

# ОБЩАЯ ЭЛЕКТРО- ТЕХНИКА

Под редакцией  
доктора технических наук  
А. Т. Блажкина

Издание четвертое,  
переработанное и дополненное

Допущено Министерством высшего  
и среднего специального образования СССР  
в качестве учебного пособия для студентов  
неэлектротехнических специальностей вузов



Ленинград  
ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ  
Ленинградское отделение  
1986

ББК 31.21

О 28

УДК 621.3.01 (075.8)

Рецензент — Кафедра электротехники и электрооборудования  
судов Ленинградского кораблестроительного института  
(заведующий кафедрой *Д. В. Вилесов*)

**Общая электротехника: Учеб. пособие для ву-**  
О 28 зов/Под ред. д-ра техн. наук А. Т. Блажкина.—  
4-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат,  
Ленингр. отд-ние, 1986.— 592 с.: ил.

Излагаются основы теории электрических и магнитных цепей, электромагнитных устройств, электрических измерений, электрических машин и понятия о физическом, аналоговом и цифровом моделировании. Приводятся сведения об электроприводах, управлении электроприводами, некоторых системах автоматики и их элементах.

Четвертое издание переработано и дополнено в ряде глав: по теории цепей, частично по электрическим машинам