*) или правила правой руки (рис. 4.4, *b*).

Направив ток проводника по ходу правого винта, по вращению головки винта определяем направление индукции магнитного поля \mathbf{B} проводника с током. Поле в соленоиде проще находить по правилу правой руки. Для этого следует *направить пальцы правой руки по направлению тока в витках соленоида, тогда большой палец укажет направление силовой магнитной линии.*

На рис. 4.5 изображены две катушки, имеющие соответственно число витков w_1 и w_2 . Ток I_1 катушки с витками w_1 создает магнитное поле с потоком Φ_{11} , который w_1 раз пронизывает первую катушку. Произведение $\Phi_{11}w_1$ называется собственным потокоцеплением $\psi_{11} = \Phi_{11}w_1$. Часть магнитного потока, создаваемого первой

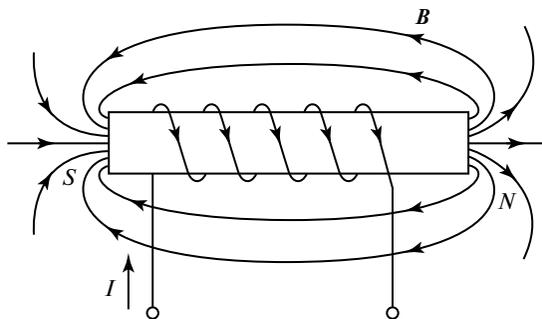


Рис. 4.3. Магнитное поле соленоида

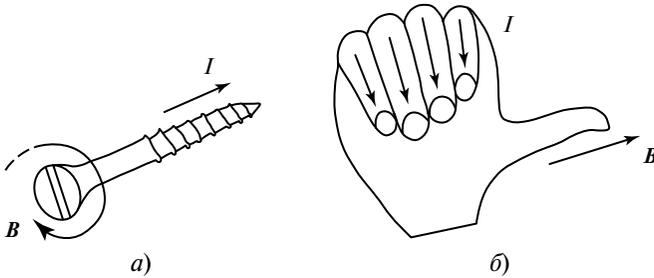


Рис. 4.4. Схема для определения направления магнитного поля:
 а — правило правого винта; б — правило правой руки

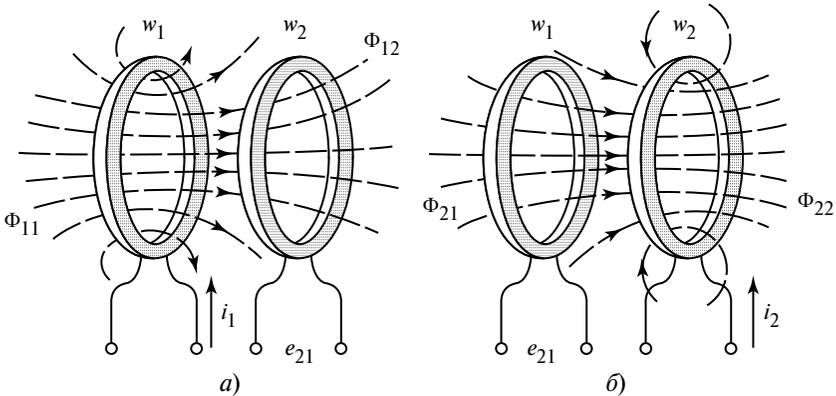


Рис. 4.5. Магнитные потоки в индуктивно-связанных катушках:
 а — от тока первой катушки; б — от тока второй катушки i_2

катушкой, пронизывает вторую катушку. Этот поток Φ_{21} меньше потока Φ_{11} . Поток Φ_{21} пересекает вторую катушку w_2 раз и образует потокосцепление $\psi_{21} = \Phi_{21}w_2$. Потокосцепление ψ_{21} называется взаимным.

Между потокосцеплениями и током I_1 существует связь:

$$\psi_{11} = L_1 i_1 \text{ и } \psi_{21} = M_{21} i_1.$$

Ток i_1 создает оба потокосцепления, которые пропорциональны току. Коэффициент L_1 называется собственной индуктивностью обмотки w_1 , коэффициент M_{21} — взаимной индуктивностью обмоток

w_1 и w_2 . Единицей измерения потокоцеплений является вебер (Вб), собственной и взаимной индуктивности — генри (Гн).

Следует отметить, что рассмотренные обмотки w_1 и w_2 могут иметь магнитные сердечники. В этом случае вид соотношений для потокоцеплений не изменится, увеличатся только численные значения L_1 и M_{21} . По рис. 4.5, б можно аналогично получить выражения для индуктивности L_2 и взаимной индуктивности M_{12} . Заметим, что $M_{12} = M_{21}$.

4.3. Основные уравнения магнитного поля

Основными уравнениями магнитного поля являются принцип непрерывности и закон полного тока.

Принцип непрерывности записывается для потоков узла магнитной цепи как

$$\sum_{k=1}^n \Phi_k = 0, \quad (4.2)$$

где n — количество магнитных ветвей, отходящих от узла.

Алгебраическая сумма магнитных потоков в ветвях магнитной цепи, присоединенных к рассматриваемому узлу, равна нулю.

Из принципа непрерывности линий магнитной индукции $\oint \mathbf{B} \, d\mathbf{S} = 0$ следует первый закон Кирхгофа для магнитных цепей: $\sum \Phi_i = 0$.

Закон полного тока $\oint \mathbf{H} \, d\mathbf{l} = \sum I$ устанавливает связь между намагничивающей силой F и алгебраической суммой магнитных напряжений на n элементах контура:

$$F = \sum_{k=1}^n H_k l_k. \quad (4.3)$$

Электрический ток в катушке магнитного сердечника с числом витков w создает в нем магнитное поле напряженностью H .

Величина $F = Iw$ называется магнитодвижущей силой (МДС). Единицей измерения МДС является ампер (А). В технике часто употребляют термин «ампер-витки», чтобы подчеркнуть, что речь идет о МДС. Уравнение (4.3) является математической записью второго закона Кирхгофа для магнитных цепей: МДС вдоль замкнутого кон-

тура магнитной цепи равна алгебраической сумме магнитных напряжений на элементах контура.

Оба закона Кирхгофа (4.2) и (4.3) являются основными для практических расчетов в магнитных цепях.

4.4. Силы в магнитном поле

Магнитное поле взаимодействует с движущимися зарядами. На движущийся заряд в магнитном поле действует сила (4.1).

Следует подчеркнуть, что магнитное поле оказывает силовое воздействие только на движущиеся заряды.

Если в однородное магнитное поле с индукцией B поместить проводник длиной l с током I , на него будет действовать сила F . Эта сила определяется формулой

$$F = IB \sin \alpha,$$

где α — угол между проводником и магнитными силовыми линиями.

Если проводник расположен перпендикулярно к магнитным силовым линиям (рис. 4.6), то формула приобретает вид

$$F = IB. \quad (4.4)$$

Направление возникающей силы можно определить по правилу левой руки. Для этого необходимо:

расположить левую ладонь в магнитном поле перпендикулярно силовым магнитным линиям,

вытянуть четыре пальца в направлении движения тока, протекающего по проводнику,

отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на проводник с током.

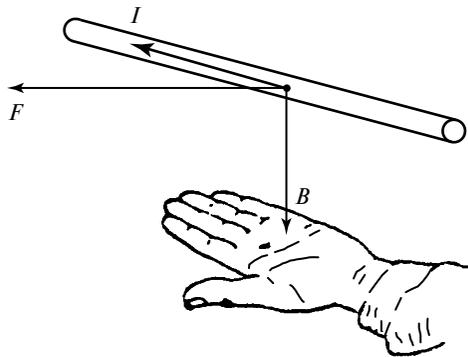


Рис. 4.6. Правило левой руки

Сила является максимальной, если проводник с током расположен перпендикулярно магнитным силовым линиям. Это условие используется в электрических двигателях, генераторах и других электрических машинах, в которых проводники обмоток располагают перпендикулярно магнитным силовым линиям.

Между двумя различными проводниками с токами тоже действует сила. На рис. 4.7, *а* показаны провода двухпроводной линии,

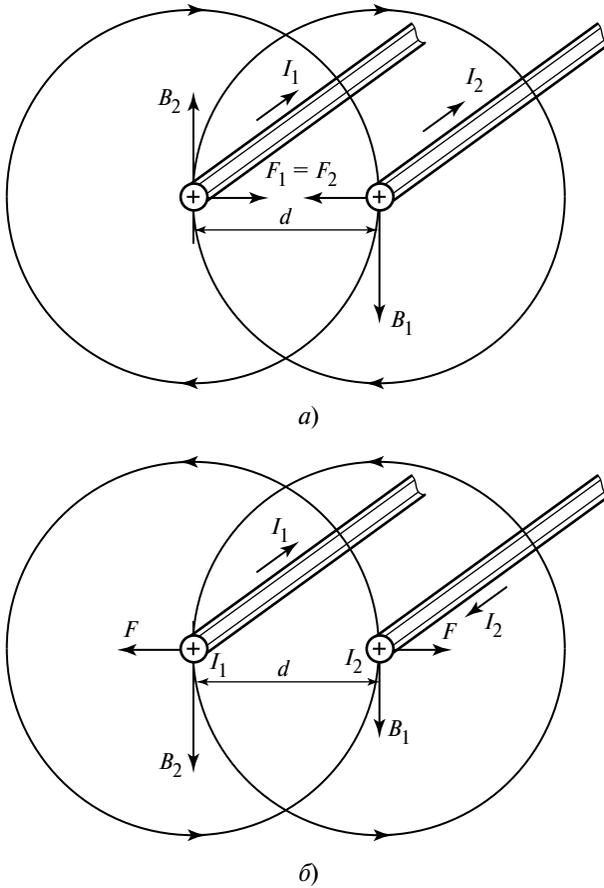


Рис. 4.7. Силы в двухпроводной линии:

а — при одинаковом направлении токов в проводах; *б* — при разных направлениях токов

в которой имеются токи I_1 и I_2 одного направления. Магнитные поля, создаваемые отдельно каждым током, имеют силовые линии в виде окружностей вокруг каждого провода. Напряженность магнитного поля во втором проводе от действия тока в первом проводе

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi d}.$$

Магнитную индукцию находят из выражения

$$B_1 = \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}.$$

Вектор магнитной индукции B_1 совпадает с вектором напряженности магнитного поля H_1 . Оба вектора перпендикулярны току. По правилу левой руки сила, действующая на второй провод, F_2 направлена влево. Таким же образом находится сила, которая действует на первый провод. Эта сила F_1 направлена вправо. Обе силы одинаковы по значению и равны:

$$F = BIl = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Следует обратить внимание на то, что сила, действующая в магнитном поле на проводник с током, пропорциональна току в квадрате. Эти силы в различных электротехнических устройствах в обычном режиме относительно небольшие. В аварийных режимах при резком возрастании токов силы действия магнитного поля на проводники с током увеличиваются во много раз и могут приводить к опасным деформациям и разрушениям обмоток, проводов и других элементов системы электроснабжения.

Если направление токов в проводниках будет разное (см. рис. 4.7, б), то силы, действующие на оба провода, будут одинаковые и направлены от двухпроводной линии, пытаясь ее растянуть.

Единицей силы в магнитном поле является ньютон (Н). При этом остальные величины также измеряются в системе СИ: ток — в амперах (А), индукция — в теслах (Тл), длина проводника — в метрах (м).

4.5. Энергия магнитного поля

Магнитное поле обладает энергией. Запас магнитной энергии в объеме V

$$W_M = \frac{1}{2} \int_V HB \, dV,$$

где H и B — соответственно напряженность и индукция магнитного поля.

В магнитных цепях с ферромагнитными сердечниками, в которых значения H и B несущественно меняются по сечению магнитопровода, выражение для энергии приобретает вид

$$W_M = \frac{1}{2} HBV.$$

Для магнитной цепи, представленной на рис. 4.8, с учетом некоторых допущений (о них будет рассказано ниже) магнитная энергия

$$W_M = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2 S l_{\text{ср}}. \quad (4.5)$$

Здесь μ_0 — магнитная постоянная; μ_r — относительная магнитная проницаемость сердечника; S — сечение магнитопровода; $l_{\text{ср}}$ — средняя длина магнитной силовой линии.

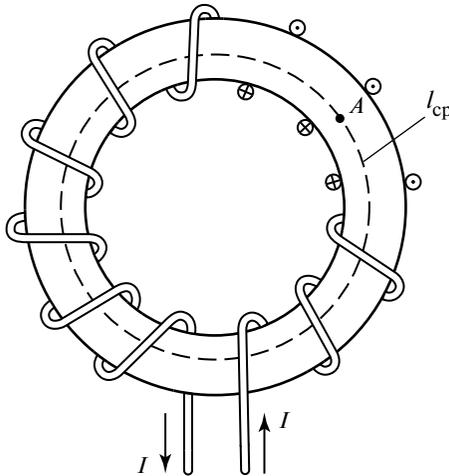


Рис. 4.8. Магнитная цепь в виде тороида

Магнитная энергия прямо пропорциональна объему, а следовательно, и массе ферромагнетика. Отсюда следует: количество магнитной энергии в ферромагнетике пропорционально магнитной проницаемости материала μ_r , магнитной напряженности H и массе магнитного сердечника.

4.6. Магнитные свойства веществ, классификация и строение

Вещества, помещенные в магнитное поле, ведут себя по-разному. Такие вещества, как золото, серебро, медь, цинк и др., незначительно ослабляют магнитное поле внутри себя. Их называют диамагнетиками.

Платина, магний, алюминий, хром, палладий, щелочные металлы, кислород и др. незначительно увеличивают магнитное поле. Они называются парамагнетиками.

Вещества, в которых собственное (внутреннее) магнитное поле может в сотни и тысячи раз превосходить вызвавшее его внешнее поле, называются ферромагнетиками. К ним относятся железо Fe, кобальт Co, никель Ni, некоторые редкоземельные элементы, а также сплавы на базе этих элементов.

В электротехнике принято подразделять все вещества на магнитные (ферромагнетики) и немагнитные (диамагнетики и парамагнетики).

Поскольку магнитное поле в немагнитных материалах практически не изменяется при воздействии внешнего поля, особый интерес вызывают ферромагнетики. Ферромагнетизм обусловлен наличием в веществе маленьких намагниченных областей — доменов, в которых магнитные моменты атомов имеют одно и то же направление. В принципе каждый домен является маленьким магнитом. Домены можно увидеть в не очень сильный микроскоп.

Ферромагнетик состоит из большого числа доменов, которые при отсутствии внешнего магнитного поля ориентированы произвольным образом, так что ферромагнетик остается немагнитным. При помещении ферромагнетика во внешнее магнитное поле домены, направление которых близко к направлению силовых линий внешнего поля, начинают расти, а домены, намагниченные против внешнего поля, уменьшаются и, наконец, исчезают. При дальнейшем увеличении напряженности внешнего поля все домены устанавливаются вдоль силовых линий поля, наступает магнитное насыщение, и намагниченность почти не растёт.

Если теперь уменьшить напряженность внешнего поля до нуля, то ориентация доменов нарушится лишь частично, поэтому намагниченность ферромагнетика уменьшится, но не до нуля. Чтобы уничтожить остаточную намагниченность образца, нужно приложить внешнее поле противоположного направления. Напряженность такого поля называется коэрцитивной силой H_c . Для каждого ферромагнетика существует температура, выше которой его ферромагнитные свойства исчезают. Эта температура называется точкой Кюри. Для железа точка Кюри равна $768\text{ }^\circ\text{C}$, для никеля — $358\text{ }^\circ\text{C}$, а для кобальта — $1120\text{ }^\circ\text{C}$.

Для расчета индукции магнитного поля B в ферромагнетике используют выражение, которое учитывает способность к намагничиванию материала: $B = \mu_r \mu_0 H = \mu_a H$, где H — напряженность внешнего магнитного поля; μ_r — относительная магнитная проницаемость материала; μ_a — абсолютная магнитная проницаемость материала.

Следует отметить, что свойства ферромагнетика намагничиваться учитываются проницаемостью μ_r , поэтому для ферромагнетиков $\mu_r \gg 1$, в то время как в немагнитных материалах $\mu_r \approx 1$.

4.7. Характеристики магнитных материалов

Основными характеристиками ферромагнетиков являются кривая намагничивания $B(H)$ и петля гистерезиса (рис. 4.9, *а*). Для получения петли гистерезиса необходимо плавно увеличивать значение H от нуля до H_{\max} , а затем уменьшать от H_{\max} до $-H_{\max}$.

После ряда циклов намагничивания получится замкнутая кривая, которая называется циклом гистерезиса (рис. 4.9, *б*). При разных значениях H_{\max} получаем семейство петель гистерезиса. Если значение напряженности магнитного поля превышает значение, при котором наступает магнитное насыщение, т.е. $H_{\max} \geq H_s$, то размеры s петли больше не увеличиваются, растут только безгистерезисные участки (1—2 и 5—6) на рис. 4.9, *а*. Такая петля называется предельной петлей гистерезиса.

Намагничивание ферромагнитного материала, впервые помещенного в магнитное поле, происходит по линии 0—1. Точки 8 и 4 предельной петли гистерезиса соответствуют коэрцитивной силе H_c ($-H_c$), а точки 3 и 7 дают значения остаточной индукции B_r ($-B_r$).

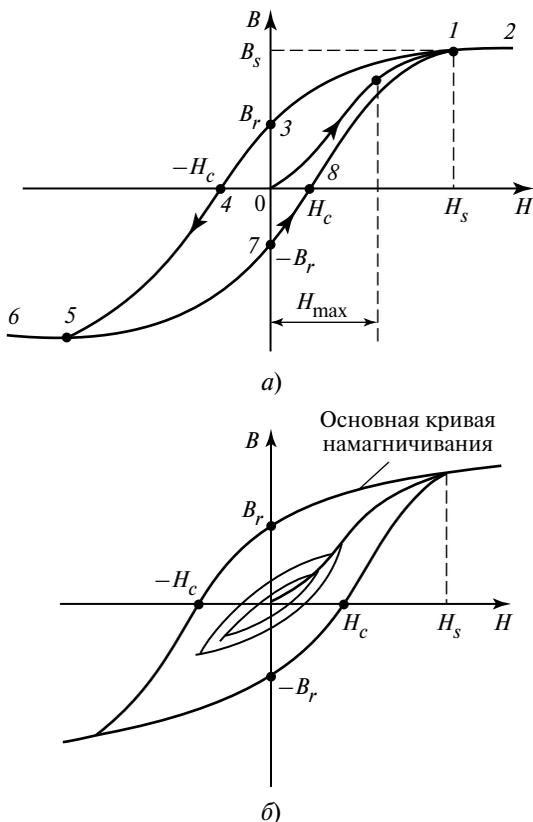


Рис. 4.9. Основные характеристики магнитных материалов:
a — кривая намагничивания; *б* — петли гистерезиса

Соединяя вершины в семействе всех гистерезисных кривых, получаем основную кривую намагничивания ферромагнетика. Эта кривая в основном используется в технических расчетах и почти совпадает с первоначальной кривой намагничивания $0-1$ (см. рис. 4.9, *a*). В справочниках обычно ее приводят только для положительных значений.

На рис. 4.10 приведены петли гистерезиса для различных магнитных материалов. В зависимости от значения коэрцитивной силы все магнитные материалы принято делить на магнитомягкие (кривая 1) и магнитотвердые (кривая 2).

Магнитомягкие материалы имеют малую коэрцитивную силу и относительно узкую петлю гистерезиса. К этой группе относят электротехническую сталь, пермаллои, ферриты. Применяют эти материалы в таких электротехнических устройствах, как электрические машины, трансформаторы, электрические аппараты и т.д.

При практических расчетах обычно используют основную кривую намагничивания $B(H)$. Условно кривую $B(H)$ можно разбить на три зоны: 1 — линейную, 2 — колено, 3 — зону насыщения (рис. 4.11).

В зоне 1 магнитная индукция остается пониженной и, следовательно, энергия магнитного поля тоже небольшая. Использование магнитного материала в этой зоне является неэффективным.

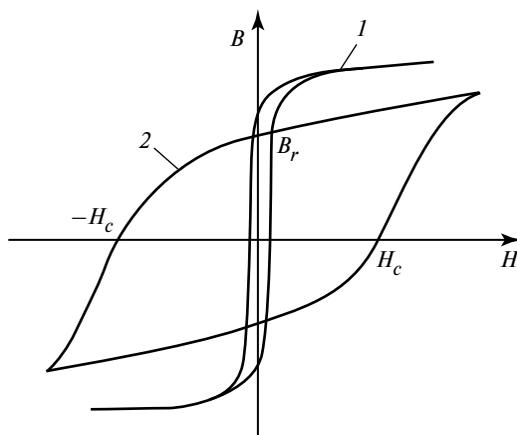


Рис. 4.10. Петли гистерезиса для различных материалов

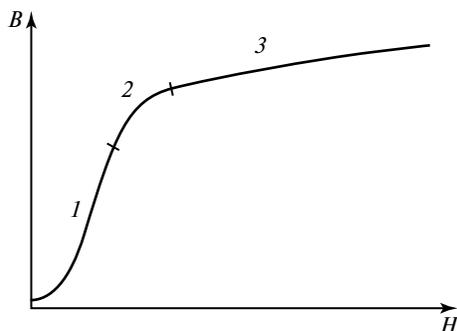


Рис. 4.11. Основная кривая намагничивания

В зоне 3, которая соответствует насыщению магнитного поля, кривая $B(H)$ имеет тоже линейный характер. В этой зоне энергия магнитного поля является повышенной, но сильно возрастают магнитные потери. Как правило, эта зона также не является рабочей.

Оптимальной для выбора рабочей точки является колено. Рабочие точки основных электротехнических устройств, содержащих магнитные системы, выбираются в зоне 2, где происходит изгиб характеристики $B(H)$.

Магнитотвердые материалы имеют большую коэрцитивную силу и широкую петлю гистерезиса. Будучи намагниченными, они сохраняют намагниченность и после снятия намагничивающего поля. Из таких материалов изготавливают постоянные магниты, которые широко применяются в различных устройствах.

4.8. Потери в магнитных материалах

Магнитные материалы являются составной частью многих электротехнических устройств и установок. Как правило, электротехнические установки работают на переменном токе промышленной или более высокой частоты. В магнитных сердечниках устройств под действием протекающего тока возникает переменное магнитное поле и происходит постоянное перемагничивание магнитного материала.

Процесс перемагничивания магнитных материалов в переменном магнитном поле вызывает тепловые потери энергии магнитного поля, часть энергии переходит в теплоту, и материал нагревается. Тепловые потери магнитных материалов характеризуют удельными магнитными потерями $P_{уд}$ или тангенсом угла потерь $\operatorname{tg} \delta_m$. Обычно выделяют две составляющие тепловых потерь: потери на гистерезис и динамические потери.

Потери на гистерезис связаны с явлением магнитного гистерезиса, в результате которого происходит перемещение границ доменов. Потери пропорциональны площади петли гистерезиса и частоте переменного магнитного поля. Мощность потерь на гистерезис P_Γ можно представить эмпирической формулой

$$P_\Gamma = \eta B_{\max}^n f v, \quad (4.6)$$

где η — коэффициент, зависящий от свойств материала; B_{\max} — максимальная индукция в течение цикла; n — показатель степени, зависящий от индукции B , значения которого находятся в диапазоне 1,6—2; f — частота; v — объем магнитного материала.

Динамические потери в основном определяются вихревыми токами. Потери на вихревые токи вызываются электрическими токами, которые возникают в магнитном материале в результате изменения магнитной индукции. При изменении потока $d\Phi/dt$ возникает ЭДС электромагнитной индукции, которая индуцирует токи в замкнутых контурах сердечника, имеющего к тому же сравнительно небольшое сопротивление, так как магнитные материалы обычно являются проводниками (рис. 4.12, а). Для уменьшения потерь на вихревые токи в магнитных материалах сердечники набирают из пластин, которые изолируют одну от другой. В результате электрическое сопротивление вихревым токам возрастает, что приводит к снижению потерь (рис. 4.12, б). Потери на вихревые токи P_f находят также по эмпирической формуле

$$P_f = \xi B_{\max}^2 f^2 v, \quad (4.7)$$

где ξ — коэффициент, учитывающий тип и форму магнитного материала.

Общие потери в магнитном материале равны сумме (см. (4.6) и (4.7)):

$$P_m = P_\Gamma + P_f.$$

В практических расчетах обычно пользуются удельными потерями $P_{уд}$, измеряемыми в ваттах на килограмм (Вт/кг). Удельные потери определяются экспериментально на образцах магнитных материалов с учетом обоих типов потерь.

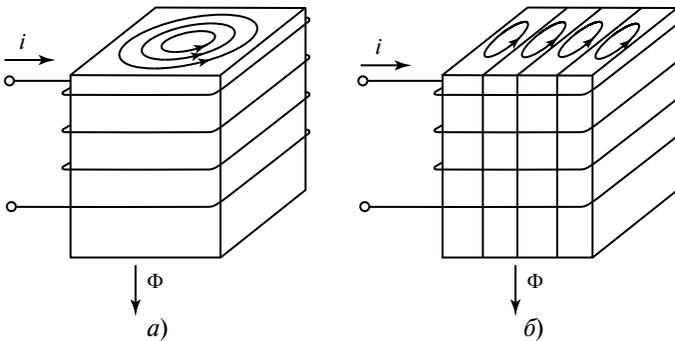


Рис. 4.12. Вихревые токи:

а — в сплошном сердечнике; б — в сердечнике из пластин

4.9. Основные типы магнитных материалов

Выделяют два основных типа магнитных материалов: магнитомягкие и магнитотвердые. Эти магнитные материалы существенно различаются, имеют разные свойства и назначение. Рассмотрим отдельно оба типа магнитных материалов.

4.9.1. Магнитомягкие материалы

Магнитомягкие магнитные материалы имеют высокую магнитную проницаемость, малую коэрцитивную силу, большую индукцию, узкую петлю гистерезиса, малые магнитные потери. Можно выделить основные группы магнитомягких материалов: низкоуглеродистая сталь (технически чистое железо), кремнистая электротехническая сталь, пермаллой, ферриты.

Электротехнические стали имеют большую индукцию насыщения B_s , высокую магнитную проницаемость в сильных полях. Электротехнические стали находят применение в магнитопроводах трансформаторов, электрических машин и других устройствах с большими магнитными потоками. Из-за небольшой начальной магнитной проницаемости стали не применяют в слабых магнитных полях. Удельное электрическое сопротивление существенно зависит от технологии изготовления и типа стали. Выпускается сталь обычно в виде листов, рулонов или ленты, из которых изготавливают магнитопроводы.

Пермаллой представляют собой железоникелевые сплавы и обладают высокой магнитной проницаемостью в слабых магнитных полях. Индукция насыщения у пермаллоев в 1,5—2,0 раза ниже, чем у электротехнических сталей. По этой причине пермаллой не используют в магнитопроводах силовых трансформаторов и других мощных устройствах. Пермаллой выпускаются в виде листов и прутков, из которых изготавливают магнитопроводы малогабаритных и импульсных трансформаторов, устройств, применяемых для звуковых и высоких частот.

В табл. 4.1 приведены характеристики некоторых типов магнитомягких материалов.

Ферриты обладают большим электрическим сопротивлением, которое в 10^3 — 10^{13} раз превышает сопротивление других ферромагнитных материалов. Ферриты изготавливают на основе порошковой технологии путем спекания частиц ферромагнитных и других материалов. Магнитная проницаемость у ферритов достаточно высокая и колеблется в диапазоне 600—35 000, но индукция насыщения

Таблица 4.1

Характеристики некоторых магнитомягких материалов

Материал	Начальная магнитная проницаемость μ_{rH}	Максимальная магнитная проницаемость μ_{max}	Индукция насыщения B_s , Тл	Коэрцитивная сила H_c , А/м	Удельное электрическое сопротивление ρ , Ом · м
Технически чистое железо	250—400	3500—4500	2,18	50—100	$0,1 \cdot 10^{-6}$
Карбонильное железо	2000—3000	20 000—21 500	2,18	6,4	$0,1 \cdot 10^{-6}$
Электротехническая сталь	200—600	3000—8000	1,95—2,02	10—65	$(0,17 \div 0,6) 10^{-6}$
Низконикелевые пермаллои	1500—4000	15 000—60 000	1,0—1,6	5—32	$(0,45 \div 0,9) 10^{-6}$
Высоконикелевые пермаллои	7000—100 000	50 000—300 000	0,65—1,05	0,65—6,00	$(0,16 \div 0,85) 10^{-6}$
Супермаллой	100 000	1 500 000	0,8	0,3	$0,6 \cdot 10^{-6}$
Феррит 2000НМ	15 000	35 000	0,11	0,24	10^{-3}

небольшая ($B_s = 0,1 \div 0,2$ Тл). Ферриты изготавливают в виде кольцевых сердечников различных размеров. Они находят применение в высокочастотных магнитных полях, радиоэлектронике, в вычислительных машинах, так как потери на вихревые токи существенно ограничиваются большим удельным сопротивлением ферритов.

4.9.2. Магнитотвердые материалы

Магнитотвердые материалы имеют повышенные значения коэрцитивной силы и большую площадь петли гистерезиса. Эти материалы применяются для изготовления постоянных магнитов. Постоянные магниты являются источником для создания постоянных магнитных полей в воздушных зазорах с индукцией B_B и напряженностью H_B . В замкнутом состоянии материал намагничен до остаточной индукции B_r и при наличии зазора размагничивается по спинке характеристики $B(H)$. На рис. 4.13 представлены графики размагничивания (кривая 1) и изменения магнитной энергии в зазоре постоянного магнита (кривая 2). При изменении воздушного зазора δ_B рабочая точка скользит по спинке кривой $B(H)$. В соответствии с законом полного тока для постоянного магнита с зазором δ_B

$$H_M l_M + H_B \delta_B = 0,$$

где H_M — напряженность сердечника магнита; l_M — длина средней силовой магнитной линии сердечника. Индукция в воздушном зазоре

$$B_B = \mu_0 H_B.$$

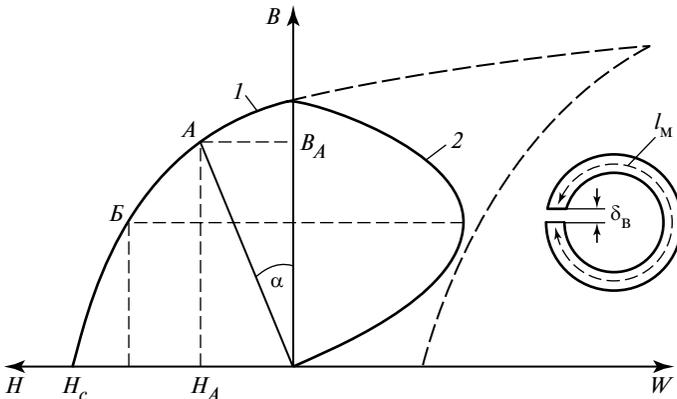


Рис. 4.13. Кривая размагничивания

В результате упрощения из закона полного тока имеем

$$H_M(B_M) = -\frac{\delta_B}{l_M \mu_0} B_B = -k B_B,$$

где $H_M(B_M)$ — кривая размагничивания (спинка) магнита, представленная в функции B ; k — коэффициент наклона, равный тангенсу угла наклона α , с учетом масштабов по осям, т.е.

$$k = \operatorname{tg} \alpha.$$

Пересечение кривой $H_M(B_M)$ с линией $H = -k B_B$ позволяет найти индукцию B_B и напряженность H_B магнитного поля в зазоре (точка A на рис. 4.13). Обе магнитные величины зависят от длины воздушного зазора δ_B . При увеличении δ_B рабочая точка перемещается вниз по кривой размагничивания $B(H)$. Энергия магнитного поля в воздушном зазоре

$$W_B = \frac{1}{2} B_A H_A,$$

т.е. пропорциональна площади прямоугольника, построенного на сторонах B_A и H_A на рис. 4.13. Максимальная энергия соответствует максимальной площади (точка B). Зависимость $W(B)$ приведена на рис. 4.13 и позволяет найти оптимальную длину воздушного зазора.

Наиболее характерные магнитотвердые магнитные материалы представлены в табл. 4.2.

Характеристики материалов различаются по остаточной индукции, коэрцитивной силе, магнитной энергии, которую можно получить в воздушном зазоре.

Среди магнитотвердых материалов наиболее широкое распространение получили литые высококоэрцитивные сплавы на основе элементов, обладающих магнитными свойствами (Fe, Ni, Co), с добавками меди, титана, алюминия и других элементов.

Широкое распространение получили магнитотвердые бариево-стронциевые ферриты. Это порошковые материалы, производство которых примерно в 10 раз дешевле, чем литых сплавов. К недостаткам ферритов можно отнести сравнительно низкую остаточную индукцию B_r , хрупкость и значительную зависимость от температуры.

Таблица 4.2

Характеристики некоторых магнитотвердых материалов

Материал	Остаточная индукция B_r , Тл	Коэрцитивная сила H_c , А/м	Магнитная энергия в воздушном зазоре W_{\max} , кДж/м ³
Литые сплавы:			
ЮНД4	0,5	40	3,6
ЮНКД18	0,9	55	9,7
ЮН13ДК25БА	1,4	48	28,0
ЮНДК35Т5БА	1,02	110	36,0
Магнитотвердые ферриты:			
4БИ145	0,17	145	2,0
28БА170	0,39	170	14,0
28СА250	0,39	250	14,0
Сплавы с редкоземельными металлами:			
SmCO_5	0,92	560	75,0
Y_2CO_{17}	1,15	800	156,0
Sm_2CO_1	1,1	700	144,0

Высокие магнитные характеристики имеют порошковые магнитные материалы с редкоземельными металлами: церием Ce, самарием Sm, лантаном La и др. Основными недостатками этих магнитов являются высокая стоимость и хрупкость.

Контрольные вопросы

1. Назовите магнитные и немагнитные материалы.
2. Что вызывает магнитное поле?
3. Как выявляется наличие магнитного поля?
4. Объясните механизм намагничивания ферромагнетиков.
5. Напишите для разветвленной магнитной цепи уравнения Кирхгофа.
6. Как найти электромагнитную силу?
7. От чего зависит энергия магнитного поля ферромагнитного материала?
8. Основные характеристики магнитных материалов.

-
9. Виды потерь в магнитных материалах.
 10. Назовите устройства, в которых применяются магнитомягкие и магнитотвердые материалы.

Темы рефератов

1. Свойства магнитомягких и магнитотвердых материалов. Применение магнитных материалов в технике.
2. Зависимость намагничивающей силы цилиндрической катушки с заданными геометрическими размерами от сечения провода и числа витков.

Глава 5

МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

5.1. Классификация и элементы магнитных цепей

Для электрических машин и многих электротехнических устройств основным функциональным элементом является магнитная система. Обычно магнитную систему представляют в виде магнитной цепи.

Магнитная цепь содержит источники магнитного поля, систему магнитопроводов из ферромагнитного материала, другие элементы или воздушный зазор, по которым замыкается магнитный поток (рис. 5.1).

В качестве источника магнитного поля обычно применяется обмотка с числом витков w , по которой протекает ток I . Обмотка с током возбуждает магнитное поле и характеризуется магнитодвижущей силой $F = Iw$. Как уже отмечалось в гл. 4, единицей МДС является ампер (A).

Проводя аналогию с электрической цепью, отметим, что в магнитной цепи электротехнической установки или прибора магнитопровод играет роль проводов, а роль нагрузки играет, как правило, воздушный зазор, в котором для функционирования устройства необходимо создать определенное магнитное поле. Магнитная цепь может быть неразветвленной (рис. 5.1, а) и разветвленной (рис. 5.1, б).

Расчет магнитных цепей удобно проводить по эквивалентным схемам. Эквивалентные схемы для магнитных цепей, изображенных на рис. 5.1, приведены на рис. 5.2. В этих схемах МДС играет роль ЭДС,

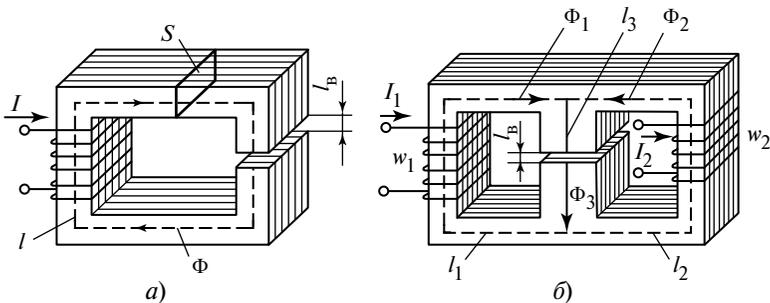


Рис. 5.1. Магнитная цепь:

а — неразветвленная; б — разветвленная

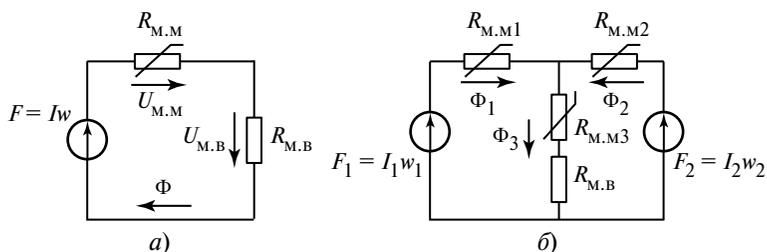


Рис. 5.2. Эквивалентные схемы магнитной цепи:
 а — неразветвленной; б — разветвленной

элементы магнитопровода и воздушный зазор — роль резисторов. По ветвям эквивалентной схемы протекают магнитные потоки Φ . Эквивалентность в данном случае надо понимать как одинаковое математическое описание электрических и магнитных цепей. Эквивалентные схемы позволяют упростить анализ и расчет магнитных цепей. Кривая намагничивания $B(H)$ является нелинейной, поэтому на эквивалентных схемах рис. 5.2 элементы магнитопровода показаны как нелинейные.

Реальная магнитная цепь характеризуется не только магнитным потоком Φ , протекающим по магнитопроводу, но и потоками рассеяния Φ_{σ} , а также выпучиванием (искривлением) магнитных силовых линий по краям воздушного зазора. Кроме того, силовые магнитные линии, замыкаясь по магнитопроводу, имеют разную длину. В результате индукция и напряженность магнитного поля будут неодинаковыми по сечению магнитопровода.

На практике при анализе магнитных цепей пользуются следующими допущениями:

индукция магнитного поля B принимается постоянной по сечению магнитопровода;

потоками рассеяния Φ_{σ} пренебрегают;

выпучиванием силовых линий в зазоре пренебрегают;

вводят среднюю длину силовых магнитных линий для различных участков магнитопровода.

5.2. Расчет неразветвленной магнитной цепи

Расчет неразветвленной магнитной цепи проводится с целью нахождения индукции в зазоре (сердечнике) или МДС магнитной цепи. Обе задачи решаются на основе закона полного тока.

На рис. 5.1, *a* приведена неразветвленная магнитная цепь с воздушным зазором. Указаны геометрические размеры магнитопровода: l — длина средней силовой магнитной линии; l_B — длина воздушного зазора; S — площадь сечения магнитопровода. Кривая намагничивания $B(H)$ для электротехнической стали 10880 приведена на рис. 5.3. По закону полного тока

$$Iw_1 = Hl + H_B l_B = U_{M.M} + U_{M.B}, \quad (5.1)$$

где H и H_B — напряженности магнитного поля соответственно в магнитопроводе и в воздушном зазоре. Величины $U_{M.M}$ и $U_{M.B}$ называются магнитными напряжениями материала и воздуха соответственно. Закону полного тока соответствует эквивалентная схема на рис. 5.2, *a*. По аналогии с электрической цепью вводят магнитные сопротивления ферромагнитного магнитопровода $R_{M.M}$ и воздушного зазора $R_{M.B}$:

$$R_{M.M} = \frac{U_{M.M}}{\Phi} = \frac{Hl_1}{BS} = \frac{Hl_1}{\mu_r \mu_0 HS} = \frac{l_1}{\mu_r \mu_0 S}; \quad (5.2)$$

$$R_{M.B} = \frac{U_{M.B}}{\Phi} = \frac{H_B l_B}{BS} = \frac{H_B l_B}{\mu_0 H_B S} = \frac{l_B}{\mu_0 S}. \quad (5.3)$$

Единицей магнитного напряжения является ампер (А), магнитное сопротивление измеряется в амперах на вебер ($1 \text{ А/Вб} = 1/\text{Гн}$).

Чем лучше магнитные свойства ферромагнитного магнитопровода ($\mu_r \gg 1$), тем меньше значение магнитного напряжения магнитопровода. Так, при $R_{M.M} \ll R_{M.B}$ в соответствии с эквивалентной схемой (см. рис. 5.2, *a*) почти вся МДС приложена к воздушному зазору, т.е. к нагрузке.

Кривая намагничивания $B(H)$ является нелинейной, поэтому μ_r будет зависеть от магнитного потока $\mu_r(\Phi)$. Магнитное сопротивление $R_{M.M}$ и магнитное напряжение $U_{M.M}$ магнитопровода также являются нелинейными. С учетом вышесказанного закон полного тока имеет вид

$$Iw = U_{M.M}(\Phi) + R_{M.B} \Phi. \quad (5.4)$$

Решение нелинейного уравнения (5.4) обычно находят графически. Для этого используют магнитные характеристики магнитопровода $U_{M.M}(\Phi)$ и воздушного зазора $U_{M.B} = R_{M.B} \Phi$.

Следует подчеркнуть, что магнитное сопротивление воздушного зазора всегда линейное, поэтому магнитное напряжение $U_{\text{м.в}}$ является линейной функцией потока Φ . Магнитную характеристику магнитопровода $U_{\text{м.м}}(\Phi)$ получают из кривой намагничивания путем простой замены координат зависимости $B(H)$:

$$\Phi = BS, \quad U_{\text{м.м}} = HI_1.$$

Для удобства нахождения графического решения магнитная характеристика магнитопровода на рис. 5.4 приведена в виде $\Phi(U_{\text{м.м}})$.

Характеристика $\Phi(U_{\text{м.м}} + U_{\text{м.в}})$ получается суммированием обеих зависимостей $\Phi(U_{\text{м.м}})$ и $\Phi(U_{\text{м.в}})$ при одинаковых потоках. Дальнейшее решение ищется в зависимости от исходных данных.

Если задана МДС $F = Iw$, строится перпендикуляр из точки F до пересечения с кривой $\Phi(U_{\text{м.м}} + U_{\text{м.в}})$ в точке 1 . Проекция точки 1 на ось Φ дает магнитный поток магнитопровода Φ_1 . Точки 2 и 3 соответствуют магнитным напряжениям в воздушном зазоре $U_{\text{м.в}}$ и в магнитопроводе $U_{\text{м.м}}$.

Если известен поток Φ_1 , то задача решается в обратном порядке. Проводится параллельная прямая из точки Φ_1 до пересечения в точке 1 с кривой $\Phi(U_{\text{м.м}} + U_{\text{м.в}})$. МДС $F = Iw$ находится как проекция точки 1 на ось $U_{\text{м}}$.

Для нахождения магнитных величин Φ или $F = Iw$ можно применить аналог метода эквивалентного генератора, который часто

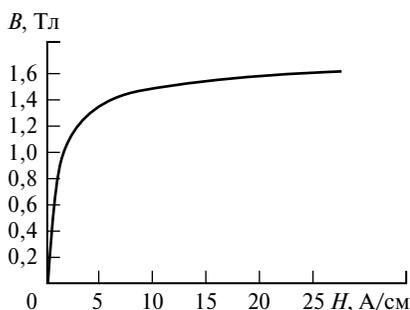


Рис. 5.3. Кривая намагничивания электротехнической стали 10880

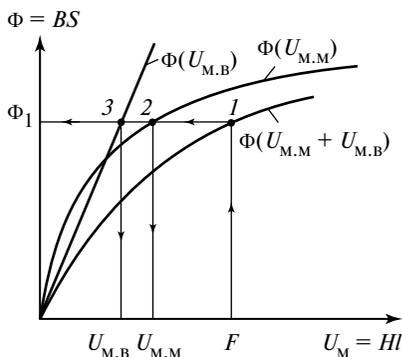


Рис. 5.4. Графический расчет неразветвленной магнитной цепи

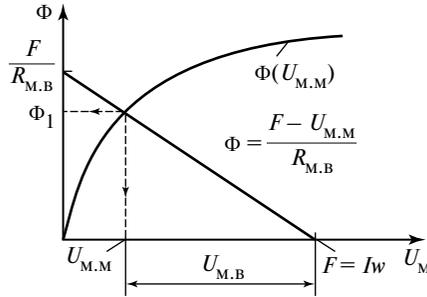


Рис. 5.5. График для расчета магнитных цепей

используется при расчете нелинейных электрических цепей. Для этого проводится прямая $\Phi = \frac{F - U_{M.M}}{R_{M.B}}$. Точка пересечения прямой с зависимостью $\Phi(U_{M.M})$ позволяет найти искомое решение (рис. 5.5).

5.3. Прямая и обратная задачи в магнитных цепях

На практике не всегда рассчитывают магнитные цепи с помощью построения магнитных характеристик. Часто при расчете магнитных цепей магнитные характеристики не используют. В этом случае выделяют два типа расчетов:

прямая задача, в которой заданы магнитные потоки или индукции на участках магнитной цепи, при неизвестных МДС;

обратная задача, которая связана с нахождением магнитных потоков или индукций на различных участках магнитной цепи при известных МДС.

В обеих задачах предполагается, что заданы геометрические размеры магнитной цепи и кривые намагничивания магнитного материала $B(H)$. Наиболее простой вид обе задачи имеют для неразветвленной магнитной цепи (см. рис. 5.1, а). Рассмотрим отдельно обе задачи.

Прямая задача. Пусть в магнитной цепи (см. рис. 5.1, а) заданы магнитный поток, кривая намагничивания магнитного материала $B(H)$ и геометрические размеры магнитопровода. Основным уравнением цепи является закон полного тока

$$Iw_1 = Hl + H_B l_B.$$

Кривая намагничивания $B(H)$ является нелинейной, поэтому напряженность магнитного поля также есть нелинейная функция и зависит от индукции $H(B)$. Относительно индукции уравнение имеет вид

$$Iw_1 = H(B)l + \frac{B}{\mu_0}l_B.$$

В полученном выражении имеется только одна неизвестная Iw_1 , так как магнитную индукцию можно найти из магнитного потока $B = \Phi/S$. Напряженность магнитного поля H находится по кривой $B(H)$. В результате находится искомая намагничивающая сила $F = Iw_1$. Уравнение удобно решать с помощью таблицы, в которую заносят геометрические размеры магнитопровода, магнитный поток и рассчитываемые величины (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Расчетная таблица неразветвленной магнитной цепи

Φ , Вб	S , м ²	B , Тл	l , м	l_B , м	H , А/м	H_B , А/м	Hl , А	$H_B l_B$, А	Iw , А

Таблица позволяет упростить расчет неразветвленной магнитной цепи. Обозначения в табл. 5.1 были введены в § 5.2.

Обратная задача. В данной задаче предполагаются известными намагничивающая сила, кривая намагничивания магнитного материала $B(H)$, геометрические размеры магнитопровода. Уравнения магнитной цепи и расчетная таблица (табл. 5.1) остаются теми же самыми. Рассмотренные ранее методы расчета предусматривали построение магнитной характеристики $\Phi = f(Iw)$. В рамках обратной задачи строят только ту часть магнитной характеристики, которая находится вблизи точки, соответствующей решению.

Решение ищут следующим образом:

1. Задаются магнитным потоком Φ_1 . Начальное значение можно найти из выражения $Iw_1 = H_B l_B$, в котором пренебрегается магнитным напряжением магнитопровода:

$$\Phi_1 = \mu_0 H_B S.$$

Найденное значение Φ_1 больше истинного потока.

2. Задаются следующим значением магнитного потока $\Phi_2 < \Phi_1$, находят новую МДС $F_2 = I_2 w_1$ и сравнивают F_2 с заданной намагничивающей силой F .

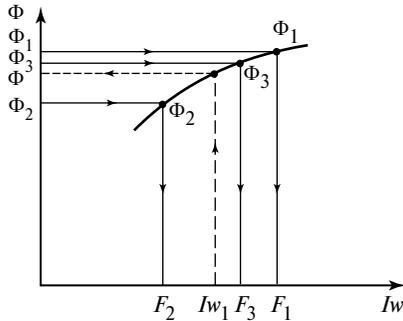


Рис. 5.6. Расчет обратной задачи

3. Если $F_2 < F$, то выбирают новое значение потока Φ_3 , чтобы выполнялось неравенство $\Phi_2 < \Phi_3 < \Phi_1$. Для потока Φ_3 находят $F_3 = I_3 w_3$. По трем точкам $F_1(\Phi_1)$, $F_2(\Phi_2)$, $F_3(\Phi_3)$ строится часть магнитной характеристики $\Phi(Iw)$ (рис. 5.6).

4. По известной намагничивающей силе $F = Iw$ находятся поток, а затем и индукция в зазоре и магнитопроводе.

Примечание. Если в п. 3 $F_2 > F$, то необходимо еще уменьшить поток Φ , пока не будет выполняться неравенство $F_2 < F$.

5.4. Расчет разветвленной магнитной цепи

Расчет разветвленной магнитной цепи проводят с помощью принципа непрерывности (4.2) и закона полного тока (4.3). Для цепи на рис. 5.1, б уравнения имеют вид:

принцип непрерывности (составляется для узлов магнитной цепи)

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0; \quad (5.5)$$

закон полного тока (составляется для контуров магнитной цепи)

$$\left. \begin{aligned} I_1 w_1 &= H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_B l_B; \\ I_2 w_2 &= H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_B l_B. \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

В общем случае полученные уравнения являются нелинейными, так как напряженности H_1 , H_2 , H_3 связаны с индукциями B_1 , B_2 , B_3 кривыми намагничивания $B(H)$ для каждого стержня магнитопровода.

Так же как и в неразветвленных магнитных цепях, различают прямую и обратную задачи.

В прямой задаче известны индукции или потоки в стержнях, геометрические параметры магнитопровода, кривые намагничивания $B(H)$.

Необходимо найти намагничивающие силы F_1, F_2 или токи I_1, I_2 (при известном числе витков w_1 и w_2). Расчет обычно проводят с помощью таблицы, как и для неразветвленной цепи. В таблицу помещают элементы уравнений (5.5), (5.6) и некоторые вспомогательные величины (табл. 5.2).

Таблица 5.2

Расчетная таблица разветвленной магнитной цепи

$\Phi_1, \text{Вб}$	$\Phi_2, \text{Вб}$	$\Phi_3, \text{Вб}$	$B_1, \text{Тл}$	$B_2, \text{Тл}$	$B_3, \text{Тл}$	$B_B, \text{Тл}$	$H_1, \text{А/м}$	$H_2, \text{А/м}$

Окончание табл. 5.2

$H_3, \text{А/м}$	$H_B, \text{А/м}$	$H_1 l_1, \text{А}$	$H_2 l_2, \text{А}$	$H_3 l_3, \text{А}$	$H_B l_B, \text{А}$	$F_1, \text{А}$	$F_2, \text{А}$

В обратной задаче известны намагничивающие силы или токи в обмотках при заданном числе витков и характеристики магнитопровода. Рассчитываются потоки или индукции в стержнях. Методика аналогична расчету неразветвленной магнитной цепи, но является значительно более сложной.

Рассмотрим несколько примеров расчета магнитных цепей постоянного тока.

Пример 5.1. Расчет неразветвленной магнитной цепи.

Определить количество витков обмотки электромагнита (рис. 5.7), если ток электромагнита $I = 20 \text{ А}$, а поток, при котором якорь начинает притягиваться, $\Phi = 30 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$. Магнитопровод и якорь электромагнита изготовлены из электротехнической стали 10880. Размеры электромагнита: $l_1 = 30 \text{ см}$, $l_2 = 2,5 \text{ см}$, $l_3 = l_4 = 12 \text{ см}$, $l_B = 0,5 \text{ см}$, $S_1 = 30 \text{ см}^2$, $S_3 = 25 \text{ см}^2$.

Решение. Магнитная индукция на участках магнитопровода:

$$B_1 = B_B = B_4 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{30 \cdot 10^{-4}}{30 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ Тл}; \quad B_3 = \frac{\Phi}{S_3} = \frac{30 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \text{ Тл}.$$

По кривой намагничивания $B(H)$ для стали 10880 (см. рис. 5.3) находим $H_1 = 150 \text{ А/м}$, $H_3 = 275 \text{ А/м}$.

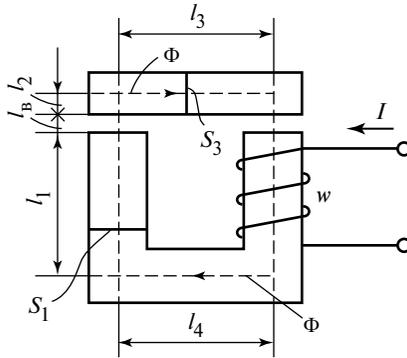


Рис. 5.7. Схема электромагнита

Напряженность в воздушном зазоре $H_B = \frac{B_B}{\mu_0} = \frac{B_B}{4\pi \cdot 10^{-7}} =$
 $= 8 \cdot 10^5 B_1$ А/м.

Магнитодвижущая сила

$$\begin{aligned} Iw &= H_1(2l_1 + l_4) + H_B \cdot 2l_B + H_3(2l_2 + l_3) = \\ &= 150(2 \cdot 30 + 12)10^{-2} + 8 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} + \\ &\quad + 275(2 \cdot 2,5 + 12)10^{-2} = 8154,75 \text{ А.} \end{aligned}$$

$$\text{Число витков } w = \frac{Iw}{I} = \frac{8154,75}{20} = 408 \text{ витков.}$$

Пример 5.2. Расчет обратной задачи.

Как изменится индукция магнитного поля в зазоре примера 5.1, если ток электромагнита увеличить на 30 %?

Решение. $Iw = 8154,75 \cdot 1,3 = 10\,601,175 \text{ А.}$

Используя решение предыдущей задачи, имеем при $\Phi = 30 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ $Iw = 8154,75 \text{ А.}$

Зададимся новым значением потока $\Phi' > 30 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$, например $\Phi' = 40 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$. Для этого потока проводим новый расчет:

$$B'_1 = B'_B = B'_4 = \frac{\Phi'}{S_1} = \frac{40 \cdot 10^{-4}}{30 \cdot 10^{-4}} = 1,3 \text{ Тл;}$$

$$B'_3 = \frac{\Phi'}{S_3} = \frac{40 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} = 1,6 \text{ Тл.}$$

По кривой намагничивания $B(H)$ для стали 10880 (см. рис. 5.3) находим

$$H'_1 = 375 \text{ А/м, } H'_3 = 2500 \text{ А/м.}$$

Напряженность в воздушном зазоре $H'_B = 8 \cdot 10^5 B'_1 = 10,4 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$

Магнитодвижущая сила

$$\begin{aligned} I'w &= H'_1(2l_1 + l_4) + H'_B \cdot 2l_B + H'_3(2l_2 + l_3) = \\ &= 375(2 \cdot 30 + 12)10^{-2} + 10,4 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} + \\ &\quad + 2500(2 \cdot 2,5 + 12)10^{-2} = 11\,220 \text{ А.} \end{aligned}$$

Новое значение потока выбираем в интервале $30 \cdot 10^{-4} < \Phi'' < 40 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$ Выбираем $\Phi'' = 35 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$ Для этого потока проводим аналогичный расчет магнитной цепи:

$B''_1 = B''_B = B''_4 = 1,17 \text{ Тл; } B''_3 = 1,4 \text{ Тл; } H''_1 = 200 \text{ А/м; } H''_3 = 600 \text{ А/м;}$

$$H''_B = 9,36 \cdot 10^5 \text{ А; } I''w = 9606 \text{ А.}$$

По трем точкам ($\Phi = 0,003 \text{ Вб, } \Phi' = 0,004 \text{ Вб, } \Phi'' = 0,0035 \text{ Вб}$) строим зависимость $\Phi(F)$ (рис. 5.8). Для заданной МДС $F = 10\,601 \text{ А}$

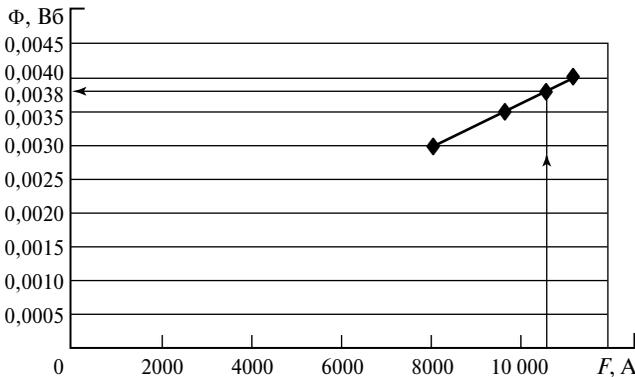


Рис. 5.8. Пример расчета обратной задачи

находим искомый магнитный поток $\Phi_{и} = 38 \cdot 10^{-4}$ Вб. Индукции на участках магнитной цепи равны:

$$B_1 = B_B = B_4 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{38 \cdot 10^{-4}}{30 \cdot 10^{-4}} = 1,26 \text{ Тл};$$

$$B_3 = \frac{\Phi}{S_3} = \frac{38 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} = 1,52 \text{ Тл}.$$

Пример 5.3. Расчет разветвленной магнитной цепи.

Для магнитной цепи на рис. 5.1, б заданы геометрические размеры магнитопровода, изготовленного из электротехнической стали 10880, магнитные потоки в стержнях 1 и 2. Рассчитать токи I_1 и I_2 с числом витков w_1 и w_2 .

Данные расчета: $l_1 = 80$ см, $l_2 = 60$ см, $l_3 = 20$ см, $l_B = 1$ мм, $S_1 = S_2 = S_3 = 10$ см², $\Phi_1 = 1,25 \cdot 10^{-3}$ Вб, $\Phi_2 = 0,25 \cdot 10^{-3}$ Вб, $w_1 = 500$ витков, $w_2 = 200$ витков. Зависимость $B(H)$ приведена на рис. 5.3.

Решение.

1. Находим поток Φ_3 по выражению (5.5):

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 = 1,25 \cdot 10^{-3} + 0,25 \cdot 10^{-3} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}.$$

Вычисляем индукцию в стержнях и воздушном зазоре:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{1,25 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \text{ Тл}, \quad B_2 = \frac{0,25 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 0,25 \text{ Тл},$$

$$B_3 = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \text{ Тл}, \quad B_B = B_3 = 1,5 \text{ Тл}.$$

По кривой $B(H)$ находим напряженности в стержнях:

$$H_1 = 325 \text{ А/м}, \quad H_2 = 25 \text{ А/м}, \quad H_3 = 1050 \text{ А/м},$$

$$H_B = 8 \cdot 10^5 B = 1,2 \cdot 10^6 \text{ А/м}.$$

Определяем намагничивающие силы в соответствии с (5.6):

$$\begin{aligned} F_1 &= I_1 w_1 = H_1 l_1 + H_3 l_3 + H_B l_B = \\ &= 325 \cdot 0,8 + 1050 \cdot 0,2 + 1,2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} = 1670 \text{ А}; \end{aligned}$$

$$F_2 = I_2 w_2 = H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_B l_B = 25 \cdot 0,6 + 1050 \cdot 0,2 + 1,2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} = 1425 \text{ A.}$$

Рассчитываем токи в обмотках:

$$I_1 = \frac{F_1}{w_1} = \frac{1670}{500} = 3,34 \text{ A}, \quad I_2 = \frac{F_2}{w_2} = \frac{1425}{200} = 7,125 \text{ A.}$$

Контрольные вопросы

1. Что называется магнитной цепью?
2. Назовите основные допущения, применяемые при расчете магнитных цепей.
3. В чем заключается аналогия электрических и магнитных цепей?
4. Как определить магнитное сопротивление участка магнитной цепи?
5. Напишите для разветвленной магнитной цепи уравнения Кирхгофа.

Темы рефератов

1. Решение прямых задач расчета магнитных цепей.
2. Решение обратных задач расчета магнитных цепей.

Глава 6

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

6.1. Закон электромагнитной индукции

Рассмотрим проводник длиной l , который движется со скоростью v в магнитном поле (рис. 6.1). В проводнике имеются свободные электроны, которые вместе с проводником также движутся в магнитном поле. Магнитное поле воздействует на эти электроны с силой F_0 , которая смещает электроны к краю 1 проводника. На другом конце 2 проводника будут концентрироваться положительные заряды (там возникает недостаток электронов).

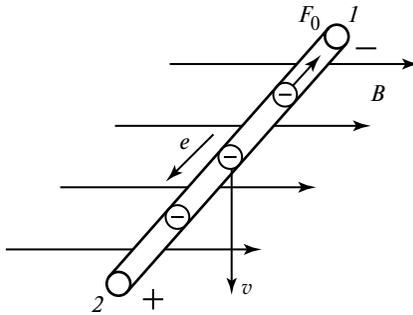


Рис. 6.1. Электродвижущая сила индукции в проводнике

В результате в проводнике возникает электродвижущая сила e , что называется явлением электромагнитной индукции.

Если прямолинейный проводник длиной l движется со скоростью v в однородном магнитном поле с индукцией B (рис. 6.2), то возникающая в нем ЭДС $e = Bvl \sin \alpha$, где α — угол между скоростью движения проводника и вектором магнитной индукции B . Если скорость v перпендикулярна вектору B , то $\alpha = 90^\circ$ и в этом случае $e = Bvl$.

Направление ЭДС e можно определить по правилу правой руки: магнитные силовые линии B входят в ладонь, отогнутый большой палец направляется по скорости v , тогда четыре вытянутых пальца ладони покажут направление e (рис. 6.3).

Закон открыт английским физиком М. Фарадеем и носит название закона электромагнитной индукции, формулируется он следующим

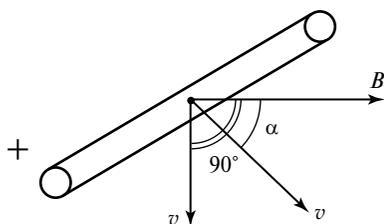


Рис. 6.2. Направление ЭДС в проводнике

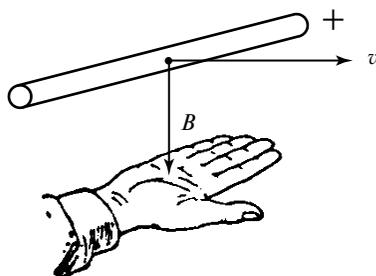


Рис. 6.3. Правило правой руки

образом: любое изменение магнитного поля, в которое помещен проводник произвольной формы, вызывает в проводнике появление ЭДС электромагнитной индукции.

6.2. Электродвижущая сила электромагнитной индукции в контуре. Закон Ленца

Поместим в магнитное поле замкнутый контур — рамку из проводников, которая перемещается со скоростью v перпендикулярно линиям индукции \mathbf{B} (рис. 6.4). Если магнитное поле однородное (одинаковое во всех точках поля), то в проводниках рамки 1—4 и 2—3 будут индуцироваться одинаковые ЭДС e , в проводниках 1—2 и 3—4 ЭДС появляться не будут, так как они не пересекают силовые линии поля. Суммарная ЭДС в контуре будет равна нулю.

При перемещении рамки в неоднородном магнитном поле в ней будет появляться ЭДС, которую рассчитывают по формуле $e = -\Delta\Phi/\Delta t$,

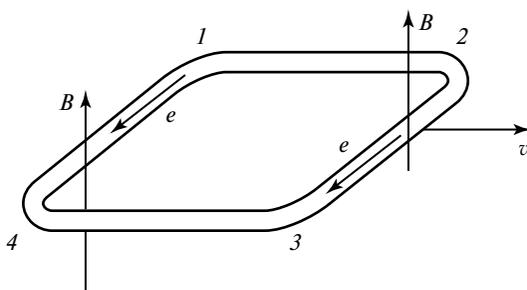


Рис. 6.4. Электродвижущая сила индукции в рамке

где $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока, пронизывающего контур за время Δt . Изменение магнитного потока может происходить по различным причинам:

- из-за неоднородности магнитного поля при движении рамки;
- вследствие изменения потока во времени $\Phi = f(t)$;
- при деформации самой рамки.

Индукцированная в рамке ЭДС приводит к появлению в ней тока, направление которого определяется законом Ленца: *в замкнутом проводящем контуре, находящемся в магнитном поле, индуцируется ток такого направления, при котором не происходит изменения основного магнитного потока, пронизывающего контур.*

Если магнитный поток, пронизывающий рамку, увеличивается, индуцируемый в рамке ток уменьшает основной поток и, наоборот, при уменьшении потока индуцируемый ток будет увеличивать общий поток. Об этом и говорит знак минус в ЭДС $e = -\Delta\Phi/\Delta t$.

Закон Ленца играет важную роль в электротехнике.

6.3. Электродвижущая сила самоиндукции и индуктивность катушки

Пропустим через катушку изменяющийся во времени электрический ток i (рис. 6.5). Этот ток будет создавать переменный магнитный поток, и, следовательно, возникнет ЭДС, которая называется

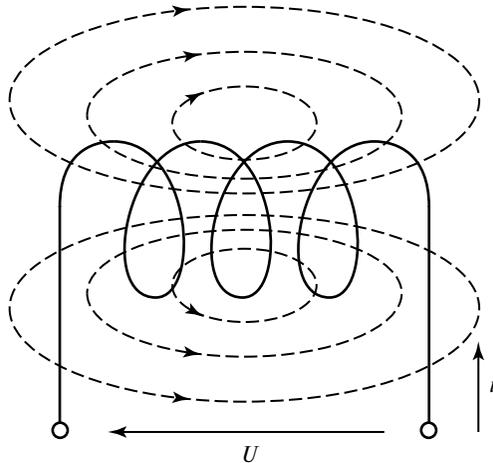


Рис. 6.5. Магнитное поле катушки с током

ЭДС самоиндукции e_L . Для количественной оценки этой ЭДС рассмотрим потокосцепление катушки Ψ_L . Магнитное поле вокруг витков имеет сложную форму, так как витки катушки пронизываются различным количеством силовых линий. Определим Ψ_L как суммарный магнитный поток самоиндукции, создаваемый током i в витках обмотки:

$$\Psi_L = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots + \Phi_w,$$

где $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_w$ — магнитные потоки, сцепленные с первым, вторым, третьим и т.д. витками обмотки при протекании тока i . Потокосцепление Ψ_L соответствует общему потоку, сцепленному с витками катушки, по которой протекает ток i .

В среде с постоянной магнитной проницаемостью существует линейная зависимость между Ψ_L и i , т.е. $\Psi_L = Li$, где L — коэффициент пропорциональности, который называется индуктивностью обмотки. Единицей индуктивности является генри (Гн).

Применяя формулу из § 6.2, соответствующую изменению магнитного потока (потокосцепления Ψ_L), получаем для ЭДС самоиндукции

$$e_L = -\frac{\Delta\Psi_L}{\Delta t} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}.$$

Здесь $\Delta\Psi_L$ и Δi — соответственно изменения потокосцепления и тока за время Δt .

В дифференциальной форме выражение имеет вид

$$e_L = -\frac{d\Psi_L}{dt} = -L\frac{di}{dt}. \quad (6.1)$$

Электродвижущая сила самоиндукции e_L подчиняется закону Ленца, генерирует в замкнутом контуре ток, который создает магнитный поток, препятствующий изменению потока (тока) в обмотке.

Пример 6.1. Квадратная рамка, изготовленная из медного провода сечением $2,5 \text{ мм}^2$, пронизывается равномерным переменным магнитным потоком Φ .

Одна сторона рамки разрезана, и к концам подключен вольтметр электромагнитного типа (рис. 6.6).

Определить значение ЭДС, индуцированной в рамке, показание вольтметра электромагнитной системы, если длина стороны рамки

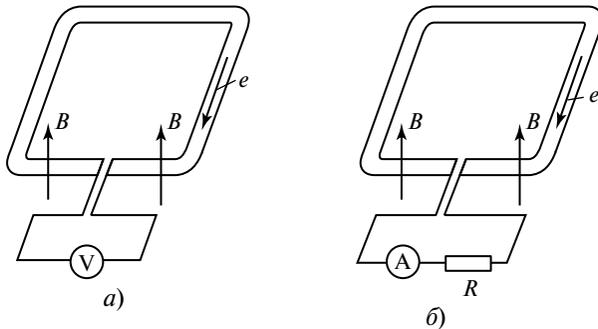


Рис. 6.6. Рамка, пронизываемая переменным магнитным потоком:
а — с вольтметром; *б* — с амперметром

равна 40 см, длина зазора 2 мм, а индукция магнитного поля B изменяется по закону $B = 1,41 \sin(314t)$ и перпендикулярна плоскости рамки.

Решение. Сечение рамки пронизывается потоком, Вб:

$$\Phi = SB = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 1,41 \sin 314t = 0,225 \sin 314t.$$

Электродвижущая сила, наводимая в рамке, В:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = (-0,225)314 \cos 314t = -70,8 \cos 314t.$$

Показание вольтметра

$$U_V = \frac{70,8}{\sqrt{2}} = 50,2 \text{ В.}$$

Пример 6.2. К рамке из примера 6.1 вместо вольтметра подключен резистор сопротивлением $R = 100$ Ом, последовательно с которым включен амперметр электромагнитной системы (рис. 6.6, б).

Определить ток рамки и показание амперметра.

Решение. Сопротивление рамки $R_{\text{рамки}} = R_M + R$, где R_M — сопротивление медного провода рамки:

$$R_M = \rho_M \frac{l}{S} = 0,018 \frac{1,6}{2,5} = 0,011 \text{ Ом.}$$

Можно считать, что $R_{\text{рамки}} \approx R = 100$ Ом.

Ток рамки, А:

$$i = \frac{e}{R} = \frac{-70,8 \cos 314t}{100} = -0,708 \cos 314t.$$

Показание амперметра

$$I_A = \frac{70,8}{\sqrt{2}} = 0,502 \text{ А.}$$

6.4. Электродвижущая сила взаимной индукции, взаимная индуктивность катушек

Пусть две катушки с витками w_1 и w_2 расположены рядом и по одной из них протекает ток i_1 (см. рис. 4.5, а). Этот ток создает поток самоиндукции Φ_{11} , который полностью пронизывает катушку 1 и частично катушку 2. Поток Φ_{12} сцепляется только с витками катушки 2 и называется потоком взаимной индукции.

Сцепляясь с витками катушек w_1 и w_2 , потоки образуют потоко-сцепления:

$$\Psi_{11} = w_1 \Phi_{11}, \quad \Psi_{12} = w_2 \Phi_{12}. \quad (6.2)$$

Оба потоко-сцепления создаются одним током и в однородной магнитной среде с постоянной магнитной проницаемостью ему пропорциональны:

$$\Psi_{11} = L_1 i_1, \quad \Psi_{12} = M_{12} i_1. \quad (6.3)$$

Коэффициенты пропорциональности L_1 и M_{12} называются соответственно индуктивностью и взаимной индуктивностью катушек. Коэффициент взаимной индуктивности M_{12} , как и индуктивность L_1 , измеряется в генри (Гн).

Если при отсутствии тока в первой катушке во второй катушке пропустить ток i_2 , то возникнет поток самоиндукции второй катушки Φ_{22} и поток взаимной индукции Φ_{21} (см. рис. 4.5, б). Потоко-сцепление взаимной индукции Ψ_{21} определяется выражением $\Psi_{21} = M_{21} i_2$.

В однородной среде $M_{12} = M_{21} = M$. Взаимная индуктивность M зависит от размеров и расположения катушек, числа витков и магнитной среды.

Если ток i_1 будет изменяться во времени, то потоко-сцепления Ψ_{11} и Ψ_{12} тоже будут изменяться во времени. В обеих катушках появятся

ЭДС e_1 и e_{12} , при этом e_1 называется ЭДС самоиндукции первой катушки, а e_{12} — ЭДС взаимной индукции (см. рис. 4.5). Они определяются следующими выражениями:

$$e_1 = -\frac{\Delta\Psi_{11}}{\Delta t} = -L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t}, \quad e_{12} = -\frac{\Delta\Psi_{12}}{\Delta t} = -M \frac{\Delta i_1}{\Delta t}.$$

В дифференциальной форме ЭДС имеют вид

$$e_1 = -\frac{d\Psi_{11}}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt}, \quad e_{12} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}. \quad (6.4)$$

6.5. Коэффициент магнитной связи индуктивно связанных катушек

Коэффициентом связи k двух магнитно-связанных катушек с индуктивностями L_1 , L_2 и взаимной индуктивностью M называется

$$\text{отношение } k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}.$$

Коэффициент связи k всегда меньше единицы. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим выражение $k^2 = \frac{M^2}{L_1 L_2}$. Выразим индуктивности и взаимную индуктивность через потоки (см. рис. 4.5):

$$L_1 = \frac{\Phi_{11} w_1}{i_1}, \quad L_2 = \frac{\Phi_{22} w_2}{i_2}, \quad M = \frac{\Phi_{12} w_2}{i_1} = \frac{\Phi_{21} w_1}{i_2}.$$

После подстановки выражений для L_1 , L_2 и M в формулу для k^2 получаем

$$k^2 = \frac{\frac{\Phi_{12} w_2}{i_1} \frac{\Phi_{21} w_1}{i_2}}{\frac{\Phi_{11} w_1}{i_1} \frac{\Phi_{22} w_2}{i_2}} = \frac{\Phi_{12} \Phi_{21}}{\Phi_{11} \Phi_{22}}.$$

Это выражение меньше единицы, так как $\frac{\Phi_{12}}{\Phi_{11}} < 1$ и $\frac{\Phi_{12}}{\Phi_{22}} < 1$.

В магнитопроводе, на который намотаны две обмотки, значение коэффициента связи приближается к единице, например в силовом трансформаторе. Если обмотки не имеют магнитопровода, то k существенно меньше единицы.

6.6. Вихревые токи

Переменный магнитный поток, пронизывая произвольный контур, индуцирует в нем ЭДС. Если контур замкнутый и состоит из проводящего материала, то в нем появляются токи.

Электродвижущая сила взаимной индукции образуется в любом замкнутом контуре, который пронизывается изменяющимся потоком. Так, сечение магнитопровода трансформатора можно рассматривать как контур, в котором ЭДС будет генерировать кольцевые токи. Эти токи называются вихревыми.

Вихревые токи возникают в магнитопроводах под влиянием переменной ЭДС, наводимой переменным магнитным потоком. На рис. 4.12, *a* показано возникновение вихревых токов в массивном магнитопроводе.

Возникающие вихревые токи вызывают потери энергии в магнитопроводе и производят размагничивающее действие рабочего магнитного потока. Размагничивание магнитопровода сильнее сказывается в его середине и менее заметно по краям вблизи поверхности. Это можно объяснить меньшим электрическим сопротивлением в средней зоне магнитопровода, так как длина пути для токов в этой части существенно меньше, чем вблизи поверхности. Возникает как бы экранирование внутренних участков магнитопровода вихревыми токами.

Для уменьшения потерь энергии и размагничивающего эффекта магнитопровод собирают из тонких ферромагнитных листов, которые электрически изолированы один от другого (см. рис. 4.12, *б*). В таком магнитопроводе вихревые токи существенно меньше, так как в пластине они замыкаются по узким вытянутым путям с большим электрическим сопротивлением.

Чем меньше толщина ферромагнитного листа, тем выше может быть рабочая частота магнитного потока. Для высоких частот применяют магнитопроводы, изготовленные из магнитодиэлектриков (ферритов). Магнитодиэлектрики состоят из ферромагнитного порошка и имеют большое электрическое сопротивление, что уменьшает вихревые токи.

6.7. Взаимное преобразование механической и электрической энергии

Явление электромагнитной индукции в различных устройствах лежит в основе взаимного преобразования механической и электрической энергии.

6.7.1. Преобразование механической энергии в электрическую

Рассмотрим движение проводника с током I в однородном магнитном поле с индукцией B под действием механической силы $F_{\text{мех}}$ (рис. 6.7). Пусть проводник длиной l движется со скоростью v . В соответствии с законом электромагнитной индукции в проводнике появится ЭДС e , направление которой можно определить правилом правой руки (на рис. 6.7 заряды показывают направление возникающей ЭДС). В разомкнутом проводнике ток не идет. Если проводник замкнуть на резистор с сопротивлением R , в контуре появится ток I и возникнет электромагнитная сила F , которая будет иметь тормозной характер, так как направлена в противоположную сторону от скорости v .

Чтобы проводник двигался, необходимо приложить силу, направленную противоположно тормозной силе $F_{\text{мех}} = F$. В этом случае

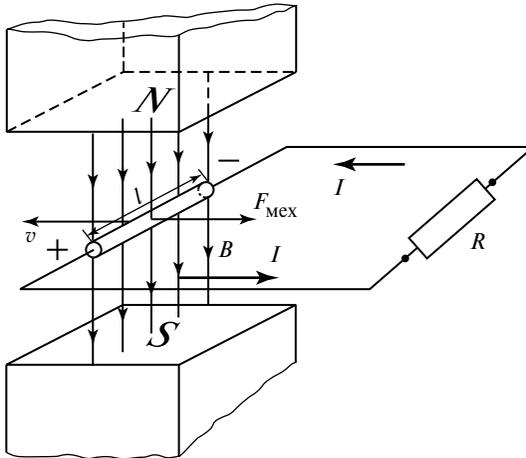


Рис. 6.7. Схема возникновения тормозной силы

проводник будет развивать механическую мощность $P_{\text{мех}} = F_{\text{мех}}v$.
Механическая мощность

$$P_{\text{мех}} = BIlv = IBlv = IE. \quad (6.5)$$

Правая часть соответствует электрической мощности, где E — ЭДС электромагнитной индукции в проводнике. При постоянной скорости движения проводника ЭДС также будет постоянной, т.е. $e = E$.

При движении замкнутого проводника в магнитном поле под действием механической внешней силы происходит преобразование механической энергии в электрическую.

6.7.2. Преобразование электрической энергии в механическую

Если к проводнику, находящемуся в магнитном поле, подключить источник ЭДС E (рис. 6.8), то в проводнике возникнет ток I и на него будет действовать сила F , в результате проводник начнет двигаться со скоростью v . Сила F , как и в предыдущем случае, определяется по правилу левой руки.

При движении проводник пересекает силовые магнитные линии, поэтому в нем возникает ЭДС, направленная против тока (встречная

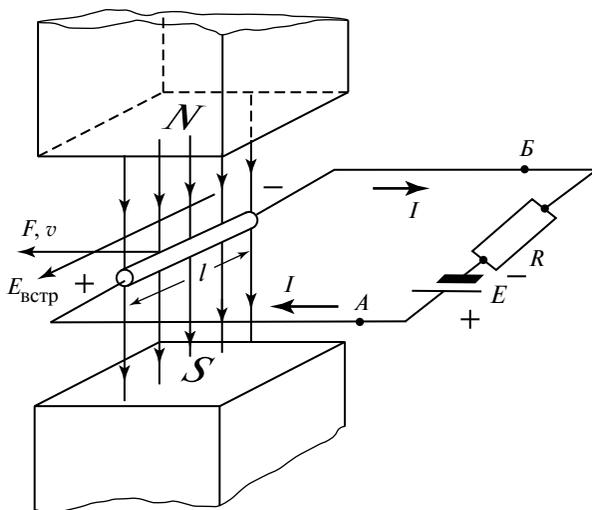


Рис. 6.8. Схема появления встречной ЭДС

ЭДС $E_{\text{встр}}$). Направление $E_{\text{встр}}$ определяется по правилу правой руки, а значение — из выражения

$$E_{\text{встр}} = Blv.$$

Второй закон Кирхгофа для контура имеет вид

$$E - E_{\text{встр}} = RI.$$

Запишем последнее выражение относительно E и умножим обе его части на ток I :

$$EI = E_{\text{встр}}I + RI^2 = BlIv + RI^2 = Fv + RI^2.$$

В формуле Fv характеризует механическую мощность движения проводника со скоростью v , RI^2 соответствует тепловым потерям, возникающим в контуре при протекании тока I . Таким образом, *в замкнутом контуре с ЭДС и проводником, находящимся в магнитном поле, электрическая энергия источника преобразуется в механическую энергию движения и тепловую энергию потерь в контуре от протекания тока I .*

Пример 6.3. Проводник длиной $l = 30$ см движется со скоростью $v = 20$ м/с в равномерном магнитном поле с индукцией $B = 1,2$ Тл в направлении действующей на него силы. По проводнику протекает ток $I = 5$ А.

Определить мощность, развиваемую проводником, и механическую работу, которую совершает проводник за время $t = 0,1$ с.

Решение. Чтобы проводник двигался в направлении скорости, необходимо приложить силу $F_{\text{мех}}$, которая компенсировала бы электромагнитную силу F , т.е. $F_{\text{мех}} = F$. Сила F играет роль тормозящей. Значение F определяется из выражения

$$F = BlI = 1,2 \cdot 0,3 \cdot 5 = 1,8 \text{ Н.}$$

Механическая мощность $P_{\text{мех}} = Fv = 1,8 \cdot 20 = 36$ Вт.

Механическая работа $W_{\text{мех}} = P_{\text{мех}}t = 36 \cdot 0,1 = 3,6$ Дж.

Пример 6.4. Проводник длиной $l = 0,8$ м движется в равномерном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл со скоростью $v = 10$ м/с. К концам проводника подключены источник ЭДС и резистор сопротивлением R .

Определить механическую мощность, развиваемую проводником, если $E = 8,2$ В, а общее сопротивление проводника и резистора $R_{\text{общ}} = 0,02$ Ом.

Решение. Ток I , протекающий по проводнику, взаимодействует с магнитным полем B , вызывая силу F . При движении проводника в магнитном поле в нем образуется встречная ЭДС $E_{\text{встр}}$:

$$E_{\text{встр}} = BIV = 1 \cdot 0,8 \cdot 10 = 8 \text{ В.}$$

Определяем ток в проводнике I :

$$R_{\text{общ}} I = U - E_{\text{встр}},$$

$$I = \frac{U - E_{\text{встр}}}{R_{\text{общ}}} = \frac{8,2 - 8}{0,02} = 10 \text{ А.}$$

Механическая мощность

$$P_{\text{мех}} = E_{\text{встр}} I = 8 \cdot 10 = 80 \text{ Вт.}$$

Механическую мощность можно определить также из выражения

$$P_{\text{мех}} = FV = BIV = 1 \cdot 0,8 \cdot 10 \cdot 10 = 80 \text{ Вт.}$$

6.8. Применение закона электромагнитной индукции в практике

В настоящее время в технике широкое применение находит большое количество устройств, в которых происходит преобразование механической энергии в электрическую, электрической энергии в механическую, электрической энергии в тепловую, электрической энергии в электрическую и т.д. Эти преобразования часто связаны с законами электромагнитной индукции. Рассмотрим некоторые широко применяемые в технике устройства.

6.8.1. Принцип работы трансформатора

Трансформатор представляет собой устройство, основанное на явлении взаимной индукции, и предназначенное для преобразования одних значений и фаз переменных напряжений и токов в другие при неизменной частоте.

Простейший трансформатор состоит из магнитопровода и двух изолированных одна от другой обмоток (рис. 6.9). Обмотка, к которой подключается источник переменного напряжения, называется первичной обмоткой. Обмотка, к которой подключается потребитель $Z_{\text{н}}$, является вторичной. Переменный ток первичной обмотки i_1 создает в магнитопроводе магнитный поток Φ , который сцепляется

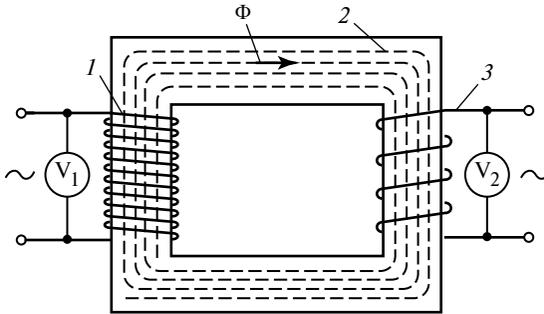


Рис. 6.9. Схема двухобмоточного трансформатора:

1 — первичная обмотка; 2 — магнитопровод; 3 — вторичная обмотка

с витками первичной обмотки w_1 и наводит в них ЭДС. В соответствии с законом электромагнитной индукции

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Магнитный поток Φ пересекает витки и второй обмотки w_2 , в ней тоже образуется ЭДС

$$e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Отношение ЭДС в любой момент времени равно отношению числа витков обмоток, которое называется коэффициентом трансформации n :

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{w_1}{w_2} = n.$$

Отношение действующих значений напряжений на обмотках при разомкнутой вторичной обмотке также равно n , причем

$$n = \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2}.$$

Изменяя количество витков обмоток трансформатора, можно изменять напряжение U_2 на приемнике и тем самым преобразовывать значение напряжения.

6.8.2. Принцип действия асинхронного двигателя

Асинхронный двигатель из-за простоты конструкции является самым распространенным двигателем, применяемым в промышленности.

На статоре асинхронного двигателя расположены три одинаковые обмотки. Обмотки сдвинуты в пространстве статора на 120° и подключены к трехфазной сети. Токи в этих обмотках создают вращающееся магнитное поле с угловой частотой ω_c , равной частоте питающей сети.

Ротор двигателя содержит обмотку, витки которой обычно коротко замкнуты. Вращающееся магнитное поле статора индуцирует в обмотке ротора ЭДС электромагнитной индукции, которая вызывает токи в замкнутых витках обмотки ротора. Взаимодействие токов ротора с вращающимся магнитным полем создает электромагнитные силы F , направление которых определяется по правилу левой руки.

В качестве иллюстрации рассмотрим рис. 6.10, на котором изображен один виток обмотки ротора и магнитное поле статора. N и S являются полюсами вращающегося магнитного поля с угловой частотой ω_c . Магнитное поле как бы «набегает» на виток, что равносильно вращению витка в неподвижном магнитном поле в направлении, противоположном вращению поля. ЭДС, наводимая в витке, определяется по правилу правой руки. На рис. 6.10 показаны направления ЭДС, наводимых в проводниках витка, ток витка i , электромагнитные силы F , действующие на виток, и частота вращения витка ротора n_p .

Под действием силы F виток начнет вращаться с частотой вращения n_p . Частота вращения ротора всегда меньше частоты вращения

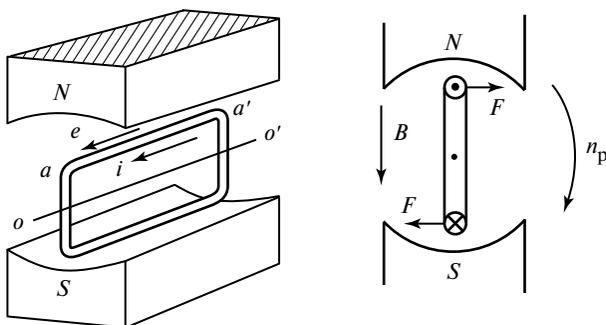


Рис. 6.10. Принцип действия асинхронного двигателя

магнитного поля статора n_c (синхронной частоты), т.е. $n_p < n_c$. Разность между частотами вращения статора и ротора характеризует скольжение s двигателя:

$$s = \frac{n_c - n_p}{n_c} = \frac{\omega_c - \omega_p}{\omega_c}.$$

Обычно скольжение не превышает 5—6 % частоты вращения магнитного поля n_c . Из-за того, что частота вращения ротора n_p не совпадает с частотой вращения магнитного поля n_c , двигатель называется асинхронным.

6.8.3. Принцип работы синхронного двигателя

Как все электрические двигатели, синхронные имеют статор и ротор. Статор синхронного двигателя имеет трехфазную обмотку и практически не отличается от конструкции статора асинхронного двигателя. Обмотки статора подключаются к трехфазной сети и создают вращающееся магнитное поле с угловой частотой ω_c , равной угловой частоте напряжения электрической сети.

Ротор содержит обмотку, по которой протекает постоянный ток, создающий неподвижный относительно ротора магнитный поток. Можно считать, что ротор представляет собой постоянный магнит.

Принципиальная схема синхронного двигателя приведена на рис. 6.11. В нормальных условиях синхронный двигатель не имеет пускового момента, поэтому прямой пуск невозможен. Чтобы осуществить пуск двигателя, применяют дополнительные меры. Для этого на ротор помещают дополнительную короткозамкнутую обмотку, которая в режиме пуска работает как обмотка асинхронного двигателя. Штатная обмотка ротора в момент пуска отключается от источника. Двигатель разгоняется как асинхронный и достигает частоты, близкой к частоте вращения магнитного поля статора. В этот момент обмотка ротора подключается к источнику, магнитный поток статора захватывает магнитный поток ротора и происходит синхронизация. Можно сказать, что магнитное поле статора «ведет» за собой ротор и оба вращаются с одной частотой.

Магнитное поле ротора при его вращении пересекает обмотки статора и наводит в них ЭДС электромагнитной индукции E_0 . При отсутствии нагрузки на валу двигателя индукция E_0 практически равна напряжению питающей сети U , т.е. $U \approx E_0$.

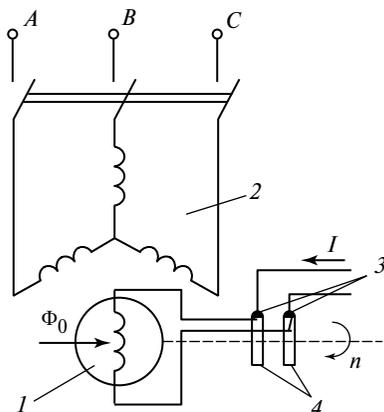


Рис. 6.11. Упрощенная схема синхронной машины:

1 — ротор (индуктор); 2 — статор; 3 — щетки; 4 — кольца

При нагрузке на валу двигателя в обмотке статора появляется ток и уравнение для цепи статора будет иметь вид:

$$\underline{U} = jx_c \underline{I}_c + \underline{E}_0,$$

где x_c , \underline{I}_c — соответственно синхронное сопротивление и ток статора (якоря).

6.8.4. Принцип действия двигателей постоянного тока

Статор двигателя постоянного тока имеет главные полюса, на которых намотана обмотка возбуждения. Обмотка возбуждения создает магнитное поле во внутреннем пространстве, в котором находится ротор (якорь). Якорь также содержит обмотку, подключенную к источнику постоянного тока (рис. 6.12). В двигателе постоянного тока независимого возбуждения обмотки статора и ротора подключаются к отдельным источникам.

Ток якоря взаимодействует с магнитным полем статора, и возникает электромагнитный момент, который и вращает ротор двигателя. Обмотка ротора при вращении пересекает силовые линии магнитного поля статора, и в ней возникает ЭДС электромагнитной индукции E , которая ограничивает ток якоря $I_{я}$. Значение E зависит от

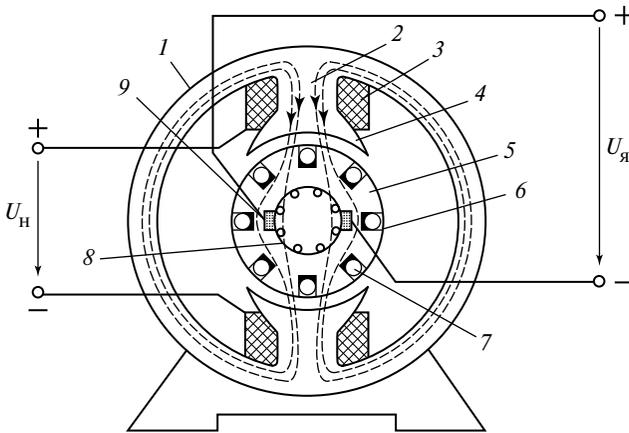


Рис. 6.12. Конструкция двигателя постоянного тока:

1 — станина; 2 — полюс; 3 — катушка обмотки возбуждения; 4 — полюсные наконечники; 5 — якорь; 6 — паз; 7 — обмотка якоря; 8 — коллектор; 9 — щетка

потока возбуждения Φ и частоты вращения якоря n . Частоту вращения ротора можно найти из выражения

$$n_p = \frac{U - R_{я} I_{я}}{c_E \Phi},$$

где U — напряжение, приложенное к якорю; $R_{я}$ — сопротивление обмотки якоря; c_E — конструктивный коэффициент, постоянный для данного двигателя.

Поток Φ зависит только от тока возбуждения и при неизменном токе является величиной постоянной. Регулируют частоту вращения двигателя обычно изменением напряжения U двигателя. Двигатели постоянного тока — наилучшие в отношении регулирования частоты вращения и обладают наибольшим диапазоном ее регулирования.

6.8.5. Конструкция генератора переменного тока

Принцип действия генератора переменного тока основан на преобразовании механической энергии в электрическую.

Поместим в однородное магнитное поле, образованное между полюсами $N-S$, рамку, состоящую из двух проводников 1 и 2. Под действием механической силы рамку вращают с постоянной угловой частотой ω (рис. 6.13, а). Концы рамки соединены с кольцами 3, 4, по которым скользят щетки 5, 6.

В проводниках 1 и 2 , которые пересекают магнитное поле, возникает ЭДС электромагнитной индукции e . Значение e находят из выражения

$$e = Bvl \sin \alpha,$$

а направление определяют по правилу правой руки. В этом выражении α определяет угол между B и v . Направления ЭДС e в проводниках $1, 2$ на рис. 6.13, *a* указаны стрелкой. Если к щеткам подключить нагрузку (лампочку), то цепь становится замкнутой и в ней будет протекать ток i , направление которого совпадает с направлением e .

В формуле для ЭДС α является углом между индукцией B и скоростью проводника v . Скорость v направлена по касательной к движению проводника (по угловой скорости ω). Выражение $v \sin \alpha$ соответствует нормальной проекции скорости, перпендикулярной индукции B . При вращении рамки со скоростью ω угол α изменяется в функции времени $\alpha = \omega t$. Таким образом, получаем для ЭДС

$$e = Bvl \sin \omega t = E_m \sin \omega t,$$

где $E_m = Bvl$ — амплитуда ЭДС.

Обычно проводники рамки $1, 2$ называются активными сторонами, так как в них возникает ЭДС. В схеме на рис. 6.13, *a* трудно создать однородное магнитное поле, поэтому внутрь поля помещают барабан (ротор) из ферромагнитного материала (рис. 6.13, *б*). Ротор содержит пазы, в которые помещают проводники. Ферромагнитный

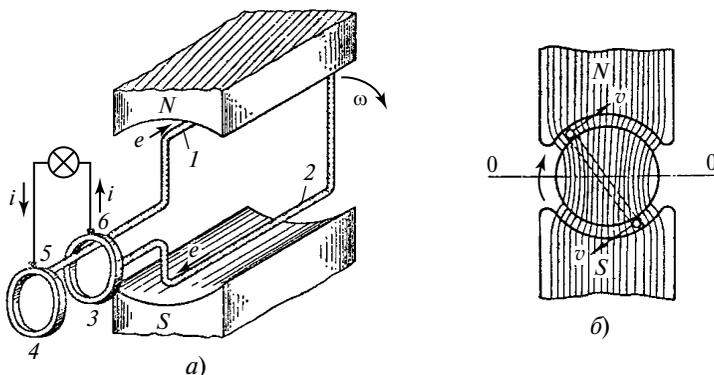


Рис. 6.13. Конструкция генератора переменного тока:

$1, 2$ — проводники; $3, 4$ — контактные кольца; $5, 6$ — щетки

ротор делает магнитное поле однородным, и проводники (активные стороны) вращаются в равномерном поле, индуцируя $e = E_m \sin \omega t$.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается закон электромагнитной индукции?
2. Сформулируйте закон Ленца.
3. Что называется ЭДС самоиндукции и ЭДС взаимной индукции?
4. Определите понятия индуктивности и взаимной индуктивности.
5. Как определить направление ЭДС индукции?
6. Что такое вихревые токи? Назовите положительную и отрицательную роли вихревых токов в электротехнических устройствах.
7. Как образуется тормозная сила при движении проводника с током в магнитном поле?
8. Каково основное назначение трансформатора?
9. Принцип работы асинхронного двигателя.
10. Принцип работы генератора переменного тока.
11. Принцип работы синхронного двигателя.
12. Принцип работы двигателя постоянного тока.

Темы рефератов

1. Электротехнические устройства, которые можно сконструировать на основе закона электромагнитной индукции.
2. Роль закона электромагнитной индукции при отключении электромагнитов, других электротехнических устройств, содержащих магнитопроводы.
3. Применение вихревых токов в промышленности.

Раздел 4

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Глава 7

НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ

7.1. Переменный ток

Большинство электротехнических устройств предназначено для производства, преобразования и передачи электроэнергии. Все эти задачи проще решить с помощью переменных токов и напряжений. Переменные токи возникают в цепях с источниками переменного тока и источниками переменных ЭДС, а также в результате переходных процессов из-за коммутаций (например, включений и выключений, отключений и т.д.). Такие процессы рассмотрены в гл. 18.

Переменными токами, напряжениями, ЭДС называются токи, напряжения, ЭДС, изменяющиеся с течением времени.

Значения тока в произвольные моменты времени t называются мгновенными значениями тока и обозначаются $i(t)$. Аналогично определяемые мгновенные значения напряжения и ЭДС обозначаются $u(t)$ и $e(t)$ соответственно.

Наиболее часто в технике применяются периодические токи, напряжения и ЭДС, значения которых повторяются периодически, т.е. через равные промежутки времени. На рис. 7.1, *a—в* изображены

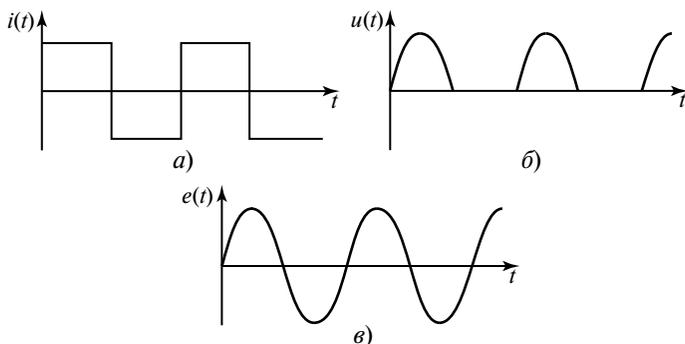


Рис. 7.1. Графики мгновенных значений некоторых периодических токов, напряжений, ЭДС

графики мгновенных значений некоторых периодических переменных токов.

Простейшим периодическим переменным током является синусоидальный, получивший широкое применение в электроэнергетике. Синусоидальные токи и напряжения обеспечивают наиболее экономичные режимы работы электротехнических устройств. Вырабатываются они генераторами переменного тока. Принцип действия и конструкция генератора переменного тока изложены в гл. 6 и 17.

7.2. Уравнения и графики синусоидальных токов, напряжений, ЭДС

Мгновенные значения синусоидальных токов $i(t)$, напряжений $u(t)$ и ЭДС $e(t)$ математически описываются формулами

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u);$$

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e),$$

где I_m , U_m , E_m — амплитудные значения тока, напряжения и ЭДС; ψ_i , ψ_u , ψ_e — начальные фазы тока, напряжения и ЭДС.

Угловая частота

$$\omega = 2\pi f = 2\pi / T,$$

где f — частота синусоидальной функции; T — период синусоидальной функции — минимальный промежуток времени, через который мгновенные значения синусоидальной величины повторяются.

В системе СИ время t и период T выражаются в секундах (с), частота f равна числу периодов в секунду. Единицей частоты является герц (Гц). В энергетических системах РФ и большинства стран мира применяются синусоидальные токи с частотой 50 Гц, а в странах Северной и Южной Америки, ряде стран Юго-Восточной Азии, Африки — 60 Гц.

В энергоустановках автономных объектов (речные и морские суда, самолеты, вертолеты и т.д.) используются частоты 200, 400, 1000 Гц. Радиовещание, радиосвязь, телевидение, радиолокация используют частоты до 10^{10} Гц и выше.

Единицей угловой частоты $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ является радиан в секунду (рад/с).

Аргумент синусоидальной функции $(\omega t + \psi)$ называют текущей фазой. Фаза $(\omega t + \psi)$ и начальная фаза ψ выражаются в радианах (рад) или градусах (град). График мгновенных значений синусоидального тока представлен на рис. 7.2.

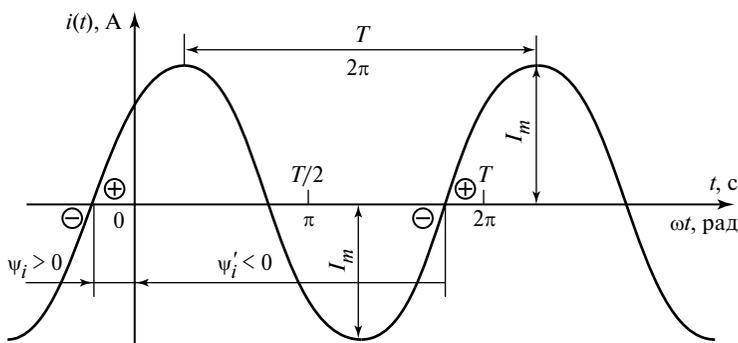


Рис. 7.2. График мгновенных значений синусоидального тока

Разность начальных фаз синусоидальных напряжений и токов $\psi_u - \psi_i$ называется сдвигом по фазе. Если $\psi_u - \psi_i = 0$, то такие напряжение и ток называют синфазными. Если $\psi_u - \psi_i = \pm\pi = \pm 180^\circ$, то о таких напряжениях и токах говорят, что они находятся в противофазе. Если $\psi_u - \psi_i = \pm\frac{\pi}{2} = \pm 90^\circ$, то о таких напряжениях и токах говорят, что они находятся в квадратуре.

Если $\psi_u - \psi_i > 0$, то говорят, что напряжение обгоняет ток на угол $\psi_u - \psi_i$ или ток отстает от напряжения на угол $\psi_u - \psi_i$. Аналогично определяется сдвиг по фазе между двумя токами, между двумя напряжениями и т.д.

Переменный ток $i(t)$ характеризуют по его действующему значению I , равному среднеквадратическому значению переменного тока:

$$I = \sqrt{(i^2)_{\text{cp}}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2(\omega t) d(\omega t)}.$$

Численно действующее значение переменного тока равно такому значению постоянного тока, при котором в резистивном элементе R выделяется за один период такое же количество теплоты, как и при данном переменном токе:

$$RI^2 = R(i^2)_{\text{cp}}.$$

В случае синусоидального тока

$$I^2 = (i^2)_{\text{cp}} = (I_m^2 \sin^2 \omega t)_{\text{cp}} = I_m^2 / 2.$$

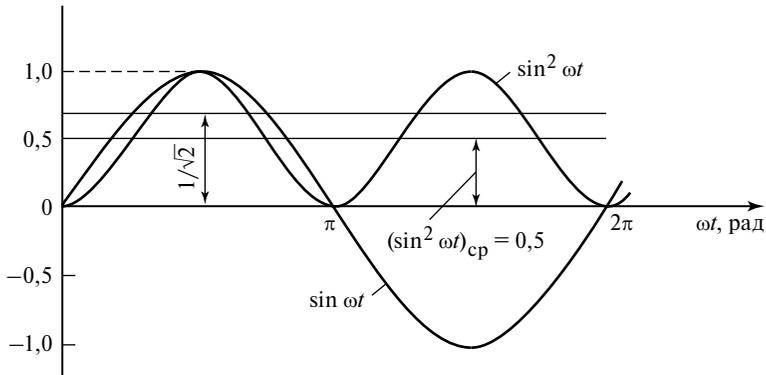


Рис. 7.3. Синусоида, квадрат синусоиды; среднее значение за период, значение квадрата синусоиды, равное 0,5, и среднеквадратическое значение синусоиды, равное $1/\sqrt{2}$

Отсюда действующее значение синусоидального тока $I = I_m / \sqrt{2}$. Аналогично действующие значения синусоидальных напряжений и ЭДС $U = U_m / \sqrt{2}$; $E = E_m / \sqrt{2}$.

Вычисление действующего значения синусоидальных токов иллюстрирует рис. 7.3.

7.3. Векторные диаграммы

Расчет токов и напряжений в цепях синусоидального тока с помощью методов, основанных на законах Кирхгофа, Ома, Фарадея, Джоуля—Ленца, значительно сложнее из-за необходимости выполнения сложных действий с тригонометрическими функциями. Облегчает трудности расчета применение комплексного метода, основанного на замене операций с синусоидальными функциями операциями с комплексными числами. Рассмотрим вначале представление синусоидальных функций с помощью векторов, вращающихся на плоскости xOy (рис. 7.4). Проекция неподвижного вектора I_m , имеющего угол ψ_i с осью Ox (осью абсцисс), на ось Oy (ось ординат) равна $I_m \sin \psi_i$.

Если же предположить, что вектор I_m вращается с постоянной угловой скоростью ω против часовой стрелки, а ψ_i — угол между ним и осью абсцисс в момент времени $t = 0$, то к произвольному

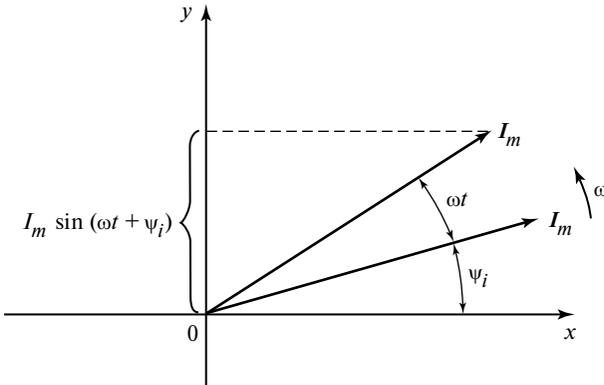


Рис. 7.4. Представление синусоиды с помощью вращающегося вектора

моменту времени t этот угол увеличится на ωt и станет равным $\omega t + \psi_i$. Его проекция на ось ординат в этот момент времени будет равна $I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, т.е. будет описываться формулой для мгновенного значения $i(t)$ синусоидального тока. Поэтому синусоидальную функцию $i(t)$ можно представить как проекцию вращающегося вектора I_m , который в этом случае называется изображающим вектором.

Такое представление позволяет заменить сложные математические операции с синусоидальными функциями простыми операциями с векторами.

Напомним, что для сложения нескольких векторов их надо построить следующим образом: к концу первого вектора A необходимо пририсовать начало второго вектора B , к концу второго пририсовать начало третьего C и т.д. Суммарный вектор изобразится вектором D , соединяющим начало первого вектора с концом последнего C и направленным к концу последнего слагаемого (рис. 7.5).

Сумму двух векторов $A + B = M$ можно получить по известному правилу параллелограмма. В последнем случае вектор, равный разности ($N = A - B$), изображается отрезком, соединяющим концы уменьшаемого вектора A и вычитаемого вектора B . Направлен он к уменьшаемому вектору A (рис. 7.6).

Синусоидальные токи в ветвях схемы, напряжения на ее элементах и участках, токи и ЭДС источников питания схемы можно представить с помощью изображающих их векторов. Такая совокупность векторов называется векторной диаграммой. Векторные диаграммы

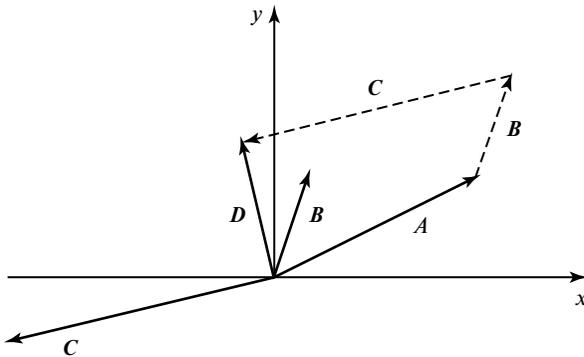


Рис. 7.5. Графическая реализация сложения векторов $A + B + C = D$

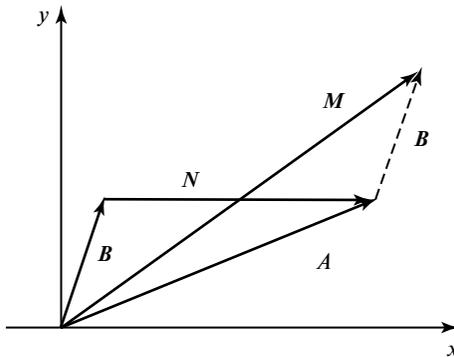


Рис. 7.6. Графическая реализация сложения и вычитания двух векторов $A + B = M$; $A - B = N$

очень полезны для понимания процессов, происходящих в электрических цепях синусоидального тока.

Кроме мгновенного значения $i(t)$, амплитуды I_m , действующего значения I , переменный ток характеризуется еще и средним значением. Численно среднее значение I_0 равно среднему значению функции $i(t)$ за период T :

$$I_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t) d(\omega t).$$

В случае синусоидального тока $I_0 = 0$. Поэтому иногда синусоидальный ток характеризуют средним по модулю значением

$$\begin{aligned} I_{\text{ср}} &= \frac{1}{T} \int_0^T |i(t)| dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_m |\sin \omega t| dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_m \sin \omega t d(\omega t) = \frac{2I_m}{\pi}. \end{aligned}$$

Аналогично определяется среднее по модулю значение синусоидальных напряжений и ЭДС:

$$U_{\text{ср}} = \frac{2U_m}{\pi}, \quad E_{\text{ср}} = \frac{2E_m}{\pi}.$$

Контрольные вопросы

1. Какие величины называются переменными и периодическими?
2. Какими способами можно представить синусоидальную величину?
3. Дайте определение амплитуды, периода, частоты, фазы и начальной фазы синусоидальной величины.
4. Дайте определение среднего и действующего значений синусоидальной величины.

Темы рефератов

1. Основные характеристики синусоидальных токов.
2. Представление синусоидальных функций с помощью векторов.

Глава 8

ЭЛЕМЕНТЫ И ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

8.1. Элементы и параметры цепей переменного тока

В реальных пассивных элементах электрической цепи: резисторах, конденсаторах и индуктивных катушках — при переменных токах происходят сложные процессы, связанные с накоплением и перераспределением электрической и магнитной энергий и преобразованием их в тепловую энергию. Поэтому их эквивалентные схемы включают в себя идеальные резистивные, емкостные и индуктивные элементы.

Идеальный резистивный элемент — элемент схемы, в котором происходит необратимое преобразование электрической энергии в работу, теплоту или другой вид энергии. Идеальный резистивный элемент в цепи переменного тока изображается так же, как в цепи постоянного тока, — прямоугольником (рис. 8.1), обозначается буквой R . Этой же буквой обозначается отношение переменного напряжения $u(t)$ на резисторе к переменному току $i(t)$. Эта величина называется сопротивлением $R = u/i$. Сопротивление является параметром идеального резистивного элемента. Единицей сопротивления является ом (Ом). Иногда идеальный резистивный элемент обозначают буквой G , что соответствует его параметру, обратному сопротивлению и называемому проводимостью. Проводимость $G = 1/R = i/u$.

Единицей проводимости является сименс (См). Итак, мгновенные значения тока в резистивном элементе и напряжения на нем связаны соотношением $u = Ri$ или $i = Gu$, т.е. законом Ома.

Идеальный индуктивный элемент — элемент схемы, в котором запасается энергия магнитного поля. Идеальный индуктивный элемент в цепи переменного тока обозначается буквой L . Этой же буквой обозначается отношение потокосцепления Ψ индуктивного элемента к току, называемое индуктивностью $L = \Psi/i$.

Индуктивность является параметром идеального индуктивного элемента. Единица индуктивности — генри (Гн). Идеальный индуктивный элемент изображен на рис. 8.2.

Мгновенные значения тока и напряжения на индуктивном элементе связаны законом электромагнитной индукции $u = \frac{d\Psi}{dt} = L \frac{di}{dt}$.

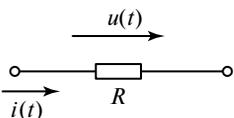


Рис. 8.1. Идеальный резистивный элемент

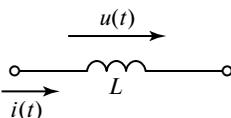


Рис. 8.2. Идеальный индуктивный элемент

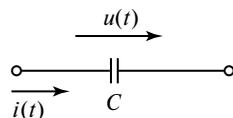


Рис. 8.3. Идеальный емкостный элемент

Отсюда вытекает зависимость тока от напряжения $i = \frac{1}{L} \int u dt$ в идеальном индуктивном элементе. Идеальный индуктивный элемент близок по свойствам к катушке из навитой проволоки хорошо проводящего металла (медь, алюминий, золото).

Идеальный емкостный элемент — элемент, в котором запасается энергия электрического поля. Идеальный емкостный элемент в цепи переменного тока обозначается буквой C . Этой же буквой обозначается отношение заряда q емкостного элемента к напряжению: $C = q/u$.

Емкость является параметром идеального емкостного элемента. Единица емкости — фарада (Ф). Изображен идеальный емкостный элемент на рис. 8.3.

Мгновенные значения тока и напряжения на емкостном элементе получаются из определения тока $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$. Отсюда вытекает зависимость напряжения от тока $u = \frac{1}{C} \int i dt$ в идеальном емкостном элементе.

Реальные резистивные элементы — *резисторы* изготавливаются из различных материалов, имеют разные конструкции. В зависимости от конструкции в них создаются электрические и магнитные поля, в которых запасается энергия, т.е. любой резистор имеет дополнительно свойства индуктивного и емкостного элементов. На промышленной частоте эти составляющие малы и ими можно пренебречь, полагая резистор идеальным. Действительно, рассмотрим лабораторный реостат, который представляет собой проводник, свитый в спираль. Между витками спирали существует емкость, а сама спираль представляет собой индуктивную катушку. При повышении частоты до частот радиодиапазона необходимо учитывать дополнительные (паразитные) емкости и индуктивности. На рис. 8.4 даны схемы замещения резистора на различных частотах. Рабочим параметром реального резистора является сопротивление, а паразитными — емкость и индуктивность.

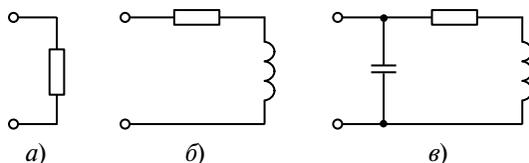


Рис. 8.4. Схемы замещения резистора на низких (*а*), средних (*б*) и высоких (*в*) частотах

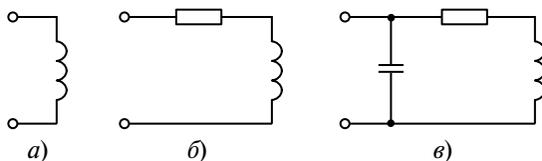


Рис. 8.5. Схемы замещения индуктивной катушки на низких (*а*), средних (*б*) и высоких (*в*) частотах

Реальные *индуктивные катушки* изготавливаются из проводящих материалов, имеющих не нулевое сопротивление протеканию электрического тока. Они обладают межвитковой емкостью и емкостью между выводами. В тех случаях, когда сопротивление провода и частота малы, индуктивную катушку можно полагать идеальной.

Схема замещения реальной катушки может быть различной в зависимости от области применения (рис. 8.5). Чаще всего учитывают потери энергии на нагревание, а на радиочастотах учитывают еще и паразитную емкость.

Рабочим параметром индуктивной катушки является индуктивность, а паразитными параметрами — емкость и сопротивление.

Реальный емкостный элемент — *конденсатор* изготавливается из двух или более проводящих пластин, разделенных диэлектриком. Реальные диэлектрики обладают весьма высоким удельным сопротивлением, и поэтому очень часто конденсатор можно полагать близким по свойствам к идеальному емкостному элементу. При низких частотах конденсатор изображают на схеме замещения как идеальный емкостный элемент (рис. 8.6, *а*). При средних частотах в схему добавляют резистор, учитывающий потери в диэлектрике (рис. 8.6, *б*). А на высоких частотах — еще и индуктивный элемент, учитывающий индуктивности металлических частей и выводов конденсатора (рис. 8.6, *в*).

Рабочим параметром конденсатора является емкость, а паразитными параметрами — сопротивление и индуктивность.

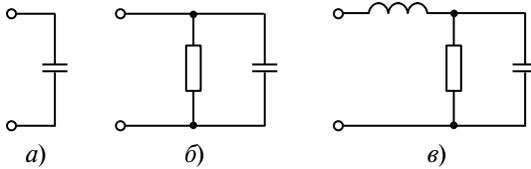


Рис. 8.6. Схемы замещения конденсатора на низких (а), средних (б) и высоких (в) частотах

Если пренебречь процессами накопления электрической и магнитной энергии, то все реальные элементы (резисторы, индуктивные катушки, конденсаторы) электрической цепи на постоянном токе (на нулевой частоте переменного тока) эквивалентны идеальному резистивному элементу.

В заключение этого параграфа отметим, что резистивные элементы являются активными элементами цепи, а индуктивные и емкостные элементы — реактивными.

8.2. Синусоидальный ток в идеальном резистивном элементе

Мгновенные значения напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ в идеальном резистивном элементе, как отмечалось в § 8.1, связаны законом Ома: $u(t) = Ri(t)$ или $i(t) = Gu(t)$, где $R = 1/G$ — сопротивление, а G — проводимость идеального резистивного элемента (далее резистора).

При синусоидальном токе $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ напряжение $u(t) = RI_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ совпадает по фазе с током $\psi_i = \psi_u$. Амплитуда напряжения $U_m = RI_m = I_m/G$, где I_m — амплитуда тока.

Величина $p(t) = u(t)i(t)$ называется мгновенной мощностью. Так как $u(t) = Ri(t)$, то $p(t) = Ri^2(t) = Gu^2(t)$.

Для синусоидального режима мгновенная мощность

$$p(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \\ = \frac{U_m I_m}{2} [\cos(\psi_u - \psi_i) - \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)]$$

меняется во времени с удвоенной частотой 2ω и имеет не меняющуюся во времени постоянную составляющую

$$P = p_{\text{ср}}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(\omega t) d(\omega t) = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = UI \cos \varphi,$$

называемую активной мощностью. Единицей активной и мгновенной мощностью является ватт (Вт). Здесь U и I — действующие значения напряжения и тока; $\varphi = \psi_u - \psi_i$ — сдвиг (разность) фаз напряжения и тока.

В случае резистора $\psi_u = \psi_i = \varphi$, $\varphi = 0$ и $p(t) = UI[1 - \cos 2(\omega t + \varphi)]$, $P = UI$.

Графики $u(t)$, $i(t)$ и $p(t)$ изображены на рис. 8.7, а векторная диаграмма напряжения и тока — на рис. 8.8, на котором изображены

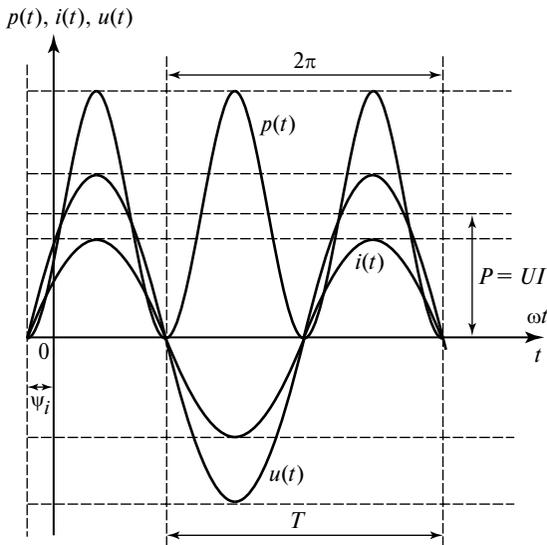


Рис. 8.7. Графики зависимостей $u(t)$, $i(t)$ и $p(t)$ в резистивном элементе

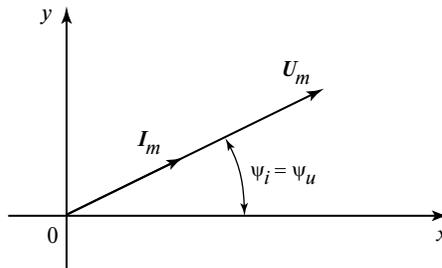


Рис. 8.8. Векторная диаграмма напряжения и тока в резистивном элементе

векторы, соответствующие амплитудам тока I_m и напряжения U_m . Вместо них можно изображать и векторы в $\sqrt{2}$ раз меньшие, соответствующие действующим значениям тока и напряжения.

8.3. Синусоидальный ток в идеальном индуктивном элементе

Мгновенные значения напряжения u и тока i в идеальном индуктивном элементе L , как отмечалось в § 8.1, связаны зависимостью

$$u = L \frac{di}{dt}. \text{ При синусоидальном токе } i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

$$\begin{aligned} u(t) &= LI_m \frac{d}{dt} [\sin(\omega t + \psi_i)] = \omega LI_m \cos(\omega t + \psi_i) = \\ &= U_m \sin(\omega t + \psi_i + 90^\circ) = U_m \sin(\omega t + \psi_u). \end{aligned}$$

Амплитуда напряжения

$$U_m = \omega LI_m = X_L I_m = \frac{I_m}{B_L},$$

где $X_L = \omega L$ — индуктивное сопротивление, а $B_L = 1/X_L$ — индуктивная проводимость.

Начальная фаза напряжения $\psi_u = \psi_i + 90^\circ$, т.е. напряжение на индуктивном элементе на 90° (или на $\pi/2$ рад) опережает по фазе ток. Иными словами, сдвиг по фазе между напряжением и током $\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi/2$.

Можно выразить и ток через напряжение:

$$i(t) = B_L U_m \sin(\omega t + \psi_u - \pi/2).$$

Мгновенная мощность

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t)i(t) = \frac{U_m I_m}{2} [\cos(\psi_u - \psi_i) - \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)] = \\ &= -UI \cos\left(2\omega t + 2\psi_i + \frac{\pi}{2}\right) = UI \cos\left(2\omega t + 2\psi_i + \frac{\pi}{2} - \pi\right) = \\ &= UI \cos\left(2\omega t + 2\psi_i - \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2(\omega t + \psi_i) \end{aligned}$$

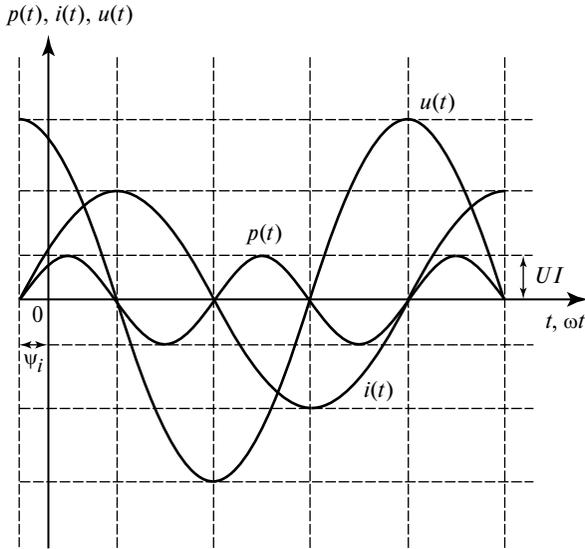


Рис. 8.9. Графики зависимостей $u(t)$, $i(t)$ и $p(t)$ в индуктивном элементе

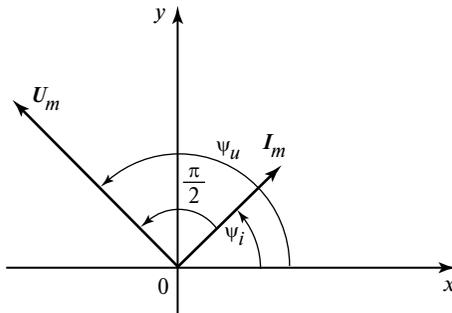


Рис. 8.10. Векторная диаграмма напряжения и тока в индуктивном элементе

показывает, что энергия магнитного поля $W_M(t)$ в индуктивном элементе меняется также с удвоенной частотой, так как $p(t) = \frac{dW_M}{dt}$.

Активная мощность P в индуктивном элементе равна нулю.

Зависимости $u(t)$, $i(t)$ и $p(t)$ приведены на рис. 8.9, а векторная диаграмма — на рис. 8.10.

8.4. Синусоидальный ток в идеальном емкостном элементе

Мгновенные значения напряжения u и тока i в идеальном емкостном элементе C , как отмечалось в § 8.1, связаны зависимостью

$$i = C \frac{du}{dt}. \text{ При синусоидальном токе напряжение } u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \text{ ток } i(t) = CU_m \frac{d}{dt} [\sin(\omega t + \psi_u)] = \omega CU_m \cos(\omega t + \psi_u) = I_m \sin\left(\omega t + \psi_u + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Амплитуда тока

$$I_m = \omega CU_m = B_C U_m = \frac{U_m}{X_C},$$

где $B_C = \omega C$ — емкостная проводимость, а $X_C = 1/B_C = 1/\omega C$ — емкостное сопротивление.

Начальная фаза тока $\psi_i = \psi_u + \pi/2$, т.е. ток в емкостном элементе, на 90° (или на $\pi/2$ рад) опережает по фазе напряжение. Иными словами, сдвиг по фазе между напряжением и током $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\pi/2$.

Можно выразить и напряжение через ток:

$$u(t) = X_C I_m \sin(\omega t + \psi_i - \pi/2).$$

Мгновенная мощность

$$\begin{aligned} p(t) = u(t)i(t) &= \frac{U_m I_m}{2} [\cos(\psi_u - \psi_i) - \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)] = \\ &= -UI \cos\left(2\omega t + 2\psi_u + \frac{\pi}{2}\right) = UI \cos\left(2\omega t + 2\psi_u + \frac{\pi}{2} - \pi\right) = \\ &= UI \cos\left(2\omega t + 2\psi_u - \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2(\omega t + \psi_u) \end{aligned}$$

меняется с удвоенной частотой. С такой же частотой меняется запасенная в емкостном элементе энергия электрического поля $W_3(t)$, так как $W_3 = \int p(t) dt$. Активная мощность P в емкостном элементе равна нулю.

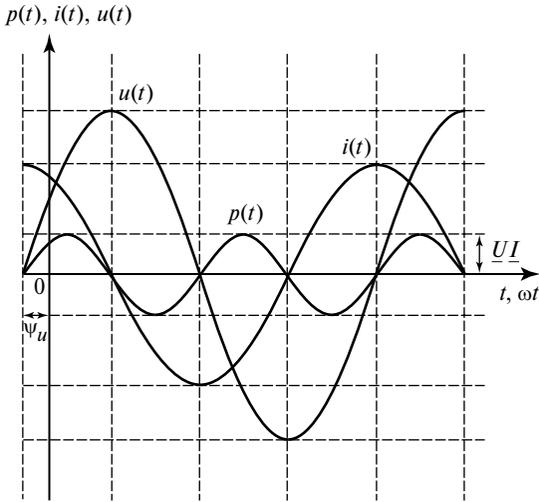


Рис. 8.11. Графики зависимостей $u(t)$, $i(t)$ и $p(t)$ в емкостном элементе

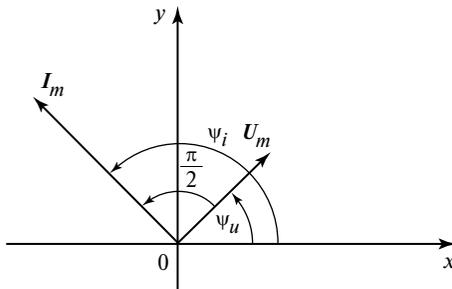


Рис. 8.12. Векторная диаграмма напряжения и тока в емкостном элементе

Зависимости $u(t)$, $i(t)$ и $p(t)$ приведены на рис. 8.11, а векторная диаграмма — на рис. 8.12.

8.5. Мощность в цепях синусоидального тока

Рассмотрим электрическую цепь, к которой приложено напряжение и через которую протекает ток, представляемые выражениями

$$u = U_m \sin \omega t, \quad i = I_m \sin (\omega t - \varphi).$$

Мгновенная мощность, поступающая в цепь:

$$p = ui = U_m I_m \sin \omega t \cdot \sin (\omega t - \varphi) = UI \cos \varphi - UI \cos (2\omega t - \varphi),$$

состоит из двух составляющих: постоянной величины $UI \cos \varphi$ и косинусоидальной, имеющей удвоенную частоту по сравнению с частотой напряжения и тока. Среднее значение второй составляющей за время T , в течение которого она совершает два цикла изменений, равно нулю. Поэтому активная мощность, поступающая в рассматриваемую цепь, $P = p_{\text{ср}} = UI \cos \varphi$.

Множитель $\cos \varphi$ носит название коэффициента мощности. Активная мощность равна произведению действующих значений напряжения и тока, умноженному на коэффициент мощности. Чем ближе угол φ к нулю, тем ближе $\cos \varphi$ к единице и, следовательно, тем большая при заданных значениях U и I активная мощность передается от источника к приемнику. Повышение коэффициента мощности электротехнических устройств — важная народнохозяйственная задача. Единицей активной мощности является ватт (Вт).

Мгновенная мощность колеблется с удвоенной угловой частотой относительно постоянной составляющей активной мощности. В промежутки времени, когда напряжение и ток имеют одинаковые знаки, мгновенная мощность положительная. Энергия поступает от источника в приемник, рассеивается в резисторах, запасается в магнитном поле индуктивностей и электрическом поле конденсаторов.

В промежутки времени, когда напряжение и ток имеют разные знаки, мгновенная мощность отрицательная и энергия частично возвращается приемником источнику.

Величина, равная произведению действующих значений тока и напряжения цепи, называется полной мощностью цепи, ее единицей является вольт-ампер (В · А): $S = UI$.

При расчетах электротехнических цепей пользуются также понятием реактивной мощности, которая вычисляется по формуле $Q = UI \sin \varphi$.

Эта мощность выражается в единицах, называемых вольт-амперами реактивными (вар).

Полная мощность определяется как геометрическая сумма активной и реактивной мощностей: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

Мощности полная активная и реактивная также образуют треугольник мощностей, как и треугольник сопротивлений.

Кроме полной мощности рассматривается и комплексная мощность $\underline{S} = P + jQ$, единицей которой, как и единицей полной мощности, является вольт-ампер (В · А).

8.6. Баланс мощностей

Баланс мощностей применяется для проверки правильности решения электротехнических задач и является проявлением закона сохранения энергии в электрических цепях.

Сущность баланса мощностей сводится к тому, что мощность, отдаваемая в цепь источниками энергии переменного тока, полностью расходуется ее элементами. Активная составляющая потребляется резисторами, а реактивная циркулирует в реактивных элементах.

Комплекс полной мощности цепи, отдаваемой в цепь источником электрической энергии, определяется выражением (здесь учитываются источники ЭДС и тока) $\underline{S}_н = \underline{U} \underline{I}^*$, где \underline{U} — комплексное значение разности потенциалов на зажимах источника; \underline{I}^* — сопряженное комплексное значение входного тока от источника в цепь.

$$\text{Пусть } \underline{U} = Ue^{j\psi_u}; \underline{I} = Ie^{j\psi_i}; \underline{I}^* = Ie^{-j\psi_i}.$$

Далее получаем

$$\underline{S}_н = \underline{U} \underline{I}^* = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = S_н e^{j\varphi},$$

здесь $\varphi = \psi_u - \psi_i$ — сдвиг фаз между током и напряжением.

Для расчета баланса мощностей требуется привести это уравнение к алгебраической форме

$$\underline{S}_н = S_н e^{j\varphi} = \underbrace{S_н \cos \varphi}_{P_н} + j \underbrace{S_н \sin \varphi}_{Q_н} = P_н + jQ_н.$$

Так определяют полную $S_н$, активную $P_н$ и реактивную $Q_н$ мощности, отдаваемые источником в сеть.

При расчете баланса мощностей учтем, что все резисторы и реактивности рассчитываемой цепи потребляют активную и реактивную мощности соответственно:

$$P_н = I^2 R; \quad Q_н = I^2 X_L - I^2 X_C.$$

Таким образом, методика расчета баланса мощностей сводится к следующим процедурам.

Находят комплексное значение полной мощности источников для всех источников в цепи, а затем выделяют ее активную и реактивную составляющие $\sum P_{\text{и}}$ и $\sum Q_{\text{и}}$.

По значениям токов и параметрам элементов вычисляют активную мощность приемников $P_R = RI^2$, по формуле $Q_L = X_L I^2$ — реактивную мощность приемников в индуктивностях, а по формуле $Q_C = X_C I^2$ — реактивную мощность в емкостях. Примем $Q_L > 0$, а $Q_C < 0$.

Если активные и реактивные составляющие мощности источников и приемников равны: $\sum P_{\text{и}} = \sum P_{\text{н}}$; $\sum Q_{\text{и}} = \sum Q_{\text{н}}$, то баланс мощностей выполняется.

Контрольные вопросы

1. Какие идеализированные элементы используются для эквивалентных схем реальных элементов электрической цепи?
2. Как связан синусоидальный ток в идеальном резистивном элементе с напряжением?
3. Как связан синусоидальный ток в идеальном индуктивном элементе с напряжением?
4. Как связан синусоидальный ток в идеальном емкостном элементе с напряжением?
5. Охарактеризуйте понятие мощности в цепях синусоидального тока.

Темы рефератов

1. Эквивалентные схемы реальных элементов электрических цепей на разных частотах.
2. Мощности в цепях синусоидального тока.

Глава 9

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. ВЕКТОРНЫЕ ДИАГРАММЫ

9.1. Расчет неразветвленной RLC-цепи

Неразветвленная цепь, составленная из реальных элементов, может быть представлена эквивалентной схемой из идеальных элементов R , L , C , соединенных последовательно. На схеме изображают положительные направления мгновенных (рис. 9.1, а) или действующих (рис. 9.1, б) значений токов и напряжений.

Общее напряжение $u(t)$ складывается из напряжений на элементах (второй закон Кирхгофа):

$$u(t) = u_R + u_L + u_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt.$$

Здесь учтено, что $u_R = Ri$, $u_L = L \frac{di}{dt}$, $u_C = \frac{1}{C} \int i(t) dt$. Отметим, что

зависимость напряжения от переменного тока в рассматриваемой цепи описывается интегродифференциальным уравнением. При произвольной форме тока его решение сложно. В случае синусоидального тока решение проще.

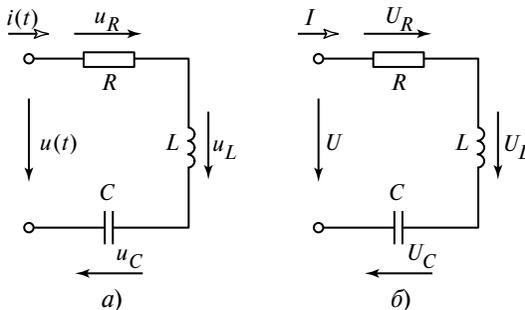


Рис. 9.1. Схема последовательной RLC-цепи

Итак, пусть ток будет синусоидальным $i(t) = I_m \sin \omega t$. Для большей простоты начальная фаза тока ψ_i принята равной нулю. Тогда

$$u_R = RI_m \sin \omega t = U_{Rm} \sin \omega t;$$

$$u_L = X_L I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_{Lm} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_C = X_C I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{Cm} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

где $X_L = \omega L$, $X_C = 1/\omega C$.

Изложенное позволяет изобразить векторную диаграмму (рис. 9.2). Она изображена для действующих значений

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U_R = \frac{U_{Rm}}{\sqrt{2}}, \quad U_L = \frac{U_{Lm}}{\sqrt{2}}, \quad U_C = \frac{U_{Cm}}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

В векторной форме общее напряжение $\mathbf{U} = \mathbf{U}_R + \mathbf{U}_L + \mathbf{U}_C$. На рис. 9.2 видно, что \mathbf{U}_L и \mathbf{U}_C направлены в противоположные стороны, т.е. находятся в противофазе. Поэтому $\mathbf{U}_L + \mathbf{U}_C = \mathbf{U}_p$, а по модулю

$$|\mathbf{U}_L + \mathbf{U}_C| = U_L - U_C = U_p.$$

Здесь \mathbf{U}_p — реактивная составляющая входного напряжения \mathbf{U} , направленная перпендикулярно к току \mathbf{I} , в отличие от активной

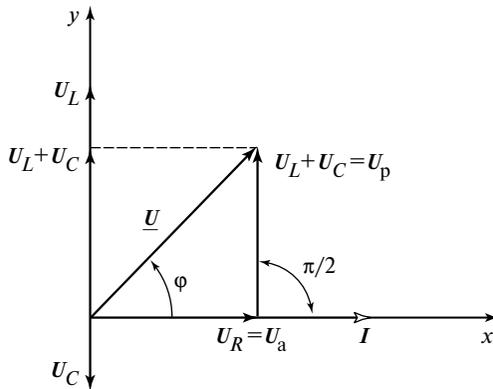


Рис. 9.2. Векторная диаграмма последовательной RLC-цепи

составляющей U_a , направленной по току I . Очевидно, что $U_a = U_R$. Векторы U , U_a и U_p образуют треугольник напряжений, из которого можно определить действующее значение входного напряжения

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = \sqrt{U_R^2 + |U_L - U_C|^2} = \sqrt{RI^2 + (X_L I - X_C I)^2} = \\ &= \sqrt{[R^2 + (X_L - X_C)^2]I^2} = \sqrt{(R^2 + X^2)I^2} = ZI, \end{aligned}$$

где $X = X_L - X_C$ — реактивное сопротивление; $\sqrt{R^2 + X^2}$ — полное сопротивление RLC -цепи.

Сдвиг фаз φ между током i и напряжением u можно определить из треугольника напряжений:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_p}{U_a} = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{X}{R}.$$

Реактивное сопротивление X и сдвиг по фазе φ могут быть больше или меньше нуля в зависимости от соотношения величин X_L и X_C .

При этом $0 \leq |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$. Если $X > 0$, а следовательно $\varphi > 0$, то говорят,

что цепь носит активно-индуктивный характер. При $X < 0$ цепь активно-емкостная. Иногда цепь характеризуют треугольником сопротивлений R , X , Z . Так как $U_a = RI$; $U_p = XI$, $U = ZI$, то треугольник сопротивлений подобен треугольнику напряжений (рис. 9.3). В итоге мгновенное значение входного напряжения цепи

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi),$$

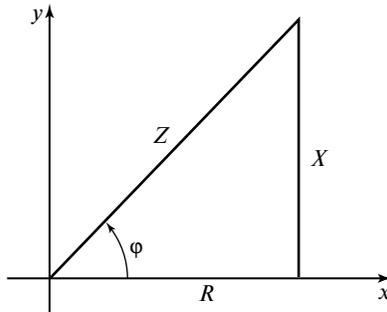


Рис. 9.3. Треугольник сопротивлений R , X , Z

где

$$U_m = ZI_m = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} I_m = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} I_m;$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Мгновенная мощность

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t)i(t) = U_m I_m \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t = \\ &= \frac{U_m I_m}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

состоит из двух составляющих: постоянной величины $UI \cos \varphi$ и косинусоидальной, имеющей удвоенную частоту по сравнению с частотой напряжения и тока (рис. 9.4).

Среднее значение второй составляющей равно нулю. Поэтому активная мощность, поступающая в цепь, $P = P_{\text{ср}} = UI \cos \varphi$. При одинаковых действующих значениях напряжения и тока активная мощность существенно зависит от коэффициента мощности. Чем ближе угол φ к нулю, тем ближе $\cos \varphi$ к единице и, следовательно, тем боль-

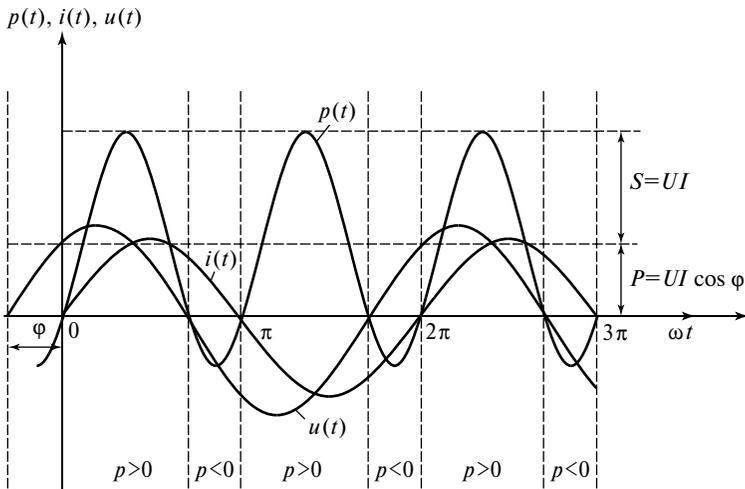


Рис. 9.4. Графики зависимостей $u(t)$, $i(t)$ и $p(t)$ последовательной RLC-цепи

шая при заданных значениях U и I активная мощность передается от источника к приемнику.

Повышение коэффициента мощности электротехнических устройств — важная народнохозяйственная задача. Единицей активной мощности является ватт (Вт).

В цепях однофазного синусоидального тока мгновенная мощность меняется во времени с частотой в 2 раза большей частоты токов и напряжений. Ее среднее значение равно активной потребляемой мощности. Колебания мгновенной мощности в электромеханических устройствах приводят к возникновению нежелательных вибраций и шума, сопровождающих их работу.

Полная мощность цепи $S = UI$, реактивная мощность вычисляется по формуле $Q = UI \sin \varphi$.

Полная мощность определяется так же, как геометрическая сумма активной и реактивной мощностей: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

Так как активная, реактивная и полная мощности пропорциональны в последовательной цепи току, то из отрезков мощностей в выбранном масштабе можно сложить треугольник мощностей, подобный треугольникам напряжений и сопротивлений (рис. 9.5).

Пример 9.1. Последовательную RLC -цепь питает источник ЭДС $e(t) = 200 \sin 1000t$, В, $R = 30$ Ом, $L = 0,01$ Гн, $C = 20$ мкФ. Определить характер цепи. Найти $i(t)$, $u_R(t)$, $u_L(t) = u_C(t)$, активную, реактивную и полную мощности, коэффициент мощности. Построить векторную диаграмму цепи.

Решение.

1. Изобразим расчетную схему (рис. 9.6). Выберем положительные направления тока и напряжений на элементах схемы. Очевидно, что $u(t) = e(t)$.

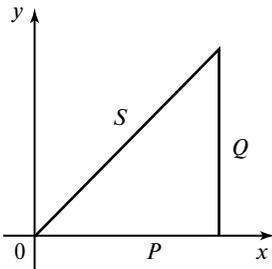


Рис. 9.5. Треугольник мощностей

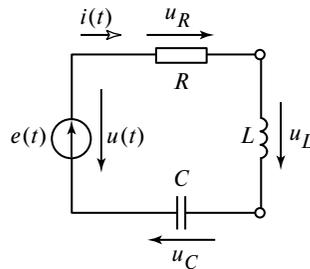


Рис. 9.6. Расчетная схема

2. Найдем активное, индуктивное, емкостное, реактивное и полное сопротивления цепи:

активное сопротивление $R_a = R = 30 \text{ Ом}$;

индуктивное сопротивление $X_L = \omega L = 1000 \cdot 0,01 = 10 \text{ Ом}$;

емкостное сопротивление $X_C = 1/\omega C = 1/1000 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 50 \text{ Ом}$;

реактивное сопротивление $X = X_L - X_C = 10 - 50 = -40 \text{ Ом}$;

полное сопротивление $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом}$.

3. Найдем амплитуду тока: $I_m = E_m/Z = 200/50 = 4 \text{ А}$.

4. Характер цепи активно-емкостной, так как $X < 0$.

5. Найдем разность начальных фаз напряжения и тока:

$$\psi_u - \psi_i = \varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \left(-\frac{40}{30} \right) = -53,13^\circ,$$

т.е. ток опережает входное напряжение $u(t) = e(t)$ на угол $53,13^\circ$.

6. Искомое мгновенное значение тока $i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) = 4 \sin(1000t + 53,13^\circ)$, А.

7. Амплитуда напряжения на резистивном, индуктивном, емкостном элементах:

$$U_{Rm} = RI_m = 30 \cdot 4 = 120 \text{ В},$$

$$U_{Lm} = X_L I_m = 10 \cdot 4 = 40 \text{ В},$$

$$U_{Cm} = X_C I_m = 50 \cdot 4 = 200 \text{ В}.$$

8. Мгновенные значения напряжений на элементах:

$$u_R = Ri = 120 \sin(1000t + 53,13^\circ), \text{ В},$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = U_{Lm} \sin(1000t + 53,13^\circ + 90^\circ) = 40 \sin(1000t + 143,13^\circ), \text{ В},$$

$$\begin{aligned} u_C &= \frac{1}{C} \int i dt = U_{Cm} \sin(1000t + 53,13^\circ - 90^\circ) = \\ &= 200 \sin(1000t + 36,86^\circ), \text{ В}. \end{aligned}$$

9. Активная мощность

$$P = UI \cos \varphi = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = \frac{200 \cdot 4 \cos 53,13^\circ}{2} = \frac{200 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 5} = 240 \text{ Вт}.$$

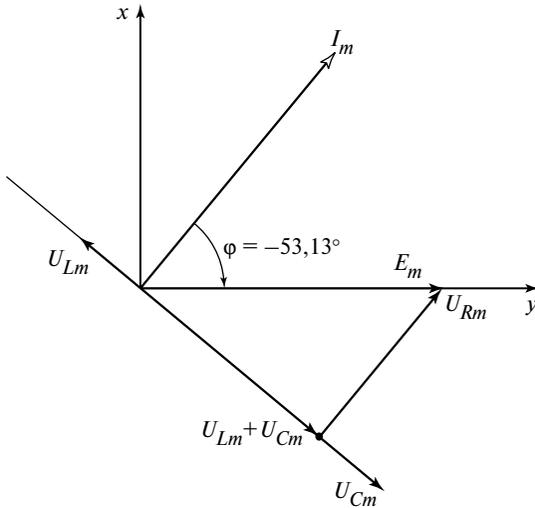


Рис. 9.7. Векторная диаграмма

10. Реактивная мощность

$$Q = UI \sin \varphi = \frac{200 \cdot 4 \sin 53,13^\circ}{2} = 100 \cdot 4 \frac{4}{5} = 320 \text{ вар.}$$

11. Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{200 \cdot 4}{2} = 400 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

12. Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0,6.$$

13. Векторная диаграмма (рис. 9.7).

9.2. Расчет разветвленной RLC-цепи

Простейшая разветвленная цепь, составленная из реальных элементов (резисторов, индуктивных катушек, конденсаторов), может быть представлена эквивалентной схемой из идеальных элементов R , L , C , соединенных параллельно (рис. 9.8).

Общий ток $i(t)$ по первому закону Кирхгофа равен сумме токов в ветвях:

$$\begin{aligned} i(t) &= i_R + i_L + i_C = \\ &= Gu + \frac{1}{L} \int u dt + C \frac{du}{dt}. \end{aligned}$$

Здесь учтено, что $i_R = \frac{u}{R} = Gu$, $i_L = \frac{1}{L} \int u dt$, $i_C = C \frac{du}{dt}$. Заметим, что зависи-

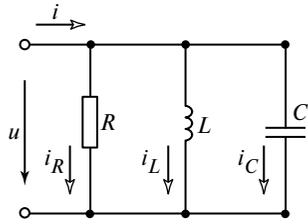


Рис. 9.8. Схема параллельной RLC-цепи

мость тока i от напряжения u в рассматриваемой цепи описывается интегродифференциальным уравнением. При произвольной форме напряжения его решение сложно. В случае синусоидального напряжения эту сложность преодолеть легче.

Итак, пусть напряжение u будет синусоидальным: $u(t) = U_m \sin \omega t$. Для простоты начальная фаза тока ψ_u принята равной нулю. Тогда

$$i_R = GU_m \sin \omega t = I_{Rm} \sin \omega t;$$

$$i_L = B_L U_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_{Lm} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$i_C = B_C U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_{Cm} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

где $B_L = 1/\omega L$, $B_C = \omega C$.

Изложенное позволяет изобразить векторную диаграмму (рис. 9.10). Она изображена для действующих значений:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad I_R = \frac{I_{Rm}}{\sqrt{2}}, \quad I_L = \frac{I_{Lm}}{\sqrt{2}}, \quad I_C = \frac{I_{Cm}}{\sqrt{2}}.$$

В векторной форме общее напряжение $I = I_R + I_L + I_C$.

На рис. 9.9 видно, что I_L и I_C направлены в противоположные стороны, т.е. находятся в противофазе. Поэтому $|I_L + I_C| = I_L - I_C = I_p$. Здесь I_p — реактивная составляющая общего тока I , направленная перпендикулярно напряжению U , в отличие от активной составляю-

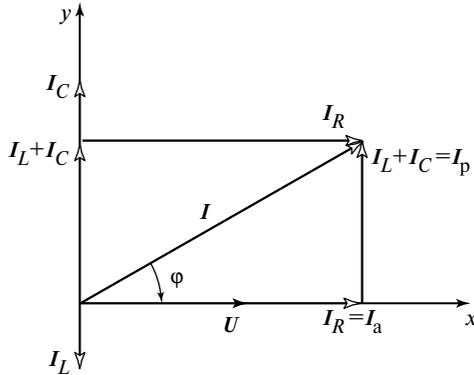


Рис. 9.9. Векторная диаграмма параллельной RLC-цепи

щей I_a , направленной по напряжению U . Очевидно, что $I_a = I_R$. Векторы I , I_a и I_p образуют треугольник токов, из которого можно определить действующее значение общего тока:

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{I_R^2 + |I_L - I_C|^2} = \sqrt{GU^2 + (G_L U - G_C U)^2} = \\ &= \sqrt{[G^2 + (B_L - B_C)^2]U^2} = \sqrt{(G^2 + B^2)U^2} = YU, \end{aligned}$$

где $B = B_L - B_C$ — реактивная проводимость; $Y = \sqrt{G^2 + B^2}$ — полная проводимость RLC-цепи.

Сдвиг фаз φ между током i и напряжением u можно определить из треугольника токов:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_p}{I_a} = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{B_L - B_C}{G} = \frac{B}{G}.$$

Реактивная проводимость B и сдвиг по фазе φ могут быть больше или меньше нуля в зависимости от соотношения величин B_L и B_C .

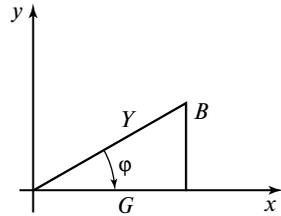
При этом $0 \leq |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$. Если $B > 0$, то говорят, что цепь носит активно-индуктивный характер. При $B < 0$ — цепь активно-емкостная. Иногда цепь характеризуют треугольником проводимостей G , B , Y . Так как $I_a = GU$; $I_p = BU$, $I = YU$, то треугольник проводимостей подобен треу-

Рис. 9.10. Треугольник проводимостей

гольнику токов (рис. 9.10). В итоге мгновенное значение общего тока цепи

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi),$$

где



$$I_m = YU_m = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} U_m = \sqrt{G^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} U_m;$$

$$\varphi = \arctg \frac{B_L - B_C}{G} = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{G}.$$

Мгновенная мощность

$$p(t) = u(t)i(t) = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{U_m I_m}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)$$

состоит из двух составляющих: постоянной величины $P = UI \cos \varphi$ и переменной $UI \cos(2\omega t - \varphi)$, имеющей удвоенную частоту по сравнению с частотой тока и напряжения.

График $p(t)$ для разветвленной цепи будет иметь такой же вид, как на рис. 9.4 для случая последовательной RLC-цепи. Графики $u(t)$, $i(t)$ необходимо поменять местами, так как в случае параллельной RLC-цепи на рис. 9.8 $I_C > I_L$, цепь носит активно-емкостный характер и общий ток $i(t)$ опережает по фазе напряжение $u(t)$ на угол φ .

Треугольники сопротивлений и мощностей для параллельной RLC-цепи изображены на рис. 9.11 для случая активно-емкостной цепи. Рисунок 9.11 приведен для того, чтобы подчеркнуть, что любой двухполюсник, содержащий параллельные RLC-элементы, может быть охарактеризован не только активной, реактивной и полной проводимостями, но и эквивалентными активным, реактивным и полным сопротивлениями. При этом полное сопротивление $Z_3 = 1/Y$, $R_3 = Z \cos \varphi$, $X_3 = Z \sin \varphi$. Подробнее связь параллельной и последовательной схем замещения пассивных двухполюсников будет рассмотрена при изложении символического метода расчета электрических цепей.

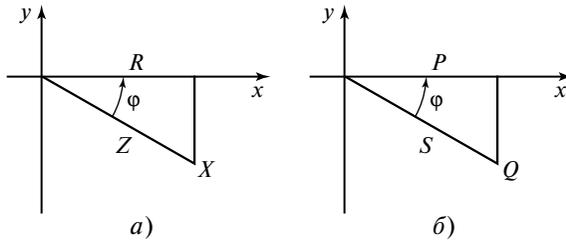


Рис. 9.11. Треугольники сопротивлений (а) и мощностей (б)

Пример 9.3. Параллельную RLC -цепь питает источник тока $J(t) = 20 \sin 2000t$ А, $R = 10$ Ом, $L = 0,004$ Гн, $C = 12,5$ мкФ. Определить характер цепи. Рассчитать напряжение на зажимах источника, токи в ветвях, активную, реактивную, комплексную мощности, коэффициент мощности. Построить треугольники токов, проводимостей, сопротивлений и мощностей.

Решение.

1. Изобразим расчетную схему (рис. 9.12, а), укажем на ней положительные направления токов и напряжения.

2. Найдем проводимости ветвей:

активная проводимость $G = 1/R = 1/10 = 0,1$ См;

индуктивная проводимость $B_L = 1/\omega L = 1/2000 \cdot 0,004 = 0,125$ См;

емкостная проводимость $B_C = \omega C = 2000 \cdot 12,5 \cdot 10^{-6} = 0,025$ См;

реактивная проводимость $B = B_L - B_C = 0,125 - 0,025 = 0,1$ См;

полная проводимость $Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,1^2} = 0,141$ См.

Найдем сдвиг фаз:

$$\varphi = \arctg \frac{B}{G} = \arctg \frac{0,1}{0,1} = 45^\circ.$$

Так как $B > 0$, то цепь носит активно-индуктивный характер.

3. Амплитуда напряжения $U_m = J_m/Y = 20/0,141 = 141$ В.

4. Амплитуды токов:

$$I_{Rm} = GU_m = 0,1 \cdot 141 = 14,1 \text{ А},$$

$$I_{Lm} = B_L U_m = 0,125 \cdot 141 = 17,625 \text{ А},$$

$$I_{Cm} = B_C U_m = 0,025 \cdot 141 = 3,525 \text{ А}.$$

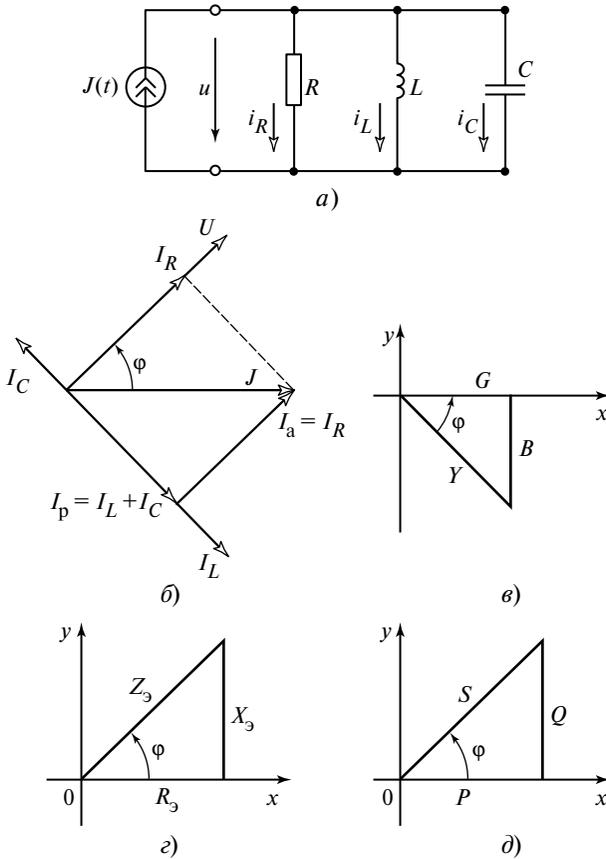


Рис. 9.12. Расчетная схема (а), треугольники токов (б), проводимостей (в), сопротивлений (г) и мощностей (д)

5. Мгновенные значения напряжения и токов:

$$u(t) = 141 \sin(2000t + 45^\circ), \text{ В,}$$

$$i_R(t) = 14,1 \sin(2000t + 45^\circ), \text{ А, совпадает по фазе с } u(t),$$

$$i_L(t) = 17,625 \sin(2000t - 45^\circ), \text{ А, отстает от } u(t) \text{ по фазе на } 90^\circ,$$

$$i_C(t) = 3,525 \sin(2000t + 135^\circ), \text{ А, опережает } u(t) \text{ по фазе на } 90^\circ.$$

6. Полная мощность

$$S = UJ = \frac{U_m J_m}{2} = \frac{141 \cdot 20}{2} = 1410 \text{ В} \cdot \text{А} = 1,41 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Активная мощность

$$P = S \cos \varphi = 1410 \cos 45^\circ = 1410 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1000 \text{ Вт} = 1 \text{ кВт.}$$

Реактивная мощность

$$Q = S \sin \varphi = 1410 \sin 45^\circ = 1410 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1000 \text{ вар} = 1 \text{ квар.}$$

7. Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = G/Y = P/S = 0,707.$$

8. Эквивалентные сопротивления:

активное сопротивление

$$R_3 = \frac{P}{J^2} = \frac{2P}{J_m^2} = \frac{2 \cdot 1000}{400} = 5 \text{ Ом};$$

реактивное сопротивление

$$X_3 = \frac{Q}{J^2} = \frac{2Q}{J_m^2} = \frac{2 \cdot 1000}{400} = 5 \text{ Ом};$$

полное сопротивление

$$Z_3 = \frac{S}{J^2} = \frac{2S}{J_m^2} = \frac{2 \cdot 1410}{400} = 7,07 \text{ Ом}$$

или

$$Z = 1/Y = 7,07 \text{ Ом.}$$

9. Треугольники токов, проводимостей, сопротивлений, мощностей изображены на рис. 9.12, б—д.

Пример 9.4. Решить предыдущую задачу, приняв $L = 20 \text{ мГн}$, $C = 50 \text{ мкФ}$.

9.3. Компенсация реактивной мощности в электрических цепях. Методы увеличения коэффициента мощности

В двух предыдущих параграфах было показано, что активная мощность в неразветвленной и разветвленной цепи, содержащей реактивные элементы L и C , $P = UI \cos \varphi$, где U и I — напряжение и ток на входе цепи, а $\cos \varphi$ — коэффициент мощности, т.е. при одних и тех же токах и напряжении на двухполюснике потребляемая им мощность может меняться в интервале от нуля до UI в зависимости от

коэффициента мощности. Это чрезвычайно важный факт для передачи, распределения и потребления электроэнергии. Действительно, при $\cos \varphi = 0$ при напряжении U и токе I в нагрузке будет нулевая активная мощность, а вся передаваемая источником энергия будет превращаться в тепло в проводах, соединяющих источник (например, электростанцию) с потребителем (например, с заводом). Конечно, режим $\cos \varphi = 0$ на практике никогда не допускается. Все потребители экономически заинтересованы в том, чтобы $\cos \varphi$ был близок к единице, и добиваются этого специальными способами компенсации реактивной мощности.

В простейших случаях компенсация реактивной мощности, т.е. сведение ее к нулю, достигается параллельным подключением к нагрузке реактивного элемента с характером, противоположным характеру нагрузки, т.е. к активно-индуктивной нагрузке подключаются емкостные элементы (конденсаторы), а к активно-емкостной нагрузке — индуктивные элементы (катушки индуктивные, реакторы и т.д.). В большинстве случаев производства со станочным оборудованием имеют активно-индуктивный характер нагрузки. Производства с активно-емкостным характером встречаются реже. К ним, например, можно отнести электролизные производства.

Современные компенсирующие устройства автоматически определяют реактивную составляющую тока и подключают к нагрузке компенсирующий реактивный элемент, обеспечивающий максимальное увеличение коэффициента мощности. При этом нагрузка работает в режиме недокомпенсации или перекомпенсации из-за невозможности подбора компенсирующего элемента с точно рассчитанным параметром.

Расчет значения емкости или индуктивности компенсирующего элемента проводится после измерения активной мощности P , тока I_H и напряжения U нагрузки на обычно известной частоте источника f . Если частота источника неизвестна, то ее тоже измеряют. По данным измерений рассчитывают $\cos \varphi = P/UI_H$ и реактивную составляющую тока $I_p = I_H \sin \varphi$. Реактивное сопротивление компенсирующего элемента $X = U/I_p$. Если характер сопротивления известен, по X можно рассчитать емкость или индуктивность компенсирующего элемента. При активно-индуктивном характере нагрузки емкость компенсирующего конденсатора $C = 1/(\omega X) = 1/(2\pi f X)$, а при активно-емкостной нагрузке индуктивность компенсирующей катушки $L = X/\omega = X/(2\pi f)$. Если характер нагрузки неизвестен, то его предварительно можно определить, подключив параллельно нагрузке конденсатор с емко-

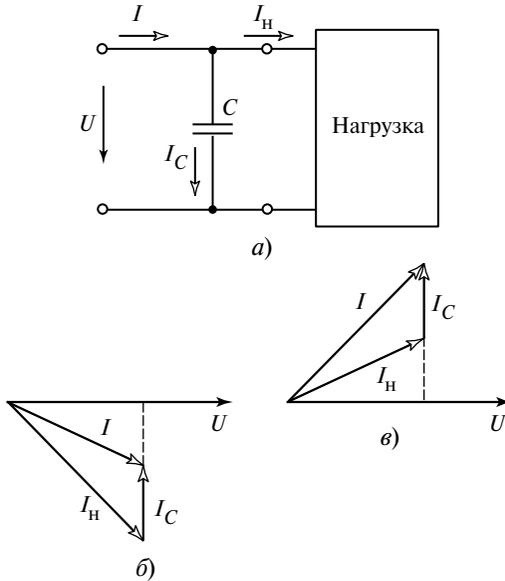


Рис. 9.13. Схема для определения характера нагрузки (а) и ее векторные диаграммы при индуктивном (б) и емкостном (в) характерах нагрузки

стью в 2—3 раза меньшей, чем получается по вышеприведенной формуле (рис. 9.13, а). Если при этом общий ток уменьшится, то нагрузка носит активно-индуктивный характер. В противном случае нагрузка активно-емкостная. Сказанное поясняют векторные диаграммы на рис. 9.13, б, в.

На рис. 9.14 показаны схема компенсации реактивной мощности в активно-индуктивной нагрузке и векторная диаграмма для случая идеальной компенсации.

Для определения коэффициента мощности при отсутствии ваттметра можно измерить сдвиг фаз φ между током и напряжением с помощью фазометра. Схема подключения фазометра изображена на рис. 9.15. Фазометр имеет два входа, на один из которых подается опорное напряжение (Оп), а на другой — сигнальное (Сигн.), равное $R_{\text{и}}I$, где $R_{\text{и}}$ — измерительный резистор. Для обеспечения точности измерения необходимо выбрать его сопротивление $R_{\text{и}} \ll U/I$. При этом можно полагать, что $U_{\text{н}} \approx U$. Кстати, измерив вольтметром напряжение U_R , можно определить ток нагрузки $I_{\text{н}} = U_R/R_{\text{и}}$ без

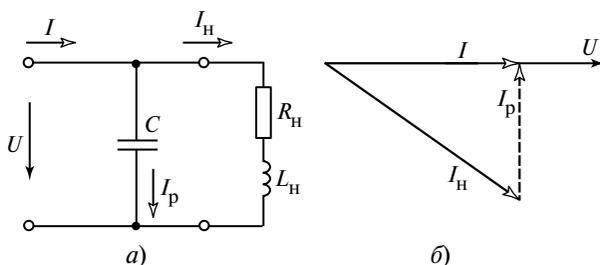


Рис. 9.14. Схема компенсации реактивной мощности в активно-индуктивной нагрузке (а) и ее векторная диаграмма (б)

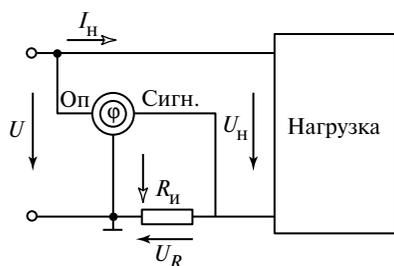


Рис. 9.15. Схема измерения коэффициента мощности

амперметра. Зная φ , т.е. $\cos \varphi$ и I_H , можно рассчитать параметры L и C компенсирующих элементов так, как это сделано ранее. По схеме рис. 9.15 можно рассчитать эквивалентные активное, реактивное и полное сопротивления нагрузки:

$$R_3 = Z_3 \cos \varphi, \quad X_3 = Z_3 \sin \varphi, \quad Z_3 = U/I.$$

Если в распоряжении имеется только вольтметр, то эти параметры можно определить с помощью так называемого метода трех вольтметров по схеме на рис. 9.16, а.

При применении этого метода последовательно с нагрузкой включается добавочный резистор с известным сопротивлением $R_{доб} = U_2/I$. Измеряют вольтметром напряжения U_1 , U_2 и U_3 . Так как $U_1 = U_2 + U_3$, то, выбрав масштаб, можно построить треугольник со сторонами U_1 , U_2 и U_3 . При этом вначале по направлению тока I откладывают напряжение U_2 , а затем из его концов с помощью циркуля получают

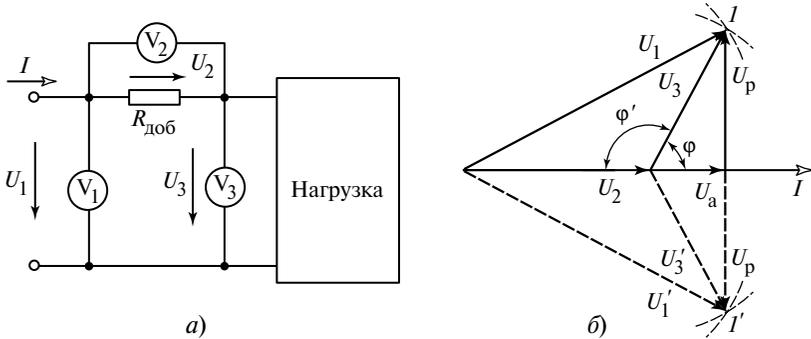


Рис. 9.16. Измерение сопротивления нагрузки методом трех вольтметров: *а* — схема измерения; *б* — векторная диаграмма

«засечку» I или зеркально I' и достраивают векторы U_1 и U_3 . Если заранее определить с помощью конденсатора с емкостью C характер нагрузки (см. рис. 9.14), то можно оставить из этих точек только одну. Параметры нагрузки рассчитываются в следующем порядке:

$$\text{так как } U_1^2 = U_2^2 + U_3^2 - 2U_1U_2 \cos \varphi' \text{ и } \varphi' = \arccos \frac{U_1^2 - U_2^2 - U_3^2}{2U_1U_2},$$

то $\varphi = 180^\circ - \varphi'$; активная составляющая напряжения нагрузки $U_a = U_3 \cos \varphi$; реактивная составляющая напряжения нагрузки $U_p = U_3 \sin \varphi$; ток нагрузки $I = U_2/R_{\text{доб}}$; полное сопротивление нагрузки $Z_3 = U_3/I$; активное сопротивление нагрузки $R_3 = Z_3 \cos \varphi$; реактивное $X_3 = Z_3 \sin \varphi$. Полученные параметры могут быть использованы для расчета параметров реактивных элементов для компенсации реактивной мощности нагрузки.

Пример 9.5. Неидеальная катушка подключается сначала к источнику постоянного напряжения 100 В, а затем к источнику синусоидального напряжения частотой 50 Гц с действующим значением 100 В. В первом случае ток равен 5 А, во втором 4 А.

Определить индуктивное сопротивление и индуктивность катушки. Активное сопротивление катушки считать равным ее сопротивлению постоянному току. Рассчитать емкость компенсирующего конденсатора C (см. рис. 9.15).

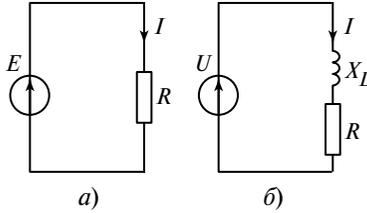


Рис. 9.17. Схема цепи с источником постоянного напряжения (а) и с источником синусоидального напряжения (б)

Решение. Схема с источником постоянного напряжения, так как $u_L = L \frac{di}{dt} = 0$, имеет вид, показанный на рис. 9.17, а, следовательно, $R = E/I = 100/5 = 20$ Ом. Схема с источником синусоидального напряжения $u = 100\sqrt{2} \sin \omega t$, $\omega = 2\pi f = 314$ рад/с имеет вид, показанный на рис. 9.17, б.

Действующие значения напряжения, тока и полное сопротивление:

$$U = 100 \text{ В}, \quad I = 4 \text{ А},$$

следовательно:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = U/I = 100/4 = 25 \text{ Ом},$$

$$X_L = \omega L = \sqrt{Z^2 - R^2} = 15 \text{ Ом}, \quad L = X_L/\omega = 47,8 \text{ мГн}.$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = R/Z = 0,8, \quad \sin \varphi = 0,6.$$

Ток компенсирующей емкости $I_C = I \sin \varphi = 4 \cdot 0,6 = 2,4$ А. Проводимость конденсатора $B_C = \omega C = I_C/U = 2,4/100 = 0,0024$ См. Емкость $C = 0,0024/314 = 7,643$ мкФ.

Контрольные вопросы

1. Проанализируйте энергетические процессы в цепи с последовательным соединением элементов RL .
2. Проанализируйте энергетические процессы в цепи с последовательным соединением элементов RC .
3. Проанализируйте энергетические процессы в цепи с последовательным соединением элементов RLC .

4. Проанализируйте энергетические процессы в цепи с параллельным соединением элементов RL .
5. Проанализируйте энергетические процессы в цепи с параллельным соединением элементов RC .
6. Проанализируйте энергетические процессы в цепи с параллельным соединением элементов RLC .
7. Постройте векторные диаграммы последовательного и параллельного соединения элементов RLC .
8. Изложите методы компенсации реактивной мощности.

Темы рефератов

1. Представление синусоидальных функций с помощью векторов и комплексных чисел.
2. Сопротивления и проводимости в цепях синусоидального тока.
3. Компенсация реактивной мощности как важный метод энергосбережения.

Глава 10

СИМВОЛИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

10.1. Алгебраическая, показательная, полярная и тригонометрическая формы представления комплексных функций

Трудности расчета цепей синусоидального тока облегчает применение символического метода, основанного на замене операций с синусоидальными функциями операциями с комплексными числами. Символический метод часто называют комплексным методом. Ранее были рассмотрены векторные диаграммы напряжений и токов, основанные на представлении синусоидальных функций с помощью вращающихся векторов на плоскости xOy .

Векторы можно изображать не только на плоскости xOy , но и на комплексной плоскости в виде комплексного числа (рис. 10.1). Комплексное число состоит из вещественной (действительной) и мнимой частей. По оси абсцисс откладывают действительную часть, а по оси ординат — мнимую часть комплексного числа. Действительную ось обозначают $+1$ и -1 , а мнимую ось $+j$ и $-j$. Буквой j обозначается в электротехнике мнимая единица $j = \sqrt{-1}$.

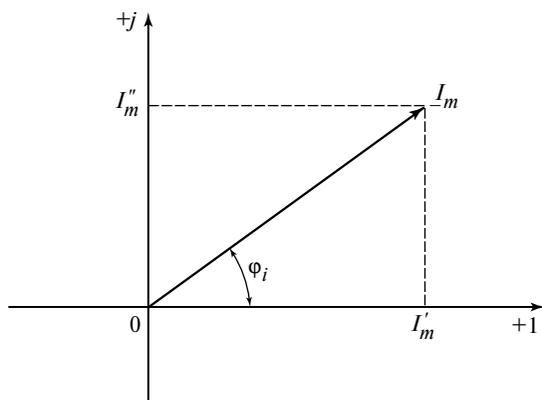


Рис. 10.1. Изображение комплексного числа на комплексной плоскости

Комплексные числа обозначаются чертой снизу \underline{I}_m , допускается обозначение точкой сверху \dot{I} (для гармонических функций). Комплексное число $\underline{I}_m = I'_m + jI''_m$ изображается вектором, соединяющим начало координат и точку с координатами $I'_m = \operatorname{Re}\{\underline{I}_m\}$ и $I''_m = \operatorname{Im}\{\underline{I}_m\}$, равными действительной (Re) и мнимой (Im) частям комплексного числа. Такая форма представления и записи комплексного числа называется алгебраической. Комплексное число можно представить в полярной системе координат в виде вектора с модулем $I_m = \sqrt{(I'_m)^2 + (I''_m)^2}$ и аргументом — углом с полярной осью (осью +1) $\psi_i = \operatorname{arctg}(I''_m/I'_m)$. Такому представлению комплексного числа соответствуют показательная $\underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ и полярная $\underline{I}_m = I_m \angle \psi_i$ формы записи комплексного числа. Четвертая форма комплексного числа — тригонометрическая может быть получена с помощью формулы Эйлера

$$\underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i} = I_m \cos \psi_i + jI_m \sin \psi_i.$$

Очевидно, что $I'_m = I_m \cos \psi_i$, $I''_m = I_m \sin \psi_i$.

Итак:

$$\underline{I}_m = I'_m + jI''_m = I_m \angle \psi_i = I_m e^{j\psi_i} = I_m \cos \psi_i + jI_m \sin \psi_i$$

— формы записи комплексного числа.

10.2. Представление синусоидальных функций комплексными числами

Представим себе, что вектор $\underline{I}_m = I_m \angle \psi_i$ вращается на комплексной плоскости с угловой частотой ω против часовой стрелки (рис. 10.2). Математически такому вектору соответствует комплексная функция $F(j\omega t) = \underline{I}_m e^{j\omega t} = \underline{I}_m \angle j\omega t = I_m \angle j(\omega t + \psi_i)$. В произвольный момент времени t такой вектор будет иметь с действительной осью

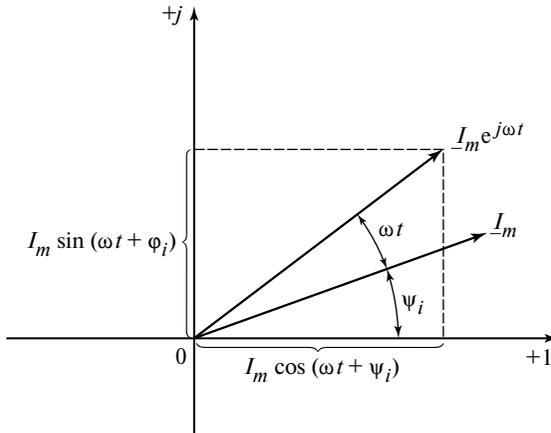


Рис. 10.2. Представление синусоиды с помощью комплексной функции

+1 угол $\omega t + \psi_i$, а его проекции на действительную и мнимую оси будут соответственно равны:

$$\operatorname{Re}\{F(j\omega t)\} = I_m \cos(\omega t + \psi_i),$$

$$\operatorname{Im}\{F(j\omega t)\} = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Как видно, мнимая часть комплексной функции является функцией, описывающей в данном случае синусоидальный ток $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. Следует отметить, что в энергетике и электротехнике гармонические функции обычно описываются синусоидальными функциями, в радиоэлектронике — косинусоидальными, которым соответствует мнимая часть комплексной функции.

Если представить себе, что вместе с вектором $\underline{I}_m e^{j\omega t}$ и комплексная плоскость вращается вокруг точки 0 с угловой частотой ω против часовой стрелки, то вращающийся вектор $\underline{I}_m e^{j\omega t}$ будет казаться в этой плоскости неподвижным вектором $\underline{I}_m = I_m \angle \psi_i$. Это обстоятельство позволяет утверждать, что синусоидальная функция может быть представлена комплексным числом. С числами работать гораздо удобнее и проще, чем со сложными тригонометрическими функциями. Правда, в нашем случае это не действительные числа, а комплексные.

Таким образом, синусоидальные токи, напряжения, ЭДС и другие гармонические электрические и магнитные величины могут быть представлены комплексными числами. Такое представление позволяет рассчитывать цепи синусоидального тока так же, как и цепи постоянного тока. Например, при использовании уравнений по первому и второму законам Кирхгофа в них записываются вместо токов I , напряжений U , ЭДС E комплексные амплитуды токов \underline{I}_m , напряжений \underline{U}_m , ЭДС \underline{E}_m или их комплексные действующие значения \underline{I} , \underline{U} , \underline{E} . Соотносятся комплексные амплитуды и комплексные действующие значения так же, как амплитуды и действующие значения синусоиды, т.е. $\underline{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$, $\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$, $\underline{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$.

Комплексный метод используется для расчета синусоидальных токов и напряжений одной и той же частоты. Комплексный метод позволяет сложные математические операции с синусоидальными функциями времени заменить действиями с комплексными числами, а вместо сопоставления синусоидальных функций можно рассматривать векторы на комплексной плоскости, т.е. векторные диаграммы.

10.3. Математические операции с комплексными числами

Складывать и вычитать комплексные числа $\underline{A} = A' + jA'' = A \angle \alpha$ и $\underline{B} = B' + jB'' = B \angle \beta$ удобнее в алгебраической форме:

$$\underline{A} \pm \underline{B} = (A' + jA'') \pm (B' + jB'') = (A' \pm B') \pm j(A'' \pm B'').$$

Умножать и делить комплексные числа легче в полярной форме. Если $\underline{A} = A \angle \alpha$, а $\underline{B} = B \angle \beta$, то

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = (A \angle \alpha)(B \angle \beta) = A \cdot B \angle (\alpha + \beta),$$

$$\frac{\underline{A}}{\underline{B}} = \frac{A \angle \alpha}{B \angle \beta} = \frac{A}{B} \angle (\alpha - \beta).$$

Можно умножать и делить комплексные числа и в алгебраической форме, считая комплексные числа обычными двучленами:

$$\begin{aligned} \underline{A} \cdot \underline{B} &= (A' + jA'')(B' + jB'') = A'B' + jA''B' + jA'B'' + j^2A''B'' = \\ &= (A'B' - A''B'') + j(A''B' + A'B''); \end{aligned}$$

здесь учтено, что $j^2 = -1$;

$$\begin{aligned} \frac{\underline{A}}{\underline{B}} &= \frac{A' + jA''}{B' + jB''} \frac{B' - jB''}{B' - jB''} = \frac{(A' + jA'')(B' - jB'')}{(B')^2 + (B'')^2} = \\ &= \frac{(A'B' + A''B'') + j(A''B' - A'B'')}{(B')^2 + (B'')^2} = \frac{A'B' + A''B''}{(B')^2 + (B'')^2} + j \frac{A''B' - A'B''}{(B')^2 + (B'')^2}. \end{aligned}$$

При делении знаменатель $\underline{B} = B' + jB''$ и числитель были помножены на число $\underline{B}^* = B' - jB'' = B \angle -\beta$. Комплексные числа с одинаковыми действительными частями и равными по модулю и противоположными по знаку мнимыми частями называются сопряженными. В полярной форме сопряженные комплексные числа различаются лишь знаками аргументов. Произведение двух комплексно-сопряженных чисел равно сумме квадратов мнимой и действительной частей: $(B' + jB'')(B' - jB'') = (B')^2 + (B'')^2$.

Примеры.

Найти модуль и аргумент следующих комплексов:

- 1) $60 + j80$; 2) $80 - j60$; 3) $-300 - j100$; 4) $-20 + j70$; 5) $9 - j0,5$;
6) $-0,003 + j0,0002$.

Разложить на действительную и мнимую составляющие следующие комплексные числа:

- 1) $5 \angle 30^\circ$; 2) $10 \angle 70^\circ$; 3) $0,2 \angle 100^\circ$; 4) $0,035 \angle 170^\circ$; 5) $250 \angle 195^\circ$;
6) $30 \angle -112^\circ$; 7) $2 \angle 275^\circ$; 8) $380 \angle -30^\circ$; 9) $0,017 \angle 269^\circ$;
10) $1000 \angle -178^\circ$; 11) $-15 \angle 40^\circ$.

10.4. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме

Ранее уже было показано, что при синусоидальном токе $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ в последовательной RLC -цепи (рис. 10.3, а) мгновенные значения напряжений на элементах цепи равны:

$$u_R = Ri = RI_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_{Rm} \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \omega LI_m \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right) = U_{Lm} \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_C = \frac{1}{C} \int i \, dt = \frac{I_m}{\omega C} \sin\left(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}\right) = U_{Cm} \sin\left(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}\right).$$

Амплитуды напряжений: $U_{Rm} = RI_m$; $U_{Lm} = \omega LI_m = X_L I_m$; $U_{Cm} = I_m / \omega C = X_C I_m$; действующие значения $U_R = RI$; $U_L = X_L I$; $U_C = X_C I$.

Комплексные амплитуды напряжений:

$$\underline{U}_{Rm} = R \underline{I}_m;$$

$$\underline{U}_{Lm} = \omega L I_m e^{j(\psi_i + \frac{\pi}{2})} = \omega L I_m e^{j\psi_i} e^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega L I_m = jX_L I_m;$$

$$\underline{U}_{Cm} = \frac{1}{\omega C} I_m e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})} = \frac{1}{\omega C} I_m e^{j\psi_i} e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j \frac{1}{\omega C} I_m = -jX_C I_m.$$

Здесь учтено, что $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$, $e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$.

Комплексные действующие значения напряжений:

$$\underline{U}_R = RI; \underline{U}_L = j\omega LI = jX_L I, \underline{U}_C = -jI / \omega C = -jX_C I.$$

По второму закону Кирхгофа для мгновенных значений напряжений на рис. 10.3, а имеем

$$u = u_R + u_L + u_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i di.$$

В комплексной форме уравнение по второму закону Кирхгофа для цепи на рис. 10.3, б, записанное для комплексных действующих значений, имеет вид

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = RI + j\omega LI - j \frac{1}{\omega C} I.$$

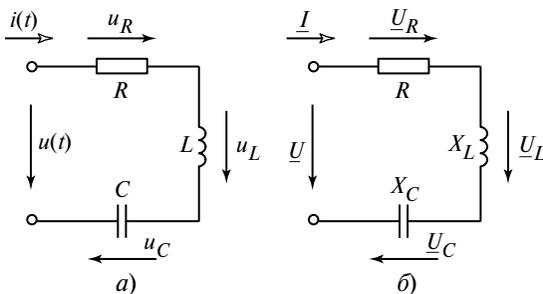


Рис. 10.3. Напряжения и ток в последовательной RLC-цепи

Отсюда

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \frac{\underline{U}}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{\underline{U}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\underline{U}}{R + j(X_L - X_C)} = \\ &= \frac{\underline{U}}{R + jX} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}, \end{aligned}$$

где $\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j(X_L - X_C) = R + jX = Z \angle \varphi$ — комплексное сопротивление последовательной RLC -цепи; $X_L = \omega L$ и $X_C = 1/(\omega C)$ — индуктивное и емкостное сопротивления; $X = X_L - X_C$ — реактивное сопротивление; R — активное сопротивление; $Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$ — полное сопротивление; $\varphi = \arctg \frac{X}{R}$ — аргумент комплексного сопротивления. Очевидно, что $R = Z \cos \varphi$; $X = R \sin \varphi$.

Формула $\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z}$ выражает закон Ома в комплексной форме.

Пример 10.1. В неидеальной катушке, индуктивность которой равна 12 мГн и сопротивление 9 Ом, ток $i(t) = 2 \sin 1000t$, А (рис. 10.4, а).

Чему равно мгновенное значение приложенного напряжения?

Решение. Решение проводим комплексным методом. Перейдем к комплексной схеме неидеальной катушки на частоте $\omega = 1000$ рад/с (рис. 10.4, б).

Комплексное сопротивление катушки

$$R + j\omega L = 9 + j10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 9 + j12 = 15 \angle 53,13^\circ \text{ Ом};$$

комплексные амплитуды тока и напряжения:

$$\underline{I}_m = 2 \text{ А}, \quad \underline{U}_m = \underline{I}_m (R + j\omega L) = 30 \angle 53,13^\circ \text{ В};$$

мгновенное значение приложенного напряжения $u = 30 \sin(1000t + 53,13^\circ)$, В.

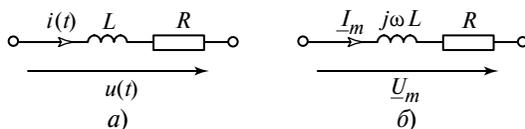


Рис. 10.4. Напряжение и ток в неидеальной катушке

При рассмотрении процессов в цепи с параллельно соединенными RLC -элементами (рис. 10.5, *а*, *б*) расчеты удобнее проводить, используя связи токов и напряжений через проводимости в цепи (рис. 10.5, *б*).

Если синусоидальное напряжение на входе цепи $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ представить комплексным действующим значением напряжения \underline{U} , то токи в ветвях будут равны:

$$\underline{I}_R = \underline{U}/R = G\underline{U}, \quad \underline{I}_L = \underline{U}/j\omega L = \underline{U}/jX_L = -jB_L\underline{U},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{-j\frac{1}{\omega C}} = j\omega C\underline{U} = jB_C\underline{U}.$$

Здесь $G = 1/R$ — активная проводимость; $B_L = 1/(\omega L) = 1/X_L$ — индуктивная проводимость; $B_C = \omega C = 1/X_C$ — емкостная проводимость.

По первому закону Кирхгофа

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = \left(G - j\frac{1}{\omega L} + j\omega C\right)\underline{U} = (G - jB_L + jB_C)\underline{U} = \\ &= [G - j(B_L - B_C)]\underline{U} = (G - jB)\underline{U} = \underline{Y}\underline{U}, \end{aligned}$$

где $\underline{Y} = Ye^{-j\varphi} = G - jB$ — комплексная проводимость параллельной RLC -цепи; $Y = |\underline{Y}| = \sqrt{G^2 + B^2}$ — полная проводимость; $-\varphi = -\arctg \frac{B}{G}$ — аргумент комплексной проводимости; $B = B_L - B_C$ — реактивная проводимость.

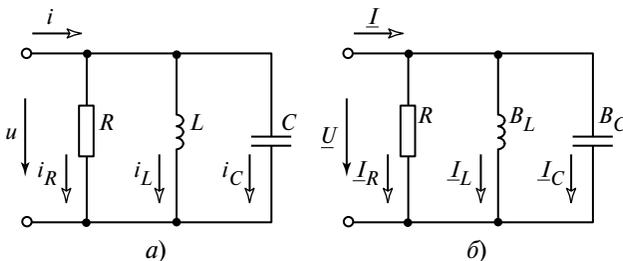


Рис. 10.5. Напряжение и токи в цепи с параллельным соединением элементов R, L, C

Следует отметить, что B_L и B_C — положительные величины; B — алгебраическая величина, она может быть как положительной, так и отрицательной.

Пример 10.2. Сопротивление R неидеального конденсатора постоянному току равно 10 кОм. При переменном токе с частотой $f_1 = 1600$ Гц известен $\operatorname{tg} \delta = 0,05$ (δ — угол потерь). Для параллельной схемы замещения конденсатора определить $\operatorname{tg} \delta$, S , P и Q при частоте $f_2 = 3200$ Гц и напряжении питания $U = 380$ В, считая активное сопротивление в схеме замещения постоянным и равным R .

Решение. Параллельная схема замещения неидеального конденсатора с параметрами R , X_C и соответствующая векторная диаграмма размещены на рис. 10.6.

При частоте $f_1 = 1600$ Гц

$$I_R = \frac{U}{R}, \quad I_C = \frac{U}{X_C}, \quad \operatorname{tg} \delta_1 = \frac{I_R}{I_C} = \frac{X_{C1}}{R},$$

$$X_{C1} = R \operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{2\pi f_1 C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f_1 X_C} = 0,198 \text{ мкФ.}$$

При частоте $f_2 = 3200$ Гц

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi f_2 C} = 0,25 \text{ кОм,} \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{X_{C2}}{R} = 0,025.$$

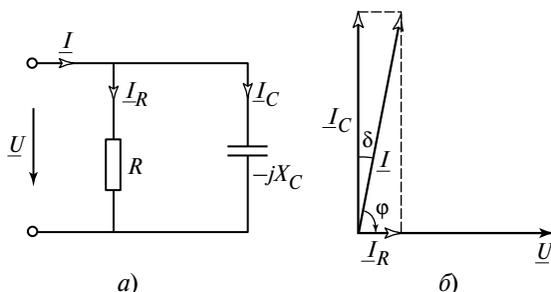


Рис. 10.6. Параллельная схема замещения конденсатора (а) и его векторная диаграмма (б)

10.5. Общий случай расчета цепей синусоидального тока в комплексной форме

В общем случае электрическая цепь может иметь сложную топологию, т.е. содержать произвольное количество источников и пассивных элементов, расположенных в различных ветвях, включенных между различными узлами. Число ветвей ν , не содержащих идеальные источники тока, и узлов y определяют число независимых контуров, а также число уравнений состояния цепи, составленных по первому и второму законам Кирхгофа методами контурного тока, узловых потенциалов, а также другими методами. Так, по первому закону Кирхгофа (а следовательно, и по методу узловых потенциалов) может быть составлено $k_1 = y - 1$ уравнение, а по второму закону Кирхгофа (а следовательно, и по методу контурных токов) $k_{II} = \nu - k_1 = \nu - y + 1$ уравнений. Суть расчетных методов была изложена в гл. 3 применительно к цепям постоянного тока. Цепи синусоидального тока рассчитываются аналогично, но в комплексной форме, т.е. токи, напряжения, ЭДС, сопротивления пассивных элементов цепей входят в уравнения в комплексной форме (рис. 10.7).

Рассмотрим алгоритм расчета. Обычно в задачах анализа в заданной схеме по известным параметрам активных и пассивных элементов рассчитываются токи в ветвях схемы. При необходимости после этого могут быть рассчитаны напряжения на любых элементах и между двумя любыми точками или узлами цепи. Если, например, для цепи (см. рис. 10.5, а) заданы ЭДС $e_1(t) = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$, $e_2(t) = E_{2m} \sin(\omega t + \psi_2)$ и $e_3(t) = E_{3m} \sin(\omega t + \psi_3)$, ток источника тока $J(t) = J_m \sin(\omega t + \psi)$ и параметры RLC -элементов в ветвях цепи, то для расчета цепи комплексным методом необходимо записать исходные данные в виде (рис. 10.7, б):

$$\underline{E}_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} \angle \psi_1; \quad \underline{E}_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} \angle \psi_2; \quad \underline{E}_3 = \frac{E_{3m}}{\sqrt{2}} \angle \psi_3; \quad \underline{J} = \frac{J_m}{\sqrt{2}} \angle \psi;$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 - j \frac{1}{\omega C_1}; \quad \underline{Z}_2 = j \omega L_2;$$

$$\underline{Z}_3 = (R_3' + R_3'') + j[\omega(L_3' + L_3'')]; \quad \underline{Z}_4 = R_4 + j \omega L_4;$$

$$\underline{Z}_5 = R_5; \quad \underline{Z}_6 = -j \frac{1}{\omega C_6}.$$

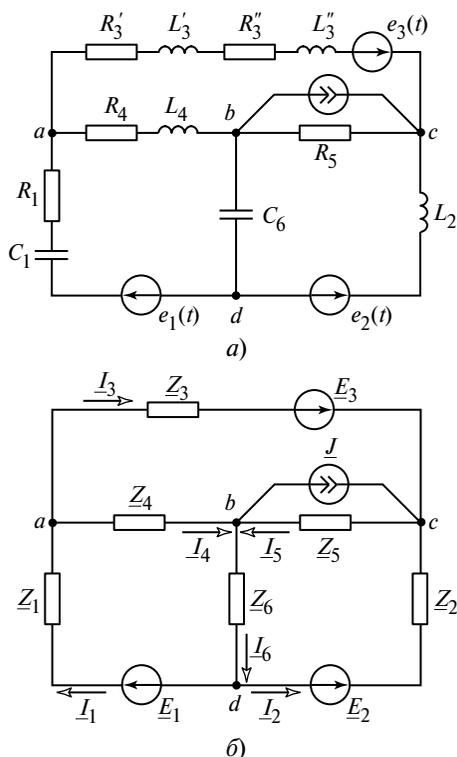


Рис. 10.7. Разветвленная цепь синусоидального тока

Для записи уравнений по законам Кирхгофа необходимо предварительно задаться условно-положительными направлениями токов в ветвях. В рассматриваемом примере оказалось $v = 6$ ветвей с неизвестными токами, $y = 4$ узла.

Для расчета v неизвестных токов необходимо составить v уравнений по законам Кирхгофа; $k_1 = y - 1$ уравнение записывается по первому закону Кирхгофа для всех узлов, за исключением одного (базисного).

В нашем примере имеем:

$$\text{для узла } a \quad -I_1 + I_3 + I_4 = 0,$$

$$\text{для узла } b \quad -I_4 - I_5 + I_6 = -J,$$

$$\text{для узла } c \quad I_5 - I_3 - I_2 = J.$$

Остальные уравнения $k_2 = v - y + 1$ записываются по второму закону Кирхгофа для независимых контуров с заранее выбранными направлениями обхода:

$$\text{для контура } abda \quad \underline{Z}_4 \underline{I}_4 + \underline{Z}_6 \underline{I}_6 + \underline{Z}_1 \underline{I}_1 = \underline{E}_1,$$

$$\text{для контура } bcdb \quad -\underline{Z}_5 \underline{I}_5 - \underline{Z}_2 \underline{I}_2 - \underline{Z}_6 \underline{I}_6 = -\underline{E}_2,$$

$$\text{для контура } acba \quad \underline{Z}_3 \underline{I}_3 + \underline{Z}_5 \underline{I}_5 - \underline{Z}_4 \underline{I}_4 = \underline{E}_3.$$

Совместное решение полученных шести уравнений позволяет найти шесть неизвестных токов. Расчет неизвестных токов может быть выполнен и другими методами, изложенными при рассмотрении цепей постоянного тока.

Пример 10.3. Дано: $\underline{I}_3 = 5 \angle 0$, $R_1 = X_1 = X_3 = 10$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $X_2 = -8$ Ом (рис. 10.8).

Построить векторную диаграмму токов и напряжений цепи. Вычислить приложенное напряжение \underline{U} .

Решение. Расчет комплексных токов и потенциалов:

- 1) $\varphi_d = 0$;
- 2) $\underline{U}_{bd} = jX_3 \underline{I}_3 = j50$ В;
- 3) $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{bd}}{R_2 + jX_2} = \frac{j50}{6 - j8} = 5 \angle 143^\circ$ А;
- 4) $\underline{U}_{cd} = R_2 \underline{I}_2 = 30 \angle 143^\circ$ В;
- 5) $\underline{U}_{bc} = jX_2 \underline{I}_2 = (-j8) \cdot 5 \angle 143^\circ = 40 \angle 53^\circ$ В;
- 6) $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = (-4 + j3) + 5 = 3,2 \angle 71,5^\circ$ А;

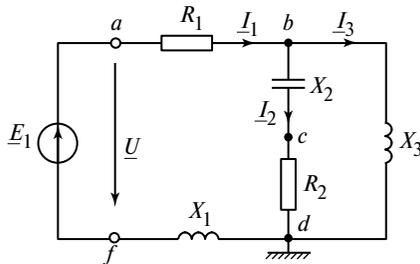


Рис. 10.8. Схема разветвленной цепи

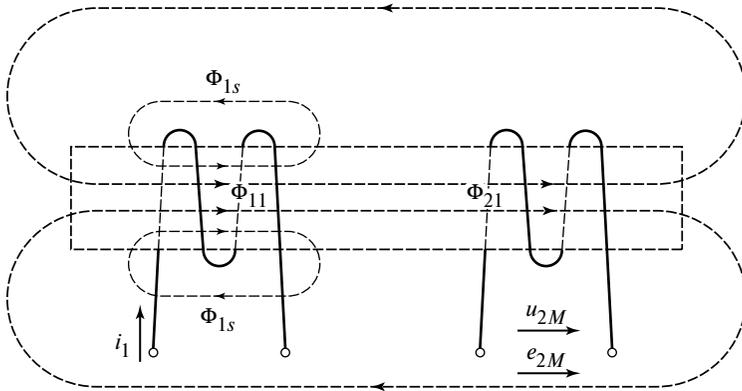


Рис. 10.10. Потoki самоиндукции и взаимной индукции двух индуктивно связанных катушек

Если поток Φ_{21} пронизывает все w_2 витков второй катушки, то $\Psi_{21} = w_2 \Phi_{21}$.

Отношение потокосцепления Ψ_{21} к создающему его току i называется взаимной индуктивностью:

$$M_{21} = \Psi_{21} / i_1.$$

Аналогично

$$M_{12} = \Psi_{12} / i_2.$$

При этом полагают, что $M_{21} = M_{12} = M$. Единицей взаимной индуктивности является генри (Гн).

Изменение во времени потокосцепления вызывает возникновение ЭДС взаимной индукции. При токе первой катушки $i_1 = I_m \sin \omega t$ ЭДС $e_{2M} = -\omega M I_m \sin(\omega t + \pi/2)$.

Это приводит к возникновению напряжения взаимной индукции между зажимами второй катушки. При разомкнутых зажимах второй катушки, т.е. при $i_2 = 0$, это напряжение

$$u_{2M} = -e_{2M} = \omega M I_m \sin(\omega t + \pi/2).$$

При наличии тока во второй катушке напряжение на ней зависит и от напряжения самоиндукции, и от напряжения взаимной индукции.

Чтобы знать, как направлены магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции, проводят разметку одноименных зажимов индуктивно связанных катушек. Два зажима разных катушек называют одноименными, если при одинаковых направлениях токов

катушек относительно этих зажимов магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции в каждой из них направлены одинаково и, следовательно, суммируются. Суммируются при этом и ЭДС (а также напряжение) самоиндукции и взаимной индукции. Одноименные зажимы обозначаются одинаковыми знаками (*, или \cdot , или Δ). На рис. 10.11 показаны одноименные зажимы двух обмоток трансформаторов при различных направлениях намотки второй катушки.

Индуктивно связанные элементы в цепи могут быть включены последовательно, параллельно или принадлежать разным контурам цепи. При последовательном включении индуктивно связанных катушек возможны два способа включения: согласное и встречное. При согласном включении ток в цепи имеет одинаковое направление относительно одноименных зажимов (рис. 10.12, а), а при встречном — разное (рис. 10.12, б). При согласном включении магнитный поток первой катушки $\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$, а второй катушки $\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}$. Соответственно потокосцепления $\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{12}$ и $\Psi_2 = \Psi_{22} + \Psi_{21}$.

Общее потокосцепление двух согласно включенных индуктивных элементов $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$, а индуктивность

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{\Psi_1 + \Psi_2}{i} = \frac{L_1 i + M i + L_2 i + M i}{i} = L_1 + L_2 + 2M.$$

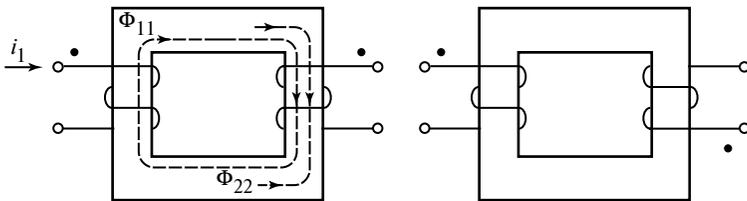


Рис. 10.11. Разметка одноименных зажимов при различных направлениях намотки второй катушки

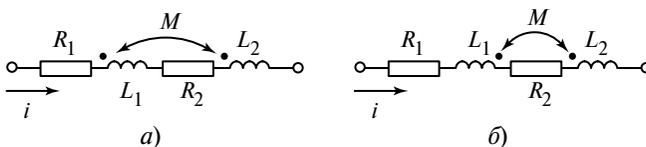


Рис. 10.12. Согласно (а) и встречное (б) включения двух индуктивно связанных катушек

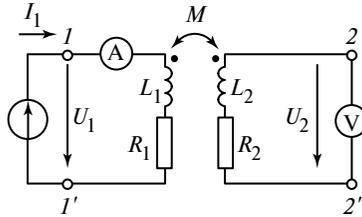


Рис. 10.13. Схема для экспериментального определения взаимной индуктивности

При встречном включении элементов общая индуктивность

$$L = L_1 + L_2 - 2M.$$

На рис. 10.13 изображена схема для экспериментального определения взаимной индуктивности. На ней два индуктивно связанных элемента включены по трансформаторной схеме, т.е. первая катушка зажимами подключена к источнику синусоидальной ЭДС, а вторая катушка — к вольтметру. Обычно сопротивление вольтметров очень велико, поэтому ток во второй катушке можно считать равным нулю. Напряжение между зажимами второй катушки будет состоять только из напряжения взаимной индукции.

Амплитуда напряжения второй обмотки связана с током первой обмотки выражением $U_{m2} = \omega M I_{m1}$. Так же связаны и их действующие значения $U_2 = \omega M I_1$.

Измерив ток I_1 с помощью амперметра А и напряжение U_2 с помощью вольтметра V, найдем сопротивление индуктивной связи $Z_M = \omega M = U_2 / I_1$.

Искомая взаимная индуктивность

$$M = \frac{Z_M}{\omega} = \frac{U_2}{\omega I_1}.$$

Индуктивная связь характеризуется также и коэффициентом индуктивной связи $k_{св} = M / \sqrt{L_1 L_2}$.

Пример 10.4. Дано: мгновенное значение ЭДС $e(t) = 100\sqrt{2} \sin \omega t$, В; реактивные сопротивления: $X_{L1} = 20$ Ом, $X_{L2} = 10$ Ом, $X_C = 10$ Ом, $k_{св} = 0,5$ (рис. 10.14, а). Найти показание вольтметра.

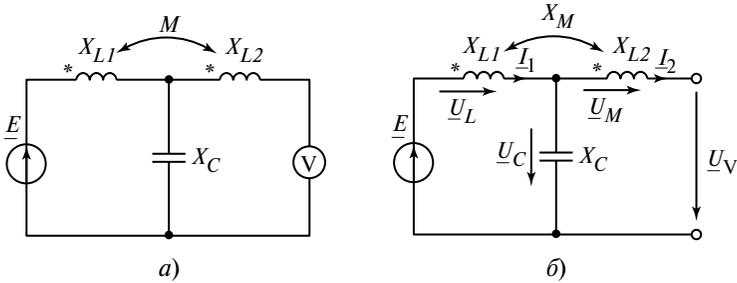


Рис. 10.14. К примеру 10.4

Решение. Комплекс действующего значения ЭДС $\underline{E} = 100 \angle 0$. Определим направление напряжения самоиндукции \underline{U}_{L1} и взаимной индукции \underline{U}_M ($I_2 = 0$) (рис. 10.14, б).

Рассчитаем:

$$\underline{U}_{L1} = jX_{L1}I_1, \quad \underline{U}_M = jX_M I_1, \quad \underline{U}_C = -jX_C I_1,$$

$$\underline{E} = \underline{U}_{L1} + \underline{U}_C = I_1(jX_{L1} - jX_C),$$

$$I_1 = \frac{\underline{E}}{j(X_{L1} - X_C)} = \frac{100}{j(20 - 10)} = 10 \angle -90^\circ \text{ A},$$

$$\underline{U}_V = -\underline{U}_M + \underline{U}_C = -jX_M I_1 - jX_C I_1 = I_1(-jX_M - jX_C),$$

$$X_M = k_{св} \sqrt{X_{L1} X_{L2}} = 0,5 \sqrt{20 \cdot 10} = 7 \text{ Ом},$$

$$\underline{U}_V = 10 \angle -90^\circ (-j7 - j10) = 10 \angle -90^\circ (17 \angle -90^\circ) = 170 \angle -180^\circ \text{ В}.$$

Показание вольтметра $U_V = 170 \text{ В}$.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит сущность комплексного метода?
2. Как осуществляется переход от синусоидальных величин к комплексным и наоборот?
3. Запишите закон Ома в комплексной форме.
4. Запишите законы Кирхгофа в комплексной форме.
5. Дайте определения активной, реактивной и полной проводимостей в цепях переменного тока.

6. Какова методика определения проводимостей в цепях с параллельными ветвями?
7. Какова комплексная форма баланса мощностей?
8. Дайте определения активной и реактивной мощностей.
9. Изобразите графики мгновенной мощности для каждого из элементов резонансного контура RLC .
10. Запишите выражения для комплексных сопротивлений цепей RL , RC и RLC .
11. Как определяется угол сдвига φ между током и напряжением?
12. Запишите выражения для комплексной проводимости, выделите активную и реактивную части.
13. Запишите выражение для определения коэффициента мощности, поясните значение этого коэффициента ($\cos\varphi$).
14. Дайте определения активной, реактивной и полной мощностей цепи, а также поясните, в каких единицах они определяются.
15. Каков физический смысл понятий активной, реактивной и полной мощностей?
16. Дайте определение взаимной индуктивности и ее ЭДС.
17. Дайте определение встречного и согласного соединения магнитно-связанных катушек.
18. Рассчитайте входное сопротивление для последовательного включения двух индуктивностей при встречном и согласном включениях и имеющих параметры: $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $X_1 = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $X_2 = 12 \text{ Ом}$ и $X_M = 4 \text{ Ом}$.

Темы рефератов

1. Представление синусоидальных функций с помощью векторов и комплексных чисел.
2. Сопротивления и проводимости в цепях синусоидального тока.
3. Мощности в цепях синусоидального тока.

Глава 11

РЕЗОНАНСЫ НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Резонансом называют режим электрической цепи, содержащей и индуктивные, и емкостные элементы, при котором ток и напряжение на входе цепи совпадают по фазе. При резонансе входное сопротивление, а следовательно, и входная проводимость цепи носят активный характер, т.е. входное реактивное сопротивление или проводимость цепи равны нулю.

11.1. Резонанс напряжений

Резонанс напряжений, или последовательный резонанс, может возникнуть в последовательном контуре цепи, состоящей из последовательного соединения элементов R , L и C (рис. 11.1). Реактивное сопротивление такой цепи $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$. Так как по определению при резонансе $X = 0$, то добиться возникновения резонанса можно, изменяя частоту питающего цепь синусоидального напряжения или изменяя параметры элементов C и L . При постоянных L и C резонансная угловая частота $\omega_p = 1/\sqrt{LC}$.

При постоянных частоте и емкости C резонансное значение индуктивности $L_p = 1/\omega^2 C$, а при постоянных частоте и индуктивности резонансная емкость $C_p = 1/\omega^2 L$.

Ранее было получено выражение для действующего значения тока в последовательно соединенных элементах R , L и C :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Действующие значения напряжений на L и C :

$$U_L = \omega LI; \quad U_C = \frac{I}{\omega C}.$$

Резонансное значение тока $I_p = U/R$.

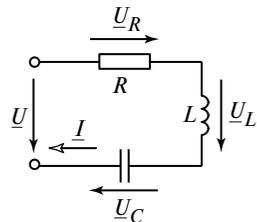


Рис. 11.1. Последовательный RLC -контур

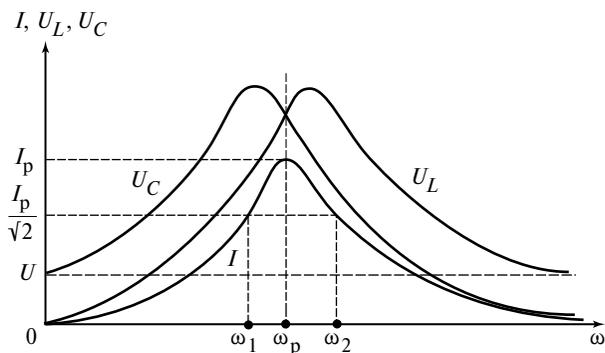


Рис. 11.2. Частотные характеристики последовательного RLC -контура

Разность частот ω_1 и ω_2 , соответствующих токам в $\sqrt{2}$ раз меньшим, чем I_p , дает полосу пропускания последовательного контура $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, а отношение $Q = \omega_p/\Delta\omega$ называется добротностью (рис. 11.2). При резонансе в последовательном контуре напряжения на реактивных элементах в Q раз больше, чем напряжение источника питания. Из-за резкого возрастания напряжения на элементах C и L резонанс в последовательном контуре и называют резонансом напряжений:

$$U_{Lp} = U_{Cp} = UQ; \quad U_{Rp} = U.$$

Добротность может быть рассчитана по параметрам контура: $Q = \rho/R$, где $\rho = \sqrt{L/C}$ — характеристическое сопротивление контура.

Векторная диаграмма при резонансе напряжений приведена на рис. 11.3.

Пример 11.1. Дано: реактор (R, L) последовательно соединен с конденсатором емкостью C . Действующие значения напряжений на входе цепи и на конденсаторе известны: $U = 60$ В, $U_c = 80$ В (рис. 11.4).

Найти напряжение на реакторе U_p , если в цепи имеет место резонанс напряжений. Построить векторную диаграмму напряжений на комплексной плоскости.

Решение.

1. Из условия резонанса напряжений следует, что комплексный ток \underline{I} совпадает по фазе с комплексом напряжения \underline{U} на входе цепи.

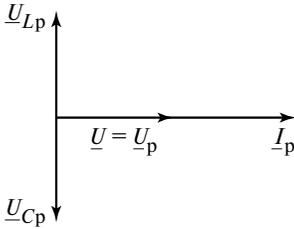


Рис. 11.3. Векторная диаграмма при резонансе напряжений

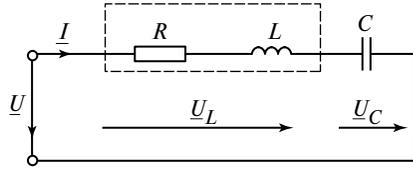


Рис. 11.4. Схема к примеру 11.1

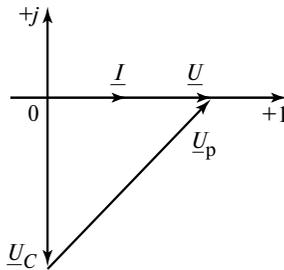


Рис. 11.5. Векторная диаграмма к примеру 11.1

2. Напряжение \underline{U}_C отстает от тока на 90° . По второму закону Кирхгофа $\underline{U} = \underline{U}_p + \underline{U}_C$.

Векторная диаграмма представлена на рис. 11.5.

Из векторной диаграммы напряжения реактора $U_p = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100$ В.

11.2. Резонанс токов

Резонанс токов, или параллельный резонанс, может возникнуть в двух параллельных ветвях, когда в одной из них включены элементы R_1 и L , а в другой — R_2 и C . На рис. 11.6 представлена схема с такими ветвями.

Сопротивление ветви с элементами R_1 и L

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L,$$

а сопротивление ветви с элементами R_2 и C

$$\underline{Z}_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C}.$$

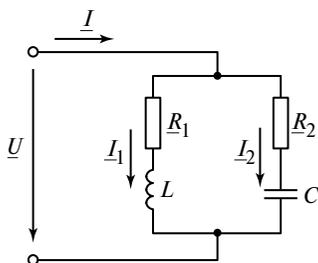


Рис. 11.6. Параллельный RLC-контур

Их проводимости

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R_1 + j\omega L} = \frac{R_1}{R_1^2 + (\omega L)^2} - j \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = G_1 - jB_1;$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{R_2 - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{R_2}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = G_2 - jB_2.$$

Условие резонанса $B_1 + B_2 = 0$, т.е.

$$\frac{\omega_p L}{R_1^2 + (\omega_p L)^2} - \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega_p C}\right)^2} = 0,$$

откуда

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}} = \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}.$$

В полученном выражении $\rho = \sqrt{L/C}$ — характеристическое сопротивление параллельного контура, а само выражение показывает, что возникновения резонанса токов можно добиться, изменяя частоту источника или параметры R_1 , R_2 , L , C . Резонанс возможен, если ρ больше или меньше R_1 , и R_2 одновременно. В противном случае резонанс невозможен.

При $R_1 = R_2 = \rho$ резонансная частота имеет любое значение, т.е. резонанс наблюдается на любой частоте, иначе говоря, наблюдается безразличный (к частоте) резонанс.

Входная проводимость цепи при резонансе $Y_p = G_1 + G_2$ носит чисто активный характер.

Резонансный ток на входе цепи

$$I = Y_p U = (G_1 + G_2)U.$$

Векторная диаграмма при резонансе токов приведена на рис. 11.7.

Пример 11.2. Дано: в цепи, состоящей из параллельно соединенных реактора (R , L) и конденсатора емкостью C (рис. 11.8, а), известны

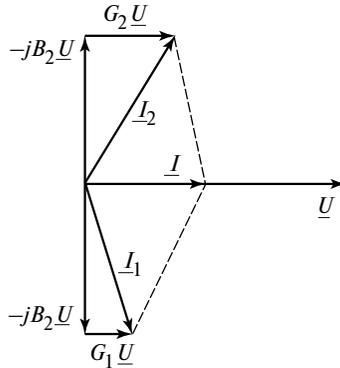


Рис. 11.7. Векторная диаграмма при резонансе токов

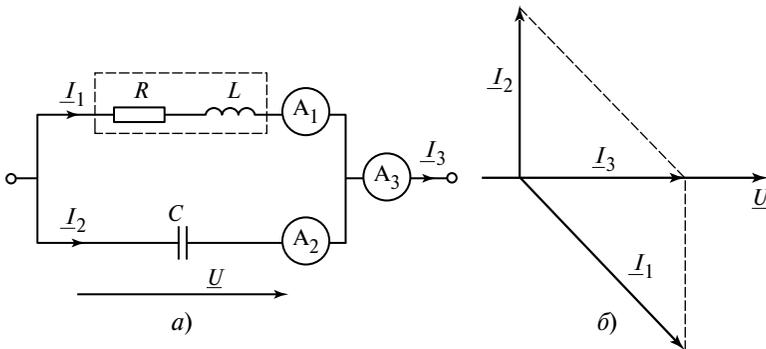


Рис. 11.8. К примеру 11.2

показания амперметров A_2 и A_3 : $I_2 = I_3 = 1$ А. Имеет место резонанс токов. Найти показание амперметра A_1 в ветви реактора.

Решение.

1. Условие резонанса токов: ток \underline{I}_3 совпадает по фазе с напряжением \underline{U} (рис. 11.8, б).

2. Комплекс тока в емкостном элементе (конденсаторе) опережает по фазе напряжение \underline{U} на 90° .

3. По первому закону Кирхгофа $\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$.

4. Из векторной диаграммы следует, что $I_1 = \sqrt{I_2^2 + I_3^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1,41$ А.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение последовательного и параллельного колебательных контуров.

2. Запишите выражение, определяющее отношение напряжения на активном и реактивном элементах резонансной цепи.

3. Какой режим называется резонансом токов, каковы особенности этого режима?

4. Что такое добротность контура, как она определяется?

5. Почему при резонансе напряжений ток в цепи достигает наибольшего значения?

6. Как выглядят частотные характеристики цепи при резонансе токов?

Темы рефератов

1. Последовательный резонанс в электрических цепях.

2. Параллельный резонанс в электрических цепях.

Глава 12

ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

12.1. Многофазные и трехфазные системы

Многофазные электрические цепи содержат многофазные источники питания (генераторы), многофазных потребителей и систему соединительных проводов, связывающих источники и потребителей. Совокупность электрических цепей с многофазными источниками питания называется многофазной системой электрических цепей. Отдельные части многофазной системы называются фазами: например, генератор фазы A , нагрузка фазы A , провода в фазе A . Здесь слово фаза можно рассматривать как синоним слова контур или замкнутая цепь.

Наибольшее распространение на практике из многофазных систем получили трехфазные электрические цепи. Простейшая трехфазная электрическая цепь содержит три фазных источника электрической энергии, три фазных приемника и соединительные провода (рис. 12.1). Представленная на рис. 12.1 трехфазная цепь является несвязной и содержит шесть соединительных проводов. Несвязная система на практике применяется редко. Обычно источники и потребители соединяются между собой, образуя соединения в виде звезды или треугольника.

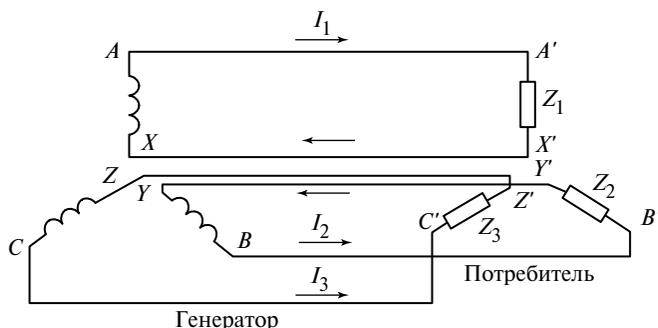


Рис. 12.1. Простейшая трехфазная электрическая цепь

12.2. Получение трехфазной ЭДС

Для получения генератора трехфазного тока обычно применяют синхронные генераторы. Простейший двухполюсный генератор показан на рис. 12.2, *а*. Статор генератора имеет три обмотки с одинаковым числом витков. Обмотки сдвинуты в пространстве на 120° одна относительно другой и называются фазными обмотками или фазами генератора. Начала обмоток обозначаются буквами *A*, *B* и *C*, концы — буквами *X*, *Y*, *Z*.

Основное магнитное поле создается обмоткой ротора, которая с помощью специальных щеток подключена к источнику постоянного тока. Ротор приводится во вращение внешним двигателем (паровой турбиной, гидротурбиной, дизельным двигателем и т.д.), вращающееся магнитное поле ротора пересекает обмотки статора и индуцирует в них синусоидальные ЭДС. Индуцированные в обмотках статора ЭДС сдвинуты одна относительно другой во времени на треть периода $T/3$ (или на 120° по фазе). Пространственный сдвиг обмоток статора при вращении магнитного поля ротора переходит в фазовый сдвиг между ЭДС по времени.

Положение ротора на рис. 12.2, *а* соответствует максимальному значению (амплитуде) ЭДС в фазе *A*, т.е. $\omega t = 90^\circ$. ЭДС в фазе *A* будет равна нулю, если один из полюсов ротора находится в середине обмотки фазы *A* (рис. 12.2, *б*).

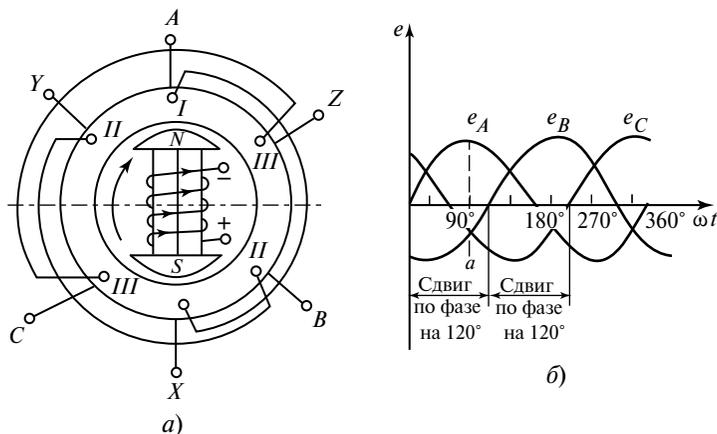


Рис. 12.2. Получение трехфазного переменного тока:
а — устройство генератора; *б* — индуцируемые ЭДС

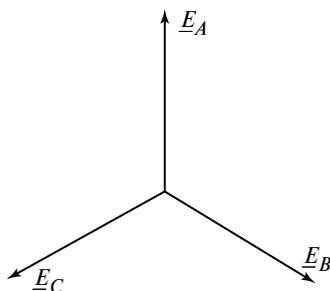


Рис. 12.3. Представление ЭДС на комплексной плоскости

Индукцированные в обмотках статора ЭДС можно представить выражениями в функции времени:

$$\left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t, \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ), \\ e_C &= E_m \sin(\omega t + 120^\circ). \end{aligned} \right\} \quad (12.1)$$

В комплексной форме эти ЭДС имеют вид: $\underline{E}_A = E_m \angle 0$, $\underline{E}_B = E_m \angle -120^\circ$, $\underline{E}_C = E_m \angle +120^\circ$ и образуют симметричную звезду на комплексной плоскости (рис. 12.3).

12.3. Соединение обмоток генератора звездой и треугольником

Все элементы трехфазной цепи связываются с помощью соединений различных типов. В качестве источников трехфазной цепи, как правило, применяют синхронные генераторы и трансформаторы. Обмотки генератора обычно соединяют в звезду, чтобы на выходе иметь более высокое напряжение между проводами. Трансформаторы во многом ведут себя как источники электрической энергии, что связано с принципом их работы.

У трансформатора первичная обмотка потребляет электрическую энергию из сети, затем эта энергия в магнитопроводе преобразуется в магнитную энергию, которая во вторичной обмотке вновь преобразуется в электрическую уже с другими значениями напряжений и токов. Приемники, присоединенные ко вторичной обмотке трансфор-

матора, получают от нее электроэнергию как от источника. Обмотки трансформатора соединяются как звездой, так и треугольником.

При изучении трехфазных цепей обмотки генератора или трансформатора, в которых индуцируется ЭДС, будем называть источниками. Следует отметить, что приемники тоже образуют соединения типа звезды или треугольника. Рассмотрим отдельно соединения обмоток источника звездой и треугольником.

Соединение обмоток источника звездой. При соединении звездой концы всех обмоток источника X, Y, Z соединяются вместе в одну точку, которая называется нулевой точкой (рис. 12.4, *a*). Начала обмоток A, B, C соединяются с линейными проводами. В обмотках источника индуцируются фазные ЭДС $\underline{E}_A, \underline{E}_B, \underline{E}_C$, которые сдвинуты по фазе на 120° . Комплексные значения фазных ЭДС $\underline{E}_A, \underline{E}_B, \underline{E}_C$ изображены на комплексной плоскости. В идеальном трехфазном источнике фазные ЭДС совпадают с фазными напряжениями, т.е. $\underline{E}_A = \underline{U}_A, \underline{E}_B = \underline{U}_B, \underline{E}_C = \underline{U}_C$ (рис. 12.4, *б*).

Напряжения между проводами называются линейными и равны в комплексной форме: $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B, \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C, \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$. Линейные напряжения образуют на комплексной плоскости равносторонний треугольник (рис. 12.4, *б*), следовательно, между действующими значениями фазных U_ϕ и линейных U_Δ напряжений существует соотношение $U_\Delta = \sqrt{3}U_\phi$.



Рис. 12.4. Соединение обмоток источника звездой:

a — схема соединений; *б* — векторная диаграмма

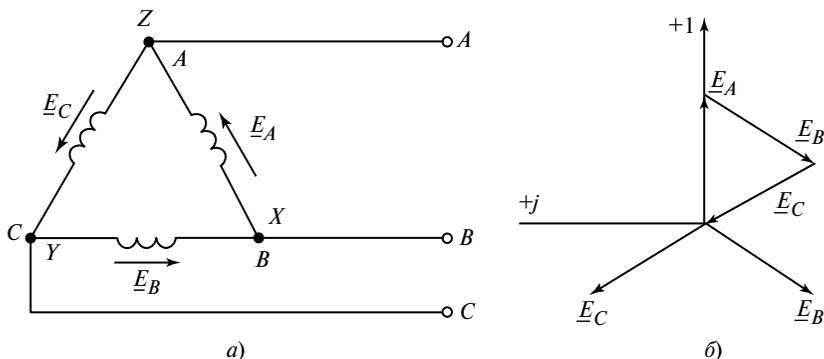


Рис. 12.5. Соединение обмоток источника треугольником:
a — схема соединений; *б* — векторная диаграмма

Соединение обмоток источника треугольником. Для подключения обмоток источника треугольником конец первой обмотки X (фаза A) соединяется с началом второй обмотки B , конец второй обмотки Y — с началом третьей обмотки C и конец третьей обмотки — с началом первой A (рис. 12.5, *a*). При таком соединении три фазы источника образуют замкнутый контур. Сопротивления обмоток фаз источника обычно существенно меньше сопротивлений потребителей. Вместе с тем ток в замкнутом контуре обмоток источника в симметричной трехфазной системе будет равен нулю, несмотря на малое сопротивление обмоток. Это объясняется тем, что сумма фазных ЭДС в контуре с ЭДС источников в любой момент времени равна нулю $e_A + e_B + e_C = 0$. Комплексная форма суммы фазных ЭДС (рис. 12.5, *б*) тоже равна нулю

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0. \quad (12.2)$$

Линейные провода присоединены непосредственно к началу и концу каждой фазы, поэтому линейные напряжения равны фазным, т.е.

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A, \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B, \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C. \quad (12.3)$$

Следует отметить, что обычно треугольником соединяются обмотки трансформаторов, питающих трехпроводную линию электропередачи.

Пример 12.1. Фазные обмотки генератора соединены треугольником (рис. 12.5, *a*). Чему равны токи фаз источника, если приемник отсоединен от генератора, а система фазных ЭДС симметрична?

Решение. Фазные ЭДС сдвинуты одна относительно другой на 120° , т.е. $\underline{E}_{AB} = \underline{E}_\phi$, $\underline{E}_{BC} = \underline{E}_\phi \cdot 1 \angle -120^\circ$, $\underline{E}_{CA} = \underline{E}_\phi \cdot 1 \angle 120^\circ$.

Сумма ЭДС в контуре генератора равна нулю:

$$\underline{E}_{AB} + \underline{E}_{BC} + \underline{E}_{CA} = \underline{E}_\phi + \underline{E}_\phi \cdot 1 \angle -120^\circ + \underline{E}_\phi \cdot 1 \angle 120^\circ = 0.$$

Следовательно, токи фаз генератора равны нулю.

12.4. Симметричная нагрузка в трехфазной цепи

Приемники в трехфазной цепи также соединяются звездой или треугольником. Рассмотрим отдельно эти соединения.

Соединение нагрузки звездой с нулевым проводом. Это соединение является основным в системе низковольтного электроснабжения промышленных предприятий и организаций. В этом виде соединений источники тоже соединяются звездой и нулевые точки источников и приемников N и n соединяются нулевым проводом (рис. 12.6, а). Это соединение позволяет иметь в фазах приемника как симметричную, так и несимметричную нагрузку. Токи в фазах

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C}. \quad (12.4)$$

Ток в нулевом проводе равен сумме фазных токов $\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$. Векторная диаграмма токов для равномерной нагрузки представлена на рис. 12.6, б.

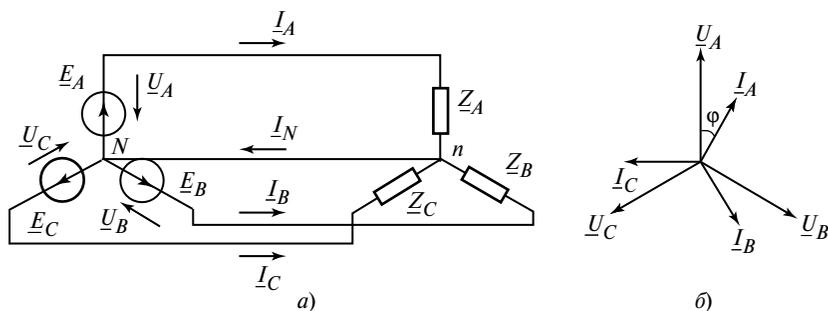


Рис. 12.6. Соединение нагрузки звездой с нулевым проводом:

а — схема соединений; б — векторная диаграмма

В случае симметричных потребителей четвертый провод становится лишним, так как ток в нулевом проводе будет равен нулю.

Пример 12.2. Линейное напряжение четырехпроводной трехфазной цепи (см. рис. 12.6, а) 380 В, фазное сопротивление симметричного приемника $\underline{Z} = (8 + j6)$ Ом. Найти фазные напряжения и токи.

Решение. Фазное напряжение

$$U_{\Phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

Напряжение в фазах приемника: $\underline{U}_A = 220 \text{ В}$, $\underline{U}_B = 220 \angle -120^\circ \text{ В}$, $\underline{U}_C = 220 \angle 120^\circ \text{ В}$.

Токи в фазах:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220}{8 + j6} = 22 \angle -36,86^\circ \text{ А,}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_A \cdot 1 \angle -120^\circ = 22 \angle -156,86^\circ \text{ А,}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_A \cdot 1 \angle 120^\circ = 22 \angle 86,14^\circ \text{ А.}$$

Ток в нулевом проводе $\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$.

Соединение равномерной нагрузки звездой без нулевого провода. В случае равномерной нагрузки часто применяют трехпроводную систему при соединении потребителей в фазах звездой (рис. 12.7). Примером равномерной нагрузки являются трехфазные асинхронные двигатели, которые широко распространены в промышленности.

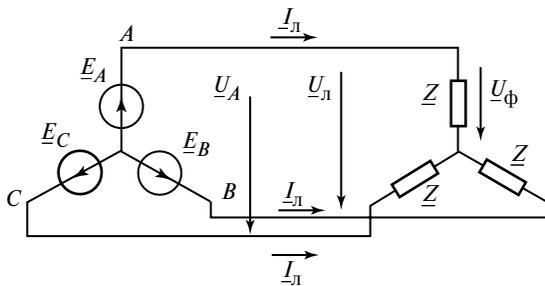


Рис. 12.7. Трехпроводная система

Расчет симметричной трехфазной системы без нулевого провода сводится к расчету одной фазы:

$$\text{фазное напряжение } U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}};$$

$$\text{фазный ток } I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z}.$$

В комплексной форме токи в фазах имеют вид

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z}; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_A e^{-j120^{\circ}}; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_A e^{j120^{\circ}}. \quad (12.5)$$

В трехпроводной системе с равномерной нагрузкой, соединенной звездой, линейные токи равны фазным.

Пример 12.3. Линейное напряжение в трехпроводной трехфазной цепи (см. рис. 12.7) $U_{\text{л}} = 380$ В. Фазное сопротивление симметричного приемника $Z = (8 + j6)$ Ом. Найти фазные токи.

Решение. Фазное напряжение

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

Токи в фазах:

$$\underline{I}_A = \frac{U_A}{Z_A} = \frac{220}{8 + j6} = 22 \angle -36,86^{\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_A \cdot 1 \angle -120^{\circ} = 22 \angle -156,86^{\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_A \cdot 1 \angle 120^{\circ} = 22 \angle 86,14^{\circ} \text{ А.}$$

Фазные токи остались такими же, как и в примере 12.2.

Соединение равномерной нагрузки треугольником. При соединении нагрузки треугольником (рис. 12.8, а) каждая фаза приемника подключается к линейным проводам, между которыми существует линейное напряжение. Линейное напряжение является одновременно фазным для приемника.

Токи в фазах приемника находят по закону Ома:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}}; \quad \underline{I}_{BC} = \frac{U_{BC}}{Z_{BC}}; \quad \underline{I}_{CA} = \frac{U_{CA}}{Z_{CA}}. \quad (12.6)$$

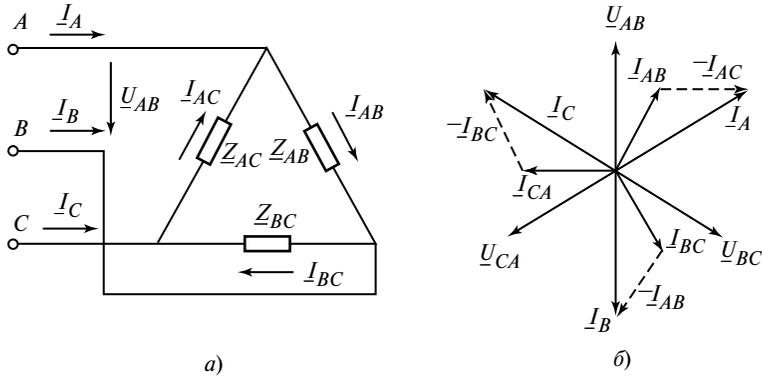


Рис. 12.8. Соединение нагрузки треугольником:
 а — схема соединений; б — векторная диаграмма

Линейные токи считаются положительными, если направлены от источника к приемнику, положительные направления фазных токов выбираются по часовой стрелке от A к B , от B к C , от C к A . Комплексные значения токов в проводах (линейные токи) находят из первого закона Кирхгофа:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}. \quad (12.7)$$

На рис. 12.8, б представлена векторная диаграмма напряжений и токов при соединении приемника треугольником. При равномерной нагрузке в фазах $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = \underline{Z}$ фазные токи находят из следующих выражений:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}}; \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}} = \underline{I}_{AB} e^{-j120^\circ}; \quad \underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}} = \underline{I}_{AB} e^{j120^\circ}.$$

Фазные токи образуют симметричную систему и сдвинуты один относительно другого на 120° . Линейные токи также образуют симметричную звезду при равномерной нагрузке. Линейный ток в фазе A можно найти из первого закона Кирхгофа (12.7), а в остальных токах изменить фазу на $\pm 120^\circ$:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_A e^{-j120^\circ}; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_A e^{j120^\circ}.$$

При равномерной нагрузке фаз между линейными и фазными токами существует соотношение $I_A = \sqrt{3}I_\phi$.

Пример 12.4. Фазная ЭДС генератора, обмотки которого соединены звездой, равна 220 В. Сопротивления симметричного приемника соединены треугольником и равны $\underline{Z} = (12 + j12)$ Ом. Определить фазные и линейные токи.

Решение. Напряжение в фазе A $\underline{U}_A = 220$ В.

Линейные напряжения на приемнике:

$$\underline{U}_{AB} = \sqrt{3} \cdot 220 \angle 30^\circ = 380 \angle 30^\circ \text{ В}, \quad \underline{U}_{BC} = 380 \angle -90^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_{CA} = 380 \angle 150^\circ \text{ В}.$$

Фазные токи:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}} = \frac{380 \angle 30^\circ}{12 + j12} = 22,45 \angle -15^\circ \text{ В},$$

$$\underline{I}_{BC} = 22,45 \angle -135^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_{CA} = 22,45 \angle 105^\circ \text{ А}.$$

Линейные токи:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = 22,45 \angle -15^\circ - 22,45 \angle 75^\circ = 39 \angle -45^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = 39 \angle -165^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = 39 \angle 75^\circ \text{ А}.$$

12.5. Несимметричная нагрузка в трехфазной цепи

В § 12.4 были рассмотрены основные схемы соединений симметричных приемников. На практике стараются всегда реализовать равномерную нагрузку в трехфазной системе. Несимметричная нагрузка в трехфазной цепи обычно рассматривается как ненормальная, и ее необходимо симметризовать, т.е. приближать к равномерной.

Вместе с тем на практике встречаются случаи с несимметричной нагрузкой. Чтобы уменьшить негативное влияние несимметричной нагрузки на работу трехфазной цепи, применяют четырехпроводную систему с нулевым проводом или трехпроводную систему, в которой приемники соединяются треугольником.

Четырехпроводная система с нулевым проводом и несимметричной нагрузкой. Схема четырехпроводной системы приведена на рис. 12.6, а. В несимметричном режиме сопротивления фаз приемников не равны:

$$\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C.$$

Токи в фазах находят из тех же выражений, что и при симметричной нагрузке:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B}; \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C}.$$

Ток в нулевом проводе $\underline{I}_N \neq 0$ и определяется как сумма фазных токов:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C. \quad (12.8)$$

Векторная диаграмма токов и напряжений для несимметричного режима приведена на рис. 12.9. Токи в фазах будут разные $\underline{I}_A \neq \underline{I}_B \neq \underline{I}_C$, а напряжения на приемниках не зависят от сопротивлений приемников и равны фазным напряжениям источника. На практике при наличии сопротивлений в проводах линии и источнике фазные напряжения приемника будут несколько различаться.

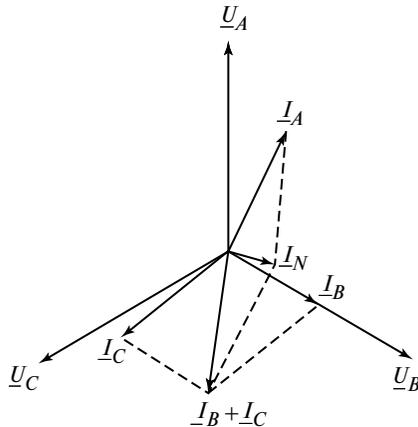


Рис. 12.9. Векторная диаграмма в четырехпроводной системе с несимметричной нагрузкой

Пример 12.5. Определить токи в ветвях на рис. 12.6, а, если $U_{\phi} = 220$ В, $\underline{Z}_A = 55$ Ом, $\underline{Z}_B = j55$ Ом, $\underline{Z}_C = -j55$ Ом.

Решение. Линейные токи:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220 \angle 0}{55} = 4 \text{ А,}$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{220 \angle -120^\circ}{j55} = 4 \angle -210^\circ \text{ А,}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{220 \angle 120^\circ}{-j55} = 4 \angle 210^\circ \text{ А.}$$

Ток в нулевом проводе

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 4 + 4 \angle -210^\circ + 4 \angle 210^\circ = -2,92 \text{ А.}$$

Соединение несимметричных потребителей треугольником.

Схема соединений приемников представлена на рис. 12.8, а, причем $\underline{Z}_{AB} \neq \underline{Z}_{BC} \neq \underline{Z}_{CA}$. Фазные токи приемника находят по закону Ома:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}; \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}}; \quad \underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}.$$

Линейные токи находят из первого закона Кирхгофа:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}.$$

При несимметричной нагрузке $I_{\pi} \neq I_{\phi} \sqrt{3}$.

Линейные токи при несимметричной нагрузке различны по значению. Следовательно, в реальной трехфазной цепи при наличии сопротивлений в проводах и внутренних сопротивлений источников значения линейных напряжений будут различаться из-за падений напряжений на указанных сопротивлениях. В результате фазные напряжения приемников будут различны, что плохо сказывается на работе разных устройств. Для устранения этого недостатка необходимо симметризовать трехфазную систему.

Трехпроводная трехфазная система при соединении несимметричных приемников звездой. Соединение звездой несимметричных приемников в трехпроводной системе не применяют. Такое соединение образуется в результате аварийной ситуации или каких-то про-

счетов. Рассмотрим схему на рис. 12.10. Для расчета токов находят напряжение между узлами nN (смещение нейтрали):

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}, \quad (12.9)$$

где $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C$ — комплексные проводимости фаз приемника

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}; \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}.$$

Напряжения на фазах приемника

$$\underline{U}_{An} = \underline{E}_A - \underline{U}_{nN}; \quad \underline{U}_{Bn} = \underline{E}_B - \underline{U}_{nN}; \quad \underline{U}_{Cn} = \underline{E}_C - \underline{U}_{nN}.$$

Токи в фазах

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A - \underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{E}_B - \underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_B}; \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{E}_C - \underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_C}.$$

Если имеется нулевой провод с сопротивлением \underline{Z}_N , то в выражении для смещения нейтрали учитывают проводимость нулевого провода $\underline{Y}_N = 1/\underline{Z}_N$:

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}. \quad (12.10)$$

Токи в фазах рассчитывают так же, как и в схеме без нулевого провода, а ток в нулевом проводе находят по закону Ома: $\underline{I}_N = \underline{U}_{nN}/\underline{Z}_N$.

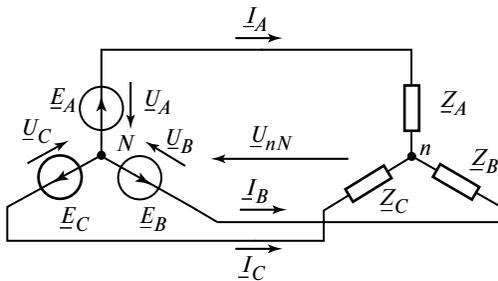


Рис. 12.10. Соединение звездой несимметричных приемников

В трехфазной цепи без нулевого провода с несимметричной нагрузкой фазные напряжения могут существенно различаться. В этом случае к приемникам вместо номинального (рабочего) напряжения подается другое (выше либо ниже). Это приводит к быстрому выходу из строя потребителей, т.е. к новой аварийной ситуации.

По этой причине электроснабжение промышленных предприятий и организаций на напряжении 0,4 кВ (основное рабочее напряжение массового оборудования) осуществляется с обязательным нулевым проводом. При этом в нулевом проводе никогда не ставят предохранитель.

Пример 12.6. Определить токи и напряжения на сопротивлениях в фазах трехпроводной трехфазной системы (рис. 12.10), если $U_{\text{л}} = 380$ В, а сопротивления фаз равны: $Z_A = 76$ Ом, $Z_B = j76$ Ом, $Z_C = -j76$ Ом.

Решение. Фазное напряжение источника $U_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ В.

Примем напряжение $\underline{U}_A = U_{\text{ф}} = 220$ В. Напряжение смещения нейтрали

$$\begin{aligned} \underline{U}_{nN} &= \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \\ &= \frac{220 \angle 0^\circ \frac{1}{76} + 220 \angle -120^\circ \frac{1}{j76} + 220 \angle 120^\circ \frac{1}{-j76}}{\frac{1}{76} + \frac{1}{j76} + \frac{1}{-j76}} = -160 \text{ В.} \end{aligned}$$

Напряжения на сопротивлениях в фазах:

$$\underline{U}_{An} = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN} = 220 - (-160,6) = 380 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{Bn} = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN} = 220 \angle -120^\circ - (-160,6) = 196,9 \angle -75^\circ \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{Cn} = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN} = 220 \angle 120^\circ - (-160,6) = 196,9 \angle 75^\circ \text{ В.}$$

Токи в фазах:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{An}}{Z_A} = \frac{380,6}{76} = 5 \text{ А; } \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_{Bn}}{Z_B} = \frac{196,9 \angle -75^\circ}{j76} = 2,59 \angle -165^\circ \text{ А;}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_{Cn}}{Z_C} = \frac{196,9 \angle 75^\circ}{-j76} = 2,59 \angle 165^\circ \text{ А.}$$

12.6. Взаимное преобразование звезды и треугольника в трехфазных цепях

На практике к одному трехфазному источнику подключаются несколько приемников. Источники и приемники обычно имеют разные схемы соединений фаз, поэтому при расчете трехфазных цепей часто используют взаимное преобразование соединений звезда—треугольник как для источников, так и для приемников.

Эквивалентная замена соединений обмоток источника. При расчете трехфазной электрической цепи часто не указывают тип соединения обмоток источника. Для симметричного источника обычно используют эквивалентную схему, которая позволяет наиболее просто рассчитывать токи. В силу симметрии схема, в которой обмотки источника соединены треугольником, эквивалентна относительно точек A, B, C схеме с соединением обмоток звездой (рис. 12.11).

Фазные ЭДС $\underline{E}_A, \underline{E}_B, \underline{E}_C$ связаны с линейными $\underline{E}_{AB}, \underline{E}_{BC}, \underline{E}_{CA}$ соотношением $E_{AB} = E_A \sqrt{3}$. Положительные направления ЭДС при соединении треугольником принимаются против часовой стрелки.

В симметричной трехпроводной трехфазной цепи для нахождения токов приемника может быть выбрана эквивалентная схема исходя из простоты расчета, которая не зависит от реального соединения обмоток источника.

Эквивалентная замена соединений приемника. Фазы приемников также соединяют звездой (рис. 12.12, а) или треугольником (рис. 12.12, б). При анализе трехфазных цепей часто делают преобра-

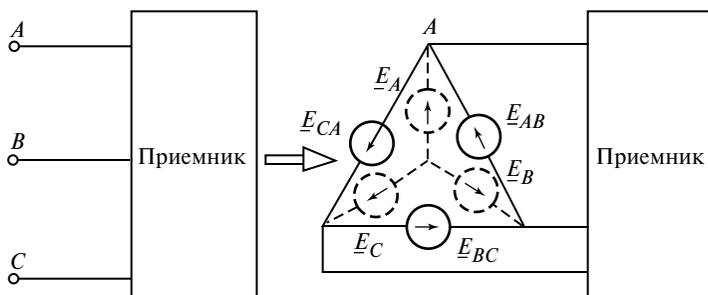


Рис. 12.11. Эквивалентная замена соединений обмоток источника

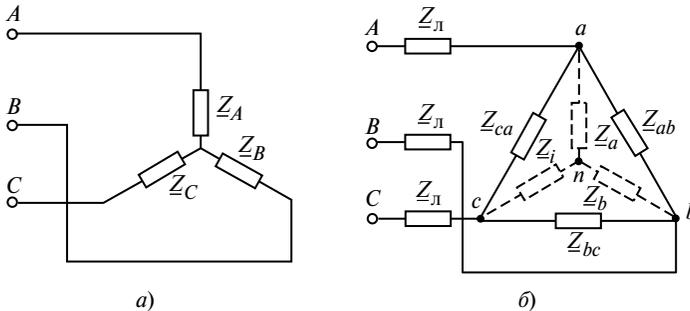


Рис. 12.12. Эквивалентная замена соединений приемника

зование соединений приемников из звезды в треугольник или наоборот, в зависимости от исходной схемы. Для учета сопротивлений подводящих проводов в схеме (рис. 12.12, б) удобно заменить треугольник нагрузки на эквивалентную звезду. Сопротивления лучей звезды связаны с сопротивлениями сторон треугольника следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_a &= \frac{\underline{Z}_{ab}\underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}, \\ \underline{Z}_b &= \frac{\underline{Z}_{ab}\underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}, \\ \underline{Z}_c &= \frac{\underline{Z}_{bc}\underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}. \end{aligned} \right\} \quad (12.11)$$

В результате преобразования получается цепь, в которой элементы соединены звездой, состоящей из сопротивлений линии $\underline{Z}_л$ и сопротивлений преобразованного треугольника $\underline{Z}_a, \underline{Z}_b, \underline{Z}_c$. Сопротивления новой звезды находят из выражений

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_л + \underline{Z}_a, \quad \underline{Z}_B = \underline{Z}_л + \underline{Z}_b, \quad \underline{Z}_C = \underline{Z}_л + \underline{Z}_c.$$

В трехфазных цепях с несколькими приемниками, в которых имеются оба вида соединений (звезда и треугольник), целесообразно пре-

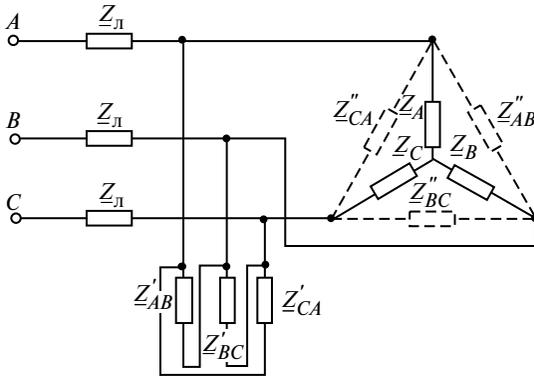


Рис. 12.13. Трехфазная цепь с несколькими приемниками

образовывать звезду в треугольник (рис. 12.13). В этом случае сопротивления сторон эквивалентного треугольника находят из выражений

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}''_{AB} &= \underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \frac{\underline{Z}_A \underline{Z}_B}{\underline{Z}_C}, \\ \underline{Z}''_{BC} &= \underline{Z}_B + \underline{Z}_C + \frac{\underline{Z}_B \underline{Z}_C}{\underline{Z}_A}, \\ \underline{Z}''_{CA} &= \underline{Z}_C + \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}_C \underline{Z}_A}{\underline{Z}_B}. \end{aligned} \right\} \quad (12.12)$$

После замены звезды на треугольник получаем два треугольника, элементы которых \underline{Z}''_{AB} и \underline{Z}'_{AB} , \underline{Z}''_{BC} и \underline{Z}'_{BC} , \underline{Z}''_{CA} и \underline{Z}'_{CA} соединены параллельно. Сопротивления эквивалентного треугольника находят по формулам

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{\underline{Z}'_{AB} \underline{Z}''_{AB}}{\underline{Z}'_{AB} + \underline{Z}''_{AB}}, \quad \underline{Z}_{BC} = \frac{\underline{Z}'_{BC} \underline{Z}''_{BC}}{\underline{Z}'_{BC} + \underline{Z}''_{BC}}, \quad \underline{Z}_{CA} = \frac{\underline{Z}'_{CA} \underline{Z}''_{CA}}{\underline{Z}'_{CA} + \underline{Z}''_{CA}}.$$

В результате преобразования получаем схему, показанную на рис. 12.12, б, расчет которой был рассмотрен выше.

Следует отметить, что взаимное преобразование соединений звезды и треугольника можно делать также и для несимметричных приемников. После преобразования получим несимметричные схемы, расчет которых был рассмотрен в § 12.4.

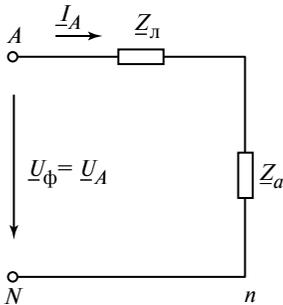


Рис. 12.14. Эквивалентная схема на одну фазу

Составление эквивалентных схем на одну фазу. При расчете трехфазных цепей с симметричными приемниками удобно составлять эквивалентные схемы на одну фазу. Например, схему на рис. 12.12, б при симметричной нагрузке можно представить эквивалентной расчетной схемой только в одной фазе A (рис. 12.14). Это возможно из-за симметрии схемы, в результате которой потенциал общей точки приемников n равен потенциалу общей точки источников N . Если две точки имеют одинаковые потенциалы, их при расчете можно виртуально соединить.

Полученная после замыкания точек n и N схема уже содержит нулевой провод, что позволяет рассчитывать токи независимо для каждой фазы. Ток в фазе A находят по закону Ома:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_л + \underline{Z}_a}.$$

Для нахождения остальных токов в трехфазной цепи на рис. 12.12, б необходимо изменить фазу тока \underline{I}_A на $+120^\circ$ для тока \underline{I}_C и на -120° для тока \underline{I}_B , т.е. $\underline{I}_B = \underline{I}_A \cdot 1 \angle -120^\circ$, $\underline{I}_C = \underline{I}_A \cdot 1 \angle 120^\circ$.

Напряжение на входе эквивалентной схемы на одну фазу является фазным U_ϕ , а ток — линейным I_π .

Эквивалентные схемы, составленные на одну фазу, широко применяются при анализе работы многих трехфазных приемников, например электрических двигателей, трансформаторов, дросселей и др.

12.7. Мощность в трехфазной цепи

Мгновенная мощность трехфазной системы равна сумме мгновенных мощностей во всех фазах:

$$p = p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C.$$

Средняя за период T мощность равна сумме мощностей отдельных фаз:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T p_A \, dt + \frac{1}{T} \int_0^T p_B \, dt + \frac{1}{T} \int_0^T p_C \, dt = \\ &= U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C. \end{aligned}$$

При симметричной нагрузке мгновенная мощность трехфазной системы не зависит от времени

$$P = P_A + P_B + P_C = \frac{3}{2} U_m I_m \cos \varphi = 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi,$$

где U_m , I_m — амплитудные значения напряжения и тока; U_ϕ , I_ϕ — модули действующих значений фазных напряжения и тока; φ — разность фаз между фазными напряжением и током.

Мощность трехфазной системы при равномерной нагрузке является постоянной величиной и равна средней мощности за период $P = 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi$. Трехфазная система, обладающая этим свойством, называется уравновешенной.

В трехфазной системе общими величинами для источника и приемника являются линейные напряжение U_Δ и ток I_Δ , поэтому обычно мощность выражают через линейные величины:

$$P = \sqrt{3} U_\Delta I_\Delta \cos \varphi. \quad (12.13)$$

Эта формула справедлива для уравновешенной системы при любом соединении фаз источника и приемника (звездой или треугольником).

Реактивную мощность при равномерной нагрузке определяют по формуле

$$Q = \sqrt{3} U_\Delta I_\Delta \sin \varphi. \quad (12.14)$$

Полная мощность в симметричной системе

$$S = \sqrt{3} U_\Delta I_\Delta. \quad (12.15)$$

Коэффициент мощности симметричной трехфазной системы находят из выражения

$$\cos \varphi = P/S. \quad (12.16)$$

12.8. Измерение мощности в трехфазной цепи

В трехфазной цепи с симметричной нагрузкой можно измерять мощность с помощью одного ваттметра. Если нулевая точка доступна, применяют схему измерения, показанную на рис. 12.15, *а*, если не доступна — схему, показанную на рис. 12.15, *б*. В обеих схемах измеряется мощность одной фазы, и для получения всей мощ-

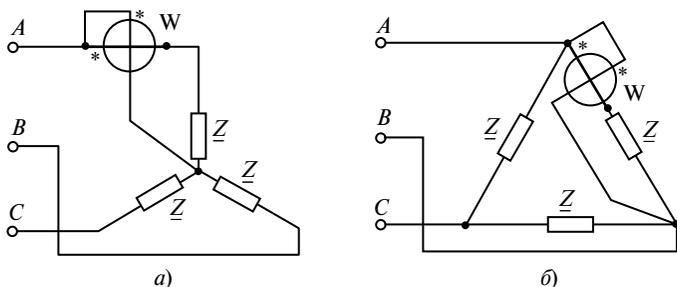


Рис. 12.15. Схема измерения мощности в трехфазной цепи одним ваттметром: *a* — нулевая точка доступна; *б* — нулевая точка не доступна

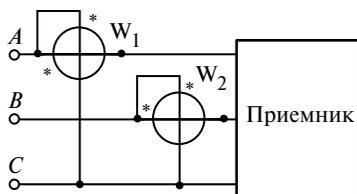


Рис. 12.16. Схема измерения мощности в трехпроводной цепи

ности трехфазной системы необходимо увеличить результат в три раза.

При несимметричной нагрузке в трехпроводной цепи для измерения мощности применяют метод двух ваттметров (рис. 12.16). Полную мощность в такой системе находят как алгебраическую сумму показаний ваттметров, т.е.

$$P = P_{W_1} + P_{W_2}. \quad (12.17)$$

Знак показаний ваттметров зависит от вида нагрузки и может быть отрицательным.

При симметричной нагрузке в трехпроводной системе алгебраическая разность показаний ваттметров позволяет найти реактивную мощность системы

$$Q = \sqrt{3}(P_{W_1} - P_{W_2}). \quad (12.18)$$

В четырехпроводной трехфазной системе с несимметричной нагрузкой мощность измеряют с помощью трех ваттметров (рис. 12.17).

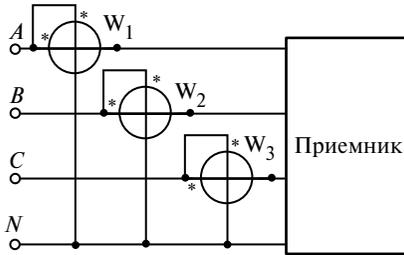


Рис. 12.17. Схема измерения мощности в четырехпроводной цепи

Полная мощность системы определяется как сумма показаний ваттметров:

$$P = P_{W_1} + P_{W_2} + P_{W_3}. \quad (12.19)$$

Электрическую энергию измеряют с помощью индукционных или электронных счетчиков. Обычно счетчики включают по таким же схемам, что и ваттметры. В трехфазных цепях измеряют активную и реактивную энергию. Для этого применяют трехфазные электрические счетчики. Принцип действия этих счетчиков такой же, как и однофазных, но в одном корпусе объединены два или три счетчика.

В настоящее время для контроля потребляемой энергии выпускают электронные многофункциональные счетчики, позволяющие измерять одновременно основные электрические величины: активную и реактивную энергию, активную, реактивную и полную мощности, коэффициент мощности, частоту, ток, напряжение и др. Эти приборы содержат микропроцессор, память и позволяют автоматизировать контроль и учет электрической энергии в системе АСКУЭ (автоматизированная система контроля и учета электроэнергии).

Пример 12.7. В схеме на рис. 12.17 линейное напряжение $U_{\text{л}} = 380$ В, сопротивление фазы симметричного приемника $\underline{Z} = 8 + j6$ Ом. Определить показания ваттметров.

Решение. Напряжения в фазах:

$$\underline{U}_A = U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_B = 220 \angle -120^\circ \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = 220 \angle 120^\circ \text{ В}.$$

Токи в фазах

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}} = \frac{220}{8 + j6} = 22 \angle -36,86^\circ \text{ А}; \underline{I}_B = 22 \angle -156,86^\circ \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = 22 \angle 83,14^\circ \text{ А}.$$

Показание ваттметра в фазе A

$$P_{W_1} = U_A I_A \cos(\underline{U}_A \underline{I}_A) = 220 \cdot 22 \cos 36,86^\circ = 3872 \text{ Вт}.$$

В цепи фазные напряжения и токи одинаковы во всех фазах, угол φ соответствует фазе комплексных сопротивлений приемника ($36,86^\circ$). Показания всех ваттметров одинаковы $P_{W_1} = P_{W_2} = P_{W_3} = 3872 \text{ Вт}$. Общая мощность системы $P = 3P_{W_1} = 3 \cdot 3872 = 11\,616 \text{ Вт}$.

12.9. Компенсация реактивной мощности в трехфазной цепи

Как показано выше, мощность в электрической цепи имеет две составляющие: активную и реактивную. Наиболее выгодный режим работы цепи тот, при котором совершаемая работа максимальна, т.е. полная мощность в цепи равна активной мощности P . При этом суммарная реактивная мощность $Q = 0$.

Доля активной мощности в цепи определяется коэффициентом мощности $\lambda = \cos \varphi = P/S$, где $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ — полная мощность цепи.

Большинство предприятий получают электроэнергию от источников с помощью трехфазных линий электропередачи. Типичными приемниками на предприятиях являются электрические двигатели, нагревательные печи, осветительные установки и др. Реактивная индуктивная мощность Q_L , потребляемая приемниками, зависит от их конструкции и принципа действия. Без нее приемник, например асинхронный двигатель, не будет работать, ее нельзя исключить, но ее можно скомпенсировать.

Для компенсации реактивной индуктивной мощности к трехфазной цепи подключают конденсаторную установку, в которой конденсаторы обычно соединены треугольником (рис. 12.18). Реактивная мощность цепи Q определяется выражением $Q = Q_L - Q_C$, где Q_C —

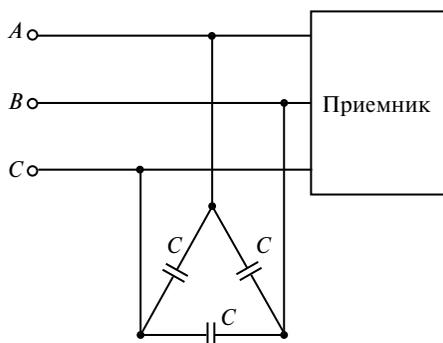


Рис. 12.18. Компенсация реактивной мощности в трехфазной цепи

емкостная реактивная мощность конденсаторной установки. Необходимую мощность конденсаторов находят из соотношения

$$Q_C = Q_L - Q = P(\operatorname{tg} \varphi_L - \operatorname{tg} \varphi), \quad (12.20)$$

где φ_L — разность фаз между напряжением и током до компенсации; φ — разность фаз между напряжением и током после компенсации.

В результате компенсации реактивная мощность системы приближается к нулю, а полная мощность $S \approx P$. Ток, который протекает по линии, целиком связан только с активной мощностью P .

12.10. Техника безопасности при эксплуатации трехфазных цепей

Основой техники безопасности при работе и обслуживании любых промышленных и бытовых устройств является строгое соблюдение Правил устройства электроустановок (ПУЭ).

В соответствии с ПУЭ в установках напряжением до 1000 В для питания силовых и осветительных приемников напряжением 380 В применяют трехфазные четырехпроводные сети с глухозаземленной нейтралью.

При повышенных напряжениях 6; 10; 35 кВ применяют трехпроводные сети с изолированной нейтралью. Выбор режима нейтрали осуществляется на основе технико-экономических расчетов, надежности электроснабжения, электробезопасности.

Токи промышленной частоты порядка 0,01—0,015 А опасны для человека и могут приводить к летальному исходу, а токи, превышающие 0,08 А, смертельны. Опасные напряжения и токи могут возникать

коть не только при касании к одной из фаз трехфазной цепи, но и при прикосновении к заземленным токоведущим шинам и проводам, оказавшимся под нерасчетным напряжением в результате аварии. Если человек подойдет к опорам линии электропередачи (ЛЭП) высокого напряжения или к трансформаторной установке в аварийном режиме работы последних, то может возникнуть опасное шаговое напряжение. Шаговое напряжение появляется из-за протекания тока в земле во время аварии, и через ступни при ходьбе может поражать человека.

Прикосновение к одному из проводов трехфазной цепи с изолированной нейтралью приводит к поражению человека линейным напряжением. Для снижения напряжения прикосновения применяют защитное заземление корпусов не только электроустановок, но и всех металлических устройств (станков, лестниц, дверей, эскалаторов и т.д.).

В четырехпроводных сетях с заземленной нейтралью до 1000 В используют защитное зануление. В этом случае при повреждении изоляции фазный и нейтральный провода оказываются замкнутыми накоротко, что вызывает срабатывание защиты.

Контрольные вопросы

1. Как определяется угол сдвига φ между током и напряжением?
2. Запишите выражение для определения коэффициента мощности, поясните значение этого коэффициента ($\cos \varphi$).
3. Каков физический смысл понятий активной, реактивной и полной мощностей?
4. Какими преимуществами обладают трехфазные цепи по сравнению с однофазными?
5. Какие схемы применяют для соединения фаз трехфазных источников электрической энергии?
6. Какие напряжения и токи называют линейными, а какие — фазными?
7. Каковы соотношения между фазными и линейными напряжениями?
8. Какая нагрузка является симметричной, а какая — несимметричной?
9. Что такое смещение нейтрали и как его определяют?
10. Как влияет несимметричная нагрузка на напряжение нагрузки при соединении звездой без нейтрального провода?
11. Каково назначение нейтрального провода?
12. В чем смысл компенсации реактивной мощности?
13. Как составляется эквивалентная схема трехфазной цепи на одну фазу?
14. Какой тип соединений источников применяют при несимметричной нагрузке?
15. Для чего применяют заземление в электрических системах?

Темы рефератов

1. Расчет симметричных и несимметричных трехфазных цепей.
2. Нахождение значения емкости установки компенсирующих конденсаторов.
3. Причины соединения обмоток генератора в основном звездой.
4. Причины появления несимметрии в напряжении источника трехфазной цепи.
5. Соединения, применяемые в трехфазной цепи при несимметричной нагрузке.

Глава 13

НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКИ

13.1. Основные понятия

Ранее были рассмотрены электрические цепи, в которых токи, напряжения и ЭДС изменялись по синусоидальному закону. На практике в электрических цепях кривые ЭДС, тока и напряжения могут отличаться от синусоидальных.

На рис. 13.1, *а*, *б* изображены кривые прямоугольного и пилообразного напряжений. Причинами появления несинусоидальных напряжений и токов являются генераторы и некоторые типы приемников.

В генераторах важным элементом конструкции являются магнитные системы статора и ротора. Основной характеристикой магнитных материалов является нелинейная кривая намагничивания $B(H)$. Кроме того, индукция B в воздушном зазоре генератора не распределена по синусоидальному закону. Указанные причины способствуют появлению несинусоидальности в выходном напряжении генератора.

В приемниках электрической энергии также могут иметься стальные магнитопроводы, различные полупроводниковые устройства, сварочные аппараты и другое оборудование, искажающее форму кривых тока и напряжения.

В дальнейшем переменные периодические ЭДС, токи и напряжения, изменяющиеся по закону, отличающемуся от синусоидального,

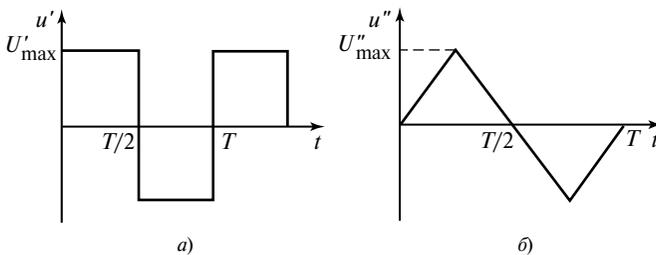


Рис. 13.1. Напряжение несинусоидальной формы:
а — прямоугольной; *б* — треугольной

будем называть несинусоидальными, а цепи, в которых имеются эти величины, называть цепями несинусоидального тока.

Следует подчеркнуть, что в линейных электрических цепях несинусоидальные токи и напряжения появляются только при несинусоидальных источниках как реакция на их воздействие.

В нелинейных цепях переменного тока несинусоидальные токи и напряжения появляются даже при наличии только синусоидальных ЭДС.

13.2. Аналитическое представление несинусоидальной периодической кривой в форме тригонометрического ряда

При расчете электрических цепей с периодическими несинусоидальными токами и напряжениями пользуются разложением несинусоидальной функции $f(t)$ с периодом T в ряд Фурье:

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (B_{km} \cos k\omega t + C_{km} \sin k\omega t), \quad (13.1)$$

где

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) d(\omega t); \quad (13.2)$$

$$B_{km} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d(\omega t); \quad (13.3)$$

$$C_{km} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \cos k\omega t d(\omega t). \quad (13.4)$$

В электротехнике часто пользуются представлением $f(t)$ тригонометрическим рядом, записанным в амплитудно-фазной форме:

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k), \quad (13.5)$$

где

$$A_{km} = \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2}; \quad \psi_k = \arctg \frac{C_{km}}{B_{km}}, \quad (13.6)$$

каждый k -й член ($k = 0, 1, 2 \dots$) ряда (13.5) называют k -й гармоникой функции $f(t)$.

В качестве примера рассмотрим две несинусоидальные функции u' и u'' (см. рис. 13.1). На рис. 13.2 эти функции приближенно представлены усеченным рядом, состоящим только из двух гармоник — первой и третьей:

$$u'(t) \approx u_1 + u_3 = U_{1m} \sin \omega t + U_{3m} \sin 3\omega t,$$

$$u''(t) \approx u_1 - u_3 = U_{1m} \sin \omega t - U_{3m} \sin 3\omega t.$$

Учет большого числа гармоник повышает точность представления функции $f(t)$.

Синусоидальная функция u_1 основной частоты называется основной или первой гармоникой, функция u_3 с тройной частотой называется третьей гармоникой. В общем случае несинусоидальная кривая при разложении в ряд Фурье может содержать постоянную составляющую (нулевую гармонику) A_0 , первую гармонику $A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$ и высшие гармоники, у которых $k = 2, 3, 4, \dots, n$. Здесь k — кратность частоты гармоники относительно основной частоты, $k > 1$.

13.3. Кривые напряжения и тока, характеризующие некоторые электрические элементы

На практике в электрических цепях имеются различные элементы, которые могут исказить синусоидальную кривую тока или напряжения. Наиболее типичными являются кривые, приближаю-

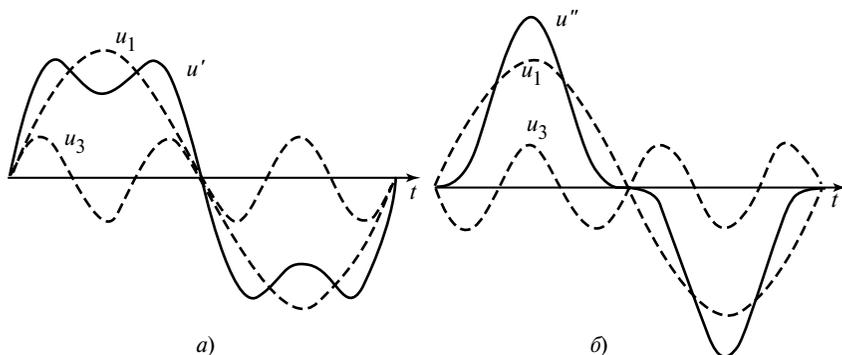


Рис. 13.2. Напряжение из двух синусоидальных функций:
 a — в фазе; b — в противофазе

щиеся по форме к меандру (см. рис. 13.1, *a*), треугольному импульсу (см. рис. 13.1, *б*), кривым тока и напряжения в выпрямительных схемах (рис. 13.3), в цепях с ферромагнитными сердечниками (рис. 13.4).

Раскладывая в ряд Фурье приведенные на рис. 13.1, 13.3 функции кривых, получаем выражения:

для меандра (см. рис. 13.1, *a*)

$$u(t) = \frac{4U_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right);$$

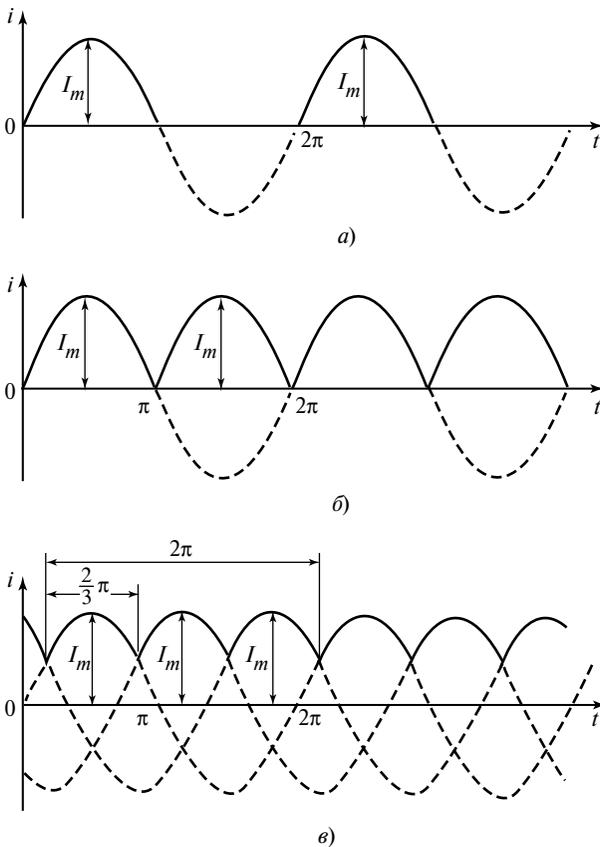


Рис. 13.3. Кривые тока в выпрямительных системах:

a — однополупериодное выпрямление; *б* — двухполупериодное; *в* — трехфазное

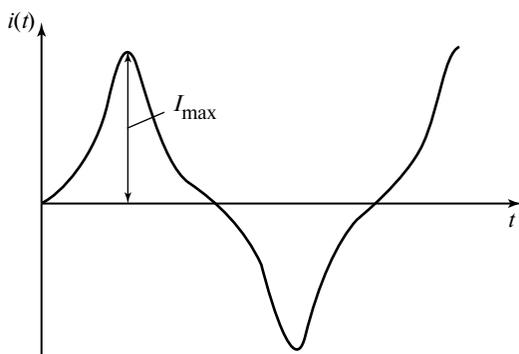


Рис. 13.4. Ток в цепи с ферромагнитным сердечником

для треугольного импульса (см. рис. 13.1, б)

$$u(t) = \frac{8U_m}{\pi} \left(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \frac{1}{49} \sin 7\omega t + \dots \right);$$

для тока однополупериодного выпрямления (см. рис. 13.3, а)

$$i(t) = \frac{I_m}{\pi} \left(1 + \frac{\pi}{2} \sin \omega t - \frac{2}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{2}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t - \right. \\ \left. - \frac{2}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t + \dots \right);$$

для тока двухполупериодного выпрямления (см. рис. 13.3, б)

$$i(t) = \frac{2I_m}{\pi} \left(1 - \frac{2}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{2}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t - \frac{2}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \right. \\ \left. - \frac{2}{7 \cdot 9} \cos 8\omega t - \dots \right);$$

для выпрямленного трехфазного тока (см. рис. 13.3, в)

$$i(t) = \frac{3\sqrt{3}I_m}{2\pi} \left(1 - \frac{2}{2 \cdot 4} \sin 3\omega t + \frac{2}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t + \frac{2}{8 \cdot 10} \sin 9\omega t - \right. \\ \left. - \frac{2}{11 \cdot 13} \cos 12\omega t - \dots \right).$$

13.4. Признаки и виды симметрии несинусоидальных токов и напряжений

Несинусоидальные периодические кривые тока, напряжения, ЭДС могут обладать рядом свойств, которые влияют на наличие в их разложениях тех или иных гармоник. Знание этих свойств помогает качественно определить наличие или отсутствие некоторых гармоник тока, напряжения, ЭДС. Рассмотрим наиболее типичные свойства кривых, влияющие на разложение в ряд Фурье.

Симметрия кривой относительно оси абсцисс (рис. 13.5). Симметрия такого рода может быть представлена выражением

$$f(t) = -f\left(t + \frac{T}{2}\right).$$

Эту симметрию можно пояснить следующим образом: если отрицательную полуволну кривой сдвинуть на половину периода по оси абсцисс, то получим зеркальное изображение положительной полуволны (отмечено пунктиром). Кривая не содержит постоянной составляющей $A_0 = 0$ и четных гармоник, которые таким свойством не обладают.

Разложение в ряд кривой имеет вид

$$f(t) = A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \\ + A_{5m} \sin(5\omega t + \psi_5) + \dots$$

Симметрия кривой относительно начала координат (рис. 13.6). Функция такой кривой называется нечетной, и для нее существует соотношение $f(t) = -f(-t)$.

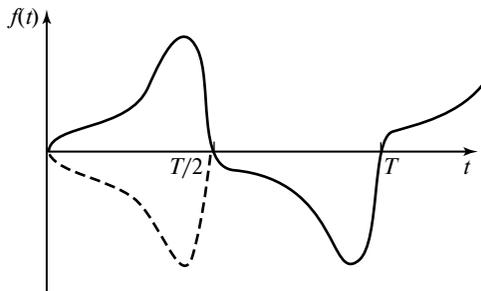


Рис. 13.5. Симметрия кривой относительно оси абсцисс

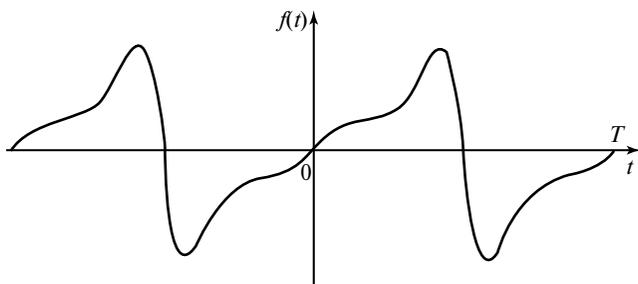


Рис. 13.6. Симметрия кривой относительно оси начала координат

При разложении в ряд Фурье нечетная функция не содержит постоянной составляющей $A_0 = 0$, четных гармоник и имеет в разложении только синусоидальные функции:

$$f(t) = A_{1m} \sin \omega t + A_{3m} \sin 3\omega t + A_{5m} \sin 5\omega t + \dots$$

Симметрия кривой относительно оси ординат (см. рис. 13.4). Функция такой кривой — четная, для нее существует соотношение $f(t) = f(-t)$. Разложение функции в ряд Фурье не содержит синусов и представляется выражением

$$f(t) = A_0 + A_{1m} \cos \omega t + A_{2m} \cos 2\omega t + A_{3m} \cos 3\omega t + \dots$$

13.5. Действующие значения несинусоидального тока и напряжения

Для оценки энергетических характеристик несинусоидальных токов и напряжений вводят действующее значение тока или напряжения.

Действующим значением тока I называется среднеквадратическое значение тока за период:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (13.7)$$

После разложения в ряд Фурье несинусоидальный ток i имеет вид

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \\ + I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots$$

Подставим выражение для тока в формулу действующего значения:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots]^2 dt}$$

После преобразования получаем

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \dots} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}, \quad (13.8)$$

где $I_1^2 = \frac{I_{1m}^2}{2}$; $I_2^2 = \frac{I_{2m}^2}{2}$; $I_3^2 = \frac{I_{3m}^2}{2}$ — квадраты действующих значений токов гармоник $k = 1, 2, 3 \dots$

Аналогичное выражение получаем для действующего значения напряжения

$$U = \sqrt{U_0^2 + \frac{U_{1m}^2}{2} + \frac{U_{2m}^2}{2} + \frac{U_{3m}^2}{2} + \dots} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}$$

Пример 13.1. Найти действующее значение входного напряжения, изменяющегося по закону $u = 308 \sin \omega t + 50 \sin(3\omega t - 30^\circ) - 40 \cos(5\omega t + 10^\circ)$, В.

Решение. Действующее значение напряжения

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} = \sqrt{\left(\frac{308}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{50}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{40}{\sqrt{2}}\right)^2} = 222,5 \text{ В.}$$

13.6. Мощность в цепях с несинусоидальными токами

Активная мощность при периодическом несинусоидальном токе i и напряжении u определяется как средняя мощность за период:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui dt.$$

Выражая несинусоидальные токи и напряжения через разложения i и u в ряд Фурье, получаем интеграл от произведения двух рядов:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T [U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \sin(\omega t + \psi_2) + \\ + U_{3m} \sin(\omega t + \psi_3)] [I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + \\ + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2 - \varphi_2) + I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3 - \varphi_3) + \dots] dt.$$

После перемножения и вычисления интеграла получим

$$P = U_0 I_0 + \frac{U_{1m} I_{1m}}{2} \cos \varphi_1 + \frac{U_{2m} I_{2m}}{2} \cos \varphi_2 + \frac{U_{3m} I_{3m}}{2} \cos \varphi_3 + \dots = \\ = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + \dots,$$

где $P_0, P_1, P_2, P_3 \dots$ — соответственно активные мощности по каждой гармонике.

Таким образом, средняя мощность несинусоидального тока за период равна сумме средних мощностей отдельных гармоник:

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} P_k.$$

Для $k = 0$ получаем нулевую гармонику с $\cos \varphi_0 = 1$.

Кроме понятий активной мощности P вводят понятие полной мощности $S = UI$. Это связано с необходимостью учитывать действующие значения напряжений и токов, которые характеризуют работу электротехнических устройств.

Отношение активной мощности P к полной S называют коэффициентом мощности λ , который иногда определяют косинусом условного угла ϑ :

$$\lambda = \frac{P}{S} = \cos \vartheta. \quad (13.9)$$

Иногда также условно вводят и понятие реактивной мощности

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \varphi_k. \quad (13.10)$$

Для цепей несинусоидального тока всегда имеет место соотношение

$$S^2 \geq P^2 + Q^2. \quad (13.11)$$

Следует заметить, что наряду с понятием реактивной мощности (13.10) для цепей несинусоидальных токов и напряжений вводят и иные понятия реактивной мощности, например, ее определяют как

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}.$$

Пример 13.2. Определить активную, реактивную и полную мощности цепи, если напряжение и ток на ее входе изменяются по законам:

$$u = 200 \sin(\omega t + 30^\circ) + 25 \sin(3\omega t + 45^\circ) + 50 \sin(5\omega t + 15^\circ), \text{ В};$$

$$i = 50 \sin(\omega t + 10^\circ) + 25 \sin(3\omega t + 45^\circ) + 12 \sin 5\omega t, \text{ А}.$$

Решение. Активная мощность

$$\begin{aligned} P &= P_{(1)} + P_{(3)} + P_{(5)} = \\ &= \frac{U_{1m} I_{1m}}{2} \cos \varphi_1 + \frac{U_{3m} I_{3m}}{2} \cos \varphi_3 + \frac{U_{5m} I_{5m}}{2} \cos \varphi_5 = \\ &= \frac{200 \cdot 50}{2} \cos(30^\circ - 10^\circ) + \frac{25 \cdot 25}{2} \cos(45^\circ - 45^\circ) + \\ &\quad + \frac{50 \cdot 12}{2} \cos(15^\circ - 0) = 5300,7 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Реактивная мощность

$$\begin{aligned} Q &= Q_{(1)} + Q_{(3)} + Q_{(5)} = \\ &= \frac{U_{1m} I_{1m}}{2} \sin \varphi_1 + \frac{U_{3m} I_{3m}}{2} \sin \varphi_3 + \frac{U_{5m} I_{5m}}{2} \sin \varphi_5 = \\ &= \frac{200 \cdot 50}{2} \sin(30^\circ - 10^\circ) + \frac{25 \cdot 25}{2} \sin(45^\circ - 45^\circ) + \\ &\quad + \frac{50 \cdot 12}{2} \sin(15^\circ - 0) = 1787,6 \text{ вар}. \end{aligned}$$

Полная мощность

$$S = UI = 5300,7 \cdot 40,4 = 5930,7 \text{ В} \cdot \text{А},$$

где

$$U = \sqrt{\frac{200^2}{2} + \frac{25^2}{2} + \frac{50^2}{2}} = 146,8 \text{ В}; \quad I = \sqrt{\frac{50^2}{2} + \frac{25^2}{2} + \frac{12^2}{2}} = 40,4 \text{ А}.$$

13.7. Коэффициенты, характеризующие форму периодических кривых токов и напряжений

При оценке несинусоидальных периодических кривых в электрических цепях используют различные коэффициенты.

Коэффициент формы k_{Φ} определяется как отношение действующего значения к среднему по модулю:

$$k_{\Phi} = A / A_{\text{ср}}. \quad (13.12)$$

$$\text{Для синусоиды } A_{\text{ср}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} A_m \sin \omega t \, dt = \frac{2A_m}{\pi}.$$

$$\text{Следовательно, } k_{\Phi} = \frac{A_m \pi}{\sqrt{2} \cdot 2A_m} = 1,11.$$

Коэффициент амплитуды равен отношению амплитуды к действующему значению, $k_a = \frac{A_m}{A}$. Для синусоиды $k_a = \sqrt{2}$.

Коэффициент искажения есть отношение действующего значения основной гармоники к действующему значению всей кривой,

$$k_{\text{и}} = \frac{A_1}{A}. \text{ Для синусоиды } k_{\text{и}} = 1.$$

Коэффициент гармоник h находится как отношение действующего значения высших гармоник к действующему значению основной гармоники:

$$h = \frac{1}{A_1} \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} A_k^2}. \quad (13.13)$$

Если постоянная составляющая отсутствует, то

$$h = \sqrt{\frac{A^2 - A_1^2}{A^2}} = \frac{A}{A_1} \sqrt{1 - \frac{A_1^2}{A^2}} = \frac{1}{k_{\text{и}}} \sqrt{1 - k_{\text{и}}^2}. \quad (13.14)$$

Для синусоиды $h = 0$.

Пример 13.3. Найти коэффициенты формы k_{Φ} , амплитуды k_a , искажения $k_{\text{и}}$ для напряжения прямоугольной формы (см. рис. 13.1, а).

Решение. Напряжение прямоугольной формы можно разложить в ряд Фурье:

$$u(t) = \frac{4U_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right).$$

Для меандра амплитудное, действующее и среднее по модулю значения равны.

$$\text{Коэффициент формы } k_{\text{ф}} = U/U_{\text{ср}} = 1.$$

$$\text{Коэффициент амплитуды } k_{\text{а}} = U_m/U = 1.$$

$$\text{Коэффициент искажения } k_{\text{и}} = \frac{U_1}{U} = \frac{4U_m/\pi\sqrt{2}}{U_m} = \frac{4}{\pi\sqrt{2}} = 0,9.$$

13.8. Расчет электрической цепи с несинусоидальными периодическими ЭДС и токами

Если в линейной цепи имеется один или несколько источников несинусоидальных периодических ЭДС или токов, то расчет такой цепи проводят следующим образом:

1. *Раскладывают периодическую несинусоидальную функцию источника ЭДС (тока) в ряд Фурье. В общем виде при разложении получают постоянную составляющую и высшие гармоники.*

2. *Для каждой гармоники в отдельности находят токи и напряжения.*

3. *На основе принципа наложения находят мгновенные значения токов и напряжений как сумму всех их гармоник.*

На первом этапе при разложении в ряд Фурье используют формулы для нахождения коэффициентов A_0 , B_{km} , C_{km} (13.1)—(13.4), приведенные в § 13.2. Если несинусоидальная кривая стандартная, то разложение находят по справочнику.

На втором этапе осуществляется основная расчетная часть. Рассмотрим электрическую цепь с несинусоидальной периодической ЭДС $e(t)$, содержащей три гармоники:

$$e(t) = E_0 + E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + E_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2).$$

Действие от ЭДС $e(t)$ аналогично действию от трех ЭДС: E_0 , $e_1(t) = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$, $e_2(t) = E_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2)$ (рис. 13.7).

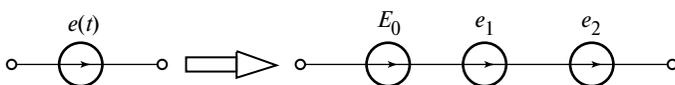


Рис. 13.7. Разложение ЭДС из трех гармоник

Токи в цепи находят в отдельности для каждой гармоники, а затем, применяя принцип наложения, складывают мгновенные значения составляющих токов:

$$i = I_0 + i_1 + i_2.$$

При расчете токов необходимо учитывать зависимость реактивных сопротивлений от частоты:

индуктивное сопротивление на k -й гармонике в k раз больше, чем на основной частоте $X_{Lk} = k\omega L$;

емкостное сопротивление k -й гармоники уменьшается в k раз: $X_{Ck} = 1/k\omega C$.

Активное сопротивление тоже в общем случае зависит от частоты, но при невысоких частотах можно не учитывать изменение сопротивления и считать его постоянным.

При наличии в цепи источника несинусоидального тока расчет токов и напряжений делается аналогично расчету цепи с несинусоидальной ЭДС.

Пример 13.4. К цепи, состоящей из последовательно соединенных резистора сопротивлением $R = 50$ Ом, конденсатора емкостью $C = 30$ мкФ и индуктивной катушки проводимостью $L = 20$ мГн, приложено напряжение $u = 180 \sin \omega t + 90 \sin (3\omega t + 30^\circ) + 60 \sin (5\omega t + 60^\circ)$, В. Найти действующие значения напряжения и тока, мгновенный ток, активную мощность и коэффициент мощности.

Решение. Действующее значение напряжения

$$U = \sqrt{\frac{U_{1m}^2}{2} + \frac{U_{3m}^2}{2} + \frac{U_{5m}^2}{2}} = \sqrt{\frac{180^2}{2} + \frac{90^2}{2} + \frac{60^2}{2}} = 148,5 \text{ В.}$$

Первая гармоника:

$$X_{L1} = \omega L, \quad X_{C1} = 1/\omega C;$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{\frac{180 \angle 0}{\sqrt{2}}}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{\frac{180 \angle 0}{\sqrt{2}}}{50 + j314 \cdot 0,02 - j\frac{1}{314 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}} = \\ &= 1,14 \angle 63,4^\circ \text{ А;} \end{aligned}$$

$$i_1 = \sqrt{2} \cdot 1,14 \sin (\omega t + 63,4^\circ) = 1,612 \sin (\omega t + 63,4^\circ);$$

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = \frac{180}{\sqrt{2}} 1,61 \cos (0 - 63,4^\circ) = 91,8 \text{ Вт.}$$

Третья гармоника:

$$X_{L3} = 3\omega L, \quad X_{C3} = \frac{1}{3\omega C};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{\frac{90}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ}{R + j3\omega L - j\frac{1}{3\omega C}} =$$

$$= \frac{\frac{90 \angle 30^\circ}{\sqrt{2}}}{50 + j \cdot 3 \cdot 314 \cdot 0,02 - j \frac{1}{3 \cdot 314 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}} = 1,212 \angle 48,3^\circ \text{ А;}$$

$$i_3 = \sqrt{2} \cdot 1,212 \sin (3\omega t + 48,3^\circ) = 1,714 \sin (3\omega t + 48,3^\circ);$$

$$P_3 = U_3 I_3 \cos \varphi_3 = \frac{90}{\sqrt{2}} 1,212 \cos (30^\circ - 48,3^\circ) = 73,45 \text{ Вт.}$$

Пятая гармоника:

$$X_{L5} = 5\omega L, \quad X_{C5} = \frac{1}{5\omega C},$$

$$\underline{I}_5 = \frac{\underline{U}_5}{\underline{Z}_5} = \frac{\frac{60}{\sqrt{2}} \angle 60^\circ}{R + j5\omega L - j\frac{1}{5\omega C}} =$$

$$= \frac{\frac{60 \angle 60^\circ}{\sqrt{2}}}{50 + j \cdot 5 \cdot 314 \cdot 0,02 - j \frac{1}{5 \cdot 314 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}} = 0,83 \angle -11,5^\circ \text{ А;}$$

$$i_5 = \sqrt{2} \cdot 0,83 \sin (5\omega t - 11,5^\circ) = 1,174 \sin (5\omega t - 11,5^\circ);$$

$$P_5 = U_5 I_5 \cos \varphi_5 = \frac{60}{\sqrt{2}} 0,83 \cos (60^\circ - 48,5^\circ) = 11,2 \text{ Вт.}$$

Действующее значение тока

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2} = \sqrt{1,14^2 + 1,212^2 + 0,83^2} = 1,859 \text{ А.}$$

Активная мощность

$$P = P_1 + P_3 + P_5 = 91,8 + 73,45 + 11,2 = 176,45 \text{ Вт.}$$

Полная мощность

$$S = UI = 148,5 \cdot 1,859 = 276,06 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Коэффициент мощности

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{176,45}{276,06} = 0,639.$$

Мгновенный ток

$$i = 1,612 \sin(\omega t + 63,4^\circ) + 1,714 \sin(3\omega t + 48,3^\circ) + 1,174 \sin(5\omega t - 11,5^\circ).$$

13.9. Высшие гармоники в трехфазных цепях

Основными источниками электрической энергии в цепях трехфазного тока являются синхронные генераторы, которые через систему линий электропередачи и трансформаторов поставляют произведенную электроэнергию потребителям.

В синхронных генераторах на статоре имеются три обмотки, сдвинутые в пространстве статора на 120° . Ротор, представляющий собой электромагнит, вращается с постоянной частотой и наводит в каждой обмотке статора ЭДС. Угловая частота вращения ротора ω определяет период синусоидального напряжения, индуцируемого в обмотках статора, $\omega = 2\pi/T$.

Если напряжение в фазе A представить функцией $u_A = f(t)$, то напряжения в других фазах полностью совпадают с u_A только с временным сдвигом $t = T/3$:

$$u_B = f\left(t - \frac{T}{3}\right); \quad u_C = f\left(t + \frac{T}{3}\right). \quad (13.15)$$

Пусть на входе трехфазной цепи включен трехфазный источник несинусоидальной ЭДС с напряжением в фазе A , тогда

$$u_A = U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + \sum_{k=2}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_k).$$

Особый интерес в трехфазной цепи представляют нечетные гармоники первая, третья и пятая, поэтому ограничим для простоты рассмотрения ряд Фурье пятой гармоникой:

$$u_A = U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + U_{5m} \sin(5\omega t + \psi_5). \quad (13.16)$$

В остальных фазах с учетом временного сдвига на $T/3$ напряжения будут равны:

$$u_B = U_{1m} \sin\left[\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi_1\right] + U_{3m} \sin\left[3\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi_3\right] + U_{5m} \sin\left[5\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi_5\right]; \quad (13.17)$$

$$u_C = U_{1m} \sin\left[\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \psi_1\right] + U_{3m} \sin\left[3\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \psi_3\right] + U_{5m} \sin\left[5\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \psi_5\right]. \quad (13.18)$$

Преобразовывая фазы гармоник с учетом выражения $T = 2\pi/\omega$, получаем выражения для напряжений в фазах B и C :

$$u_B = U_{1m} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \psi_1\right) + U_{3m} \sin(3\omega t - 2\pi + \psi_3) + U_{5m} \sin\left(5\omega t + \frac{2\pi}{3} + \psi_5\right),$$

$$u_C = U_{1m} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \psi_1\right) + U_{3m} \sin(3\omega t + 2\pi + \psi_3) + U_{5m} \sin\left(5\omega t - \frac{2\pi}{3} + \psi_5\right).$$

Рассматривая отдельно векторные диаграммы фазных напряжений для гармоник (13.16)—(13.18), можно отметить, что для первой гармоники имеет место чередование фаз A, B, C (рис. 13.8, a). Такое чередование фаз называют прямой последовательностью. Для пятой гармоники (рис. 13.8, $в$) фазы изменяются в последовательности ACB (обратная последовательность). У третьей гармоники фазные напряжения совпадают по фазе, что называют нулевой последовательностью (рис. 13.8, $б$).

Следовательно, в трехфазной цепи прямую последовательность имеют гармоники 1, 4, 7, 10, 13 и т.д., обратную — гармоники 2, 5, 8, 11, 14 ..., нулевую последовательность — все гармоники, кратные трем.

Рассмотрим основные свойства трехфазной цепи с источником, имеющим высшие гармоники.

1. При соединении обмоток генератора (трансформатора) в треугольник по ним будут протекать токи гармоник, кратных трем

(рис. 13.9). Ток третьей гармоники $\underline{I}_3 = \frac{3E_3}{3Z_3} = \frac{E_3}{Z_3}$.

2. Если разомкнуть обмотки источника, соединенного треугольником при отключенной нагрузке (рис. 13.10), то выходное напряжение будет равно сумме напряжений гармоник, кратных трем, $u_{mn} = 3e_3 + 3e_6 + 3e_9 + \dots$. Гармоники прямой и обратной последовательностей будут отсутствовать, так как фазные напряжения этих гармоник в сумме дают нуль:

$$u_{A1} + u_{B1} + u_{C1} = 0; \quad u_{A5} + u_{B5} + u_{C5} = 0.$$

3. В линейном напряжении независимо от соединений обмоток источника отсутствуют гармоники, кратные трем.

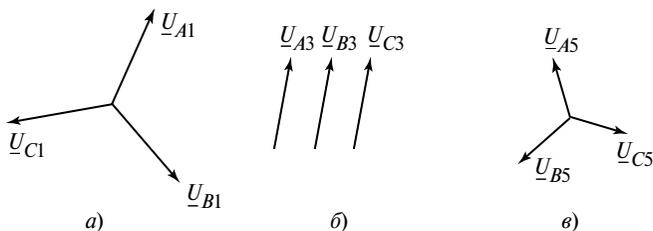


Рис. 13.8. Векторные диаграммы гармоник в трехфазной системе:

a — первая; $б$ — третья; $в$ — пятая

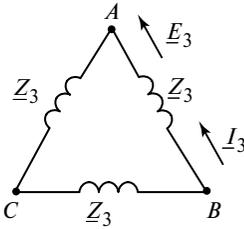


Рис. 13.9. Токи гармоник, кратных трем, в треугольнике

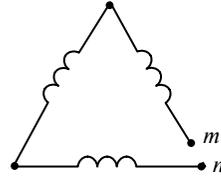


Рис. 13.10. Напряжение в разомкнутом треугольнике

4. В трехпроводной схеме при любом способе соединений приемника в линейных проводах отсутствуют токи гармоник, кратных трем.

5. В четырехпроводной системе с нулевым проводом в линейных проводах и нулевом проводе будут протекать токи гармоник, кратных трем.

В остальном расчет трехфазных цепей с несинусоидальными источниками осуществляется на основе принципа наложения. Расчет проводится по каждой гармонике, поэтому количество расчетов соответствует количеству гармоник.

При расчетах необходимо учитывать рассмотренные выше свойства трехфазного генератора.

Пример 13.5. Вторичные обмотки трех одинаковых однофазных трансформаторов соединены треугольником (рис. 13.11). Первичные обмотки трансформаторов включены в разные фазы трехфазной сети. Активное сопротивление вторичной обмотки $R = 5$ Ом, индуктивность $L = 15,92$ мГн. Частота $f = 50$ Гц. Фазная ЭДС, В:

$$e_{\phi} = 220\sqrt{2} \sin(\omega t) + 50\sqrt{2} \sin(3\omega t) + 40\sqrt{2} \sin(5\omega t) - \\ - 30\sqrt{2} \sin(7\omega t) + 25\sqrt{2} \sin(9\omega t).$$

Найти показание амперметра электромагнитной системы.

Решение. Первой, пятой, седьмой гармоник тока в цепи не будет. Будут только гармоники, кратные трем:

третья гармоника

$$\underline{I}_3 = \frac{50}{5 + j314 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3} \cdot 3} = 3,16 \angle -71,5^\circ \text{ А};$$

девятая гармоника

$$\underline{I}_9 = \frac{25}{5 + j314 \cdot 15,92 \cdot 10^{-3} \cdot 9} = 0,55 \angle -83,7^\circ \text{ A};$$

ток амперметра

$$I_A = \sqrt{I_3^2 + I_9^2} = \sqrt{3,16^2 + 0,55^2} = 3,21 \text{ A}.$$

Пример 13.6. Симметричный трехфазный генератор (рис. 13.12) с фазной ЭДС, В, $e_A = 120 \sin(\omega t) + 80 \sin(3\omega t - 45^\circ) + 30 \sin(5\omega t - 90^\circ)$ В соединен звездой.

Найти мгновенные значения токов i_C, i_N и показания амперметров A_1 и A_2 электромагнитной системы, если $R = 3 \text{ Ом}$, $\omega L = 1 \text{ Ом}$, $1/\omega C = 9 \text{ Ом}$.

Решение. Первая гармоника (прямая последовательность, симметричный режим):

$$\underline{I}_{Am1} = \frac{120}{3 - j9} = 12,65 \angle 71,57^\circ \text{ A},$$

$$\underline{I}_{Cm1} = 12,65 \angle 191,57^\circ \text{ A},$$

$$\underline{I}_{N1} = 0.$$

Третья гармоника (нулевая последовательность, симметричный режим):

$$\underline{E}_{A3} = \underline{E}_{B3} = \underline{E}_{C3}, \quad \underline{I}_{A3} = \underline{I}_{B3} = \underline{I}_{C3}, \quad \underline{I}_{N3} = 3\underline{I}_{A3},$$

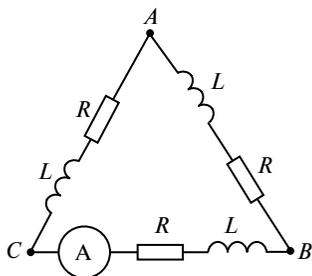


Рис. 13.11. Соединение треугольником обмоток трансформатора

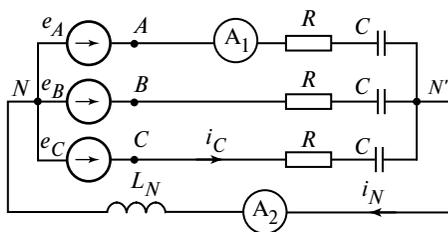


Рис. 13.12. Несинусоидальные токи в трехфазной цепи

$$\underline{U}_{N'N3} = 3\underline{I}_{A3}\underline{Z}_3 = \underline{I}_{A3} \cdot 3\underline{Z}_3, \quad X_{L3} = 3\omega L, \quad X_{C3} = \frac{1}{3\omega C},$$

$$\underline{I}_{Am3} = \frac{E_{Am3}}{R - j\frac{1}{3\omega C} + j9\omega L_N} = 11,92 \angle -108,44^\circ \text{ A},$$

$$\underline{I}_{Cm3} = \underline{I}_{Am3} = 11,92 \angle -108,44^\circ \text{ A},$$

$$\underline{I}_{Nm3} = 3\underline{I}_{Am3} = 3 \cdot 11,92 \angle 63,44^\circ = 35,76 \angle -108,44^\circ \text{ A}.$$

Пятая гармоника (обратная последовательность, симметричный режим):

$$\underline{I}_{Am5} = \frac{30 \angle 90^\circ}{3 - j1,8} = 8,57 \angle -59^\circ \text{ A},$$

$$\underline{I}_{Nm5} = 0.$$

Мгновенные значения токов i_C, i_N , А:

$$i_C = 12,65 \sin(\omega t + 191,57^\circ) + 11,92 \sin(3\omega t - 108,44^\circ) +$$

$$+ 8,57 \sin(5\omega t - 179^\circ),$$

$$i_N = 35,76 \sin(3\omega t - 108,44^\circ).$$

Показания приборов:

$$I_{A1} = \sqrt{\frac{12,65^2}{2} + \frac{11,92^2}{2} + \frac{8,57^2}{2}} = 13,7 \text{ A},$$

$$I_{A2} = \frac{35,76}{\sqrt{2}} = 25,36 \text{ A}.$$

Контрольные вопросы

1. Что называется высшими гармониками?
2. Какую частоту имеет нулевая гармоника?
3. Представьте несинусоидальное напряжение тригонометрическим рядом в амплитудно-фазной форме.
4. Какие периодические функции содержат нечетные гармоники?

5. Как зависят индуктивное и емкостное сопротивления цепи от номера гармоник?
6. Напишите выражение для действующего значения напряжения в случае, когда известны его гармоники.
7. Как найти активную, реактивную и полную мощности в цепях несинусоидального тока?
8. Что называется коэффициентом искажения и коэффициентом гармоник?
9. Приведите методику расчета цепей с несинусоидальными токами.
10. Какие высшие гармоники содержатся в линейных токах трехфазной трехпроводной линии с несинусоидальными источниками?
11. Какие высшие гармоники содержат линейные напряжения в трехфазной линии с несинусоидальными источниками?

Темы рефератов

1. Механизм образования в электрических цепях высших гармоник.
2. Реактивная мощность в цепях несинусоидального тока.

Глава 14

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

14.1. Нелинейные элементы, их вольт-амперные характеристики

Практически все элементы электрической цепи нелинейны. Часто их нелинейностью можно пренебречь и рассчитывать цепи, включающие их, как линейные. Но не реже пренебрежение нелинейностью не позволяет правильно рассчитать электрическую или магнитную цепь. Расчет нелинейных цепей имеет свои особенности, с которыми мы ознакомимся на примере расчета простейших электрических цепей.

Нелинейными называются элементы, имеющие нелинейные характеристики. Различают:

резистивные нелинейные элементы с нелинейными вольт-амперными характеристиками $u = u(i)$;

индуктивные нелинейные элементы с нелинейными вебер-амперными характеристиками $\Psi = \Psi(i)$;

емкостные нелинейные элементы с нелинейными кулон-вольтными характеристиками $q = q(u)$;

активные нелинейные элементы (источники напряжения и тока) с нелинейными вольт-амперными характеристиками $u = u(i)$.

По виду характеристик различают пассивные элементы с симметричными и пассивные элементы с несимметричными характеристиками, по быстрдействию — инерционные и безынерционные.

Нелинейной называется цепь, содержащая хотя бы один нелинейный элемент — резистивный, емкостный, индуктивный или источник ЭДС (тока). Графические изображения нелинейных элементов приведены на рис. 14.1, *a—г*. На нем приведены два изображения нелинейного индуктивного элемента. Изображение на рис. 14.1, *г* используют, когда хотят подчеркнуть, что нелинейность обусловлена ферромагнитным сердечником индуктивной катушки.

Характеристики нелинейных элементов могут меняться в зависимости от скорости изменения их переменных. Так, статическая вольт-амперная характеристика (ВАХ) резистивного элемента $U(I)$, связывающая постоянные его токи и напряжения, может отличаться от динамической ВАХ $u(i)$, связывающей его токи и напряжения при

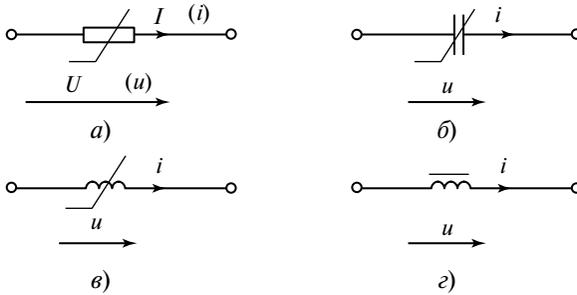


Рис. 14.1. Графические обозначения нелинейных элементов

быстрых изменениях токов. По статической ВАХ определяют статические и дифференциальные сопротивления и проводимости:

$$R_{\text{ст}} = R_{\text{ст}}(I) = U_0 / I_0; \quad G_{\text{ст}} = 1 / R_{\text{ст}} = G_{\text{ст}}(I) = I_0 / U_0;$$

$$R_{\text{д}} = R_{\text{д}}(i) = \left. \frac{dU}{dI} \right|_{U_0, I_0}; \quad G_{\text{д}} = 1 / R_{\text{д}} = G_{\text{д}}(i) = \left. \frac{dI}{dU} \right|_{U_0, I_0}.$$

На рис. 14.2 изображена симметричная статическая ВАХ. Статическое сопротивление $R_{\text{ст}}$ нелинейного элемента с такой характеристикой в точке $A(U_0, I_0)$ пропорционально тангенсу угла α прямой OA с осью I , а дифференциальное сопротивление — тангенсу угла β касательной в этой точке с осью I .

По динамической ВАХ определяют динамические сопротивления и проводимости:

$$R_{\text{дин}} = R_{\text{дин}}(i) = \left. \frac{du}{di} \right|_{u_0, i_0}, \quad G_{\text{дин}} = 1 / R_{\text{дин}} = G_{\text{дин}}(i) = \left. \frac{di}{du} \right|_{u_0, i_0}.$$

На рис. 14.3 изображена несимметричная динамическая ВАХ $u(i)$. Динамическое сопротивление $R_{\text{дин}}$ нелинейного элемента с такой характеристикой в точке $B(u_0, i_0)$ пропорционально тангенсу угла γ касательной в этой точке с осью i .

Аналогичным образом определяются статические и динамические кулон-вольтные и вебер-амперные характеристики, статические и дифференциальные емкости и индуктивности, т.е. статические и дифференциальные параметры для нелинейных емкостных и индуктивных элементов.

Нелинейные элементы можно разделить на двух- и многополюсные. Последние содержат три полюса (различные полупроводнико-

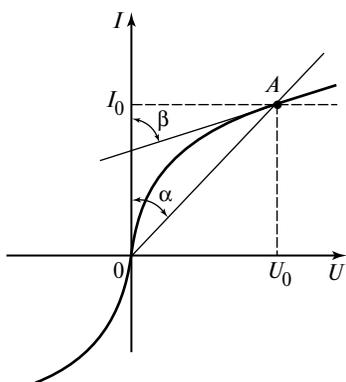


Рис. 14.2. Симметричная статическая вольт-амперная характеристика

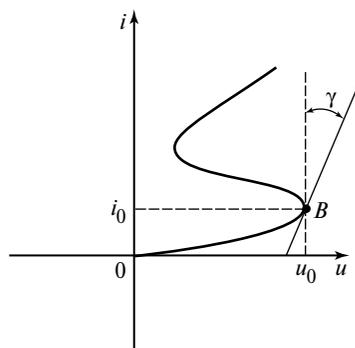


Рис. 14.3. Несимметричная динамическая вольт-амперная характеристика

вые и электронные триоды) и более (магнитные усилители, многообмоточные трансформаторы, тетроды, пентоды и др.), с помощью которых они подсоединяются к электрической цепи. Характерной особенностью многополюсных элементов является то, что в общем случае их свойства определяются семейством характеристик, представляющих зависимости выходных характеристик от входных переменных, и наоборот: входные характеристики строят для ряда фиксированных значений одного из выходных параметров, выходные — для ряда фиксированных значений одного из входных.

14.2. Особенности режимов и методов расчета нелинейных цепей

Электрическое состояние нелинейных цепей описывается на основании законов Кирхгофа, которые имеют общий характер. При этом следует помнить, что *для нелинейных цепей принцип наложения не применим*. В этой связи методы расчета, разработанные для линейных схем на основе законов Кирхгофа и принципа наложения, в общем случае не распространяются на нелинейные цепи. Общих методов расчета нелинейных цепей не существует. Известные приемы и способы имеют различные возможности и области применения. В общем случае при анализе нелинейной цепи описывающая ее система нелинейных уравнений может быть решена следующими методами:

- графическими;
- аналитическими;

графоаналитическими;
итерационными.

В качестве компонентных уравнений нелинейных элементов цепи используются уравнения их вольт-амперных, вольт-кулонных, вебер-амперных и внешних характеристик линейных и нелинейных элементов цепи. Часто вместо компонентных уравнений нелинейных элементов используются сами перечисленные характеристики, представленные графически или в табличном виде. Причем для нелинейных элементов подобные характеристики должны соответствовать скорости рассматриваемых процессов, т.е. они могут быть как статическими, так и динамическими. Заметим, что для некоторых, так называемых безынерционных, элементов статические и динамические характеристики могут совпадать.

При расчетах установившихся режимов нелинейных цепей могут использоваться различные методы, известные из теории линейных цепей: методы эквивалентного генератора, преобразований электрических схем, но реализация их осуществляется с учетом конкретных особенностей характеристик нелинейных элементов.

Расчет режимов достаточно сложных цепей осуществляется численными либо аналитико-численными методами, однако режимы простых цепей часто удается рассчитать и исследовать графическими либо квазианалитическими методами.

14.3. Методы расчета нелинейных электрических цепей постоянного тока

При использовании *графических методов* задача решается путем построений на плоскости. При этом характеристики всех ветвей цепи следует записать в функции одного общего аргумента. Благодаря этому система уравнений сводится к одному нелинейному уравнению с одним неизвестным. Формально при расчете различают цепи с последовательным, параллельным и смешанным соединениями.

а) Цепи с последовательным соединением резистивных элементов. При последовательном соединении нелинейных резисторов в качестве общего аргумента принимается ток, протекающий через последовательно соединенные элементы. Расчет проводится в следующей последовательности. По заданным ВАХ $U_i(I)$ отдельных резисторов в системе декартовых координат UI строится результирующая зависимость $U(I) = \sum U_i(I)$. Затем на оси напряжений откладывается точка, соответствующая в выбранном масштабе заданному значению напряжения на входе цепи, из которой восстанавливается перпенди-

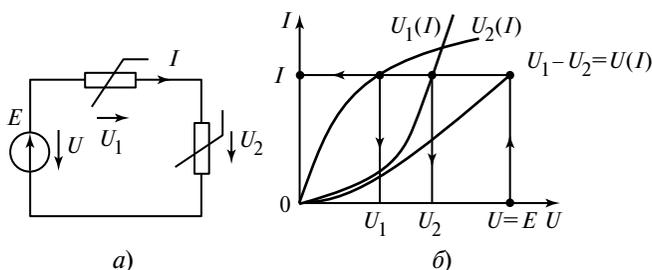


Рис. 14.4. Последовательное соединение нелинейных резисторов

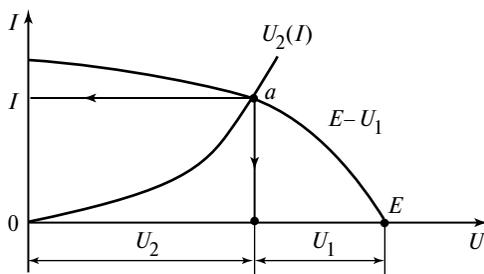


Рис. 14.5. Расчет режима нелинейной цепи методом пересечений

куляр до пересечения с зависимостью $U(I)$. Из точки пересечения перпендикуляр с кривой $U(I)$ опускается перпендикуляр на ось токов. Полученная точка соответствует искомому току в цепи, по найденному значению которого с использованием зависимостей $U_i(I)$ определяются напряжения U_i на отдельных резистивных элементах. Применение указанной методики иллюстрируют графические построения на рис. 14.4, б, соответствующие цепи на рис. 14.4, а.

Графическое решение для последовательной нелинейной цепи с двумя резистивными элементами может быть проведено и другим методом — *методом пересечений*. В этом случае один из нелинейных резисторов, например с ВАХ $U_1(I)$ на рис. 14.4, а, считается внутренним сопротивлением источника с ЭДС E , а другой — нагрузкой. Тогда на основании соотношения $E - U_1(I) = U_2(I)$ точка a (рис. 14.5) пересечения кривых $E - U_1(I)$ и $U_2(I)$ определяет режим работы цепи.

Кривая $I(E - U_1)$ строится путем вычитания абсцисс ВАХ $U_1(I)$ из ЭДС E для различных значений тока. Использование данного метода наиболее рационально при последовательном соединении линейного

и нелинейного резисторов. В этом случае линейный резистор принимается за внутреннее сопротивление источника и линейная ВАХ последнего строится по двум точкам.

б) Цепи с параллельным соединением резистивных элементов.

При параллельном соединении нелинейных резисторов (рис. 14.6, а) в качестве общего аргумента принимается напряжение, приложенное к параллельно соединенным элементам. Расчет проводится в следующей последовательности. По заданным ВАХ $I_i(U)$ отдельных резисторов в системе декартовых координат $U(I)$ строится результирующая зависимость $I(U) = \sum I_i(U)$. Затем на оси токов откладывается точка, соответствующая в выбранном масштабе заданному току источника на входе цепи, из которой восстанавливается перпендикуляр до пересечения с зависимостью $I(U)$. Из точки пересечения перпендикуляра с кривой $I(U)$ (рис. 14.6, б) опускается другой перпендикуляр на ось напряжений. Полученная точка соответствует напряжению на нелинейных резисторах, по найденному значению которого с использованием зависимостей $I_i(U)$ определяются токи I_i в ветвях с отдельными резистивными элементами. Использование данной методики иллюстрируют графические построения на рис. 14.6, б, соответствующие цепи на рис. 14.6, а.

в) Цепи с последовательно-параллельным (смешанным) соединением резистивных элементов. Расчет таких цепей проводится в следующей последовательности:

1. Исходная схема сводится к цепи с последовательным соединением резисторов, для чего строится результирующая ВАХ параллельно соединенных элементов, как это показано на рис. 14.6, б.

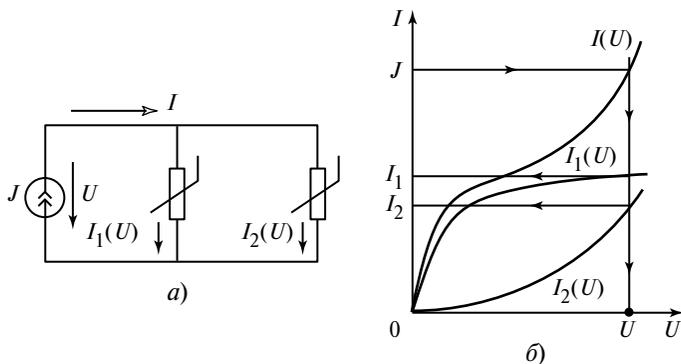


Рис. 14.6. Параллельное соединение нелинейных резисторов

2. Проводится расчет полученной схемы с последовательным соединением резистивных элементов (см. п. а), на основании которого затем определяются токи в исходных параллельных ветвях.

г) **Метод двух узлов.** Для цепей, содержащих два узла или сводящихся к таковым, можно применять метод двух узлов (рис. 14.7). При графическом способе реализации метода он заключается в следующем:

а) определение и построение ВАХ ветвей по заданным ЭДС E_1 , E_2 , E_3 и ВАХ нелинейных элементов $U_1(I_1)$, $U_2(I_2)$ и $U_3(I_3)$:

$$U_{ab}(I_1) = E_1 - U_1(I_1);$$

$$U_{ab}(I_2) = E_2 - U_2(I_2);$$

$$U_{ab}(I_3) = -E_3 + U_3(I_3).$$

Эти характеристики одновременно являются характеристиками $I_1(U_{ab})$, $I_2(U_{ab})$, $I_3(U_{ab})$;

б) определение напряжения U_{ab} и тока I_3 по первому закону Кирхгофа:

$$I_1(U_{ab}) + I_2(U_{ab}) = I_3(U_{ab}).$$

Для этого строят суммарную характеристику $I_1(U_{ab}) + I_2(U_{ab})$ и находят по ее пересечению с кривой $I_3(U_{ab})$ рабочую точку;

в) определение напряжений U_1 , U_2 , U_3 и токов I_1 , I_2 по ВАХ п. а) и ВАХ нелинейных элементов.

К *аналитическим методам* относятся метод аналитической аппроксимации, метод кусочно-линейной аппроксимации, метод линеаризации.

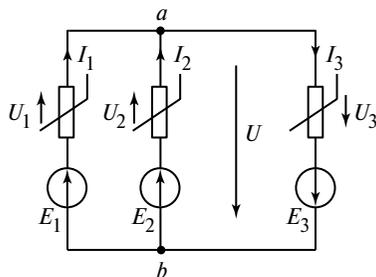


Рис. 14.7. Схема цепи с двумя узлами

а) Аналитический метод расчета (метод аналитической аппроксимации) основан на замене характеристики (или ее участка) нелинейного элемента общим аналитическим выражением. Применяются следующие виды аналитической аппроксимации: степенным многочленом (рис. 14.8, а); трансцендентными (экспоненциальными, гиперболическими и др.) функциями (рис. 14.8, б).

Выбор коэффициентов a , b , c ... осуществляется исходя из наибольшего соответствия аналитического выражения рабочему участку нелинейной характеристики. При этом выбираются наиболее характерные точки, через которые должна пройти аналитическая кривая. Число точек равно числу коэффициентов в аналитическом выражении, что позволяет однозначно определить последние.

Необходимо помнить, что при получении нескольких корней нелинейного уравнения они должны быть проверены на удовлетворение задаче. Пусть, например, в цепи, состоящей из последовательно соединенных линейного R и нелинейного резисторов, ВАХ последнего может быть аппроксимирована выражением $U = aI + bI^2$. Определить ток в цепи, если источник ЭДС E обеспечивает режим работы цепи в первом квадранте.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа для данной цепи имеет место уравнение

$$E = U_R + U(I) = RI + aI + bI^2 \text{ или } I^2 + \frac{R+a}{b}I - \frac{E}{b} = 0.$$

Корни уравнения:

$$I_{1,2} = -\frac{R+a}{2b} \pm \sqrt{\frac{(R+a)^2}{4b^2} + \frac{E}{b}}.$$

Решением задачи является $I = I_1$, поскольку второе решение $I_2 < 0$ не удовлетворяет условиям исходя из физических соображений.

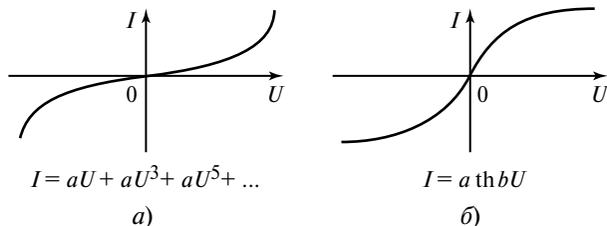


Рис. 14.8. Примеры аналитической аппроксимации нелинейных характеристик

б) Метод кусочно-линейной аппроксимации основан на представлении характеристики нелинейного элемента отрезками прямых линий (рис. 14.9), в результате чего нелинейная цепь может быть описана линейными уравнениями с постоянными (в пределах каждого отрезка) коэффициентами.

При наличии в цепи двух и более нелинейных резисторов реализация метода затруднена, так как в общем случае изначально неизвестно, на каких участках ломаных кривых находятся рабочие точки.

в) Метод линеаризации применим для анализа нелинейных цепей при малых отклонениях рабочей точки P (рис. 14.10) от исходного состояния. В окрестности рабочей точки P напряжение $U \approx U(I_p) + \Delta U$, где $\Delta U = R_d \Delta I$ (закон Ома для малых приращений). Линеаризованные эквивалентные схемы нелинейного резистивного элемента приведены на рис. 14.11, а, б.

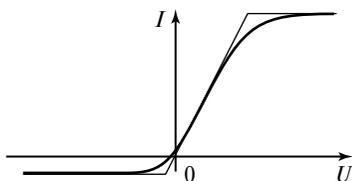


Рис. 14.9. Кусочно-линейная аппроксимация нелинейной ВАХ

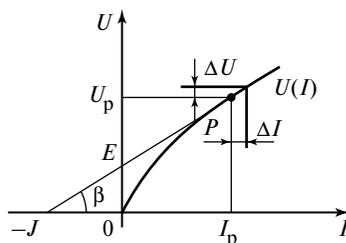


Рис. 14.10. Линеаризация нелинейной ВАХ

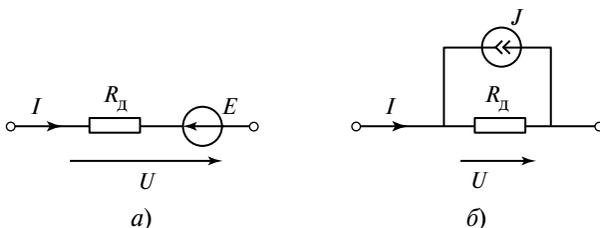


Рис. 14.11. Линеаризованные эквивалентные схемы нелинейного резистора

Пример 14.1. Нелинейный двухполюсник (рис. 14.12, а) состоит из последовательно включенных линейного резистора с сопротивлением $R = 80$ Ом и нелинейного резистора, характеристика которого приведена на рис. 14.12, б (кривая I).

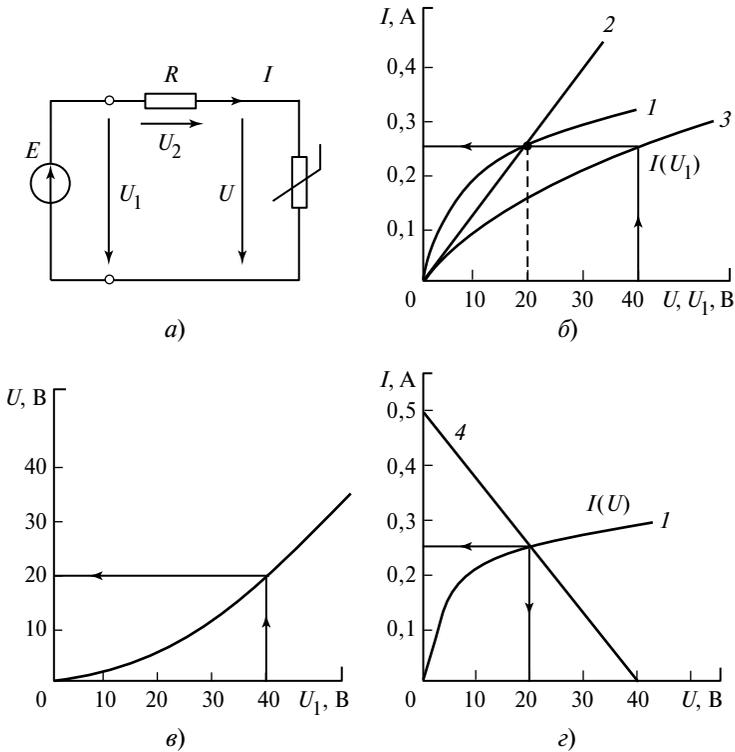


Рис. 14.12. К примеру 14.1

Построить: 1) вольт-амперную характеристику двухполюсника $I(U_1)$; 2) зависимость напряжения U на нелинейном элементе от входного напряжения U_1 . Определить ток I при ЭДС $E = 40$ В.

Решение.

1. Цепь описывается уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа:

$$U_1(I) = RI + U(I) = U_2(I) + U(I),$$

т.е. алгебраическим выражением вольт-амперной характеристики пассивного двухполюсника. Построение этой характеристики приведено на рис. 14.12, б). Здесь 1 — характеристика $U(I)$ нелинейного резистора; 2 — характеристика $U_2(I)$ линейного резистора; 3 — характеристика, полученная суммированием характеристик, которая является искомой вольт-амперной характеристикой двухполюсника $I(U_1)$.

2. Отмечая напряжения на входе цепи U_1 (кривая 3) и на нелинейном элементе U (кривая 1), при одинаковых значениях тока строим зависимость $U(U_1)$, показанную на рис. 14.12, в.

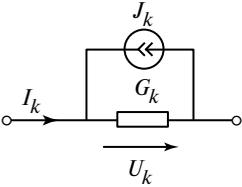
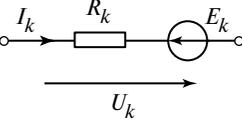
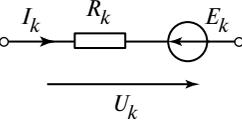
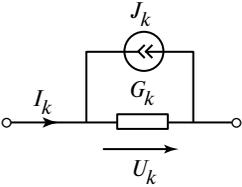
При $E = U_1 = 40$ В ток $I = 0,25$ А определим непосредственно по построенной вольт-амперной характеристике двухполюсника — кривой 3 на рис. 14.12, б.

Ток может быть найден также методом пересечений. Запишем уравнение цепи в виде

$$U(I) = E - RI$$

и построим (рис. 14.12, з) характеристики левой (кривая 1) и правой (прямая 4) частей этого уравнения. Равенство левой и правой частей

Таблица 14.1

Вид вольт-амперной характеристики	Схема замещения резистора	Компонентные уравнения
$I(U)$		$G_k = \left. \frac{\partial I(U)}{\partial U} \right _{U_k};$ $J_k = G_k U_k - I_k$
		$R_k = \frac{1}{G_k};$ $E_k = \frac{J_k}{G_k}$
$U(I)$		$R_k = \left. \frac{\partial U(I)}{\partial I} \right _{I_k};$ $E_k = I_k R_k - U_k$
		$G_k = \frac{1}{R_k};$ $J_k = \frac{E_k}{R_k}$

соответствует точке их пересечения. В точке пересечения $I = 0,25 \text{ A}$ ($U = 20 \text{ B}$).

Численные методы расчета нелинейных цепей постоянного тока, описываемых нелинейными алгебраическими уравнениями, основаны на численных методах определения корней нелинейных алгебраических уравнений и реализованы в стандартных программах.

Особо отметим схемную реализацию метода Ньютона — метод дискретных линейных моделей, в котором на каждом шаге итерации нелинейный резистор представляется линейной схемой замещения.

Схемы замещения нелинейного резистора и их компонентные уравнения представлены в табл. 14.1 (здесь k — номер шага итерации).

14.4. Нелинейные цепи переменного тока

Основные расчетные методы: расчет по мгновенным значениям тока, напряжения, потокосцепления, заряда; расчет по основной гармонике; расчет по действующим значениям тока и напряжения.

Расчет по действующим значениям напряжения и тока (по эквивалентным синусоидам) применяется для приближенного определения напряжений и токов в катушках и трансформаторах со стальным (ферромагнитным) магнитопроводом (рис. 14.13).

Несинусоидальные напряжения и токи заменяются эквивалентными синусоидальными. При использовании эквивалентных синусоид тока и напряжения можно записывать и решать уравнения цепи в комплексной форме и пользоваться векторными и топографическими диаграммами, эквивалентными схемами замещения. На рис. 14.14 представлены параллельная (рис. 14.14, а) и последовательная (рис. 14.14, б) схемы замещения катушки с ферромагнитным магнитопроводом, часто называемой дросселем. Магнитопроводы

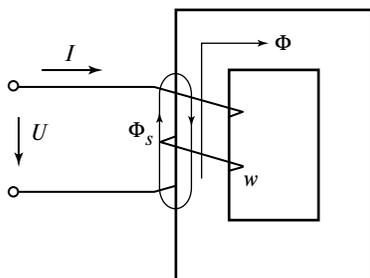


Рис. 14.13. Катушка с ферромагнитным магнитопроводом

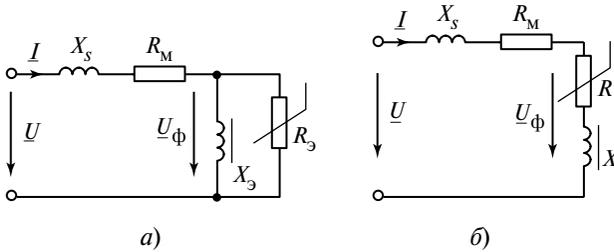


Рис. 14.14. Схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником

низкочастотных дросселей и трансформаторов выполняются из электротехнических сталей. На высоких частотах используются дроссели и трансформаторы с ферритовыми магнитопроводами. Потери на гистерезис и вихревые токи определяются по экспериментальным данным, либо непосредственно по показаниям ваттметра, либо по экспериментально полученным кривым удельных активных и реактивных мощностей для данной марки стали.

В представленных схемах значения R_3 , X_3 или R , X зависят от действующего значения напряжения или тока, X_s определяется индуктивностью рассеяния, связанной с потоком рассеяния Φ_s , а R_M — активным сопротивлением обмотки (меди).

Если известны число витков w , частота f , действующие значения напряжения и тока U , I , активная мощность P , активное сопротивление обмотки (меди) R_M , амплитуда магнитного потока $\Phi_m = \underline{\Phi}_m$, то параметры схем замещения могут быть рассчитаны следующим образом:

1. Напряжение U_ϕ , связанное с амплитудой потока Φ_m (схема на рис. 14.14, а):

$$\underline{U}_\phi = j4,44fw\underline{\Phi}_m.$$

ЭДС самоиндукции катушки $\underline{E} = -\underline{U}_\phi$.

2. Эквивалентное сопротивление потерь на гистерезис и вихревые токи в магнитопроводе

$$R_3 = \frac{U_\phi^2}{P_3},$$

где $P_3 = P - R_M I^2$.

3. Эквивалентное индуктивное сопротивление катушки X_3 найдется из выражения

$$\frac{I}{U_\Phi} = \sqrt{\frac{1}{R_3^2} + \frac{1}{X_3^2}}.$$

4. Сопротивления последовательной схемы замещения (схема на рис. 14.14, б)

$$\underline{Z}_3 = \frac{jR_3X_3}{R_3 + jX_3} = R + jX.$$

5. Сопротивление рассеяния X_s можно найти из выражения

$$Z_{\text{вх}} = \frac{U}{I} = \sqrt{(R_M + R)^2 + (X_s + X)^2}.$$

Векторная диаграмма катушки с ферромагнитным магнитопроводом представлена на рис. 14.15.

Часто сопротивлением рассеяния X_s пренебрегают, что упрощает схемы замещения (рис. 14.16) и расчет ее параметров.

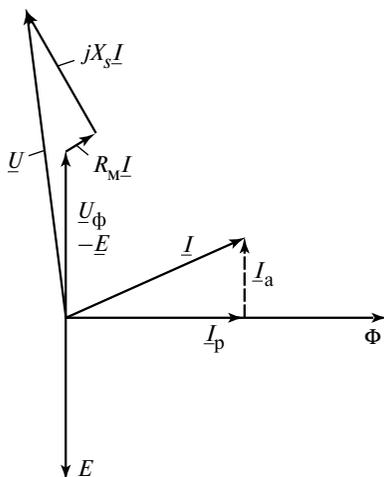


Рис. 14.15. Векторная диаграмма катушки с ферромагнитным сердечником

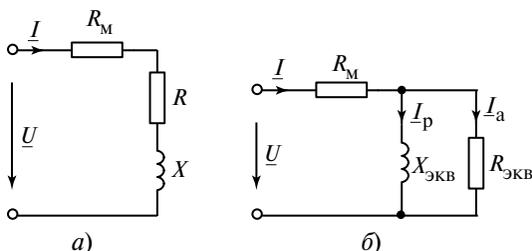


Рис. 14.16. Схемы замещения дросселя без учета рассеяния

Определить сопротивление R (рис. 14.16, а) можно из выражения $P = (R_M + R)I^2$, а X можно рассчитать по формуле

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{(R_M + R)^2 + X^2}.$$

Параметры $X_{\text{ЭКВ}}$, $R_{\text{ЭКВ}}$ параллельной схемы замещения (рис. 14.16, б) рассчитываются по формулам

$$\underline{Y}_{\text{ЭКВ}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} - j\frac{1}{X_{\text{ЭКВ}}},$$

$$X_{\text{ЭКВ}} = \frac{R^2 + X^2}{X}, \quad R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R^2 + X^2}{R}.$$

14.5. Простейшие дроссель насыщения и магнитный усилитель

Дроссели насыщения, или управляемые дроссели, используются в качестве переменных индуктивностей с электрическим управлением, а также для регулирования режимов электротехнических устройств (электронагревателей, выпрямителей, сварочных аппаратов и т.п.). Мощные дроссели насыщения называют насыщающимися реакторами. Простейший дроссель насыщения (рис. 14.17) имеет стержневой или тороидальный магнитопровод, обмотку управления OU , питаемую постоянным током, и рабочую обмотку OP переменного тока, включенную в цепь нагрузки R_H , т.е. дроссель насыщения представляет собой трансформатор, одна из обмоток которого является обмоткой управления, а другая — рабочей обмоткой.

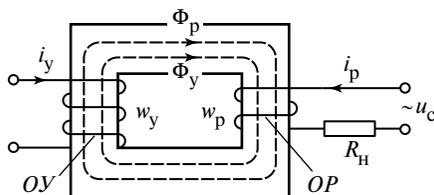


Рис 14.17. Конструкция дросселя насыщения

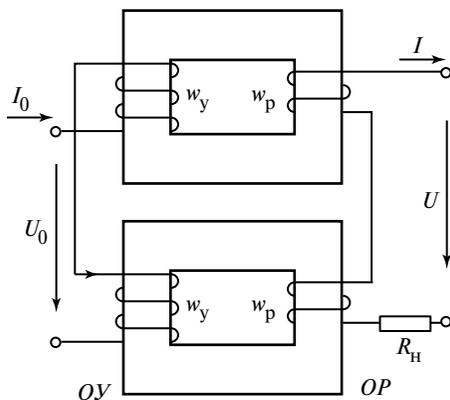


Рис. 14.18. Простейший магнитный усилитель

Регулирование режима с помощью дросселя насыщения осуществляется изменением сопротивления рабочей обмотки дросселя. Изменяя ток обмотки управления i_y , т.е. изменяя начальное намагничивание магнитопровода, можно менять сопротивление рабочей обмотки дросселя и тем самым регулировать ток и напряжение нагрузки, соединенной последовательно с рабочей обмоткой. Такая конструкция используется редко из-за ее недостатка: в обмотке управления наводится большое переменное напряжение, так как обычно число витков обмотки управления w_y больше числа витков рабочей обмотки w_p . Этот недостаток может быть устранен при использовании двух таких одинаковых трансформаторов. Рабочие обмотки этих трансформаторов соединяют последовательно, а обмотки управления — последовательно и встречно (рис. 14.18). При подключении рабочих обмоток к источнику переменного напряжения U ЭДС, индуцируемые в обмотки управления, будут одинаковыми по значению и противоположными по фазе. Они взаимно компенсиру-

ются, поэтому, если даже замкнуть свободные концы обмоток управления, ток в них не возникнет, а ток в рабочих обмотках не изменится. Поэтому для создания тока в обмотках управления можно использовать источник напряжения U_0 с малым внутренним сопротивлением. Ток I_0 обмоток управления вследствие нелинейности кривых намагничивания магнитопроводов вызывает изменение их динамической магнитной проницаемости, с которой связана индуктивность рабочих обмоток:

$$L = 2 \frac{0,4\pi w_p^2 S}{10^8 l} \mu_{\text{дин}},$$

где L — суммарная индуктивность рабочих обмоток, Гн; S — площадь поперечного сечения магнитопровода, см^2 ; l — средняя его длина, см; w_p — суммарное число витков рабочих обмоток; $\mu_{\text{дин}}$ — динамическая магнитная проницаемость. Ток рабочих обмоток определяется по формуле

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}},$$

где R — суммарное активное сопротивление рабочих обмоток, Ом.

Если последовательно с рабочими обмотками включить нагрузку R_H , то получится простейший *магнитный усилитель*, так как, расхо-

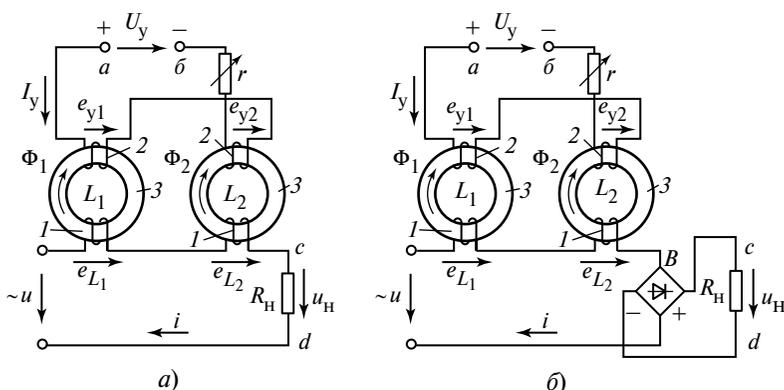


Рис. 14.19. Схемы магнитных усилителей с насыщающимися реакторами с выходом на переменном (а) и постоянном (б) токе

1 — рабочая обмотка; 2 — обмотка управления; 3 — кольцевой магнитопровод

для небольшой мощность источника U_0 , можно управлять значительно большей мощностью в цепи нагрузки. На рис. 14.19, *а* изображен такой же магнитный усилитель на кольцевых магнитопроводах, а на рис. 14.19, *б* — усилитель с выходом на постоянном токе.

Контрольные вопросы

1. Какие цепи называются нелинейными?
2. Какие элементы цепи называются нелинейными?
3. Какие методы расчета используются для нелинейных цепей?
4. Изложите алгоритмы графического метода расчета цепей с параллельным, последовательным и смешанным соединением элементов.
5. Изобразите векторную диаграмму катушки с ферромагнитным магнитопроводом при ее расчете по действующим значениям.
6. Для чего используются дроссели насыщения?
7. Объясните принцип действия простейшего магнитного усилителя.

Темы рефератов

1. Графические методы расчета нелинейных цепей.
2. Численные методы расчета нелинейных цепей.
3. Расчет нелинейной цепи переменного тока по действующим значениям.

Раздел 5

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И ТРАНСФОРМАТОРЫ

Глава 15

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

15.1. Электрические машины. Назначение и классификация

Электрические машины представляют собой устройства, в которых электрическая энергия, поступающая от сети, превращается в механическую энергию вращения вала электрического двигателя. Другой вид электрических машин — генераторы превращают механическую энергию турбины, дизельного двигателя, ветра и т.д. в электрическую энергию.

Электрические машины подразделяются на электрические машины постоянного и переменного тока. В свою очередь электрические машины переменного тока подразделяются на однофазные и трехфазные, синхронные и асинхронные электрические машины. Следует отметить, что приведенная классификация электрических машин одинаково применима как к генераторам, так и к двигателям. Таким образом, генераторы и двигатели могут быть постоянного тока, однофазными, трехфазными, синхронными и асинхронными.

15.2. Конструкция электрических машин и свойство обратимости

В конструкции электрических машин постоянного и переменного тока можно выделить общие части: неподвижную часть, называемую статором, и подвижную часть, называемую ротором. На рис. 15.1 в качестве примера приведена машина постоянного тока. Статор и ротор изготавливаются из специальной магнитной стали. Ротор машин набирается из пластин, а статор изготавливается в виде пакета пластин только для тех машин, которые могут работать и на

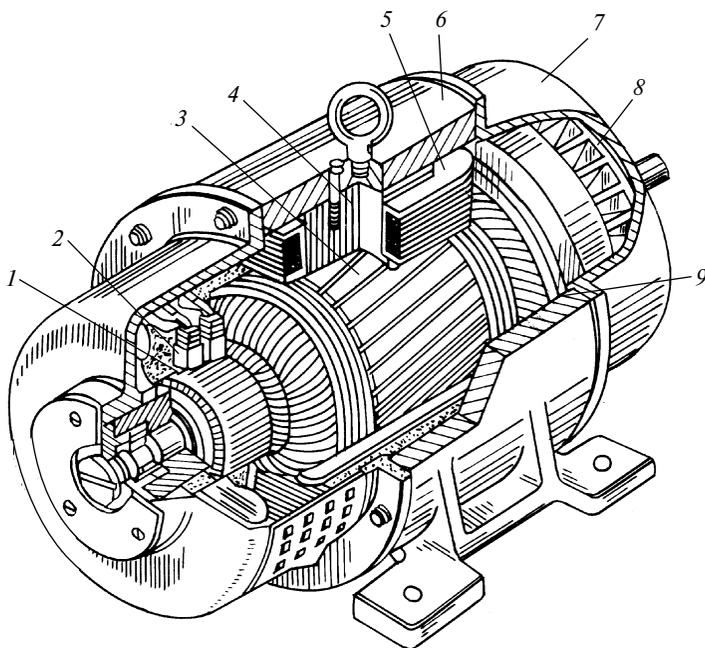


Рис. 15.1. Устройство машины постоянного тока:

1 — коллектор; 2 — щетка; 3 — сердечник якоря; 4 — сердечник главного полюса; 5 — полюсная катушка; 6 — статор; 7 — подшипниковый щит; 8 — вентилятор; 9 — обмотка якоря

переменном токе. На статор и ротор наматывают электрические обмотки, по которым протекает электрический ток. Вал ротора закреплен на подшипниках для уменьшения потерь при вращении. С помощью специальных муфт он соединяется с механическим устройством.

Следует отметить, что конструкции генератора и двигателя различаются незначительно. Электрические машины обратимы, и одна и та же машина может работать и как генератор, и как двигатель. Но это не означает, что любой двигатель можно использовать в качестве генератора. Обычно машины проектируются и используются по назначению либо как двигатель, либо как генератор. А свойство обратимости показывает, что во время работы двигатель может перейти в режим работы генератором и наоборот.

15.3. Генераторы постоянного тока

15.3.1. Назначение и принцип действия генератора постоянного тока

Генераторы постоянного тока предназначены для производства электрической энергии постоянного тока. Они применяются в качестве автономных источников питания, сварочных генераторов, для питания двигателей постоянного тока, используемых в машиностроении, металлургии, в системах автоматики.

Принцип действия генератора основан на появлении ЭДС в рамке, вращающейся в магнитном поле (рис. 15.2). Соединим зажимы a и b рамки с разрезанным медным кольцом, по которому скользят щетки. Предположим, что рамка и кольцо образуют жесткую механическую систему, закрепленную на подшипниках, которая может вращаться в магнитном поле постоянного магнита с полюсами N и S . При вращении рамки с угловой частотой ω в проводах fg и cd рамки будет возникать ЭДС индукции e . Направление ЭДС e можно определить по правилу правой руки. Ток в проводниках рамки (если цепь замкнута) будет совпадать с ЭДС e . В положении, показанном на рис. 16.2, ток i протекает от зажима f к зажиму g проводника fg . Как только рамка повернется на 180° и проводник fg займет положение cd , ток в этом проводнике поменяет свое направление и будет протекать в направлении от g к f .

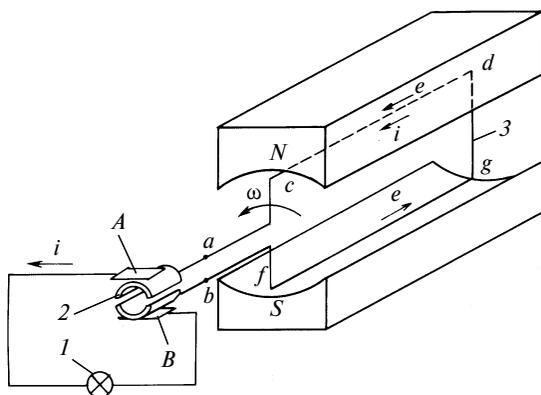


Рис. 15.2. Принцип работы генератора постоянного тока:

1 — лампа; 2 — коллектор; 3 — рамка; A, B — щетки

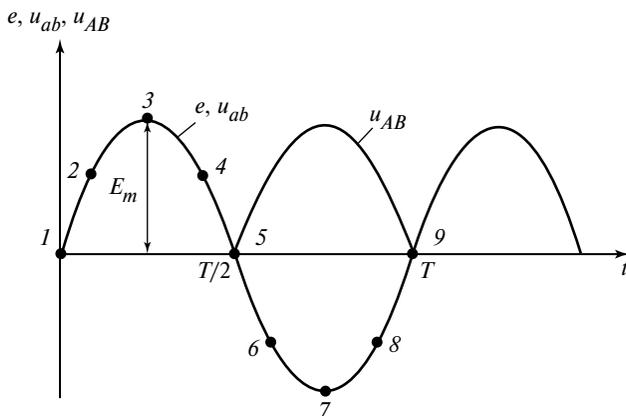


Рис. 15.3. Напряжение на щетках генератора:

1—9 — точки на кривой $u_{ab}(t)$

Электродвижущая сила рамки e будет изменяться по синусоидальному закону: $e = E_m \sin \omega t$ (рис. 15.3), где E_m — амплитуда ЭДС; ω — угловая частота, которую можно выразить через частоту вращения рамки n : $\omega = \frac{2\pi}{60}n$.

Также синусоидальным будет и напряжение рамки u_{ab} . Напряжение на щетках u_{AB} будет иметь вид выпрямленной синусоиды (см. рис. 15.3). Таким образом, разрезанное медное кольцо-коллектор выпрямляет синусоидальный ток в рамке. Коллектор играет роль механического выпрямителя переменного тока, индуцируемого в рамке.

15.3.2. Устройство генератора постоянного тока

Основными частями генератора постоянного тока являются статор — неподвижная часть и ротор — подвижная часть. Статор состоит из станины 1 (рис. 15.4), к которой с внутренней стороны крепятся главные полюсы 2. На каждый главный полюс помещают катушки 3 обмотки возбуждения, которые соединяют последовательно. Обмотку возбуждения подключают к отдельному источнику постоянного тока или параллельно обмотке якоря (в таком случае генератор называется динамо-машиной). Для более равномерного

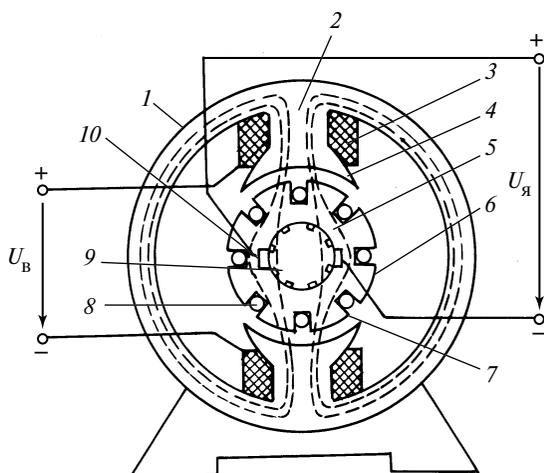


Рис. 15.4. Конструкция машины постоянного тока:

1 — статор; 2 — полюсы; 3 — обмотка возбуждения; 4 — полюсные наконечники; 5 — силовые линии; 6 — якорь; 7 — пазы; 8 — обмотка якоря; 9 — коллектор; 10 — щетки

распределения магнитного поля в воздушном зазоре главные полюсы имеют наконечники 4. Станина вместе с главными полюсами и наконечниками изготавливается из ферромагнитного материала. Вместе с обмоткой возбуждения они образуют систему, которая называется индуктором. Индуктор создает постоянное магнитное поле, силовые линии которого замыкаются через главные полюсы, наконечники, якорь и станину. Обычно станина машин постоянного тока выполняется из сплошного материала, в то время как полюсы и особенно полюсные наконечники изготавливаются из листовой магнитной стали (в виде пакета пластин).

Подвижную часть машин постоянного тока — ротор обычно называют якорем. Якорь представляет собой цилиндр, собранный из листовой магнитной стали. В цилиндре имеются пазы 7, куда закладывается обмотка якоря. На рис. 15.4 обмотка якоря показана в виде проводников 8. Проводники образуют витки, которые объединяются в секции. Каждая секция соединяется с коллекторными пластинами коллектора 9. Коллектор является частью ротора и представляет собой цилиндр, состоящий из медных пластин, которые изолированы одна от другой. К каждой пластине коллектора подсоединяется два

конца секций якоря. С помощью неподвижных щеток 10 осуществляется электрический контакт с обмоткой вращающегося якоря. Напряжение на щетках якоря $U_{\text{я}}$ является выходным напряжением генератора, к которому подключают нагрузку.

При вращении якоря проводники обмотки якоря пересекают силовые линии магнитного поля, созданного индуктором, и в проводниках появляется ЭДС индукции. Напряжение на щетках якоря (выходное напряжение) складывается из ЭДС отдельных проводников, образующих секции.

Конструкции генераторов и двигателей постоянного тока в основном одинаковы, но ротор генератора вращается от постороннего двигателя (дизеля, турбины асинхронного двигателя и т.д.), а ротор двигателя постоянного тока приводится во вращение электромагнитным моментом, образуемым токами возбуждения и якоря, потребляемыми из сети.

15.3.3. Конструкция обмотки и ЭДС якоря

При вращении рамки в постоянном магнитном поле (см. рис. 15.2) индуцируемая в рамке ЭДС изменяется по синусоидальному закону $e = E_m \sin \omega t$ (см. рис. 15.3). Выделим на кривой $e(t)$ точки $1, 2, \dots, 9$, сдвинутые по времени одна от другой на $T/8$. Каждой отмеченной на графике точке соответствует определенное положение рамки.

Вообразим сейчас, что якорь имеет восемь пазов и в каждом пазу уложено два проводника (рис. 15.5): четные проводники находятся внутри, нечетные — у поверхности паза. Эти 16 проводников образуют восемь катушек, расположение которых в пространстве совпадает с положением рамок, соответствующих точкам $1 \dots 9$ кривой $e(t)$ на рис. 15.3. Вся эта система катушек вращается с частотой ω . Соединим все катушки в такой последовательности:

$$1 \rightarrow 10 \rightarrow 3 \rightarrow 12 \rightarrow 5 \rightarrow 14 \rightarrow 7 \rightarrow 16 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 11 \rightarrow \\ \rightarrow 4 \rightarrow 13 \rightarrow 6 \rightarrow 15 \rightarrow 8 \rightarrow 1. \quad (15.1)$$

В результате получим замкнутый контур (рис. 15.6), в котором алгебраическая сумма ЭДС, наводимых в катушках, будет равна нулю, т.е. $\sum e = 0$, поэтому и ток в этом контуре будет равен нулю. Поместим на вал коллектор, состоящий из восьми пластин, и каждую пластину соединим с переключкой между катушками. Контурная ЭДС $\sum e = 0$, следовательно, токи по-прежнему будут отсутствовать. Поместим на коллектор щетки, которые скользят по нему и осуществ-

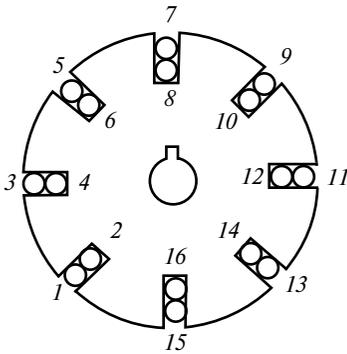


Рис. 15.5. Проводники обмотки якоря:

1—16 — номера проводников в пазах якоря

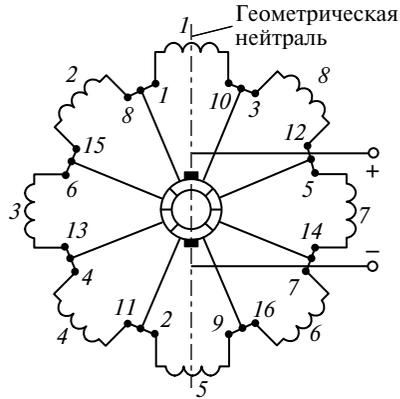


Рис. 15.6. Схема соединения якорной обмотки:

1—8 — номера катушек; 8—1, 10—3, 6—15 — соединения проводников якоря с коллектором

влияют электрический контакт с якорем. Щетки, оставаясь неподвижными, замыкают накоротко две соседние пластины коллектора, поэтому их располагают у катушек с наименьшей ЭДС (геометрической нейтраль). Геометрическая нейтраль проходит через катушки 1 и 5 и перпендикулярна главным полюсам.

В катушках 1 и 5 (см. рис. 15.6) ЭДС индукции будет всегда равна нулю и, следовательно, токи коммутации будут минимальными. Последовательность соединения проводников в пазах якоря (15.1), приведенная выше, соответствует петлевой обмотке. Кроме петлевой обмотки в якорях машин постоянного тока используют однослойные и многослойные волновые обмотки.

Электродвижущая сила индукции, наводимая в проводнике, пересекающем магнитное поле, может быть найдена по формуле $e = Blv$, где B — индукция магнитного поля в зазоре; l — длина проводника; v — скорость движения проводника

Щетки делят обмотку якоря на две части, которые относительно щеток соединены параллельно. Количество параллельных обмоток относительно щеток обозначают $2a$. Для петлевой обмотки число a всегда равно числу пар полюсов p .

Подставляя в формулу для ЭДС среднее значение индукции $B_{\text{ср}}$, v , число проводников обмотки якоря $N_{\text{я}}$, получаем ЭДС якоря

$$E = B_{\text{ср}} l v N_{\text{я}} = \frac{p N_{\text{я}}}{a \cdot 60} n \Phi = C_e n \Phi, \quad (15.2)$$

где C_e представляет собой постоянную для данной машины, $C_e = \frac{p N_{\text{я}}}{a \cdot 60}$.

Электродвижущая сила генератора зависит от частоты вращения якоря и магнитного потока.

15.3.4. Электромагнитный момент генератора

В магнитном поле индуктора при вращении якоря на проводник с током I действует электромагнитная сила $F = BI$, где B — индукция в зазоре; l — длина проводника.

Всего обмотка якоря содержит $N_{\text{я}}$ проводников, которые включены последовательно в секции. Секции относительно щеток подключаются параллельно и содержат $2a$ параллельных ветвей. Следовательно, ток в проводнике $I = I_{\text{я}}/2a$, где $I_{\text{я}}$ — ток якоря. Электромагнитная сила, действующая на якорь, содержащий $N_{\text{я}}$ про-

водников, $F = \left(Bl \frac{I_{\text{я}}}{2a} \right) N_{\text{я}}$.

Электромагнитный момент $M_{\text{эм}}$, действующий на якорь, связан с силой F выражением $M_{\text{эм}} = F \frac{D}{2}$, где D — диаметр якоря.

Окончательно для электромагнитного момента получаем

$$M_{\text{эм}} = B_{\text{ср}} l \frac{I_{\text{я}}}{2a} N_{\text{я}} \frac{D}{2} = \frac{N_{\text{я}} p}{2 \pi a} \Phi I_{\text{я}} = C_M \Phi I_{\text{я}}, \quad (15.3)$$

где C_M — коэффициент, постоянный для данного генератора.

Электромагнитный момент генератора постоянного тока зависит от магнитного потока индуктора и тока якоря.

15.3.5. Уравнение генератора постоянного тока

Обмотка возбуждения генератора, служащая для создания магнитного потока индуктора Φ , подключается к источнику постоянного тока с напряжением $U_{\text{в}}$ (см. рис. 15.4). Ротор (якорь) генератора при-

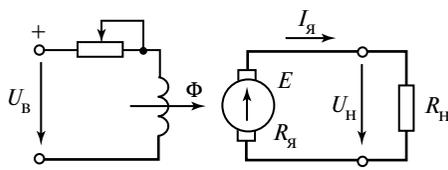


Рис. 15.7. Эквивалентная схема генератора постоянного тока

водится во вращение посторонним устройством. В обмотке якоря наводится ЭДС индукции $E = C_e \Phi n$. Эквивалентная схема генератора приведена на рис. 15.7. При включении в обмотку якоря нагрузки R_H в ней будет протекать ток $I_я$. Напряжение на выходе генератора $U_H = E - R_я I_я$, а ток

$$I_я = \frac{E - U_H}{R_я} = \frac{C_e \Phi n - U_H}{R_я},$$

где $R_я$ — сопротивление обмотки якоря.

15.3.6. Виды генераторов постоянного тока и их характеристики

Свойства генераторов постоянного тока существенно зависят от типа обмотки возбуждения. Различают четыре вида обмоток возбуждения генераторов постоянного тока: генераторы независимого возбуждения (рис. 15.8, *a*), генераторы параллельного возбуждения

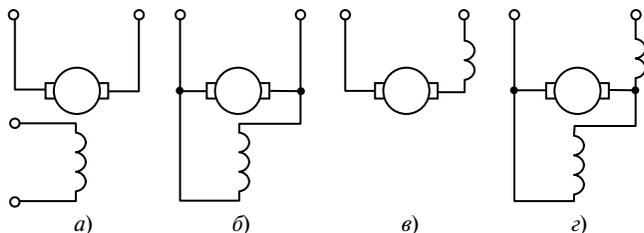


Рис. 15.8. Обозначение на электрических схемах генераторов постоянного тока:

a — независимого возбуждения; *б* — параллельного; *в* — последовательного; *г* — смешанного

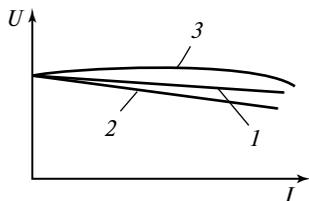


Рис. 15.9. Внешние характеристики генераторов постоянного тока:

1 — независимое возбуждение; 2 — параллельное; 3 — смешанное

(рис. 15.8, б), генераторы последовательного возбуждения (рис. 15.8, в), генераторы смешанного возбуждения (рис. 15.8, з).

Генераторы постоянного тока характеризуются зависимостью выходного напряжения U от тока нагрузки $U(I)$. Эта зависимость называется внешней характеристикой. Вид этой характеристики зависит от способа возбуждения. На рис. 15.9 показаны внешние характеристики для разных способов возбуждения генераторов постоянного тока.

15.4. Двигатели постоянного тока

15.4.1. Устройство и принцип действия двигателя постоянного тока

Конструкция двигателя постоянного тока аналогична конструкции генераторов постоянного тока. Статор с главными полюсами и обмоткой возбуждения создает магнитное поле индуктора. Обмотка возбуждения подключается к источнику постоянного напряжения. Якорь также содержит обмотку, по которой протекает ток, потребляемый из сети. Ток якоря взаимодействует с магнитным потоком индуктора, и образуется электромагнитный момент, который и вращает ротор двигателя. Электромагнитный момент $M_{эм}$ характеризуется той же формулой, что и для генератора (15.3). Конечно, направление $M_{эм}$ противоположно, так как направление тока $I_я$ также изменяется на обратное.

Принципиальная схема двигателя постоянного тока независимого возбуждения такая же, как и у генератора, но направление тока в якоре обратное. В обмотке якоря наводится ЭДС индукции. Для ЭДС якоря E справедлива та же формула $E = C_e \Phi n$.

Напряжение сети $U = E + R_я I_я$. Соответственно находятся ток якоря $I_я = (U - E)/R_я$ и частота вращения ротора $n = (U - R_я I_я)/(C_e \Phi)$.

15.4.2. Типы двигателей постоянного тока, уравнения двигателей

Конструкция индукторов в двигателях постоянного тока аналогична генераторам постоянного тока. В двигателях также различают четыре типа возбуждения: независимое, параллельное, последовательное и смешанное. Схемы возбуждений такие же, как у генераторов (см. рис. 15.8).

Двигатели постоянного тока независимо от типа возбуждения описываются одними и теми же уравнениями:

$$\text{ЭДС якоря } E = C_e \Phi n;$$

$$\text{электромагнитный момент двигателя } M_{\text{эм}} = C_m \Phi I_{\text{я}};$$

$$\text{ток якоря } I_{\text{я}} = \frac{U - E}{R_{\text{я}}};$$

$$\text{частота вращения вала двигателя } n = \frac{U - R_{\text{я}} I_{\text{я}}}{C_e \Phi}.$$

Применяя приведенные выше формулы, можно на их основе проанализировать характеристики двигателей разных типов возбуждения.

15.4.3. Основные характеристики двигателей постоянного тока

Для анализа режимов работы машин постоянного тока целесообразно знать следующие величины: ЭДС якоря E , напряжение U , ток якоря $I_{\text{я}}$, электромагнитный момент якоря $M_{\text{эм}}$, частоту вращения якоря n . Все эти величины связаны соотношениями, приведенными в предыдущем параграфе. Часто работу двигателей проще анализировать с помощью различных характеристик. Для двигателей наиболее важными характеристиками являются:

механическая характеристика $n = f(M)$, представляющая собой зависимость частоты вращения якоря от момента на валу;

рабочие характеристики, представляющие собой зависимость частоты вращения n , момента M , тока $I_{\text{я}}$ и КПД η от мощности на валу двигателя P_2 .

На рис. 15.10 изображена механическая характеристика двигателя независимого возбуждения при разном напряжении источника питания. Эта характеристика представляет собой ряд параллельных линий, зависящих от приложенного напряжения. Плавно изменяя напряжение источника питания, можно также плавно регулировать

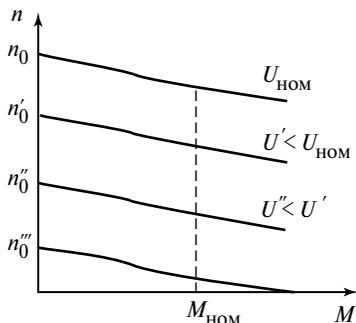


Рис. 15.10. Механическая характеристика двигателя независимого возбуждения

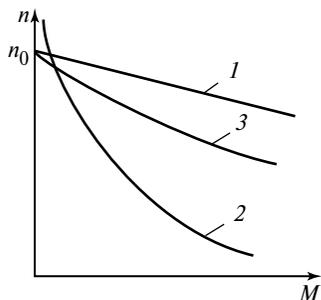


Рис. 15.11. Механические характеристики двигателей:

1 — параллельного возбуждения; 2 — последовательного возбуждения; 3 — смешанного возбуждения

частоту вращения двигателя независимого возбуждения. Этот двигатель имеет наилучшие возможности для регулирования частоты вращения, но для этого требуется регулируемый источник.

Механические характеристики остальных двигателей возбуждения приведены на рис. 15.11. Следует подчеркнуть, что у двигателя последовательного возбуждения при малых нагрузках ($M \rightarrow 0$) частота вращения резко возрастает и возможен «разнос» двигателя, приводящий к поломке механической части. Поэтому такие режимы должны быть исключены.

Рабочие характеристики двигателей постоянного тока позволяют выбрать наиболее оптимальные зоны работы двигателя. На рис. 15.12

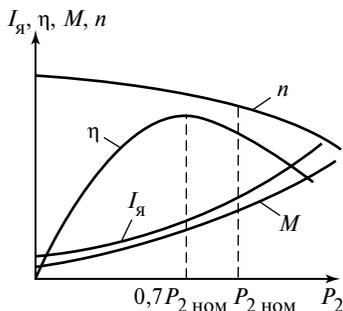


Рис. 15.12. Рабочие характеристики двигателя независимого возбуждения

приведены рабочие характеристики двигателя независимого возбуждения. Примерно такие же рабочие характеристики имеет и двигатель параллельного возбуждения.

Из рабочих характеристик видно, что максимум КПД соответствует не номинальной мощности $P_{2\text{ном}}$, а несколько меньшей. Обычно максимум КПД соответствует $P \approx (0,65 \div 0,70)P_{2\text{ном}}$. Такой принцип конструирования двигателей характерен для всех типов электродвигателей.

Двигатели смешанного возбуждения обладают свойствами двигателей последовательного и параллельного возбуждения. Механическая характеристика $n(M)$ у них очень похожа на характеристику двигателя последовательного возбуждения, но эти двигатели могут работать и при малых нагрузках на валу. Обычно двигатели смешанного и последовательного возбуждения применяются на транспорте, так как они обладают большим пусковым моментом.

15.4.4. Пуск и регулирование частоты вращения двигателей постоянного тока

При пуске двигателей постоянного тока пусковые токи могут превышать номинальные в 20—25 раз, что может привести к аварии. Обычно применяют методы пуска, основывающиеся на ограничении пускового тока или напряжения двигателя. При этом пусковой момент двигателя должен быть достаточным для преодоления сопротивления нагрузки.

Обеспечить эти требования простым включением двигателя нельзя, поэтому применяют специальные искусственные приемы пуска.

Чтобы понять, как можно регулировать частоту вращения двигателей постоянного тока, полезно воспользоваться уже знакомым выра-

$$\text{жением для частоты вращения } n = \frac{U - R_{\text{я}} I_{\text{я}}}{C_e \Phi}.$$

Частоту вращения двигателя можно регулировать:

- 1) изменением напряжения питания двигателя U ;
- 2) изменением сопротивления якоря $R_{\text{я}}$;
- 3) изменением магнитного потока индуктора (тока возбуждения) Φ .

Чаще других пользуются первым и третьим методами для регулирования частоты вращения n , а второй метод обычно применяют при пуске.

Контрольные вопросы

1. Какие устройства называются электрическими машинами?
2. Назовите основные элементы конструкции электрических машин.
3. Объясните принцип действия генератора постоянного тока.
4. Объясните назначение коллектора в электрических машинах.
5. Какова роль щеток в электрических машинах постоянного тока?
6. Назовите виды электрических машин постоянного тока.
7. Объясните внешние характеристики генераторов постоянного тока различных типов.
8. Объясните механические характеристики независимого, параллельного, последовательного и смешанного двигателей возбуждения.
9. Каким образом можно регулировать частоту вращения двигателей постоянного тока?

Темы рефератов

1. Области применения электрических двигателей постоянного тока.
2. Области применения генераторов постоянного тока. Их преимущества и недостатки.
3. Виды потерь в двигателях постоянного тока и пути их снижения.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

16.1. Назначение машин переменного тока

Машины переменного тока работают от сети переменного тока, они также являются обратимыми и могут работать как в двигательном, так и в генераторном режиме. Большинство предприятий используют электрические двигатели, которые получают электроэнергию из сети переменного тока. Производство электроэнергии на переменном токе является более дешевым и простым, чем на постоянном токе. Это обстоятельство, а также простота конструкции многих типов двигателей предопределили широкое применение машин переменного тока.

Все машины переменного тока имеют сходство как в конструкции, так и в принципе действия. Получая электроэнергию из сети переменного тока, они создают вращающееся или пульсирующее магнитное поле. Это поле взаимодействует с током ротора, что создает вращающий момент двигателя.

Машины переменного тока делятся на две большие группы: асинхронные и синхронные. Имеются также универсальные двигатели, работающие на постоянном и переменном токе.

Наиболее широко применяются на практике асинхронные и синхронные машины переменного тока.

16.2. Асинхронные машины

16.2.1. Общие сведения и назначение

Основное применение асинхронных машин — двигатели (80 % всего парка электродвигателей). Такое широкое распространение асинхронные двигатели получили из-за простоты конструкции и хороших эксплуатационных характеристик. Они надежны в работе и требуют минимального технического обслуживания. Различают несколько вариантов асинхронных двигателей: трехфазные, двухфазные, однофазные и линейные. Выпускают асинхронные двигатели в широком диапазоне мощности: от нескольких ватт до нескольких мегаватт.

Основное назначение асинхронных двигателей — привод различных механических устройств, к которым не предъявляются особые

требования по регулированию частоты вращения. Если эти двигатели дополнить преобразователями частоты и регуляторами напряжения, то они по своим регулировочным свойствам приближаются к двигателям постоянного тока.

16.2.2. Вращающееся магнитное поле трехфазной обмотки

В простейшем случае статор асинхронной машины содержит три обмотки (катушки), которые сдвинуты в пространстве статора на 120° . Если по катушкам пропустить трехфазный синусоидальный ток, то в пространстве статора возникнет магнитное поле вращающееся с угловой частотой ω , равной частоте питающей сети. Результирующее магнитное поле от действия всех катушек характеризуется индукцией B , постоянной по значению, и угловой частотой ω .

Возникновение вращающегося магнитного поля является важным свойством трехфазных электрических цепей. Направление вращения магнитного поля зависит от чередования фазных токов, протекающих по обмоткам статора.

16.2.3. Принцип действия и устройство асинхронного двигателя

Как и все двигатели, асинхронный двигатель состоит из статора и ротора. Статор асинхронного двигателя (рис. 16.1, *а*) содержит пазы, в которые укладывается статорная обмотка. Изготавливается статор из штампованных листов электротехнической стали (рис. 16.1, *б*). Штампованные листы (обычно толщиной 0,5 мм) изолируются один от другого лаком и собираются в пакет, образуя корпус статора.

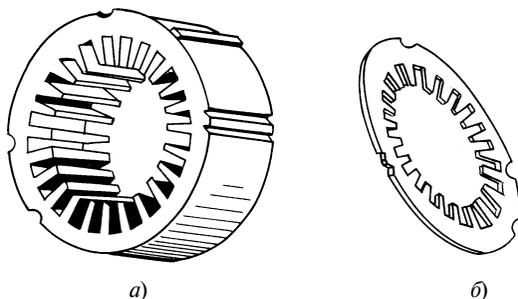


Рис. 16.1. Конструкция статора:

а — статор в сборе; *б* — пластины статора

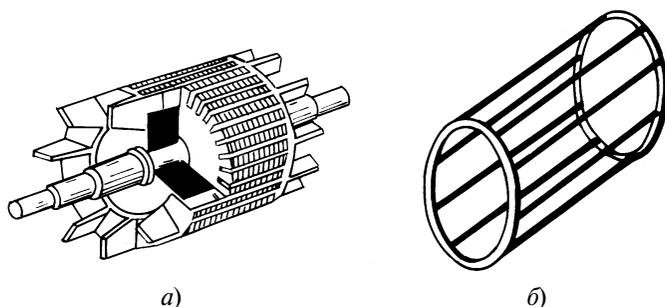


Рис. 16.2. Устройство ротора:

a — ротор в сборе; *б* — беличье колесо

Ротор асинхронного двигателя также изготавливается из штампованных листов электротехнической стали (рис. 16.2, *a*). В пазы ротора укладывается обмотка ротора. Чаще изготавливаются двигатели, у которых в пазы помещаются стержни, закороченные с обеих сторон алюминиевыми кольцами. Такая конструкция ротора называется короткозамкнутой, а обмотка — беличьим колесом (рис. 16.2, *б*).

Принцип работы асинхронного двигателя основан на использовании вращающегося магнитного поля. Трехфазная обмотка статора создает в пространстве ротора вращающееся магнитное поле. Магнитное поле пронизывает магнитную систему ротора и в обмотке ротора наводит ЭДС индукции, которая, в свою очередь, создает вихревые токи в роторе I_2 . Эти токи взаимодействуют с магнитным полем статора, появляется электромагнитная сила, и происходит вращение ротора. Для вращения ротора необходимо, чтобы в его обмотке наводились вихревые токи. Это возможно, если частота вращения ротора меньше частоты вращения магнитного поля. При одинаковой частоте вращения магнитного поля статора и частоте вращения ротора обмотка ротора не пронизывается переменным магнитным потоком, вихревые токи не образуются. Электромагнитный момент равен нулю.

У двигателя с фазным ротором обмотка ротора соединяется с дополнительным трехфазным сопротивлением, которое используется для пуска и регулирования частоты вращения двигателя. С помощью подшипников вал ротора крепится к фланцам статора, что и позволяет ему свободно вращаться в поле статора.

16.2.4. Скольжение и частота вращения ротора

Частота вращения магнитного поля статора зависит от исполнения его обмотки. Если каждая фаза статорной трехфазной обмотки содержит только одну катушку, то число магнитных полюсов в такой машине будет в 2 раза больше, т.е. шесть (по два полюса на каждую электрическую катушку). Обмотка фазы статора может содержать две, три, четыре катушки и более, соединенные последовательно и размещенные на статоре вперемежку с катушками других фаз. В этом случае общее число полюсов будет равно соответственно 12, 18, 24 и т.д. Обычно в трехфазных машинах указывают не общее число полюсов в машине, а число пар полюсов на фазу, обозначаемых p . Таким образом, шестиполюсная трехфазная обмотка имеет $p = 1$, двенадцатиполюсная — $p = 2$, восемнадцатиполюсная — $p = 3$.

Частота вращения магнитного поля статора n_1 вычисляется по формуле $n_1 = 60f_1/p$, где f_1 — частота электрического тока статора. Для промышленной частоты $f = 50$ Гц максимальная частота вращения поля будет 3000 об/мин при $p = 1$. Так как частота вращения ротора n_2 меньше, чем n_1 , то частота вращения вала асинхронного двигателя не может превышать 3000 об/мин. Связь числа пар полюсов p с частотой вращения магнитного поля статора n_1 при $f_1 = 50$ Гц приведена в табл. 16.1.

Таблица 16.1

p	1	2	3	4	5	8	10
n , об/мин	3000	1500	1000	750	600	375	300

Разность частот вращения $n_1 - n_2$ называется скольжением. Обычно скольжение выражают относительно n_1 и обозначают буквой s : $s = (n_1 - n_2)/n_1$. Скольжение — очень важная характеристика асинхронного двигателя. Скольжение связано с мощностью на валу, с пусковым моментом, с частотой вращения двигателя, с ЭДС ротора.

Частота вращения двигателя n_2 может быть выражена через скольжение: $n_2 = n_1(1 - s)$. Обычно скольжение изменяется с изменением нагрузки. При номинальной нагрузке скольжение у машин разной мощности колеблется в диапазоне 0,02—0,05. Поскольку скольжение в номинальном режиме невелико, частота вращения вала двигателя n_2 почти равна частоте вращения поля n_1 .

16.2.5. Токи двигателя

При подключении обмотки статора к трехфазной цепи в фазе обмотки появляется ЭДС индукции $e_1 = -\Delta\psi/\Delta t$. Действующее значение ЭДС индукции E_1 выражается следующей формулой: $E_1 = 4,44f_1w_1\Phi_mk_1$, где f_1 — частота тока сети; Φ_m — амплитуда магнитного потока статора; w_1 — число витков обмотки фазы; k_1 — обмоточный коэффициент, учитывающий размещение обмотки в нескольких пазах статора.

Тот же магнитный поток Φ пронизывает и ротор двигателя, который вращается с частотой n_2 . Следовательно, частота вращения потока Φ относительно ротора определяется разностью частот вращения $n_1 - n_2$:

$$f_2 = \frac{p(n_1 - n_2)}{60},$$

где f_2 соответствует частоте тока ротора.

Частоту f_2 можно выразить через скольжение: $f_2 = f_1s$. Электродвижущая сила, наводимая в роторе, $E_2 = 4,44f_2w_2\Phi_mk_2 = 4,44 \times s f_1 w_2 \Phi_m k_2$. Здесь w_2 — число витков одной фазы ротора; k_2 — обмоточный коэффициент ротора.

Магнитный поток не полностью пронизывает обмотки статора и ротора и частично рассеивается внутри двигателя. Потоки рассеяния учитываются индуктивностями обмоток. Индуктивность L_1 соответствует магнитному потоку рассеяния статора $\Phi_{\text{рас.ст}}$ и называется индуктивностью обмотки статора, а L_2 соответствует магнитному потоку рассеяния ротора $\Phi_{\text{рас.рот}}$ и называется индуктивностью обмотки ротора.

Кроме индуктивных сопротивлений $X_1 = \omega L_1$ и $X_2 = \omega L_2$ имеются также активные сопротивления обмоток: R_1 — сопротивление обмотки статора, R_2 — сопротивление обмотки ротора.

Второй закон Кирхгофа для цепи статора имеет вид

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_1 + jX_1 \underline{I}_1. \quad (16.1)$$

Обмотка ротора асинхронного двигателя всегда является замкнутой. Индуцированная в обмотке ротора ЭДС \underline{E}'_2 вызывает ток I_2 ,

который ограничивается сопротивлением R_2 и индуктивностью L_2 . Для цепи ротора можно написать:

$$\underline{E}'_2 = R_2 I_2 + jX_2 I_2. \quad (16.2)$$

Электродвижущая сила ротора \underline{E}'_2 зависит от частоты вращения ротора, поэтому обычно \underline{E}'_2 выражают через ЭДС заторможенного (невращающегося) ротора E_2 , т.е. $\underline{E}'_2 = sE_2$. Отсюда получаем выражение для модуля тока ротора:

$$I_2 = \frac{sE_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_2)^2}}. \quad (16.3)$$

16.2.6. Эквивалентная схема асинхронного двигателя

Магнитный поток асинхронной машины остается практически постоянным и не зависит от режима работы, т.е. $\Phi = \text{const}$. В рабочем режиме двигателя, когда ток статора не превышает номинального, слагаемые $R_1 I_1$ и $X_1 I_1$ в уравнении (16.1) малы по сравнению с E_1 , поэтому можно написать $U_1 \approx E_1$.

Это позволяет привести уравнение для обмотки ротора к напряжению сети U_1 и представить электрические процессы асинхронного двигателя эквивалентной схемой (рис. 16.3). Цепь статора содержит активное сопротивление R_1 и реактивное сопротивление рассеяния X_1 обмотки статора и характеризуется током I_1 .

Ротор характеризуется приведенными значениями сопротивления обмотки R'_2 , реактивного сопротивления рассеяния X'_2 и приведенным током I'_2 . Механическая нагрузка на валу двигателя представля-

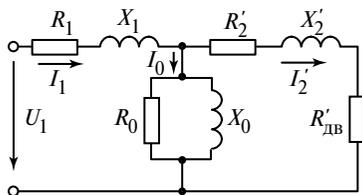


Рис. 16.3. Эквивалентная схема асинхронного двигателя

ется приведенным сопротивлением $R_{\text{дв}}$, которое зависит от скольжения s . Приведение цепи ротора осуществляется с помощью коэффициента трансформации обмоток статора и ротора (величина постоянная и известная из паспортных данных двигателя).

Эквивалентная схема включает также параметры магнитной цепи: R_0 — сопротивление, определяющее потери в магнитной цепи; X_0 — реактивное сопротивление, определяющее магнитный поток машины.

Зная параметры эквивалентной схемы R_1 , X_1 , R_2' и т.д., анализ асинхронного двигателя можно свести к рассмотрению обычной цепной схемы.

16.2.7. Вращающий момент

Электромагнитная сила F , действующая в магнитном поле статора с индукцией B на проводник ротора длиной l с током i_2 , определяется известным выражением $F = Bli_2$. Все компоненты этой формулы записаны для мгновенных значений. В каждый момент времени индукция и ток распределены вдоль статора по синусоидальному закону. Обычно находят среднюю силу $F_{\text{ср}}$ за период, а затем переходят к вращающему моменту: $M_{\text{вр}} = F_{\text{ср}} \frac{d}{2}$, где d — диаметр ротора.

Выражение для $M_{\text{вр}}$ можно получить, если воспользоваться эквивалентной схемой (см. рис. 16.3). Согласно эквивалентной схеме $R'_{\text{дв}}$ — это электрический эквивалент механической нагрузки двигателя.

Мощность, выделяемая в резистивном элементе $R'_{\text{дв}}$ при приведенном токе ротора I_2' , $P_{\text{дв}} = 3R'_{\text{дв}}(I_2')^2$.

Коэффициент 3 в формуле соответствует трем фазам, а мощность $P_{\text{дв}}$ содержит кроме мощности на валу P_2 еще и механические потери $\Delta P_{\text{мех}}$, т.е. $P_{\text{дв}} = P_2 + \Delta P_{\text{мех}}$.

Пренебрегая механическими потерями, которые составляют 1—2 % $P_{2\text{ном}}$, получаем

$$P_2 \approx P_{\text{дв}} = 3R'_{\text{дв}}(I_2')^2.$$

Механическая мощность на валу $P_{\text{мех}}$ представляется выражением: $P_{\text{мех}} = M_2\Omega_2$, где M_2 — момент на валу двигателя; Ω_2 — угловая ско-

рость вала. Механическая и электрическая мощности должны быть равны $3R'_{\text{дв}}(I'_2)^2 = M_2\Omega_2$. Из этого выражения находим

$$M_2 = \frac{3R'_{\text{дв}}(I'_2)^2}{\Omega_2}. \quad (16.4)$$

Подставляя в полученную формулу выражение для $R'_{\text{дв}}$, I'_2 и Ω_2 , после преобразований получаем достаточно простую формулу для момента на валу двигателя:

$$M_2 = \frac{kE_1^2}{X_2} \frac{1}{\frac{R_2}{sX_2} + \frac{sX_2}{R_2}}. \quad (16.5)$$

В этой формуле k — коэффициент, учитывающий некоторые конструктивные параметры машины и частоту электрической сети. Формула показывает, что механический момент асинхронного двигателя пропорционален напряжению электрической сети ($U_1 \approx E_1$) в квадрате.

Величина R_2/X_2 называется критическим скольжением: $s_{\text{крит}} = R_2/X_2$. Критическое скольжение соответствует максимальному

моменту двигателя $M_{\text{max}} = \frac{kE_1^2}{2X_2}$.

У серийных двигателей $s_{\text{крит}} \approx 0,1$, а $M_{\text{max}} \approx (2 \div 3)M_{\text{ном}}$. Следует подчеркнуть, что, если механический момент нагрузки на валу превышает M_{max} , двигатель останавливается, после чего обычно выходит из строя, если его не отключить.

Подставив в формулу момента $s_{\text{крит}}$ и M_{max} , получим простое выражение для момента:

$$M_2 = \frac{2M_{\text{max}}}{\frac{s_{\text{крит}}}{s} + \frac{s}{s_{\text{крит}}}}. \quad (16.6)$$

Полученное выражение позволяет найти зависимость пускового момента от сопротивления обмотки ротора. В режиме пуска $s = 1$. Преобразуя последнюю формулу с учетом $s_{\text{крит}}$, получаем

$$M_{\text{пуск}} = \frac{2M_{\text{max}}}{0,1^2 + 1} \frac{R_2}{X_2} \approx \frac{2M_{\text{max}}}{X_2} R_2. \quad (16.7)$$

Так как M_{\max} и X_2 неизменны при $U_1 = \text{const}$, то пусковой момент зависит от сопротивления обмотки ротора. Чем больше сопротивление, тем больше пусковой момент.

16.2.8. Механическая характеристика

Механической характеристикой двигателя называется зависимость частоты вращения вала от механического момента на валу $n = f(M_2)$ (рис. 16.4). Механическая характеристика является достаточно жесткой в рабочей области, где момент изменяется от нуля до $M_{\text{ном}}$. Для значений момента, превышающих $M_{\text{ном}}$, механическая характеристика является более крутой, а при значениях $M > M_{\max}$ двигатель останавливается, по обмотке статора протекают большие токи, при которых необходимо отключать двигатель.

При увеличении сопротивления ротора (в двигателе с фазным ротором сопротивление ротора можно регулировать, подключая к нему реостат) зависимость становится более крутой (менее жесткой) (рис. 16.5). Из характеристик видно, что при увеличении сопротивления ротора R_2 частота его вращения уменьшается $n_2'' < n_2' < n_2$, а пусковой момент увеличивается $M_2''_{\text{пуск}} > M_2'_{\text{пуск}} > M_2_{\text{пуск}}$. Это свойство механической характеристики используется для регулирования частоты вращения двигателя.

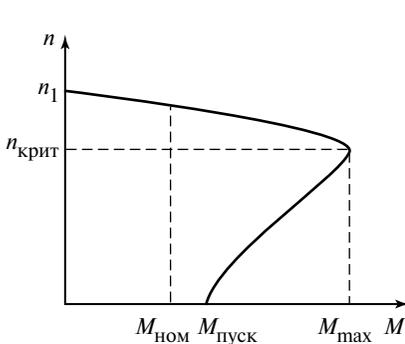


Рис. 16.4. Механическая характеристика асинхронного двигателя

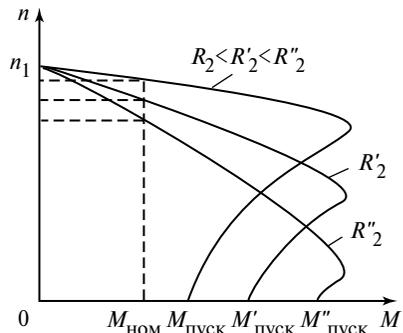


Рис. 16.5. Зависимость механической характеристики ротора от его сопротивления

16.2.9. Рабочие характеристики

Рабочими характеристиками двигателя называются зависимости частоты вращения вала n_2 , электромагнитного момента M_2 , тока статора I_1 , коэффициента мощности $\cos \varphi$ и КПД двигателя от мощности на валу P_2 . При этом напряжение сети U_1 предполагается неизменным. Примерный вид рабочих характеристик приведен на рис. 16.6. Обычно рабочие характеристики приводят в относительных единицах, что позволяет пользоваться ими для двигателей различных мощностей.

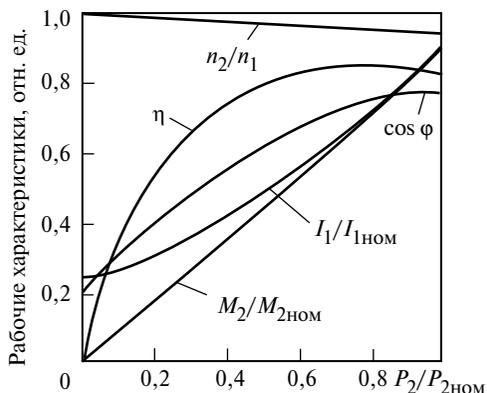


Рис. 16.6. Рабочие характеристики асинхронного двигателя

Из рассмотрения рабочих характеристик можно сделать следующие выводы:

коэффициент мощности очень низок при малых нагрузках, поэтому не рекомендуется использовать асинхронный двигатель в слабонагруженных режимах;

максимальный КПД у двигателя имеет место при мощности $(0,7 \div 0,8)P_{2ном}$;

частота вращения ротора убывает по линейному закону при увеличении нагрузки, а электромагнитный момент возрастает также по линейному закону.

16.2.10. Пуск и регулирование частоты вращения асинхронного двигателя

При пуске асинхронного двигателя ротор разгоняется при частоте вращения от нуля до n_2 , при этом скольжение изменяется от единицы до s . Во время пуска необходимо выполнить следующие условия:

электромагнитный момент двигателя M_2 при пуске должен быть больше момента сопротивления нагрузки, т.е. $M_2 > M_c$;

снизить по возможности пусковой ток в статоре.

Именно эти два условия и определяют различные способы пуска двигателя.

Ток в начале пуска значительно больше номинального. В серийных двигателях пусковой ток превышает номинальный в 5—7 раз, напряжение у других потребителей, подключенных к этой же сети, резко уменьшается, что негативно отражается на их работе и может привести к аварии. Чтобы предотвратить вредное воздействие пуска на сеть, необходимо ограничивать пусковой ток.

Производственный процесс часто требует регулирования частоты вращения рабочих механизмов. Для этого применяются различные механические устройства (коробки скоростей, вариаторы), но можно регулировать и частоту вращения самого двигателя. Чтобы понять принцип регулирования, рассмотрим уже знакомое выражение для частоты вращения магнитного поля $n_1 = 60f_1/p$.

Из этой формулы вытекают два основных способа регулирования частоты вращения двигателя:

1) *частотное регулирование, реализованное на базе полупроводниковой техники (ЧРП). При таком регулировании угловая скорость двигателя меняется плавно;*

2) *регулирование изменением числа полюсов статорной обмотки. Для этого на статоре выполняют расцепленную обмотку и с помощью частей расцепленной обмотки меняют число пар полюсов. При таком регулировании скорость двигателя изменяется дискретно.*

Для двигателей с фазным ротором можно подключать дополнительные сопротивления к обмотке ротора, но этот метод имеет много недостатков (дополнительные потери в реостате, малый диапазон регулирования, мягкие характеристики).

16.3. Синхронные машины

16.3.1. Назначение синхронных машин

Синхронные машины, как и все электрические машины, являются обратимыми, т.е. они могут работать в режиме генератора и в режиме двигателя. Конструктивно синхронные генераторы и двигатели отличаются мало, хотя и имеются некоторые различия.

Синхронные генераторы применяются в качестве основных устройств, производящих электрическую энергию на электрических

станциях. Трехфазные синхронные генераторы — самые мощные электрические машины. Мощность современных синхронных генераторов достигает $1500 \text{ МВ} \cdot \text{А}$.

Синхронные двигатели применяются в устройствах, в которых требуется постоянная частота вращения. Частота вращения ротора синхронных двигателей не зависит от нагрузки и остается постоянной. Синхронные двигатели применяются на металлургических заводах, в компрессорных и насосных агрегатах, вентиляторах. Синхронные двигатели малой мощности применяются в электрочасах, системах звуко- и видеозаписи, устройствах автоматики и др.

Важной особенностью синхронных двигателей является их способность работать с отрицательной фазой φ (ток опережает напряжение), что важно для компенсации реактивной мощности.

16.3.2. Устройство и принцип действия синхронных машин

Как все электрические машины, синхронные имеют статор и ротор. Статор синхронной машины содержит трехфазную обмотку и практически не отличается по конструкции от статора асинхронной машины. Ротор представляет собой явнополюсный (рис. 16.7, *а*) или неявнополюсный электромагнит (рис. 16.7, *б*).

По обмотке ротора, который называется также индуктором, должен проходить постоянный электрический ток. Для этой цели служат контактные кольца и щетки. Упрощенно синхронную машину можно представить с помощью схемы на рис. 16.8. Эта схема позволяет понять принцип работы синхронной машины.

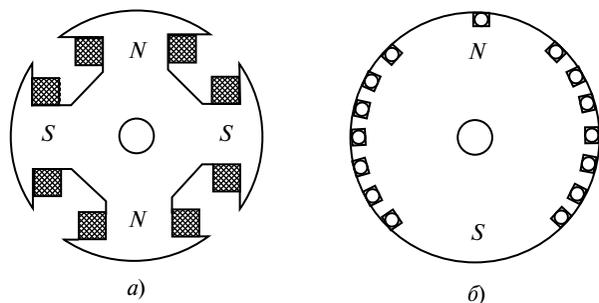


Рис. 16.7. Конструкция индукторов:

а — явнополюсный; *б* — неявнополюсный

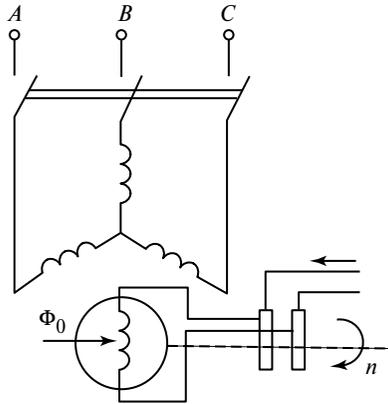


Рис. 16.8. Упрощенная схема синхронной машины

Обмотка ротора подключается к источнику постоянного тока, который создает магнитное поле возбуждения. Трехфазная обмотка статора подключается к сети электроснабжения или к энергосистеме в зависимости от назначения машины (двигатель или генератор).

В генераторе ротор вращается с помощью дополнительного устройства (гидротурбины, паровой турбины, дизеля и т.д.) с синхронной частотой вращения $n_2 = n_{\text{синхр}}$, при этом частота вращения ротора регулируется механической задвижкой. Магнитное поле ротора, вращаясь относительно статора с частотой вращения $n_{\text{синхр}}$, наводит в обмотке статора ЭДС индукции E_0 . Если цепь статора замкнута, в ней возникает ток I_1 , который, в свою очередь, также создает магнитное вращающееся поле с помощью трехфазной обмотки статора. Частота вращения этого поля относительно статора n_1 также будет равна синхронной, т.е. $n_1 = n_{\text{синхр}}$. Так как поле ротора первично, оно при вращении опережает поле статора на угол ϑ . Можно сказать, что в генераторе поле ротора как бы «ведет» за собой поле статора. Статорная обмотка синхронного генератора, находящегося на электростанции, подключается через трансформаторы к энергосистеме.

В двигателе обмотка статора подключается к сети электроснабжения. Ток статора создает вращающееся с синхронной частотой $n_{\text{синхр}}$ магнитное поле, которое взаимодействует с магнитным полем ротора.

При вращении ротора уже поле статора «ведет» поле ротора, которое, в свою очередь, отстает на угол ϑ . Ротор не может вращаться с частотой, отличной от синхронной, так как в этом случае магнитные полюса статора и ротора не будут синхронизированы. Это означает, что в двигателе не будет вращающего момента. В синхронном двигателе частота вращения ротора равна синхронной, т.е. $n_2 = n_1 = n_{\text{синхр}}$.

16.3.3. Синхронный генератор

В синхронном генераторе ток ротора (возбуждения) создает магнитное поле с потоком Φ_0 , которое вращается вместе с ротором с синхронной частотой $n_{\text{синхр}}$ относительно статора. Вращающееся магнитное поле ротора пересекает витки статорной обмотки и индуцирует в ней ЭДС E_0 , которую называют ЭДС холостого хода. Если обмотка статора разомкнута (отсутствует нагрузка), то статорный ток I равен нулю.

При подключении нагрузки появляется ток статора I , который будет создавать в статоре вращающееся магнитное поле с потоком $\Phi_{\text{р.я}}$. Возникающий магнитный поток статора $\Phi_{\text{р.я}}$ называется реакцией якоря. Поток статора $\Phi_{\text{р.я}}$ зависит от тока и совпадает с ним по фазе, а фаза тока I зависит от вида нагрузки, поэтому фаза магнитного потока $\Phi_{\text{р.я}}$ не является постоянной, а зависит от нагрузки.

Кроме потока реакции якоря $\Phi_{\text{р.я}}$ в обмотке статора при протекании тока появляется поток рассеяния $\Phi_{\text{рас}}$. Его природа аналогична природе потока рассеяния в асинхронной машине. Поток $\Phi_{\text{рас}}$ вызывается током статора, пропорционален ему и совпадает с ним по фазе.

Таким образом, в нагруженном генераторе можно выделить следующие магнитные потоки: магнитный поток возбуждения Φ_0 , магнитный поток реакции якоря $\Phi_{\text{р.я}}$, магнитный поток рассеяния $\Phi_{\text{рас}}$. Общий (результатирующий) магнитный поток синхронного генератора $\Phi_{\text{рез}}$ равен сумме всех потоков в комплексной форме, т.е. $\Phi_{\text{рез}} = \Phi_0 + \Phi_{\text{р.я}} + \Phi_{\text{рас}}$. Потоки $\Phi_{\text{р.я}}$ и $\Phi_{\text{рас}}$ вызываются одним током и совпадают с ним по фазе, поэтому часто их представляют одним потоком $\Phi_{\text{я}} = \Phi_{\text{р.я}} + \Phi_{\text{рас}}$.

Реально в статоре синхронного генератора существует только результирующий поток $\Phi_{\text{рез}}$, а остальные составляющие Φ_0 , $\Phi_{\text{р.я}}$

и $\Phi_{\text{рас}}$ вводятся для удобства анализа электрических процессов в генераторе. Эквивалентом магнитного потока $\Phi_{\text{я}}$ на схеме генератора является индуктивность $L_{\text{я}}$ (или ее реактивное сопротивление $X_{\text{я}}$). Реактивное сопротивление $X_{\text{я}}$ называется синхронным индуктивным сопротивлением, которое характеризует магнитные поля рассеяния и реакции якоря. Кроме $X_{\text{я}}$ существует еще активное сопротивление статорной обмотки $R_{\text{я}}$. Эквивалентная электрическая схема синхронного генератора представлена на рис. 16.9.

Обычно в синхронном генераторе $X_{\text{я}} \gg R_{\text{я}}$. Уравнение состояния генератора для одной фазы имеет вид $\underline{U} = \underline{E}_0 - jX_{\text{я}}\underline{I}$. В симметричных режимах обычно проводят расчет по одной фазе.

Внешняя характеристика $U(I_{\text{я}})$ показывает изменение напряжения U на выходе генератора в зависимости от тока статора (якоря) $I_{\text{я}}$. При активной и индуктивной нагрузке напряжение падает с ростом тока, при емкостном характере нагрузки ($\varphi < 0$) напряжение на генераторе даже возрастает (рис. 16.10).

Мощность на выходе трехфазного генератора P_2 вычисляется по формуле мощности для одной фазы, умноженной на три (число фаз):

$$P_2 = 3UI_{\text{я}} \cos \varphi. \quad (16.8)$$

Механическая мощность P_1 приводного устройства, вращающего генератор, определяется выражением $P_1 = M_{\text{эм}}\Omega_{\text{синхр}}$, где $M_{\text{эм}}$ — электромагнитный момент генератора, противодействующий моменту приводного устройства; $\Omega_{\text{синхр}}$ — угловая скорость магнитного поля статора, равная синхронной.

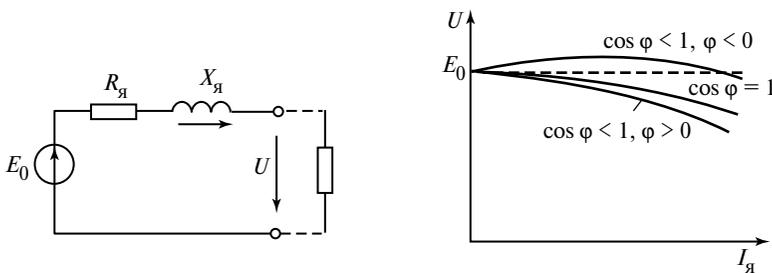


Рис. 16.9. Эквивалентная схема синхронного генератора

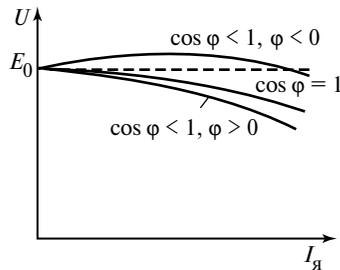


Рис. 16.10. Внешние характеристики генератора

Пренебрегая потерями в статоре и считая, что $P_1 \approx P_2$, получаем

$$M_{\text{эм}} = \frac{3UI_{\text{я}}}{\Omega_{\text{синхр}}} \cos \varphi. \quad (16.9)$$

В синхронном генераторе при постоянном напряжении сети U и постоянном возбуждении ($E_0 = \text{const}$) электромагнитный момент $M_{\text{эм}}$ и мощность P_2 зависят только от угла рассогласования ϑ . Обычно этот угол не превышает 30° .

16.3.4. Синхронный двигатель

Синхронный двигатель потребляет электрическую энергию из сети и превращает ее в механическую энергию на валу двигателя. Принципиально по конструкции синхронный двигатель мало отличается от генератора. Статорная обмотка (якорь) двигателя подключается к сети, а обмотка ротора с помощью колец и щеток присоединяется к источнику постоянного тока (обычно регулируемому выпрямителю). Статорная обмотка создает вращающееся магнитное поле, как в асинхронном двигателе, а ротор за счет протекания постоянного тока по его обмотке ведет себя как электромагнит. Магнитные поля статора и ротора взаимодействуют, но пусковой момент в синхронном двигателе отсутствует. Электромагнитная сила, образующаяся при взаимодействии магнитных полей статора и ротора, 50 раз в секунду меняет свой знак, и поэтому ротор не может вращаться. Чтобы устранить этот недостаток, на ротор накладывается дополнительная пусковая короткозамкнутая обмотка (как у асинхронного двигателя). Эта обмотка облегченная, поэтому пуск синхронного двигателя производится при отсутствии механической нагрузки. При достижении частоты вращения, близкой к $n_{\text{синхр}}$, поле статора захватывает поле ротора и происходит синхронизация.

Синхронные двигатели применяют в устройствах с постоянной частотой вращения: компрессорах, мощных насосах, прокатных станах.

Эквивалентная электрическая схема синхронного двигателя такая же, как и у генератора, с той лишь разницей, что теперь электрическая энергия преобразуется в механическую и, следовательно, ток направлен от источника напряжением U к обмотке, в которой возникает ЭДС E_0 (рис. 16.11). Электрическое состояние двигателя описы-

вается уравнением $\underline{U} = jX_{\text{я}}\underline{I}_{\text{я}} + \underline{E}_0$.

Напряжение сети U создает вращающееся магнитное поле, на которое накладывается поле реакции якоря (из-за протекания тока $I_{\text{я}}$). Результирующий магнитный поток статора $\Phi_{\text{рез}}$ взаимодействует с магнитным потоком ротора Φ_0 , появляется вращающий момент $M_{\text{эм}}$. Поток Φ_0 отстает на угол ϑ от $\Phi_{\text{рез}}$. Следует отметить, что напряжение U также опережает ЭДС E_0 на угол ϑ .

При постоянном напряжении сети U и постоянном токе возбуждения вращающий момент $M_{\text{эм}}$ можно выразить через угол рассогласования ϑ :

$$M_{\text{эм}} = \frac{3UE_0}{\Omega_{\text{синхр}}X_{\text{я}}} \sin \vartheta = M_{\text{max}} \sin \vartheta. \quad (16.10)$$

С ростом нагрузки растет угол рассогласования ϑ . Максимальный момент у двигателя имеет место при $\vartheta = 90^\circ$. Но при таком угле двигатель работает неустойчиво. Чтобы обеспечить необходимый запас устойчивости, обычно двигатели работают при $\vartheta \leq 30^\circ$.

Электрическая мощность, потребляемая двигателем из сети, определяется по той же формуле, что и для генератора:

$$P = 3UI \cos \varphi = \frac{3UE_0}{X_{\text{я}}} \sin \vartheta.$$

Важной для синхронного двигателя является механическая характеристика $n(M)$, представленная на рис. 16.12. Из нее видно, что частота вращения двигателя постоянна, равна $n_{\text{синхр}}$ и не зависит от нагрузки M .

Если двигатель работает при постоянной нагрузке и неизменном напряжении сети U , то из выражения для момента следует, что

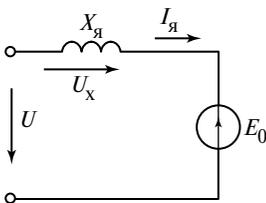


Рис. 16.11. Эквивалентная схема синхронного двигателя

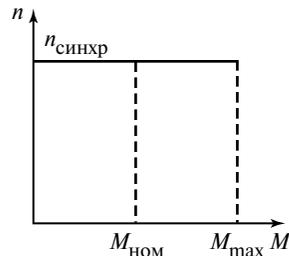


Рис. 16.12. Механическая характеристика синхронного двигателя

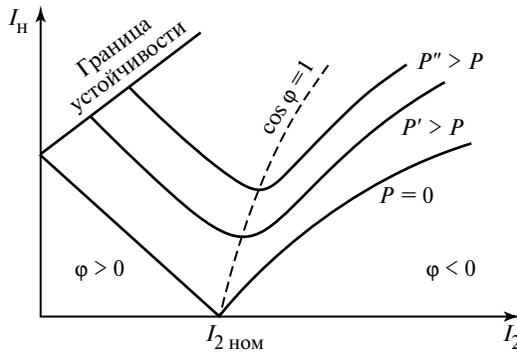


Рис. 16.13. V-образные характеристики синхронного двигателя

$E_0 \sin \vartheta = \text{const}$. Значение E_0 зависит только от тока возбуждения (тока ротора). Регулируя ток возбуждения, можно регулировать ЭДС E_0 . Можно показать, что изменение E_0 приводит к изменению знака фазы тока $I_{\text{я}}$. Так, в режиме перевозбуждения (когда ток $I_2 > I_{2\text{ном}}$) ток статора $I_{\text{я}}$ опережает напряжение статора U , что соответствует активно-емкостному режиму. Это обстоятельство используют на практике, поэтому почти все крупные синхронные двигатели работают с отрицательным углом φ , что позволяет компенсировать реактивную мощность, увеличивая общий $\cos \varphi$ системы энергоснабжения. При этом двигатель вращает механическое устройство с заданной частотой вращения. На рис. 16.13 приведены зависимости тока статора $I_{\text{я}}$ от тока возбуждения I_2 при разных значениях нагрузки. Эти зависимости получили название V-образных характеристик синхронного двигателя. При токах возбуждения $I_2 < I_{2\text{ном}}$ двигатель имеет индуктивный характер с реактивной мощностью Q_L , при $I_2 > I_{2\text{ном}}$ — емкостный с реактивной мощностью Q_C . Оба эти режима разделяет пунктирная линия $\cos \varphi = 1$, которая соответствует номинальному току возбуждения $I_{2\text{ном}}$. Цепь возбуждения синхронных двигателей обычно позволяет превышать номинальный ток ротора на 50—60 %.

Коэффициент полезного действия синхронных двигателей тем выше, чем больше мощность двигателя. Как и у всех двигателей, наибольший КПД соответствует мощности, равной $(0,7 \div 0,8)P_{\text{ном}}$. У крупных двигателей КПД достигает значений 0,91—0,96.

16.4. Однофазные двигатели и двигатели малой мощности

16.4.1. Общие сведения

Кроме рассмотренных двигателей в промышленности применяют однофазные двигатели и двигатели малой мощности. Диапазон мощностей этих двигателей колеблется от долей ватта до нескольких киловатт. Двигатели малой мощности применяются в схемах автоматического управления, в различных бытовых устройствах (дрели, рубанки, пилы и т.д.), в устройствах, требующих повышенной частоты вращения (челноки в текстильном производстве, швейные машины), в приводах механизмов малой мощности.

Двигатели малой мощности условно можно разделить на группы в соответствии с принципом действия: однофазные асинхронные двигатели, конденсаторные двигатели, трехфазные двигатели в однофазном режиме, коллекторные машины переменного тока. Рассмотрим отдельно особенности машин каждой группы.

16.4.2. Однофазные асинхронные двигатели

Однофазные асинхронные двигатели питаются от сети однофазного тока. Обмотка статора таких двигателей может быть однофазной, двухфазной и даже трехфазной. Если на статоре асинхронного двигателя содержится только однофазная обмотка (рис. 16.14, а), то такая обмотка создает только пульсирующее магнитное поле с амплитудой потока Φ . Пульсирующее магнитное поле можно разложить на два вращающихся в противоположных направлениях магнитных поля с одинаковой частотой вращения $n_{\text{синхр}}$ и одинаковой амплиту-

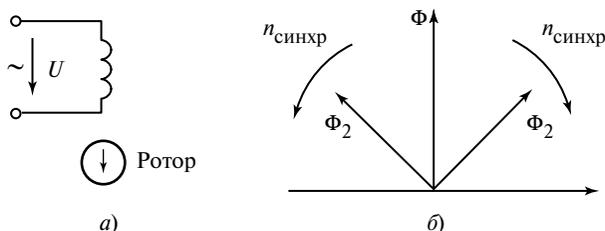


Рис. 16.14. Однофазный двигатель:

а — схема; б — вращение магнитного поля

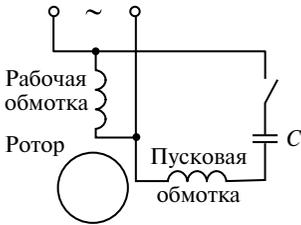


Рис. 16.15. Схема однофазного двигателя с пусковой обмоткой

дой магнитного потока, равной половине потока Φ , т.е. $\Phi_1 = \Phi_2 = \frac{1}{2}\Phi$ (рис. 16.14, б). Ясно, что пульсирующее магнитное поле не создает пускового момента, но если искусственно раскрутить ротор, то появляется значительный вращающий момент и ротор будет вращаться.

Чтобы создать пусковой момент у однофазного асинхронного двигателя, обычно на статор помещают дополнительную обмотку, которая работает только во время пуска.

Как правило, рабочая обмотка двигателя занимает $\frac{2}{3}$ пазов статора, а $\frac{1}{3}$ пазов приходится на пусковую обмотку. Пусковую обмотку на период пуска замыкают либо на конденсатор C , либо на резистор (чаще на конденсатор). Пусковая обмотка в пространстве смещена на 90° относительно рабочей обмотки, чем и достигается появление пускового момента (рис. 16.15). После запуска пусковая обмотка отключается с помощью специального устройства (реле времени, реле тока и т.д.).

Однофазные асинхронные двигатели получили широкое распространение в бытовых приборах (в холодильниках, морозильниках, кондиционерах и т.д.). Их мощность обычно не превышает 700 Вт.

16.4.3. Конденсаторные двигатели

Конденсаторными двигателями называют асинхронные двигатели, имеющие две статорные обмотки. Каждая из них занимает половину пазов статора и, таким образом, магнитные потоки оказываются смещенными в пространстве на 90° . Одна из обмоток замкнута на конденсатор (рис. 16.16), что позволяет получить вращающееся магнитное поле и пусковой момент.

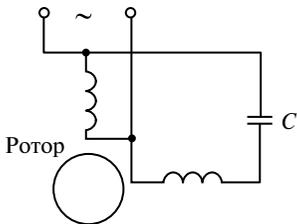


Рис. 16.16. Схема конденсаторного двигателя

В отличие от однофазного асинхронного двигателя обе обмотки остаются включенными все время. Иногда в конденсаторных двигателях во время пуска подключают дополнительный пусковой конденсатор, позволяющий увеличить пусковой момент.

Из-за дополнительных потерь КПД однофазных и конденсаторных асинхрон-

ных двигателей значительно ниже, чем трехфазного. Конденсаторные двигатели находят широкое применение в бытовой технике (стиральные машины, кондиционеры, вентиляторы и т.д.).

16.4.4. Коллекторные машины переменного тока

Коллекторные машины переменного тока подобны машинам постоянного тока и могут работать как в цепи постоянного, так и в цепи переменного тока, поэтому их называют еще универсальными двигателями. Конструктивно они представляют собой двухщеточные машины постоянного тока последовательного возбуждения. Отличие состоит в том, что статор и ротор этих двигателей изготовлены из шихтованных магнитных материалов. Схема универсального двигателя приведена на рис. 16.17. Обмотка возбуждения состоит из двух расщепленных обмоток, подключенных к обеим щеткам двигателя. Двигатель последовательного возбуждения имеет меньшую индуктивность по сравнению с другими типами двигателей постоянного тока, что позволяет иметь приемлемые условия коммутации на переменном токе.

При работе на переменном токе включается лишь часть обмотки возбуждения, при постоянном — вся обмотка.

Коллекторный двигатель позволяет получить высокие частоты вращения и с помощью простых средств осуществлять регулирование частоты вращения. Частота вращения таких двигателей может достигать 20 000—30 000 об/мин.

Коллекторные двигатели используются во многих бытовых машинах (пылесосах, швейных машинках, электродрелях), а также в производстве, где требуются двигатели с высокой частотой вращения (вязальные машины, текстильное производство).

16.4.5. Шаговые двигатели

Шаговые двигатели — это электромеханические устройства, преобразующие электрические импульсы напряжения управления в дискретные угловые перемещения ротора с возможной его фиксацией в необходимых положениях.

Современные быстродействующие шаговые двигатели представляют собой по конструкции многофазные синхронные двигатели, у которых на роторе нет пусковой обмотки.

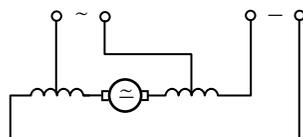


Рис. 16.17. Схема универсального двигателя

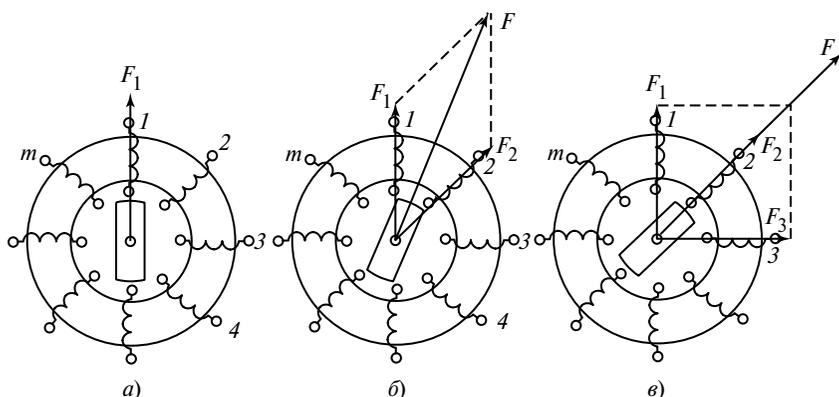


Рис. 16.18. Схема шагового двигателя

На статоре двигателя расположены m обмоток, на которые поступают прямоугольные импульсы в различном сочетании (рис. 16.18). Импульсы возбуждают магнитное поле в обмотках статора, и ротор поворачивается в соответствии с действием МДС. На рис. 16.18, *а* импульс подан на обмотку 1, на рис. 16.18, *б* — одновременно на две обмотки 1 и 2, на рис. 16.18, *в* — одновременно на обмотки 1, 2, 3.

Последовательность, частота питающих импульсов могут изменяться в широких пределах специальным устройством — коммутатором.

Шаговые двигатели находят основное применение в системах автоматики, робототехнике, в качестве исполнительных двигателей.

Контрольные вопросы

1. Что такое вращающееся магнитное поле?
2. Объясните принцип действия асинхронного двигателя.
3. Как связана синхронная частота вращения с числом пар полюсов p ?
4. Что такое скольжение?
5. Что называется механической характеристикой?
6. Что такое максимальный момент двигателя?
7. Что называется рабочими характеристиками двигателя?
8. В чем заключаются недостатки прямого пуска?
9. Назовите способы регулирования частоты вращения асинхронного двигателя.
10. Объясните принцип работы синхронного двигателя.
11. Что называется реакцией якоря синхронного двигателя?

12. Что такое синхронное индуктивное сопротивление?
13. Почему синхронный двигатель не имеет пускового момента?
14. Приведите внешнюю характеристику синхронного генератора.
15. Приведите механическую характеристику синхронного двигателя.
16. Объясните V-образные характеристики синхронного двигателя.
17. Объясните принцип работы асинхронного однофазного двигателя.
18. Объясните принцип работы конденсаторного двигателя.
19. В чем состоит отличие коллекторного двигателя переменного тока от двигателей постоянного тока?

Темы рефератов

1. Конструктивные особенности асинхронных двигателей с фазным ротором и область их применения.
2. Поддержание напряжения и частоты в синхронном генераторе.

Глава 17

ТРАНСФОРМАТОРЫ

17.1. Типы, назначение, устройство и принцип действия

Трансформатор — статическое электромагнитное устройство, имеющее две или более индуктивно связанные обмотки. Трансформатор предназначен для преобразования (трансформации) переменных напряжений и токов — изменения их амплитуд и фаз. Принцип его действия основан на законе электромагнитной индукции. Трансформатор принято рассматривать как невращающуюся электрическую машину.

Потребность трансформирования — повышения и понижения переменного напряжения — вызвана, например, необходимостью передачи электрической энергии на большие расстояния. Чем выше напряжение, тем меньше ток при равной мощности источника энергии. Следовательно, при повышении с помощью трансформатора напряжения требуются провода меньшего сечения на линии электропередачи, что приводит к значительной экономии цветных металлов, из которых изготавливаются эти провода. Потери электрической энергии в проводах также уменьшаются с уменьшением тока. При передаче электрической энергии от электростанций к потребителям происходит многократное повышение и понижение напряжения с помощью трансформаторов.

По назначению трансформаторы можно разделить на следующие типы:

1. Силовые трансформаторы номинальной мощностью от нескольких единиц до 1 млн $\text{kV} \cdot \text{A}$ и напряжением до 1250 kV используются в сетях для распределения электроэнергии. Силовые трансформаторы бывают однофазные и трехфазные. К силовым относятся и трансформаторы малой мощности от 10 до 300 $\text{V} \cdot \text{A}$, применяемые в устройствах промышленной электроники, автоматики и радиотехники. По способу охлаждения силовые трансформаторы делятся на масляные и воздушные.

2. Автотрансформаторы, имеющие, как правило, плавную регулировку выходного напряжения и используемые для изменения (регулирования) напряжения.

3. Измерительные трансформаторы, применяемые в качестве элементов измерительных устройств.

4. Трансформаторы специального назначения, применяемые в конкретных электротехнических устройствах для различных целей. Примерами могут служить сварочные трансформаторы для различных видов сварки, импульсные трансформаторы для преобразования высокочастотных импульсных периодически повторяющихся сигналов в радиолокационной технике и телевидении.

Конструктивное исполнение и электромагнитные процессы, происходящие в трансформаторах различных типов, имеют много общего. Поэтому для изучения их работы рассмотрим однофазный двухобмоточный трансформатор.

Трансформатор состоит из обмоток и магнитопровода — стального сердечника, набранного из листов электротехнической стали толщиной 0,35—0,50 мм для уменьшения потерь от вихревых токов. Листы сердечника покрываются лаком для изоляции одного от другого. Части магнитопровода, на которых располагаются обмотки, называются стержнями. Части магнитопровода, замыкающие стержни, называются ярмом. Трансформатор имеет не менее двух обмоток, связанных между собой общим магнитным потоком. Обмотки электрически изолированы одна от другой; исключением в этом отношении являются автотрансформаторы, у которых обмотка низшего напряжения является частью обмотки высшего напряжения.

Однофазные трансформаторы по форме магнитопровода подразделяются на стержневые и броневые (рис. 17.1). У маломощных трансформаторов сечение стержней выполняется прямоугольным, у мощных сечение близко к окружности.

Обмотка трансформатора, соединенная с источником электроэнергии, называется первичной (рис. 17.2). Соответственно первичными именуются все величины, относящиеся к этой обмотке: число витков w_1 , напряжение u_1 , ток i_1 и т.д. Обмотка, соединенная с нагрузкой, и относящиеся к ней величины называются вторич-

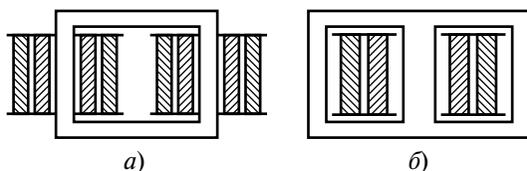


Рис. 17.1. Расположение обмоток однофазных трансформаторов со стержневым (а) и броневым (б) магнитопроводами

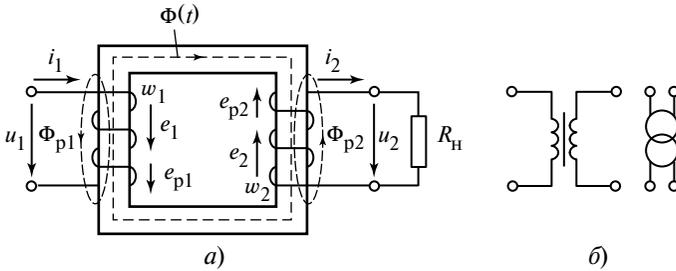


Рис. 17.2. Электромагнитная схема (а) и условные обозначения (б) однофазного двухобмоточного трансформатора

ными и обозначаются w_2 , u_2 , i_2 . У некоторых трансформаторов может быть несколько вторичных обмоток, питающих разные цепи.

Под действием подведенного переменного напряжения в первичной обмотке возникает ток i_1 и возбуждается изменяющийся магнитный поток. Этот магнитный поток индуцирует в первичной обмотке трансформатора ЭДС самоиндукции e_1 , а во вторичной обмотке — ЭДС взаимной индукции e_2 . ЭДС e_2 создает напряжение u_2 на выходных зажимах трансформатора. При замыкании вторичной цепи на нагрузку возникает ток i_2 , который образует собственный магнитный поток, накладывающийся на поток первичной обмотки. В результате создается общий поток Φ . Стрелки направления напряжения u_1 и тока i_1 представляют первичную обмотку как приемник энергии. Положительное направление потока Φ связано с током i_1 правилом правого винта. Стрелки направления e_2 и i_2 соответствуют представлению вторичной обмотки источником энергии. Силовые линии магнитного поля замыкаются как по магнитопроводу, так и по воздуху вокруг витков обмоток, создавая магнитные потоки рассеяния Φ_{s_1} и Φ_{s_2} , которые, в свою очередь, наводят в первичной и вторичной обмотках ЭДС рассеяния e_{s_1} и e_{s_2} .

Для идеализированного трансформатора, у которого потоки рассеяния и активные сопротивления обмоток пренебрежимо малы, $u_1 = -e_1$; $u_2 = e_2$, откуда $U_{1m} = E_{1m}$; $U_{2m} = E_{2m}$.

В случае если $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$, то

$$\Phi(t) = \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

где $\Phi_m = \frac{U_{1m}}{w_1 \omega}$.

Таким образом, при синусоидальном входном напряжении u_1 магнитный поток в магнитопроводе $\Phi(t)$ также синусоидален и отстает от напряжения на угол $\pi/2$. Магнитный поток $\Phi(t)$ индуцирует в обмотках синусоидальные ЭДС, мгновенные значения которых

$$e_1 = E_{1m} \sin(\omega t - \pi); \quad e_2 = E_{2m} \sin(\omega t - \pi),$$

где $E_{1m} = w_1 \omega \Phi_m$; $E_{2m} = w_2 \omega \Phi_m$.

Из этих выражений видно, что ЭДС e_1 и e_2 отстают от магнитного потока Φ на угол $\pi/2$, а от напряжения u_1 — на угол π .

Действующие значения синусоидальных ЭДС обмоток:

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_1 \Phi_m = 4,44 f w_1 \Phi_m; \quad E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_2 \Phi_m = 4,44 f w_2 \Phi_m.$$

Коэффициент трансформации трансформатора

$$n = \frac{E_{1m}}{E_{2m}} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2}.$$

17.2. Анализ работы ненагруженного трансформатора

Режим работы ненагруженного трансформатора, называемый режимом холостого хода, возникает при разомкнутой вторичной обмотке, когда $I_2 = 0$.

По показаниям измерительных приборов в режиме холостого хода определяются потери в стали магнитопровода от гистерезиса и вихревых токов при переменном намагничивании, ток холостого хода и коэффициент трансформации трансформатора.

Уравнения для обмоток при холостом ходе имеют вид

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + \underline{I}_{1x}(R_1 + jX_1); \quad \underline{U}_2 = \underline{E}_2,$$

где $X_1 = \omega L_{s1}$ — индуктивное сопротивление первичной обмотки, обусловленное потоком рассеяния; I_{1x} — ток первичной обмотки в режиме холостого хода.

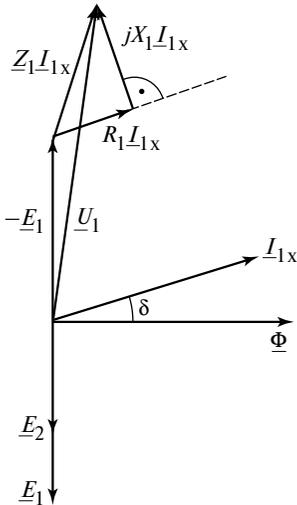


Рис. 17.3. Векторная диаграмма трансформатора в режиме холостого хода

Векторная диаграмма, иллюстрирующая электрическое состояние трансформатора в режиме холостого хода, показана на рис. 17.3. Она строится следующим образом. За исходный вектор, откладываемый горизонтально, принимается вектор магнитного потока Φ , одинаковый для обеих обмоток. Векторы, соответствующие комплексным значениям ЭДС обмоток, отстают от потока Φ на $\pi/2$. Вектор комплексного действующего значения тока первичной обмотки I_{1x} опережает Φ на угол магнитного запаздывания (потерь) δ , обусловленный наличием гистерезиса в ферромагнитном материале магнитопровода.

17.3. Приведение обмоток трансформатора

При относительно большом коэффициенте трансформации трансформаторов на векторной диаграмме трудно изобразить в одном масштабе первичное и вторичное напряжения. Поэтому осуществляют приведение вторичной обмотки к числу витков первичной, т.е. при построении диаграммы и расчетах заменяют реальный трансформатор с коэффициентом трансформации w_1/w_2 приведенным трансформатором, у которого коэффициент трансформации равен единице.

Приведение не должно изменить режим первичной цепи, а во вторичной цепи должны сохраниться неизменными энергетические условия, т.е. активная и реактивная мощности и их распределение между отдельными элементами вторичной цепи. Приведенные величины обозначаются штрихом сверху: E'_2 , I'_2 , R'_2 и т.д. Например, если

$E_1 = nE_2 = \frac{w_1}{w_2}E_2$, то $E'_2 = nE_2 = \frac{w_1}{w_2}E_2$, где E'_2 — приведенная вторичная ЭДС.

В таком же отношении при приведении изменяются вторичное напряжение и падение напряжения во вторичной обмотке:

$$U'_2 = nU_2; \quad I'_2R'_2 = nI_2R_2; \quad I'_2X'_2 = nI_2X_2.$$

При приведении тока не должна измениться намагничивающая сила вторичной обмотки, чтобы не изменился магнитный поток в магнитопроводе:

$$I_2 w_2 = I_2' w_1,$$

откуда

$$I_2' = I_2 \frac{w_2}{w_1} = \frac{I_2}{n}.$$

При приведении не должна изменяться полная мощность вторичной цепи:

$$S_2 = U_2 I_2 = U_2' I_2' = n U_2' I_2',$$

откуда также следует

$$I_2' = \frac{I_2}{n} = \frac{w_2}{w_1} I_2.$$

Из условия неизменности активной мощности можно получить выражение для приведенного активного сопротивления вторичной обмотки:

$$I_2^2 R_2 = I_2'^2 R_2' = \frac{I_2^2}{n^2} R_2',$$

откуда

$$R_2' = n^2 R_2 = (w_1/w_2)^2 R_2.$$

Из условия неизменности реактивной мощности можно получить выражение для приведенного реактивного сопротивления вторичной обмотки:

$$I_2^2 X_2 = I_2'^2 X_2' = \frac{I_2^2}{n^2} X_2',$$

откуда

$$X_2' = n^2 X_2 = (w_1/w_2)^2 X_2.$$

17.4. Анализ работы нагруженного трансформатора

Для приведенного трансформатора имеем следующие характеризующие его состояния уравнения:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + \underline{I}_1 (R_1 + jX_1);$$

$$\underline{E}'_2 = \underline{U}'_2 + \underline{I}'_2(R'_2 + jX'_2);$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1x} - \underline{I}'_2.$$

Предположим, что нагрузка трансформатора имеет активно-индуктивный характер:

$$\underline{Z}_н = R_н + jX_н.$$

Тогда напряжение вторичной обмотки

$$\underline{U}'_2 = \underline{I}'_2 \underline{Z}'_2 = \underline{I}'_2(R'_2 + jX'_2).$$

Электрическое состояние нагруженного трансформатора нагляднее всего анализируется с помощью векторной диаграммы (рис. 17.4). Построение векторной диаграммы нагруженного трансформатора начинаем с вектора магнитного потока $\underline{\Phi}_m$ как первопричины физических процессов в трансформаторе. Векторы ЭДС обмоток отстают от векторов $\underline{\Phi}_m$ на угол $\pi/2$. Вектор тока \underline{I}'_2 отстает от ЭДС \underline{E}'_2 на

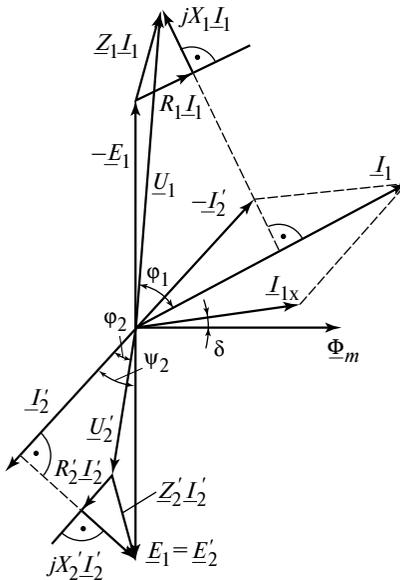


Рис. 17.4. Векторная диаграмма нагруженного трансформатора

угол $\psi_2 = \arctg \frac{X'_H + X'_2}{R'_H + R'_2}$. Пристраиваем к вектору \underline{E}'_2 вектор $-\underline{I}'_2(R'_2 + jX'_2)$ и находим \underline{U}'_2 , который опережает вектор тока \underline{I}'_2 на угол $\varphi_2 = \arctg \frac{X'_2}{R'_2}$.

Строим вектор тока холостого хода первичной обмотки \underline{I}_{1x} , который опережает вектор Φ_m на угол магнитного запаздывания (потерь) δ , обусловленный наличием гистерезиса в ферромагнитном материале магнитопровода. Далее строим вектор тока первичной обмотки $\underline{I}_1 = \underline{I}_{1x} - \underline{I}'_2$, а затем строим вектор напряжения первичной обмотки $\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + \underline{I}(R_1 + jX_1)$.

17.5. Схемы замещения трансформатора

Исследование работы трансформатора значительно упрощается, если реальный трансформатор заменить эквивалентной электрической схемой замещения, в которой магнитная связь между обмотками заменена электрической. Используют Т-образную схему замещения. Выделим в первичной и вторичной обмотках активные сопротивления обмоток R_1, R'_2 и индуктивные сопротивления X_1, X'_2 , определяемые потоками рассеяния.

Так как в приведенном трансформаторе $\underline{E}_1 = \underline{E}'_2$, то точки a и a' , b и b' имеют одинаковые потенциалы и их можно соединить, не вызывая перераспределения токов в катушках (рис. 17.5). Так как магнитный поток в магнитопроводе практически не зависит от

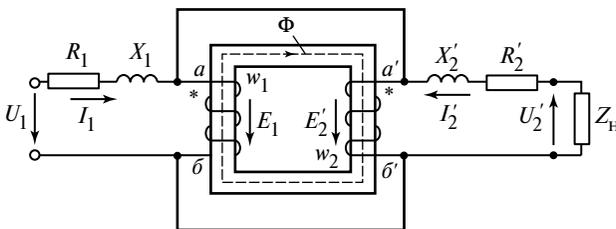


Рис. 17.5. Эквивалентная начальная схема замещения трансформатора

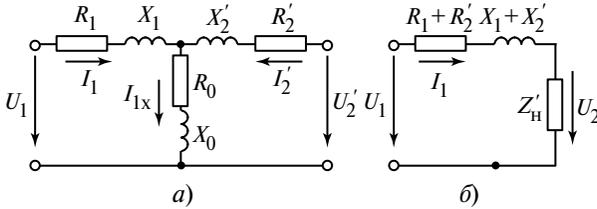


Рис. 17.6. Т-образная (а) и упрощенная (б) схемы замещения

нагрузки, то обмотки w_1 и w_2 можно на основании уравнения намагничивающих сил заменить одной обмоткой с током холостого хода \underline{I}_{1X} , а ее, в свою очередь, представить некоторыми эквивалентными активным и индуктивным сопротивлениями R_0, X_0 (рис. 17.6, а).

При многих практических расчетах током холостого хода пренебрегают и от Т-образной схемы замещения переходят к упрощенной (рис. 17.6, б).

17.6. Опыты холостого хода и короткого замыкания

Для определения ряда величин, характеризующих работу трансформатора, используют опыты холостого хода и короткого замыкания.

Схема включения приборов при опыте холостого хода представлена на рис. 17.7, а. В процессе опыта измеряют U_1, U_2, I_{1X}, P_0 при изменении U_1 от нуля до U_{1H} .

В данном опыте определяют:

1) коэффициент трансформации n . По показаниям вольтметров, пренебрегая падением напряжения в первичной обмотке $I_{1X}Z_1$, контролируют номинальное напряжение первичной обмотки и измеряют

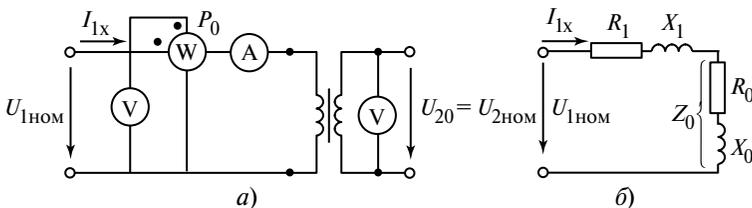


Рис. 17.7. Схема включения измерительных приборов (а) и схема замещения трансформатора (б) при опыте холостого хода

соответствующее напряжение вторичной обмотки. Коэффициент трансформации определяют по формуле

$$n = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{2\text{ном}}} = \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{20}},$$

где $U_{1\text{ном}}$, $U_{2\text{ном}}$ — номинальные значения напряжений обмоток, соответствующие номинальному (расчетному) режиму работы трансформатора;

2) ток холостого хода I_{1x} , измеренный амперметром, обычно выражают в процентах номинального тока первичной обмотки:

$$I_{1x}(\%) = \frac{I_{1x}}{I_{1\text{ном}}} 100;$$

3) потери в стали магнитопровода от гистерезиса. Мощность P_0 , потребляемая трансформатором из сети и измеряемая ваттметром, расходуется на покрытие потерь в первичной обмотке трансформатора:

$$P_0 = I_{1x}^2 R_0.$$

В реальных трансформаторах $R_1 \ll R_0$; $X_1 \ll X_0$, поэтому показания ваттметра P_0 равны мощности потерь в стали магнитопровода;

4) параметры контура схемы замещения (рис. 17.7, б) R_0 , X_0 :

$$Z_0 = U_{1\text{ном}}/I_{1x}; \quad R_0 = P_0/I_{1x}^2; \quad X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2};$$

5) коэффициент мощности холостого хода

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{I_{1x} U_{1\text{ном}}};$$

6) угол магнитных потерь

$$\delta = 90^\circ - \varphi_0.$$

Опыт короткого замыкания проводится при понижении первичного напряжения трансформатора до значения $U_{1к}$, при котором токи в обмотках равны номинальным (рис. 17.8, а).

При опыте короткого замыкания (так как он проводится при пониженном напряжении) потери в стали на гистерезис незначительны и ими пренебрегают. Считают, что вся мощность, потребляемая из сети, расходуется в сопротивлениях первичной и вторичной обмоток R_1 и R_2' .

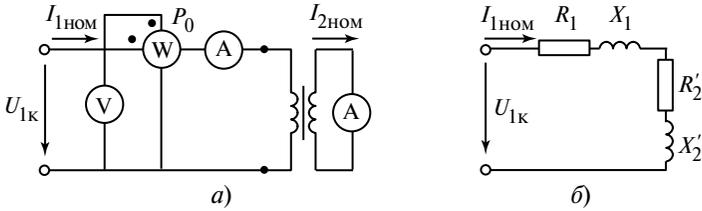


Рис. 17.8. Схемы включения измерительных приборов (а) и замещения трансформатора (б) при опыте короткого замыкания

В этом опыте определяют:

- 1) потери в обмотках при номинальных токах P_k (ваттметром);
- 2) параметры схемы замещения (рис. 17.8, б):

$$Z_k = \frac{U_{1k}}{I_{1H}}; \quad Z_k = \sqrt{R_k^2 + X_k^2};$$

$$R_k = R_1 + R_2'; \quad X_k = X_1 + X_2';$$

$$R_k = \frac{R_k}{I_{1H}^2}; \quad X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2};$$

$$R_1 = R_2' = R_k / Z; \quad X_1 = X_2' = X_k / Z;$$

- 3) реальные сопротивления вторичной обмотки:

$$R_2 = \frac{R_2'}{n^2}; \quad X_2 = \frac{X_2'}{n^2};$$

- 4) активное и реактивное падение напряжения в обмотках, %:

$$U_a^{(\%)} = \frac{I_{1НОМ} R_k}{n^2} 100 = \frac{P_k}{U_{1НОМ} I_{1НОМ}} 100 = \frac{P_k}{S_{1НОМ}} 100;$$

$$U_p^{(\%)} = \frac{I_{1НОМ} X_k}{U_{1НОМ}} 100;$$

- 5) полное падение напряжения короткого замыкания, %:

$$U_k^{(\%)} = \frac{I_{1НОМ} Z_k}{U_{1НОМ}} 100.$$

17.7. Коэффициент полезного действия (КПД) трансформатора

Коэффициент полезного действия трансформатора определяется отношением активной мощности вторичной обмотки к активной мощности первичной обмотки:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{\Sigma} + P_c} = \frac{P_2}{P_2 + P_k + P_0} = \frac{P_2}{P_2 + I_{1\text{НОМ}}^2 R_k + P_0},$$

где $P_{\Sigma} = P_k$ — электрические потери; $P_c = P_0$ — потери в стали.

Вводится коэффициент номинальной нагрузки

$$\beta = \frac{I_1}{I_{1\text{НОМ}}} \approx \frac{I_2}{I_{2\text{НОМ}}}.$$

Тогда

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 \frac{I_2}{I_{2\text{НОМ}}} = \beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_2;$$

$$I_1^2 R_k \frac{I_1^2}{I_{1\text{НОМ}}^2} = \beta^2 P_k.$$

Окончательное выражение КПД примет вид

$$\eta = \frac{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_2}{\beta S_{\text{НОМ}} \cos \varphi_2 + \beta^2 P_k + P_0}.$$

Таким образом, КПД зависит от нагрузки трансформатора: $\eta = f(\beta)$ (рис. 17.9).

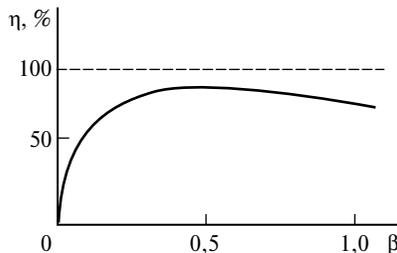


Рис. 17.9. Зависимость КПД трансформатора от тока нагрузки

У реального трансформатора η имеет максимум при коэффициенте нагрузки, примерно равном 0,5, и может достигать 99 %.

17.8. Внешняя характеристика трансформатора

Зависимость вторичного напряжения U_2 трансформатора от тока вторичной обмотки I_2 при $U_1 = \text{const}$ и $\cos \varphi_2 = \text{const}$ называется внешней характеристикой (рис. 17.10).

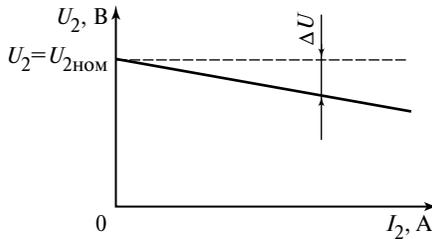


Рис. 17.10. Внешняя характеристика трансформатора

Изменение вторичного напряжения ΔU определяется выражениями

$$\Delta U(\%) = \frac{U_{2\text{ном}} - U_2}{U_{2\text{ном}}} 100;$$

$$\Delta U(\%) = \frac{U'_{2\text{ном}} - U'_2}{U'_{2\text{ном}}} 100 = \frac{U_1 - U'_2}{U_1} 100;$$

$$\Delta U(\%) \cong \beta(U_a(\%) \cos \varphi_2 + U_p(\%) \sin \varphi_2).$$

17.9. Трехфазные трансформаторы

Трансформирование электроэнергии трехфазного тока можно осуществить тремя однофазными трансформаторами или одним трехфазным трансформатором. На каждом из трех стержней трехфазного трансформатора размещается по две обмотки, принадлежащие одной фазе, одна из которых — первичная, а другая — вторичная (рис. 17.11).

Согласно ГОСТ начала обмоток обозначаются прописными буквами A, B, C , а концы — буквами X, Y, Z для первичных обмоток; для вторичных обмоток их начала обозначаются строчными буквами a, b, c , концы — x, y, z .

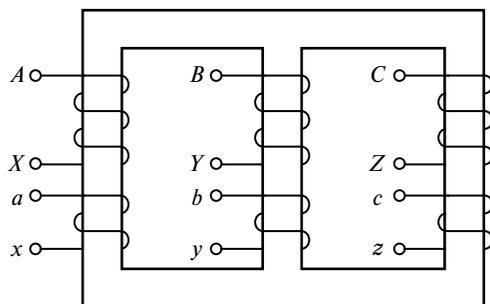


Рис. 17.11. Размещение обмоток трехфазного трансформатора

Физические процессы, происходящие в каждой фазе трехфазного трансформатора, ничем не отличаются от физических процессов в однофазном трансформаторе, и, следовательно, векторная диаграмма однофазного трансформатора может рассматриваться как диаграмма одной фазы трехфазного трансформатора.

Обмотки трехфазных трансформаторов могут соединяться звездой или треугольником, которые условно обозначаются символами \star и Δ . Если соединенная звездой обмотка имеет выведенную нейтральную точку, то к символу звезды приписывается значок 0 (\star_0). Схема соединений обмоток трансформатора обозначается в виде дроби, в числителе которой указан способ соединения первичной обмотки, а в знаменателе — вторичной обмотки. Например: \star_0/Δ — первичная обмотка соединена звездой с выводом нейтрали, а вторичная обмотка — треугольником.

Чтобы условно обозначить угол сдвига фаз между одноименными векторами линейных напряжений первичных и вторичных обмоток, принято деление трансформаторов по группам соединения обмоток. Для обозначения группы соединения трехфазного трансформатора положение векторов линейных напряжений первичной и вторичной обмоток сопоставляют с положением стрелок часов. Вектор линейного напряжения первичной обмотки совмещают с минутной стрелкой, когда она стоит на цифре 12, а вектор линейного напряжения вторичной обмотки — с часовой стрелкой, положение которой определяет номер группы (1, 2, 3, ... (12) 0).

Схемы соединений звездой и треугольником могут иметь 12 различных групп со сдвигом фаз линейных напряжений от нуля до 330° через каждые 30° . Большое разнообразие групп соединений

неудобно для эксплуатации, поэтому государственный стандарт ограничивает число различных схем и групп соединений тремя:

$\underline{\Delta}/\underline{\Delta}_0-0$ — наиболее распространенное соединение;

$\underline{\Delta}/\Delta-11$;

$\underline{\Delta}_0/\Delta-11$.

Числа нуль и 11 указывают группу соединений трансформаторов, сдвиг фаз которых нуль и 330° .

Коэффициент трансформации трехфазного трансформатора при соединении $\underline{\Delta}/\underline{\Delta}$ вычисляется как отношение линейных напряжений, при соединении $\underline{\Delta}/\Delta$ — как отношение фазных напряжений.

17.10. Параллельная работа трансформаторов

Для обеспечения более экономичной и надежной работы системы распределения энергии на подстанциях размещают несколько силовых трансформаторов. При выходе из строя одного трансформатора оставшиеся несут нагрузку потребителей. При снижении нагрузки некоторые трансформаторы отключают, чтобы остальные работали в режиме, близком к номинальному, с максимальным КПД. При параллельной работе одноименные зажимы разных трансформаторов подключаются к одной и той же фазе сети.

Условия совместимости параллельной работы трансформаторов проще рассмотреть на примере однофазных трансформаторов T_1 и T_2 по их схеме включения (рис. 17.12, а) и эквивалентной схеме (рис. 17.12, б).

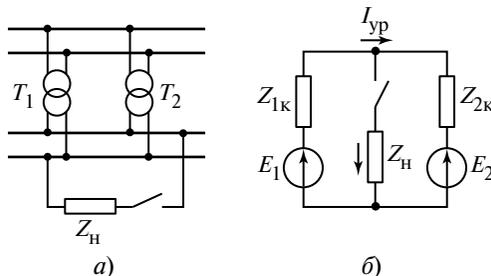


Рис. 17.12. Схема включения (а) и эквивалентная схема (б) двух параллельно включенных трансформаторов

При $E_1 \neq E_2$ в цепи будет течь уравнивающий ток $\underline{I}_{ур} = \frac{E_1 - E_2}{\underline{Z}_{1к} + \underline{Z}_{2к}}$ даже при отсутствии нагрузки.

По обобщенному закону Ома при подключенной нагрузке

$$\underline{I}_1 = \frac{E_1 - \underline{U}_{ном}}{\underline{Z}_{1к}}; \quad \underline{I}_2 = \frac{E_2 - \underline{U}_{ном}}{\underline{Z}_{2к}}.$$

При $E_1 = E_2$

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{Z}_{2к}}{\underline{Z}_{1к}}, \text{ но } \underline{Z}_{1к} = \frac{U_{1к} U_{ном}^2}{S_{1ном} \cdot 100} \text{ и } \underline{Z}_{2к} = \frac{U_{2к} U_{ном}^2}{S_{2ном} \cdot 100}.$$

Следовательно:

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{U_{2к} S_{1ном}}{U_{1к} S_{2ном}}.$$

При равенстве номинальных мощностей в трехфазных трансформаторах $S_{1ном} = S_{2ном}$ их токи нагрузки будут обратно пропорциональны напряжению короткого замыкания. Поэтому для правильного распределения нагрузки между трансформаторами T_1 и T_2 необходимо обеспечить:

- 1) одинаковый коэффициент трансформации (с точностью не менее $\pm 0,5\%$);
- 2) равенство напряжений короткого замыкания (с точностью не ниже $\pm 10\%$);
- 3) одинаковые группы соединений.

17.11. Автотрансформаторы

В отличие от силовых двухобмоточных трансформаторов автотрансформаторы имеют одну обмотку для высокого и низкого напряжений. При этом обмотка низкого напряжения является частью обмотки высокого напряжения. Поэтому обмотки имеют не только магнитную связь, но и гальваническую, следовательно, энергия тоже передается двумя путями: через гальваническую связь и через магнитную. Однофазный понижающий автотрансформатор изображен на рис. 17.13.

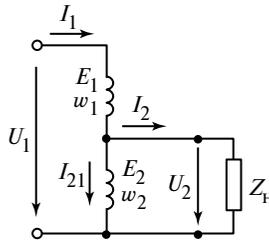


Рис. 17.13. Однофазный понижающий автотрансформатор

Высокое напряжение U_1 подведено к обмотке, имеющей w_1 витков. Часть этой обмотки, w_2 витков, — обмотка низкого напряжения. При разомкнутой вторичной обмотке устанавливается ток холостого хода, равный I_{1x} . Магнитодвижущая сила, создаваемая этим током $I_{1x}w_1$, индуцирует ЭДС в первичной и вторичной обмотках автотрансформатора по закону электромагнитной индукции ($E = 4,44fw_i\Phi_m$). Тогда коэффициент трансформации автотрансформатора приблизительно равен

$$n \approx \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{I_2}{I_1},$$

что равно коэффициенту трансформации обычного трансформатора. При включении нагрузки во вторичной цепи протекает ток I_2 , который создает МДС. Тогда магнитный поток в магнитопроводе становится равным

$$w_2 I_{21} = (w_2 - w_1) I_1 \text{ или } I_{21} = (1 - n) I_1.$$

Отсюда видно, что ток в общей части обмотки значительно меньше, так как автотрансформаторы обычно имеют коэффициент трансформации $1 < n < 3$. Поэтому при изготовлении автотрансформаторов затрачивается меньше ферромагнитного металла и проводов. Автотрансформаторы применяют как силовые устройства при передаче электрической энергии, для пуска мощных электрических двигателей и для регулирования напряжения. По условиям техники безопасности нельзя применять трансформаторы, у которых первичное напряжение относится к категории высоких напряжений, а вторичное — к категории низких. Потери энергии в автотрансформаторах меньше, чем в двухобмоточных, и, следовательно, автотрансформаторы обладают большим КПД.

17.12. Измерительные трансформаторы

Измерительные трансформаторы применяются для измерений в сетях высокого напряжения, защиты персонала от опасных значений напряжений и токов и для расширения пределов измерения стандартных приборов. Существует два типа измерительных трансформаторов: трансформаторы напряжения (ТН) и трансформаторы тока (ТТ).

Трансформаторы напряжения служат для подключения вольтметров, электрических счетчиков энергии, различного рода реле и других приборов. Трансформаторы напряжения изготавливаются таким образом, что напряжение вторичной обмотки имеет номинальное значение 100 В при любом номинальном напряжении первичной обмотки. Показания вольтметра умножаются на коэффициент трансформации или прибор градуируется на измеряемое напряжение.

Трансформаторы напряжения работают в режиме, близком к холостому ходу, и имеют классы точности 0,5; 1,0; 3,0.

Трансформаторы тока служат для подключения амперметров, электрических счетчиков энергии, различного рода реле и других приборов. Первичная обмотка трансформатора тока включается последовательно с нагрузкой, а во вторичную обмотку включается амперметр. Номинальный ток вторичной обмотки имеет значение 5 А при любом номинальном токе первичной обмотки. Так как внутреннее сопротивление амперметра мало, то трансформатор тока работает в режиме, близком к короткому замыканию. При нормальной работе трансформатора тока магнитодвижущая сила равна разности МДС обмоток ($I_1 w_1 - I_2 w_2$), а при размыкании вторичной обмотки МДС резко увеличивается, возрастают потери, трансформатор перегревается и, кроме того, возникают опасные напряжения, достигающие нескольких сотен вольт. Поэтому вторичную обмотку трансформатора тока нельзя оставлять разомкнутой.

Трансформаторы тока имеют классы точности 0,2; 0,5; 1,0; 3,0; 10.

Контрольные вопросы

1. Опишите устройство трансформатора.
2. На каком законе основан принцип действия трансформатора?
3. От каких величин и параметров зависит ЭДС вторичной обмотки трансформатора?
4. Назовите источники потерь энергии в трансформаторе при холостом ходе.
5. Какой схемой замещения представляется трансформатор при холостом ходе?

6. Как зависят ток первичной обмотки и магнитный поток в магнитопроводе трансформатора от нагрузки трансформатора?
7. Для чего приводят параметры вторичной обмотки к первичной?
8. Как рассчитывают приведенные ток, напряжение, ЭДС и сопротивления?
9. Как определяются параметры схемы замещения трансформатора?
10. Постройте и поясните векторную диаграмму приведенного трансформатора.
11. Как определяют мощность потерь энергии в магнитопроводе и обмотках трансформатора?
12. Почему уменьшается напряжение вторичной обмотки трансформатора при увеличении тока нагрузки?
13. Какую зависимость называют внешней характеристикой трансформатора?
14. Как определяется КПД трансформатора и от чего он зависит?
15. При какой нагрузке трансформатор имеет максимальный КПД и как определить эту нагрузку?
16. Как устроен трехфазный трансформатор?
17. Какие способы соединения и группы соединения приняты для трехфазных трансформаторов?
18. В чем преимущество автотрансформатора по сравнению с двухобмоточным трансформатором?
19. Каково назначение измерительных трансформаторов?

Темы рефератов

1. Нагруженный трансформатор. Анализ работы, схема замещения, измерения параметров.
2. Экспериментальное определение параметров трансформатора в режиме холостого хода.

Раздел 6

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Глава 18

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

18.1. Основные понятия и уравнения электромагнитного поля

Отдельное рассмотрение электрического и магнитного полей (как в главах 1, 4 настоящего учебника) уместно лишь для относительно простых случаев, когда рассматриваются системы неподвижных заряженных тел (электрическое поле) либо системы неподвижных контуров с постоянными токами (магнитное поле). В случае же движения заряженных или намагниченных тел, а также контуров с токами в пространстве либо изменения во времени зарядов необходимо рассматривать переменное во времени электромагнитное поле.

Электромагнитное поле — особый вид материи, определяющийся во всех точках пространства двумя векторными величинами, которые характеризуют две его стороны, называемые «электрическое поле» и «магнитное поле», и оказывающий силовое воздействие на заряженные частицы, зависящее от скорости и значения их заряда.

Электромагнитное поле проявляется в воздействии на частицу с зарядом Q , движущуюся в поле со скоростью v^c , силой

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_э + \mathbf{F}_м = Q\mathbf{E} + Q[\mathbf{v}\mathbf{B}],$$

называемой силой Лоренца. Эта сила имеет две составляющие: электрическую $\mathbf{F}_э = Q\mathbf{E}$, не зависящую от скорости \mathbf{v} и пропорциональную напряженности электрического поля \mathbf{E} (см. гл. 1), и магнитную $\mathbf{F}_м = Q[\mathbf{v}\mathbf{B}]$, пропорциональную векторному произведению скорости заряда \mathbf{v} на магнитную индукцию \mathbf{B} . Таким образом, для описания электромагнитного поля в каждой точке пространства необходимо привлекать два вектора \mathbf{E} и \mathbf{B} , характеризующих его электрическую и магнитную стороны.

Основные уравнения электромагнитного поля можно получить, объединив основные уравнения электрического (см. гл. 1) и магнитного (см. гл. 4) полей с уравнением их связи:

$$\oint \mathbf{D} \, ds = Q, \quad \oint \mathbf{B} \, ds = 0, \quad \oint \mathbf{E} \, dl = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \oint \mathbf{H} \, dl = i,$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\delta}_{\text{пр}} + \boldsymbol{\delta}_{\text{пер}} + \boldsymbol{\delta}_{\text{см}} = \gamma \mathbf{E} + (\rho_+ \mathbf{v}^+ + \rho_- \mathbf{v}^-) + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

где \mathbf{E} и \mathbf{D} — векторы напряженности электрического поля и электрического смещения; \mathbf{B} и \mathbf{H} — векторы магнитной индукции и напряженности магнитного поля; ε — абсолютная электрическая проницаемость среды; μ — абсолютная магнитная проницаемость среды; γ — удельная проводимость среды; $\boldsymbol{\delta}$ — плотность полного тока; $\boldsymbol{\delta}_{\text{пр}} = \gamma \mathbf{E}$ — плотность тока проводимости; $\boldsymbol{\delta}_{\text{пер}} = \rho_+ \mathbf{v}_+ + \rho_- \mathbf{v}_-$ — плотность тока переноса; $\boldsymbol{\delta}_{\text{см}} = \partial \mathbf{D} / \partial t$ — плотность тока смещения; ρ_+ , ρ_- — объемные плотности положительных и отрицательных зарядов; \mathbf{v}_+ , \mathbf{v}_- — скорости движения положительных и отрицательных зарядов.

В полученной системе уравнений, называемых уравнениями Максвелла, первое и третье уравнения, представляющие собой математическую запись постулата Максвелла и закона электромагнитной индукции, говорят о том, что источником электрического поля являются электрические заряды и изменение магнитного поля. Второе уравнение — математическая запись принципа непрерывности магнитного потока — свидетельствует об отсутствии магнитных зарядов как источников магнитного поля (сравните его с первым уравнением). Четвертое уравнение — математическая запись закона полного тока — говорит о том, что единственным источником магнитного поля является электрический ток. Пятое и шестое уравнения указывают на связь между векторами \mathbf{D} и \mathbf{E} , \mathbf{B} и \mathbf{H} , используемыми в первых четырех уравнениях. Седьмое уравнение представляет собой общее выражение плотности тока через основные понятия электрического поля. Полученная замкнутая фундаментальная система уравнений лежит в основе теории электромагнитного поля и теоретической электротехники в целом.

18.2. Переменное электромагнитное поле в диэлектрике. Электромагнитная волна

Рассмотрим электромагнитное поле в среде, окружающей два провода с током (рис. 18.1). Векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} взаимно перпендикулярны, а их произведение определяет вектор Пойнтинга

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}],$$

направление которого, определяемое по правилу правой руки, указывает на направление передачи энергии электромагнитного поля в данной точке, а его значение дает мощность потока этой энергии, отнесенную к единице поверхности, нормальной к этому направлению. Интересно, что если ЭДС источника, а следовательно, и тока i , напряженности \mathbf{E} и \mathbf{H} изменяются по синусоидальному закону (т.е. направления векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} периодически меняются на противоположные), то направление вектора Пойнтинга в каждой точке в любой момент времени остается неизменным — энергия всегда передается от ее источника к потребителю, т.е. в рассматриваемом примере от генератора к приемнику $R_{\text{п}}$. На поверхности проводов вектор \mathbf{S} направлен от поверхности внутрь проводника. Таким образом, если поток электромагнитной энергии поступает в провода и преобразуется в них в теплоту, то энергия от источника к нагрузке передается не по проводам, а по пространству вокруг проводов. В проводах электромагнитная энергия тратится (преобразуется в теплоту).

Для уяснения механизма передачи электромагнитной энергии в пространстве (диэлектрической среде) удобно ввести понятие электромагнитной волны. Поскольку векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} в каждой точке пространства ортогональны, то для определенности положим, что вектор \mathbf{E} направлен по оси Ox , вектор \mathbf{H} — по оси Oy , тогда вектор \mathbf{S} будет

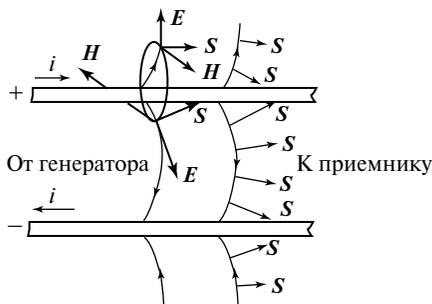


Рис. 18.1. Направление потоков энергии в пространстве вокруг проводов и на поверхности проводов двухпроводной линии

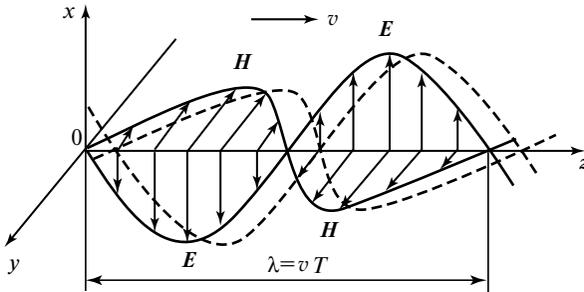


Рис. 18.2. Плоская электромагнитная волна в диэлектрической среде без потерь

направлен по оси Oz . При синусоидальном изменении напряженностей $E = E_{xm} \sin(\omega t + \psi)$, $H = H_{ym} \sin(\omega t + \psi)$ в некоторой точке M пространства в направлении Oz эти напряженности также будут изменяться по синусоидальному закону. На рис. 18.2 такая картина изображена для некоторого момента времени. Со временем картина поля перемещается в направлении оси Oz , т.е. в направлении вектора S с некоторой скоростью v . Скорость распространения электромагнитной волны оказывается равной $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$, где μ и ϵ — магнитная и диэлектрическая проницаемости среды. В пустоте эта скорость равна скорости света:

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 2,998 \cdot 10^8 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с,}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная, а $\epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0}$ — элек-

трическая постоянная.

Таким образом, переменное электромагнитное поле распространяется в окружающей среде со скоростью, зависящей от магнитных и электрических свойств среды.

18.3. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде. Явление поверхностного эффекта, активное сопротивление проводов

При проникновении электромагнитной волны из окружающего пространства в проводящую среду амплитуды напряженностей E и H по мере проникновения волны в глубь проводящей среды убывают по

показательному закону. Так, амплитуды колебаний напряженностей \mathbf{E} и \mathbf{H} на глубине, равной длине волны, составят лишь 0,187 % амплитуд этих колебаний на поверхности металла, т.е. уменьшатся в 536 раз ($e^{2\pi}$). Длина волны λ (расстояние, на котором фаза колебаний изменяется на 2π) обратно пропорциональна корню квадратному из произведения частоты колебаний f , магнитной проницаемости μ и удельной проводимости проводящей среды γ :

$$\lambda = \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{f\mu\gamma}},$$

а глубина проникновения волны (глубина, на которой волна затухает в e раз)

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f\mu\gamma}}.$$

Так, для ферромагнитного материала ($\mu \approx 10^3\mu_0$, $\gamma = 10^7$ См/м) длина волны $\lambda = 0,45 \cdot 10^{-2}$ м при промышленной частоте $f = 50$ Гц и $\lambda = 0,45 \cdot 10^{-4}$ м при частоте $f = 500$ кГц. Таким образом, вся энергия, поступающая из окружающего пространства в проводящую среду, практически полностью поглощается в слое толщиной в 2π раз меньше λ , преобразуясь в основном в теплоту.

Явление подобного неравномерного распределения поля используется, в частности, для поверхностной закалки металлов. Для этого изделия помещаются в специальное устройство — индуктор, в котором подвергаются воздействию высокочастотного электромагнитного поля. Разогретый высокочастотным полем поверхностный слой металлов затем резко охлаждают, придавая ему новые прочностные свойства.

Помимо неравномерного распределения поля по сечению проводника сходный эффект имеет место и при распределении плотности тока. Оказывается, при переменном токе наибольшая его плотность будет в приповерхностном слое, а наименьшая — в центре проводника. Этот эффект, называемый поверхностным эффектом, проявляется тем сильнее, чем выше частота f изменения тока. На сверхвысоких частотах (СВЧ) он принимает характер резкого поверхностного эффекта, при котором весь ток оказывается сосредоточенным в приповерхностном слое проводника на глубине проникновения волны. Последнее обстоятельство может быть объяснено тем, что передаваемая от источника к нагрузке в окружающем проводник пространстве

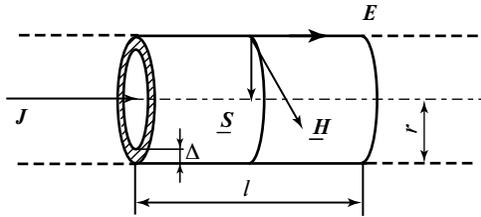


Рис. 18.3. К расчету сопротивления проводника переменному току

энергия проникает в проводник только на глубину Δ (рис. 18.3). Зная это, проводники (волноводы) для передачи электромагнитной энергии в СВЧ-диапазоне делают полыми с толщиной стенки, сопоставимой со значением Δ . Неравномерность распределения плотности тока по сечению проводника приводит к тому, что его активное сопротивление при переменном токе оказывается больше электрического сопротивления при постоянном токе. Если l — длина проводника, k — периметр, а S — площадь его сечения, то активное сопротивление при резком поверхностном эффекте

$$R = l / (\gamma S_{\text{эфф}}),$$

где $S_{\text{эфф}} = k\Delta = k \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\gamma}}$.

Сопротивление R_0 проводника при постоянном токе

$$R_0 = l / (\gamma S).$$

Таким образом, сопротивление проводника при резком поверхностном эффекте увеличивается в $\frac{R}{R_0} = \frac{S}{S_{\text{эфф}}} = \frac{S}{k} \sqrt{\frac{\omega\mu\gamma}{2}}$ раз. Кроме активного сопротивления при резком поверхностном эффекте провод обладает и индуктивным реактивным сопротивлением $X = R$. Таким образом, внутреннее сопротивление проводника на переменном токе

$$Z_{\text{вн}} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\gamma}} (1 + j).$$

Увеличение активного сопротивления элементов цепей с ростом частоты — обстоятельство, которое необходимо учитывать при проектировании и эксплуатации электроустановок. Особенно следует обращать внимание на наличие высших гармоник, поскольку они также влияют на эквивалентные параметры цепей.

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой электромагнитное поле?
2. Как проявляется электромагнитное поле?
3. Каковы источники электромагнитного поля?
4. Какими уравнениями описывается электромагнитное поле?
5. Как определяется вектор Пойнтинга, на что указывает его направление и какую мощность определяет его значение?
6. Как передается и где теряется энергия в системе источник — проводник с током, окруженный диэлектриком — нагрузкой?
7. Каковы направление и скорость распространения плоской электромагнитной волны в диэлектрике?
8. Что происходит с электромагнитной волной при ее проникновении из окружающего пространства в проводящую среду?
9. Как определяется и от чего зависит глубина проникновения волны в проводящую среду?
10. В чем заключается явление поверхностного эффекта, когда он переходит в резкий поверхностный эффект, и как изменяются активное и индуктивное сопротивления проводника при резком поверхностном эффекте?

Темы рефератов

1. Волновые процессы переменного электромагнитного поля в диэлектрике и проводящей среде.
2. Явление и практическое использование поверхностного эффекта.

Глава 19

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

19.1. Понятие переходных процессов и причины их возникновения

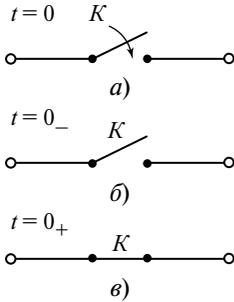
Процесс перехода от одного установившегося режима электрической цепи к другому установившемуся режиму называют переходным процессом.

Причины переходных процессов могут быть самыми различными. Это могут быть скачкообразные изменения параметров элементов цепей, включения или отключения нагрузок или генераторов, изменения топологии цепей, обусловленные, например, разрывом ее ветвей или их коротким замыканием, и т.д. Эти процессы могут возникнуть как при нормальной технологии эксплуатации соответствующих электроустановок, так и при аварийных обстоятельствах. Токи и напряжения в цепях во время переходных процессов называют переходными токами и напряжениями. Заметим, что переходные токи $i(t)$ и напряжения $u(t)$ заведомо будут непериодическими функциями времени в отличие от токов и напряжений установившихся режимов, являющихся периодическими функциями (см. § 2.4).

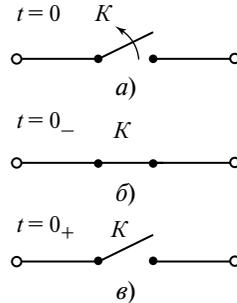
19.2. Коммутационные явления. Зависимые и независимые начальные условия

При изучении переходных процессов в электрических цепях начало их возникновения принято связывать с изменением положения некоторого ключа K — его замыканием (рис. 19.1, *a*) или размыканием (рис. 19.2, *a*). Процесс изменения положения ключа называют коммутацией, а обусловленные этим процессом одномоментные изменения токов и напряжений элементов электрической цепи — коммутационными явлениями. Для удобства исследования этих явлений и переходных процессов в целом обычно полагают, что коммутация происходит в момент времени $t = 0$. При этом, если она реально происходит в момент $t = t_1$, вводят фиктивное время $t' = t - t_1$, в котором коммутация будет происходить в момент $t' = 0$.

Поскольку при коммутациях изменяется топология цепи, а токи и напряжения многих ее элементов скачкообразно изменяют свое значение, то сам момент коммутации $t = 0$ разделяют на два момента: момент $t = 0_-$ — до изменения положения ключа K и момент $t = 0_+$ —

**Рис. 19.1. Замыкание ключа K :**

a — процесс замыкания; $б$ — положение ключа в момент $t = 0_-$; $в$ — положение ключа в момент $t = 0_+$

**Рис. 19.2. Размыкание ключа K :**

a — процесс размыкания; $б$ — положение ключа в момент $t = 0_-$; $в$ — положение ключа в момент $t = 0_+$

после его изменения. Так, при замыкании ключа (рис. 19.1, a) различают два его положения: непосредственно до замыкания (рис. 19.1, $б$), когда $t = 0_-$, и непосредственно после замыкания (рис. 19.1, $в$), когда $t = 0_+$. Аналогично при размыкании ключа (рис. 19.2, a) различают предшествующее положение (рис. 19.2, $б$), когда $t = 0_-$, и последующее (рис. 19.2, $в$), когда $t = 0_+$.

Значения токов и напряжений элементов цепи в момент $t = 0_+$ называют начальными условиями переходного процесса. Начальные условия принято разделять на независимые начальные условия, т.е. те, которые не меняют скачкообразно своего значения при коммутациях, и зависимые, которые могут скачкообразно менять свои значения при коммутациях. Независимыми начальными условиями являются токи $i_L(0)$ индуктивных и напряжения $u_C(0)$ емкостных элементов:

$$i_L(0) = i_L(0_-) = i_L(0_+);$$

$$u_C(0) = u_C(0_-) = u_C(0_+).$$

Приведенные соотношения представляют собой математическую запись законов коммутации:

токи в индуктивных элементах в момент коммутации не изменяются;

напряжения в емкостных элементах в момент коммутации не изменяются.

Доказательство законов коммутации основывается на том, что энергия магнитного поля $W_M = Li_L^2/2$ и электрического поля $W_3 = Cu_C^2/2$ в момент $t = 0$ не может меняться скачком. В противном случае в цепи развивались бы бесконечные мощности $p_L = \frac{dW_M}{dt}$, $p_C = \frac{dW_3}{dt}$, что невозможно. Все остальные значения токов и напряжений элементов, включая напряжения на индуктивных элементах $u_L(t)$ и токи емкостных элементов $i_C(t)$ в момент $t = 0$ могут меняться скачкообразно, т.е. в общем случае $u_L(0_-) \neq u_L(0_+)$ и $i_C(0_-) \neq i_C(0_+)$.

Пример 19.1. При $t = 0_-$ в цепи, изображенной на рис. 19.3:

$$u_C(0_-) = U, u_R(0_-) = 0, i_C(0_-) = i_R(0_-) = 0,$$

а при $t = 0_+$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U, u_R(0_+) = u_C(0_+) = U,$$

$$i_R(0_+) = U/R, i_C(0_+) = -i_R(0_+).$$

Таким образом, $u_C(0) = u_C(0_-) = u_C(0_+)$ — независимые начальные условия, а $i_C(0_+)$, $i_R(0_+)$, $u_R(0_+)$ — начальные условия.

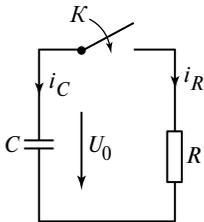


Рис. 19.3. Разряд заряженного конденсатора на резистор

Заметим, что так как токи индуктивных и напряжения емкостных элементов не меняются при переходе от момента $t = 0_-$ к моменту $t = 0_+$, то нет и необходимости для этих токов и напряжений конкретизировать переход $t = 0_- \rightarrow t = 0_+$. Поэтому для независимых начальных условий используется обычно запись $i_L(0)$ и $u_C(0)$. Расчет зависимых начальных условий проводится для момента $t = 0_+$, характеризующего новое положение ключа K , путем решения уравнений первого и второго законов Кирхгофа с известными значениями источников ЭДС $e(0)$, тока $J(0)$ и независимых начальных условий $i_L(0)$, $u_C(0)$, что и было осуществлено в данном примере.

19.3. Расчет переходных процессов в цепях с одним накопителем энергии: представление переходных токов и напряжений в виде сумм установившихся и преходящих составляющих

Поскольку переходный процесс заканчивается выходом на новый установившийся режим, то переходные токи $i = i(t)$ и напряжения $u = u(t)$ удобно представлять в виде сумм токов $i_{уст} = i_{уст}(t)$ и напряжений $u_{уст} = u_{уст}(t)$ нового установившегося режима и неких преходящих токов $i_{прех} = i_{прех}(t)$ и напряжений $u_{прех} = u_{прех}(t)$:

$$i = i_{уст} + i_{прех}, \quad u = u_{уст} + u_{прех}.$$

Здесь под преходящими токами и напряжениями понимается разность между переходными и установившимися токами и напряжениями. Метод расчета переходных процессов, основанный на принципе наложения и раздельном поиске установившихся и преходящих составляющих переходных токов и напряжений называют классическим методом расчета переходных процессов в электрических цепях. Методика расчета переходных процессов в электрических цепях с одним накопителем классическим методом сводится к следующим действиям:

1. Из расчета предшествующего коммутации режима цепи находят независимое начальное условие — ток индуктивного элемента $i_L(0_-)$ или напряжение емкостного элемента $u_C(0_-)$.

2. Пользуясь законами коммутации и законами Кирхгофа, находят начальное условие (зависимое и независимое) для рассчитываемого тока $i(t)$ или напряжения $u(t)$.

3. По законам Кирхгофа и компонентным уравнениям элементов электрической цепи составляют уравнения

$$\frac{di}{dt} + ai = f, \quad i(0_+) = i_0, \quad t \geq 0_+$$

или

$$\frac{du}{dt} + au = f, \quad u(0_+) = u_0, \quad t \geq 0_+,$$

описывающие переходный процесс относительно искомой переменной $i(t)$ или $u(t)$. Здесь $a > 0$ — коэффициент, значение которого определяется параметрами пассивных элементов цепи, а $f = f(t)$ — действующая функция, определяемая параметрами как пассивных, так и активных (источников ЭДС и тока) элементов цепи.

4. Из результатов расчета установившегося режима для нового положения ключа находят установившийся ток $i_{уст} = i_{уст}(t)$ или напряжение $u_{уст} = u_{уст}(t)$.

5. Переходный ток или напряжение находят в виде суммы $i = i_{уст} + i_{перех}$ или $u = u_{уст} + u_{перех}$, где переходящий ток или напряжение имеют вид $i_{перех} = Ae^{-at}$ или $u_{перех} = Ae^{-at}$. Здесь постоянная интегрирования A находится из условия $i(0_+) = i_{уст}(0_+) + i_{перех}(0_+)$ или $u(0_+) = u_{уст}(0_+) + u_{перех}(0_+)$, и поскольку $i_{перех}(0_+) = Ae^0 = A$ или $u_{перех}(0_+) = Ae^0 = A$, то $A = i(0_+) - i_{уст}(0_+)$ или $A = u(0_+) - u_{уст}(0_+)$.

Рассчитав согласно представленной методике переходный ток (переходное напряжение) некоторого элемента цепи $x = x(t)$, $t \geq 0_+$, остальные переходные токи и напряжения легко определить из законов Кирхгофа и компонентных уравнений цепи.

Пример 19.2. Рассчитаем классическим методом ток $i = i_R$ разряда предварительно заряженного до напряжения U_0 конденсатора с емкостью C на резистор с сопротивлением R (см. рис. 19.3). Далее:

1. Находим независимое начальное условие $u_C(0_-) = U_0$.
2. Определяем зависимое начальное условие рассчитываемого тока

$$i(0_+) = \frac{u_R(0_+)}{R} = \frac{u_C(0_+)}{R} = \frac{u_C(0_-)}{R} = \frac{U_0}{R}.$$

3. Составляем дифференциальное уравнение, описывающее переходный процесс в рассматриваемой цепи. Для этого воспользуемся уравнениями первого $i_R + i_C = 0$ и второго $u_R - u_C = 0$ законов Кирхгофа и компонентными уравнениями резистивного $u_R = Ri_R$ и емкостного

$i_C = C \frac{du_C}{dt}$ элементов цепи. Из этих уравнений следует

$$i = i_R = -C \frac{du_C}{dt} = -C \frac{du_R}{dt} = -C \frac{dRi}{dt} = -RC \frac{di}{dt},$$

и тогда искомое уравнение имеет вид

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i = 0, \quad i(0_+) = \frac{U_0}{R}, \quad t \geq 0_+.$$

4. В новом установившемся режиме (при замкнутом положении ключа при $t \rightarrow 0$) ток будет равен нулю, т.е. $i_{уст} = 0$.

5. Искомый переходный ток имеет вид

$$i = i_{\text{уст}} + i_{\text{прех}} = i_{\text{прех}} = Ae^{-at}, \quad t \geq 0_+,$$

где $a = 1/(RC)$. При этом постоянная интегрирования $A = i(0_+) - i_{\text{уст}}(0_+) = U_0/R - 0 = U_0/R$. Окончательно имеем

$$i = \frac{U_0}{R} e^{-t/(RC)}.$$

Остальные переходные токи и напряжения рассматриваемой цепи могут быть найдены по уравнениям Кирхгофа и компонентным уравнениям. Так, переходное напряжение емкостного элемента имеет вид

$$u_C = u_R = Ri_R = Ri = U_0 e^{-t/(RC)}, \quad t \geq 0_+.$$

Графики переходного тока и переходного напряжения представлены на рис. 19.4. В них учтено, что в момент $t = 0$ ток i меняется скачкообразно, а напряжение на емкости $u_C(0) = u_C(0_-) = u_C(0_+) = U_0$ не меняет своего значения.

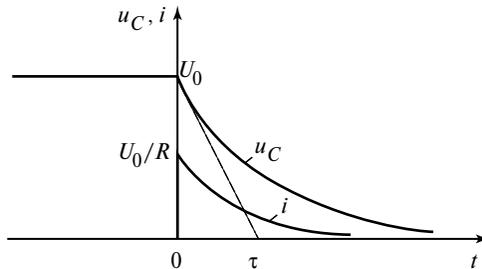


Рис. 19.4. Графики переходного тока и переходного напряжения на конденсаторе при его разряде на резистор

Оценим энергетику процесса разряда конденсатора на резистор. До замыкания ключа емкостный элемент концентрировал энергию электрического поля $W_3 = CU_0^2/2$. Во время переходного процесса в каждый момент времени t в резисторе согласно закону Джоуля—Ленца выделялась мощность $p = Ri^2$, которая за время $t \in [0, \infty)$ расходовалась на теплоту:

$$\int_0^{\infty} Ri^2 dt = \int_0^{\infty} R \left(\frac{U_0}{R} e^{-t/(RC)} \right)^2 dt = \frac{U_0^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-2t/(RC)} dt =$$

$$= \frac{U_0^2}{R} \left| -\frac{RC}{2} e^{-2t/(RC)} \right|_0^\infty = \frac{U_0^2}{R} \left(0 + \frac{RC}{2} \right) = \frac{CU_0^2}{2}.$$

Таким образом, вся энергия электрического поля конденсатора W_3 за время переходного процесса преобразовалась в теплоту.

Пример 19.3. Рассчитаем ток включения индуктивной катушки с сопротивлением R (RL -цепи) на постоянное напряжение U_0 (рис. 19.5).

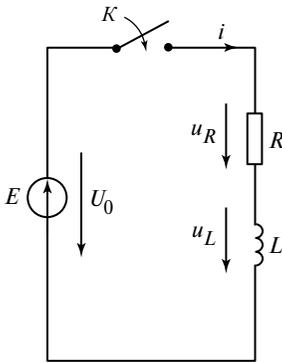


Рис. 19.5. Включение RL -цепи на постоянное напряжение

1. Находим независимое начальное условие $i_L(0_-) = i_L(0_+) = 0$.

2. Интересующее нас начальное условие $i(0_+) = i_L(0_+) = 0$.

3. Составляем дифференциальное уравнение цепи. Из второго закона Кирхгофа $u_L + u_R = U_0$ и компонентных уравнений индуктивного $u_L = L \frac{di}{dt}$ и резистивного

$$u_R = Ri \text{ элементов имеем } \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{U_0}{L},$$

$$i(0_+) = i_0 = 0.$$

4. В новом установившемся режиме

$$i = \frac{U_0}{R}.$$

5. Искомый переходный ток имеет вид

$$i = i_{\text{перех}} + i_{\text{уст}} = Ae^{-at} + \frac{U_0}{R}, \quad t \geq 0_+,$$

где $a = R/L$. Постоянная интегрирования

$$A = i(0_+) - i_{\text{уст}}(0_+) = 0 - \frac{U_0}{R} = -\frac{U_0}{R}.$$

Окончательно имеем

$$i = i_{\text{перех}} + i_{\text{уст}} = \frac{U_0}{R} - \frac{U_0}{R} e^{-t/(RC)} = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-t/(RC)}).$$

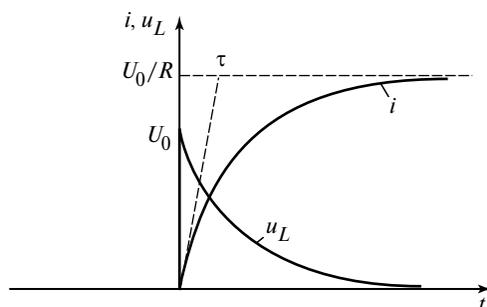


Рис. 19.6. Графики переходного тока и переходного напряжения на индуктивном элементе при включении RL -цепи на постоянное напряжение

Для переходного напряжения индуктивного элемента имеем

$$u_L = U_0 - u_R = U_0 - Ri = U_0 - U_0(1 - e^{-t/(RC)}) = U_0 e^{-t/(RC)}.$$

Графики переходных тока i и напряжения u_L представлены на рис. 19.6.

19.4. Постоянные времени цепей с одним накопителем энергии

Теоретически переходный процесс длится бесконечно долго, поскольку в переходных токах $i = i_{уст} + i_{перех} = i_{уст} + Ae^{-at}$ и напряжениях $u = u_{уст} + u_{перех} = u_{уст} + Ae^{-at}$ переходящие составляющие, экспоненциально убывая, существуют при сколь угодно больших значениях t . Однако можно заметить, что за время $t = \tau = 1/a$ эти составляющие уменьшаются по модулю в $e^{at} = e^1 = 2,73$ раза. Поэтому в инженерной практике временем окончания переходного процесса принято считать значение $(3 \div 5)\tau$, где τ называют постоянной времени цепи. Постоянная времени — это значение времени, за которое переходящая составляющая переходного тока убывает в e раз. Как было показано в предыдущем параграфе, коэффициент a в уравнении простейшей RL -цепи равен R/L , следовательно, ее постоянная времени $\tau = L/R$. Для простейшей RC -цепи $a = 1/(RC)$, следовательно, ее постоянная времени $\tau = RC$. Графически постоянная времени изображается подкасательной к графику переходящего тока или напряжения

(см. рис. 19.4, 19.6). Чем больше будет значение постоянной времени цепи с одним накопителем, тем дольше будет длиться переходный процесс в цепи. Так, при больших значениях индуктивности L и малых значениях сопротивления R постоянная времени $\tau = L/R$, а следовательно, и длительность переходного процесса будет большей. При малых значениях L и больших значениях R такая постоянная времени и длительность переходного процесса будут малыми. Аналогично в простейших RC -цепях $\tau = RC$ и длительность переходного процесса будут большими при больших значениях R и C и соответственно малыми при малых значениях R и C .

19.5. Характер переходных процессов в цепях с несколькими накопителями энергии

Переходные процессы в таких цепях описываются дифференциальными уравнениями высоких порядков. Например, переходный ток в таких цепях описывается уравнением

$$\frac{d^n i}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} i}{dt^{n-1}} + a_2 \frac{d^{n-2} i}{dt^{n-2}} + \dots + a_{n-1} \frac{di}{dt} + a_n = f.$$

Решение подобного уравнения — переходный ток можно также представить в виде суммы установившегося тока $i_{уст}$ и преходящего $i_{прех}$, т.е. $i = i_{уст} + i_{прех}$. Преходящий ток здесь будет иметь вид

$$i_{прех} = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} + \dots + A_n e^{\alpha_n t},$$

где A_1, A_2, \dots, A_n — постоянная интегрирования, определяемая независимыми начальными условиями цепи, а $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ — корни характеристического уравнения

$$\alpha^n + a_1 \alpha^{n-1} + \dots + a_{n-1} \alpha + a_n = 0,$$

соответствующего исходному уравнению. Поэтому преходящая составляющая переходного тока уже не будет экспоненциально убывающей функцией, как в случае цепи с одним накопителем. Заметим, что часто это будет не монотонная функция, вид которой определяется соотношением слагаемых $A_i e^{\alpha_i t}$ и значениями корней α_i , называемых также собственными частотами цепи. В числе корней α_i ($i = 1, 2, \dots, n$) характеристического уравнения могут быть не только

вещественные, но и комплексно-сопряженные числа $\alpha = \delta \pm j\omega$. Тогда в переходном и, следовательно, переходном токе (напряжении) появятся колебательно убывающие составляющие вида $Be^{-\delta t} \sin(\omega t + \psi)$.

Таким образом, характер переходных процессов в электрических цепях определяется их собственными частотами $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, которые удовлетворяют следующим требованиям:

1. Число собственных частот, называемое порядком цепи, $n = n_L + n_C - n_{pL} - n_{кС}$, где n_L и n_C — числа индуктивных и емкостных элементов цепи, n_{pL} — число особых *разрезов* цепи, состоящих из индуктивных элементов или из индуктивных элементов и источников тока, $n_{кС}$ — число особых контуров цепи, состоящих из емкостных элементов или из емкостных элементов и источников ЭДС.

2. Комплексные частоты цепи могут быть только комплексно-сопряженными, т.е. если есть частота $\delta + j\omega$, то должна быть и частота $\delta - j\omega$, так как в противном случае переходящий ток имел бы комплексный характер, что невозможно.

3. Вещественные части собственных частот $\text{Re } \alpha_j, j = 1, 2, \dots, n$, не положительны, так как в противном случае переходный ток $i = i_{уст} +$

$+ i_{\text{прех}} = i_{уст} + \sum_{j=1}^n A_j e^{\alpha_j t}$ стремился бы при $t \rightarrow \infty$ не к установившемуся току, а к бесконечности.

19.6. Расчет переходных процессов в цепях с несколькими накопителями классическим методом

При расчете классическим методом переходных процессов в сложных цепях, содержащих несколько накопителей энергии, искомым переходной ток представляется в виде суммы установившегося и переходящего токов

$$i = i_{уст} + i_{\text{прех}} = i_{уст} + \sum_{j=1}^n A_j e^{\alpha_j t}$$

с последующим отдельным определением этих составляющих. Методика такого расчета сводится к следующим действиям.

1. Из расчета предшествующего коммутации режима находят независимые начальные условия — токи индуктивных $i_{L_j(0_-)}$ и напряжения емкостных $u_{C_j(0_-)}$ элементов.

2. Пользуясь законами коммутации, законами Кирхгофа, компонентными уравнениями и правилами дифференцирования и интегрирования, находим начальные условия — значение искомого тока вместе со значениями его первых $(n - 1)$ -производных, где n — порядок сложности цепи для момента $t = 0_+$.

3. По законам Кирхгофа, компонентным уравнениям и правилам дифференцирования и интегрирования составляем дифференциальные уравнения n -го порядка, описывающие переходный процесс относительно искомого тока:

$$\frac{d^n}{dt^n}i + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}i + \dots + a_{n-1} \frac{d}{dt}i + a_n = f$$

с последующим нахождением собственных частот цепи $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ по характеристическому уравнению

$$\alpha^n + a_1 \alpha^{n-1} + \dots + a_{n-1} \alpha + a_n = 0.$$

4. Из расчета установившегося после коммутационного режима находим установившийся ток $i_{уст} = i_{уст}(t)$.

5. Переходный ток находим в виде суммы

$$i = i_{уст} + i_{перех} = i_{уст} + \sum_{j=1}^n A_j e^{\alpha_j t},$$

где постоянные интегрирования A_j определяем по значениям

$$i(0_+), \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0_+}, \dots, \left. \frac{d^{n-1}i}{dt^{n-1}} \right|_{t=0_+}.$$

Контрольные вопросы

1. Какой процесс в электрической цепи называют переходным процессом и каковы причины его возникновения?
2. Что такое коммутация, коммутационные явления, законы коммутации, зависимые и независимые начальные условия переходных процессов?
3. Что такое переходные, установившиеся и переходящие токи и напряжения?
4. Какова теоретическая длительность переходного процесса, как длительность этого процесса оценивается на практике для цепей с одним накопителем энергии и что такое постоянная времени простейших RL - и RC -цепей?

5. Какова энергетическая картина процесса разряда заряженного конденсатора на резистор?

6. На чем основан классический метод расчета переходных процессов в электрических цепях и какова методика его применения для цепей с одним накопителем энергии?

7. Что такое собственные частоты сложной цепи и как они находятся?

8. В каком случае переходящие токи и напряжения цепей с несколькими накопителями энергии содержат колебательные слагаемые?

9. Как обобщается методика расчета классическим методом переходных процессов в цепях с одним накопителем энергии на расчет таких процессов в цепях с несколькими накопителями энергии?

10. Как проверить истинность найденных с помощью классического метода расчета переходных процессов, переходных токов и напряжений?

Темы рефератов

1. Основные понятия, законы и методы, используемые при описании и расчете переходных процессов в электрических цепях.

2. Качественные особенности переходных процессов в электрических цепях, обусловленные видом источников и характером собственных частот цепей.

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Проблемы и перспективы производства электроэнергии

В начале XXI в. 4/5 электроэнергии в мире вырабатывалось на тепловых и атомных электростанциях (ТЭС и АЭС) путем сжигания органических (нефть, газ, уголь, мазут) или ядерных топлив с последующим нагревом воды и преобразованием энергии пара сначала в механическую работу (вращение ротора турбины), а затем в электроэнергию.

Во внутреннем энергопотреблении России — страны, располагающей 45 % мировых запасов газа, особенно велика доля газа (более 50 %). Однако разведанные запасы нефти и газа — основные виды топлива для производства электроэнергии ограничены. Поиск и последующая разработка новых месторождений нефти и газа будут вестись в геологически все более сложных условиях, запасы этих углеводородов исчерпываются, в связи с чем цены на это сырье для выработки электроэнергии будут возрастать. Все это требует изменения структуры потребляемых топлив и соответственно замены или модернизации оборудования для производства электроэнергии. Дополнительную сложность в этот процесс вносит большая степень износа оборудования: в 2000 г. 1/5 генерирующих мощностей электростанций уже выработала свой проектный ресурс, а к 2020 г. свой ресурс выработают уже 9/10 мощностей электростанций. Подобное обстоятельство не привлекало внимание общественности только потому, что из-за снижения объемов производства и, следовательно, потребления энергии в 90-х годах прошлого века существующие мощности удовлетворяли потребности электроснабжения. С начавшимся в XXI в. подъемом промышленности и увеличением потребления электроэнергии этих мощностей уже будет не хватать.

С учетом этих обстоятельств была принята Энергетическая стратегия Российской Федерации до 2020 г., согласно которой ТЭС будут постепенно переводиться на уголь, запасов которого предположительно хватит на столетия (Россия располагает 23 % мировых запасов этого сырья). Реализация этой стратегии сопряжена с рядом трудностей.

Во-первых, угольная технология производства электроэнергии существенно дороже газовой.

Во-вторых, переход от экологически достаточно чистой газовой технологии к угольной технологии выработки электроэнергии связан

для России, располагающей в основном низкосортными углями, с решением экологической проблемы снижения выбросов в атмосферу тепловыми станциями различных вредных веществ. Специалисты видят решение этой проблемы в использовании таких современных технологий, которые обеспечивают повышение КПД ТЭС и снижение их выбросов в атмосферу.

Перспективными представляются технологии, основанные на использовании газотурбинных установок (ГТУ) — систем, состоящих из воздушного компрессора, камеры сгорания, газовой турбины и собственно электрогенератора, а также парогазовых установок (комбинаций ГТУ и паротурбинных установок — ПТУ).

Энергетическая стратегия России предусматривает также увеличение производства электроэнергии на АЭС, а в более отдаленной перспективе увеличение производства электроэнергии на основе возобновляемых источников энергии. Атомная технология производства электроэнергии также является существенно более дорогой, чем газовая, кроме того, она связана с решением таких серьезных экологических проблем, как снижение выбросов в атмосферу вредных веществ на АЭС, а также необходимость утилизации отработанного ядерного топлива. Общественное мнение также настроено против сооружения АЭС. Заметим, что работа ТЭС и АЭС связана с образованием излишков теплоты, которая передается окружающей среде, поэтому говорят о тепловом загрязнении Земли при работе этих станций. Поскольку в XXI в. экологические проблемы будут иметь все большее значение, то одним из перспективных путей решения проблемы производства электроэнергии будет использование возобновляемых источников энергии. Рассмотрим перспективы такого направления подробнее.

Производство электроэнергии на основе возобновляемых источников. Объемы производства, преимущества и перспективы

Возобновляемыми источниками энергии (ВИЭ) называют энергию солнца, ветра, тепла земли, малых рек, морей и океанов, биомассы (дрова, торф, бытовые и сельскохозяйственные отходы) и т.д., т.е. энергию постоянно или периодически действующих процессов в природе.

По оценке специалистов, в 1980 г. доля производимой с использованием ВИЭ электроэнергии составляла в мире всего 1 %, к 2005 г. эта доля достигла 5 %, к 2020 г. достигнет 10 %, а к 2060 г. — 33 %. В некоторых передовых странах, обделенных собственными запа-

сами традиционных топлив, эта доля еще выше: в Дании с использованием ВИЭ вырабатывается почти 20 % электроэнергии.

Столь сильный рост использования ВИЭ для производства электроэнергии объясняется в основном двумя обстоятельствами: исчерпанием запасов таких органических топлив, как нефть и газ, и экологичностью ВИЭ, что позволяет сберечь окружающую среду.

В России производство электроэнергии с использованием ВИЭ целесообразно организовать прежде всего в тех удаленных районах, которые не подключены к сетям энергосистем. Это районы Крайнего Севера, Дальнего Востока, Сибири, Архангельской области. Завоз дизельного топлива, мазута, угля для производства электроэнергии в эти районы из-за высоких транспортных расходов делает стоимость производства электроэнергии на ТЭС неприемлемо высокой и связан с серьезными транспортными проблемами, часто решаемыми с привлечением МЧС. Использование ВИЭ в этих районах позволило бы избежать этих проблем. ВИЭ целесообразно применять и в энергонапряженных районах Центра, где часты отключения потребителей электроэнергии по тем или иным причинам. Автономность производства электроэнергии с использованием ВИЭ позволит предотвратить ущерб, наносимый потребителям электроэнергии от таких отключений.

Почему же ВИЭ в России не так распространены? Одна из причин — относительная дороговизна производства электроэнергии с использованием ВИЭ. Другая причина — непродуманность, недальновидность принимаемых инженерных решений. Яркий пример — малые (до 30 МВт) и микро (до 100 кВт) гидроэлектростанции (ГЭС), использующие энергию воды малых рек. Такие ГЭС эффективно работают в Европе — в Австрии, Финляндии, Норвегии, Швеции. В Китае в ближайшем десятилетии планируется построить более 40 000 малых ГЭС с ежегодным вводом мощностей до 1000 МВт. В России из-за ориентации на строительство только больших ТЭС и АЭС число малых ГЭС было сокращено с 5000 в 50-х годах до 300 в 90-х годах прошлого века. И только сейчас начинается процесс восстановления разрушенных и строительство новых малых и микроГЭС.

Производство электроэнергии с использованием ВИЭ можно совместить с решением такой серьезной экологической проблемы больших городов, как переработка отходов мусорных свалок. В год на 1 человека приходится порядка 250 кг бытовых отходов — в основном биомассы, что эквивалентно 50 кг угля. Скорейшее внедрение технологии утилизации этих отходов с одновременной выработкой электро-

энергии — один из перспективных путей решения экологической и энергетической проблемы XXI в.

Рассмотрим теперь два наиболее быстро развиваемых направления производства электроэнергии с использованием ВИЭ — солнечную и ветровую технологии производства электроэнергии.

Производство электроэнергии с использованием энергии Солнца

Фотоэффект, открытый в 1888 г. А.Г. Столетовым, показал возможность преобразования солнечной энергии в электрическую. Ныне эта идея реализуется в виде фотоэлектрических преобразователей, которые внешне выглядят как плоские панели, при падении на которые светового потока образуется электрическое напряжение. На основе таких преобразователей создают фотоэлектрические установки и электростанции, воздействие на окружающую среду которых минимально (нет выбросов газов в атмосферу, шумов, вибрации и т.д.). Подобная солнечная фотоэлектрическая электростанция состоит из фотоэлектрического преобразователя, инвертора (преобразователя постоянного напряжения в переменное — синусоидальное), накопителя электроэнергии (аккумулятора) и системы автоматического управления режимами ее работы.

В начале XXI в. ежегодный прирост мощностей солнечных электростанций достиг 30 %. Это объясняется постоянным снижением стоимости генерирования электроэнергии с помощью фотопреобразования (за последние 5 лет она снизилась в 5 раз). И хотя эта стоимость все еще остается относительно высокой, солнечные электростанции интенсивно внедряются в ряде стран, чему способствует специальная государственная политика. Так, в Германии реализуется программа «100 тысяч фотоэлектрических крыш», в Японии и США планируется установка 1 млн таких крыш. Подобные программы — наглядный пример долгосрочного планирования перехода на экологически чистую энергетику, использующую только возобновляемую энергию. В Германии такие фотоэлектрические преобразователи часто устанавливаются прямо на крышах промышленных предприятий, что улучшает их внешний вид. Конечно, страны-лидеры в производстве солнечной электроэнергии: Япония, США, Израиль — расположены в районах с гораздо большей, чем в России, солнечной активностью, но все же наше почти 100-кратное отставание от перечисленных стран в области солнечной энергетики далее недопустимо. В России перспективными районами для этого вида элект-

ростанций являются прежде всего южные районы, где годовой приход солнечной энергии больше.

Производство электрической энергии с использованием энергии ветра — ветровые электростанции

Ветроэлектрическая станция представляет собой конструкцию, главным элементом которой является подвижная часть — рабочее колесо различных видов. Поток ветра оказывает силовое воздействие на эту часть машины, заставляя ее вращаться и преобразовывать энергию ветра в энергию вращения вала колеса, который непосредственно или через редуктор для повышения частоты вращения соединен с ротором электрогенератора. Наибольшее распространение в мире и России получили трехлопастные ветроэнергетические установки (ВЭУ), в состав которых входят: рабочее трехлопастное колесо 1, гондола с редуктором 2 и генератором, башня 3 и фундамент 4 (рис. П.1). В качестве генератора ВЭУ используются синхронные и асинхронные, реже асинхронизированные синхронные генераторы. По мощностям ВЭУ принято подразделять на малые (до 10 кВт), средние (от 10 до 100 кВт), крупные (от 100 до 1000 кВт), сверхкрупные (более 1000 кВт). Лидер в области использования ВЭУ — Герма-

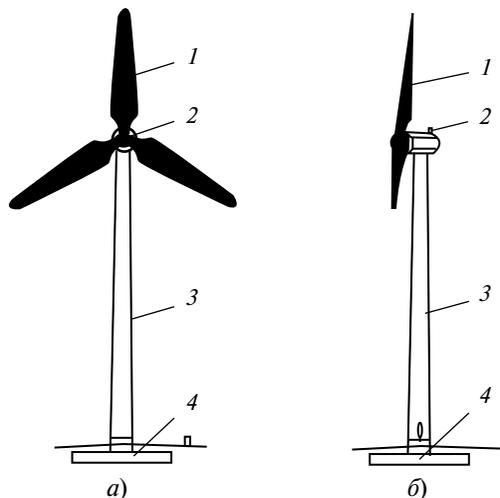


Рис. П.1. Трехлопастная ветроэнергетическая установка:
а — общий вид; б — вид сбоку

ния, где годовой прирост мощностей ВЭУ составляет 30 %, а установленная мощность всех ВЭУ на 01.01.2002 г. была равна 8734 МВт. В России установленная мощность ВЭУ в 1999 г. была всего 4 МВт — в 1000(!) раз меньше, чем у страны-лидера. Вместе с тем ветроэнергетический потенциал у России весьма большой, и, несомненно, его надо использовать.

Проблемы и перспективы передачи электроэнергии

Для России — страны с самой большой площадью, развитой промышленностью и целым рядом мегаполисов — исключительно важна проблема транспортировки больших объемов электроэнергии с минимальными ее потерями. Традиционный путь решения такой проблемы — использование все более высоких классов напряжений до достижения мегавольтных напряжений, — видимо, исчерпан. Перспективы здесь связываются с использованием новых физических явлений и конструкций. Одно из таких явлений — сверхпроводимость, открытая в 1911 г. Суть ее заключается в том, что при очень низких температурах (близких к температуре абсолютного нуля — минус 273 °С) некоторые материалы практически теряют свое сопротивление и, следовательно, потери при их работе в электроустановках отсутствуют. Однако решение проблемы охлаждения этих материалов до столь низких температур само по себе требовало больших материальных и энергетических затрат.

Развитие электротехники на основе сверхпроводимости резко интенсифицировалось с открытием во второй половине прошлого века явления высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП). Это явление связано с обнаружением материалов, переходящих в сверхпроводящее состояние при температуре всего несколько десятков градусов ниже нуля по Цельсию. Ясно, что реализация такой (ее называют еще «теплой») сверхпроводимости уже не потребует особо сложной холодильной техники. По некоторым экспертным оценкам в период с 2000 по 2020 г. объем продаж сверхпроводникового оборудования возрастет почти в 100 раз, страна-лидер здесь — США.

На рис. П.2 приведен пример современного ВТСП-кабеля, обеспечивающего передачу больших мощностей за счет больших токов, а не напряжений. Ясно, что такое решение рассматриваемой проблемы более безопасно и требует гораздо меньшего отчуждения площадей под линии электропередачи. Это особенно выгодно при прокладке линий по территориям мегаполисов, стоимость земли в которых очень велика.

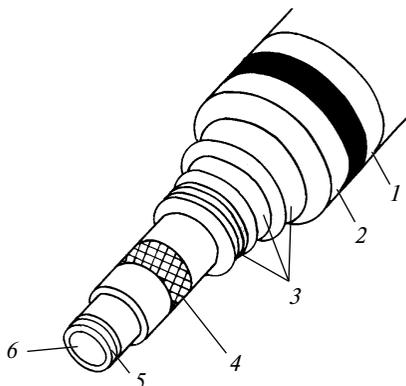


Рис. П.2. Сверхпроводящий кабель:

1 — медный экран; 2 — диэлектрик; 3 — термоизоляция; 4 — высокотемпературная сверхпроводящая лента; 5 — формер; 6 — устройство охлаждения

Проблему минимизации отчуждения земли под линии электропередачи высокого напряжения в мегаполисах можно решить, используя новые конструкции линий, в которых расположенные в трубе токонесущие жилы находятся на очень близком расстоянии одна от другой благодаря высоким изоляционным свойствам закачанного в трубу газа, например газонаполненные изолированные линии (ГИЛ). Эти линии, рассчитанные на средневысокие напряжения (единицы и десятки киловольт), могут совмещаться с другими городскими коммуникациями, даже, например, прокладываемыми в автострадах.

Наряду с передачей электроэнергии на постоянном и переменном с частотой 50 Гц напряжениях актуализируется задача передачи больших энергий на сверхвысоких частотах (СВЧ) для нужд СВЧ-энергетики, СВЧ-электроники — перспективнейшего направления развития современной техники. Такая передача может осуществляться с использованием волноводов — металлических труб круглого либо прямоугольного сечения. Так, по волноводу в виде трубы с внешним диаметром 0,5 м, заполненной сухим воздухом, можно передавать мощность до 0,3 ГВт ($1 \text{ ГВт} = 10^5 \text{ Вт}$).

Еще одно направление, повышающее эффективность работы линий электропередачи переменного тока, — оснащение их системами автоматической компенсации реактивной мощности, устройствами ограничения перенапряжений и т.д., что позволяет говорить о гибких линиях.

Использование электроэнергии в бытовых целях

В США и развитых странах Европы доля бытового электропотребления составляет около 1/3 общего электропотребления, в современной России — около 1/10 части. На структуру энергопотребления оказывают влияние климатические особенности страны. Для нашей страны характерно массовое использование электронагревательных приборов, в южных штатах США — кондиционеров. Но в целом наша структура электропотребления несовременна и, несомненно, будет претерпевать большие изменения с ростом благосостояния народа. Поясним это. В жилищах высокоразвитых стран число бытовых электроприборов достигает 50 наименований. Помимо базисной группы электроприборов (телевизор, холодильник, стиральная машина, утюг, пылесос, звуковоспроизводящая аппаратура) это электроприборы для тепловой (жарочные шкафы, тостеры, СВЧ-печи и т.д.) и механической (пищевые процессоры, электромясорубки, ломтерезки, электроножи и т.д.) обработки пищи, вспомогательные хозяйственные электроприборы (сушильные шкафы, посудомоечные машины, полотеры, мусородробилки, прессы для мусора и т.д.), электроприборы для поддержания микроклимата (ионизаторы, увлажнители и осушители воздуха, воздухоочистители и вентиляторы) и электроприборы личной гигиены (массажеры, сауны, электроодеяла и т.д.). В нашей стране в жилищах используется в среднем порядка 10 наименований электроприборов. Несомненно, что после аномально жаркого лета 2010 г. и у нас возникнет большой спрос на установки климатконтроля, прежде всего, в больших городах. В них в последние годы наблюдается резкий рост коммунально-бытового электропотребления: в Москве его доля уже превысила 50 % общего электропотребления.

Проблемы и перспективы использования электроэнергии в военных целях

Наряду с традиционными направлениями использования электротехники в военной области: электроснабжение танков и другой подвижной наземной техники, а также кораблей, подводных лодок, самолетов, космической военной техники, стартовых сооружений ракет, командных пунктов и узлов связи — в современных войсках используются уже системы электроснабжения бойцов.

Новым направлением военно-технической мысли является создание электромагнитного оружия на основе энергии электромагнитного поля: СВЧ-оружия, нелетального оружия, оружия электромагнитного воздействия на окружающую среду, кинетического метательного оружия.

Поражающим фактором СВЧ-оружия является электромагнитное излучение в диапазоне частот 100 МГц — 300 ГГц. Это оружие предназначено для подавления систем боевого управления, разведки, связи, противовоздушной и противоракетной обороны и т.д. Реализуется оно в виде крылатых ракет и бомб с СВЧ-генератором. Более широким становится и применение средств радиоэлектронной борьбы не только как средства радиоэлектронного подавления, но и как тонкого инструмента дезинформации противника, фрагментации его управления, а в психологическом плане — как инструмента подавления воли противника к определенным срокам, необходимым для захвата и удержания инициативы.

Электромагнитное оружие нелетального действия воздействует электромагнитным излучением в частотном диапазоне 10—100 ГГц на живую силу противника для кратковременного (от секунд до нескольких часов) лишения ее боеспособности. Разновидностью оружия нелетального действия являются электроразрядные устройства, простейшие из которых — электрошокеры находятся на вооружении полиции. Еще один вид такого оружия для армейских операций — бомбы, начиненные массой электропроводящих волокон. Такие волокна при взрыве бомбы перекрывают линии электропередачи и высоковольтные вводы электростанций и подстанций, лишая города и целые регионы электроснабжения.

Оружие направленного электромагнитного воздействия на окружающую среду — метеорологическое и геофизическое. Оружие использует энергию электромагнитного излучения в радиодиапазоне для формирования искусственных ионосферных неоднородностей и создания электромагнитных аномалий, влияющих на погодные условия, технику, живую силу противника. Средства такого воздействия на окружающую среду используются также для внесения помех радиосвязи, маскировки наземных объектов от радиолокационного наблюдения из космоса и т.д.

Появление кинетического оружия на основе электромагнитных метательных устройств вызвано тем обстоятельством, что возможности увеличения скорости снаряда в обычных артиллерийских сис-

темах ограничены 1,5 км/с. Электромагнитное метание поражающих устройств позволяет достичь скоростей для них порядка 2—3 км/с.

Электромагнитное оружие является одним из самых быстроразвивающихся классов оружия, дополняющим и заменяющим традиционные классы оружия.

Помимо оружия электромагнетизм может использоваться и в иных военных целях. Так, поисковые исследования ведутся в электробиологическом направлении — создании искусственных органов: инфракрасного зрения и встроенных в мозг процессоров для повышения интеллектуальных и чувственных способностей солдат. Перспективным считается и создание боевых андроидов (роботов).

Проблемы и перспективы использования электроэнергии в технологических целях

Если XX в. для электротехники был в основном веком электромеханики, то XXI в. в значительной мере будет веком электротехнологий. Главным образом это связано с растущими экологическими проблемами. Одна из них — утилизация мусора. Другая проблема — обеззараживание питьевых, сточных и оборотных вод. К середине XXI в. чистая вода будет рассматриваться как стратегический товар в силу ее дефицита, и потому названная проблема станет одной из самых острых. Поэтому спрос на различные электротехнологические установки обеззараживания вод (электроразрядные, ультрафиолетовые и т.д.) будет возрастать. Третья проблема — необходимость вмешательства в биотехнологические процессы, когда электротехнологии будут все чаще применяться для обеззараживания продуктов, дезинфекции зерна, управления сроками прорастания семян (путем пропускания через них токов высокой частоты) и т.д. Еще более востребованными окажутся и все традиционные направления электротехнологии — электротермия, электросварка, электрофизические методы обработки материалов.

И здесь многократно возрастает роль СВЧ-установок для сушки, нагрева, спекания веществ, производства изделий методом порошковой металлургии и т.д. Это связано с двумя преимуществами СВЧ-установок: возможностью сосредоточения большой электромагнитной энергии в малых объемах для ее концентрации в нужном месте и легкостью трансформации электромагнитной энергии СВЧ-колебаний в другие виды энергии, теплоту, работу.

Проблемы и перспективы энергосбережения

Надвигающийся дефицит в производстве электроэнергии определяет необходимость более рачительного ее использования на всех стадиях производства, передачи, преобразования, потребления. Энергосбережение выдвигается и в качестве одной из основных задач реализации Энергетической стратегии Российской Федерации до 2020 г. Для решения этой задачи требуется прежде всего знание реальной картины потерь энергии, в связи с чем резко возрастет роль метрологического обеспечения электротехники, оснащение ее современными средствами контроля за расходом и качеством электроэнергии. Рассмотрим некоторые направления энергосбережения в области электротехники.

Применительно к электрическим сетям переменного тока это прежде всего строгое следование нормам обеспечения качества электроэнергии. Внедрение средств компенсации реактивной мощности и улучшение гармонического состава токов и напряжений (синхронных компенсаторов, активных фильтров, тиристорных компенсаторов реактивной мощности и т.д.) может существенно повысить КПД работы таких сетей и продлить срок службы их элементов. Важным направлением энергосбережения является замена морально устаревших, низкоэффективных, но имеющих массовое распространение электроприборов и электроустановок.

В этом отношении показательна область бытовой светотехники: большинство эксплуатируемых ламп накаливания и люминесцентных ламп существенно уступают зарубежным аналогам по светоотдаче, срокам службы, энергоемкости, а светоотдача даже лучших из ламп накаливания не превышает 20 лм/Вт. Поэтому во многих развитых странах, включая Россию, принимаются программы светового перевооружения — замены ламп накаливания и классических люминесцентных ламп вначале на компактные люминесцентные лампы, а затем на светодиоды со светоотдачей около 100 лм/Вт. Лидером в производстве светодиодов в настоящее время является Китай.

Еще один резерв энергосбережения связан с оснащением электроустановок эффективной системой диагностики под нагрузкой их технического состояния, а также современной противоваарийной автоматикой, что позволит избегать аварийных ситуаций, ликвидация которых всегда связана с дополнительными затратами энергии, ресурсов и снижением срока службы самих электроустановок.

Особое внимание уделяется учету и контролю электроэнергии, выработке рациональных приемов организации производства, при

которых удельные расходы электроэнергии являются минимальными. В первую очередь эти вопросы затрагивают промышленные предприятия, на долю которых приходится свыше 55 % всей потребляемой электроэнергии. Особо электроемкими являются предприятия черной и цветной металлургии, нефтеперерабатывающие, химические и некоторые другие.

На таких предприятиях трудятся многотысячные коллективы, объединенные общей технологической цепью. Поэтому в первую очередь необходимо правильно организовать производство, выявить места, где происходят повышенные потери электроэнергии, и оперативно внести коррективы в технологический процесс. Для этого разрабатываются и внедряются на предприятиях специальные автоматизированные системы контроля и учета электроэнергии (АСКУЭ). Разработанные на единых принципиальных положениях системы АСКУЭ предприятий учитывают особенности данного производства и позволяют:

- осуществлять коммерческий учет электроэнергии с помощью трехфазных микропроцессорных счетчиков;

- организовать автоматизированный технический учет, контроль и управление энергоресурсами по всему предприятию (корпуса, производства, цеха, участки, рабочие места и т.д.);

- обеспечить контроль и управление процессами энергопотребления в реальном масштабе времени (любой момент времени);

- делать анализ потребления энергоресурсов по времени суток, дням недели, месяцам, кварталам, годам.

Следующим за автоматическим контролем потребления электроэнергии этапом ее экономии в передовых странах и хозяйствах является этап экономического выбора времени и режима работы энергоемких массовых электроустановок. Для примера, стиральные машины в жилых домах, гостиницах, военных частях, домах быта лучше эксплуатировать ночью, когда стоимость электроэнергии мала, а днем, в пики энергопотребления, можно принудительно поочередно отключать на 5—30 мин бытовые холодильники и кондиционеры, снижая нагрузку, а следовательно, и стоимость электроэнергии для более ответственных потребителей. Показательна в этом отношении ориентация плана реформирования электроэнергетики США «Сеть 2030» на обеспечение непрерывного интерфейса между станциями, сетями и потребителями электроэнергии, включая домовладельцев и операторов малого бизнеса, позволяющая этим потребителям участвовать в управлении «Сетью 2030».

Новые разделы и понятия теоретической электротехники

В теоретической электротехнике выделился и интенсивно развивается целый ряд новых разделов и понятий. Прежде всего это диагностика электрических цепей, в задачах которой известными считаются схема цепи и измененные значения ряда токов и/или напряжений ее элементов, а подлежит определению ряд неизвестных значений параметров: сопротивлений, индуктивностей, емкостей ее элементов. Далее — это идентификация цепей, задача которой по измеренным входным токам, напряжениям, мощностям электрических цепей или их элементов определить тип цепей или элементов из ограниченного набора возможных вариантов. Актуальность развития именно диагностики и идентификации цепей обусловлена тем обстоятельством, что в прикладном плане они связаны с нуждами эксплуатации электроустановок, прежде всего с их технической диагностикой, поиском неисправностей. В традиционном направлении теоретической электротехники — синтезе цепей выделилось новое направление — синтез цифровых (электронных) цепей, к которым относятся многие устройства управления, мониторинга, диагностики, связи. Доля таких устройств в электротехнике непрерывно возрастает, что отвечает общей тенденции интеллектуализации электротехники. Еще одно быстро развивающееся, современное направление теории — управление режимами и процессами цепей. Задача здесь ставится следующим образом: как изменять ряд регулируемых параметров цепи (частоту и амплитуду источников синусоидальных ЭДС, значения параметров нагрузок и т.д.), чтобы добиться заданной цели — наилучших энергетических показателей, минимизации времени переходного процесса и т.д. Но, несомненно, самым актуальным быстро развивающимся направлением теоретической электротехники является электромагнитная совместимость, в задачи которой входит исследование взаимного влияния работы различных электроустановок. Самым интересным здесь представляется исследование взаимного влияния цифровых и аналоговых устройств. Дело в том, что тактовые частоты процессоров цифровых устройств ранее в электротехнике не рассматривались, насыщение же электротехники такими устройствами, появление обусловленных этим высокочастотных гармоник в силовых цепях породило целый ряд неожиданных негативных явлений и потребовало нестандартных решений по их предотвращению.

Компьютерные измерения. Моделирование полей и цепей

В 70-е годы XX в. для ядерной физики и атомной техники была разработана информационно-измерительная система КАМАК, позволяющая автоматизировать измерения параметров различных физических процессов и управление ими, которая затем получила более широкое распространение. В начале XXI в. проблема автоматизации измерений физических процессов в условиях надвигающегося ресурсного и энергетического кризисов становится еще более актуальной, даже применительно к быту. Современные жилища европейцев и американцев насыщены устройствами электро-, тепло-, водо- и газоснабжения, только электроприемников в одном жилище может быть несколько десятков. Компьютерная организация измерений, а затем и эффективного управления работой соответствующих энергоемких установок в жилищах и на производстве становится насущной потребностью, в связи с чем создаются специальные среды прикладного программирования (LabVIEW и т.д.) для проведения таких измерений и последующего управления приборами и объектами электротехники. Персональный компьютер, иная вычислительная техника со специальными аппаратно-программными устройствами, работающими в подобных средах, становятся по сути частью современных электротехнических систем.

Вычислительная техника и информационные технологии становятся и инструментами решения традиционных задач электротехники — моделирования цепей и полей. Аналитические методы моделирования, рассмотренные в настоящем учебнике, применяются лишь для решения относительно простых задач. Расчет электрических цепей, содержащих более 10 узлов и ветвей или полей, не обладающих сильной симметрией, а особенно цепей с нелинейными элементами и полей с нелинейными средами в настоящее время проводится исключительно на основе специальных программ моделирования цепей (MATLAB, P-CAD, MICRO-CAB, ATP, DESIGNLAB) или полей (ANSYS, QFIELD, MAXWELL).

Управляемые цепи

Фундаментальной тенденцией развития электротехники, обеспечивающей большую живучесть, надежность, экономичность работы ее устройств и систем, является развитие возможностей целенаправленного изменения параметров (управляемость) ее элементов, даже

самых традиционных. Все большая управляемость элементов и целых цепей позволяет интеллектуализировать работу электроустановок, чему способствует оснащение устройств силовой электротехники компьютеризованными интеллектуальными системами мониторинга, диагностики, управления. Поэтому в современной электротехнике и теории электрических цепей управляемые электрические и электронные цепи будут играть все возрастающую роль, т.е. цепи будут интеллектуализироваться. Для обозначения этой тенденции в силовой электротехнике иногда даже говорят об «умных» сетях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бутырин П.А.** Электротехника / П.А. Бутырин, О.В. Толчеев, Ф.Н. Шакирзянов; под ред. П.А. Бутырина. — 9-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2012.
2. **Новиков П.Н., Толчеев О.В.** Задачник по электротехнике: учеб. пособие. — 4-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2008.
3. **Электротехника** и электроника: илл. учеб. пособие / сост.: П.А. Бутырин, М.П. Жохова, О.В. Толчеев, Ф.Н. Шакирзянов; под ред. П.А. Бутырина. — М.: Издательский центр «Академия», 2014. — 36 плакатов.
4. **Сборник** задач по теоретическим основам электротехники: в 2 т. / под ред. П.А. Бутырина. — М.: Издательский дом МЭИ, 2012.
5. **Теоретические** основы электротехники: в 3 т. / К.С. Демирчян, П.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. — СПб.: Питер, 2007.

Учебное издание

**Бутырин Павел Анфимович,
Толчеев Олег Владимирович,
Шакирзянов Феликс Нигматзянович**

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Под редакцией П.А. Бутырина

Учебник для среднего и высшего образования

Редактор издательства *М.П. Соколова*
Технический редактор *Т.А. Дворецкова*
Корректоры *Р.М. Ваничкина* и *Е.П. Севостьянова*
Компьютерная верстка *Л.В. Софейчук*

Подписано в печать с оригинала-макета 10.10.14 Формат 60×90/16

Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 22,5 Усл. кр.-отг. 23,5

Тираж 1000 экз. Заказ №

ЗАО «Издательский дом МЭИ», 111250, Москва, Красноказарменная ул., д. 14А
Отпечатано в Академиздатцентре «Наука» РАН, 117864, Москва, ул. Профсоюзная, д. 90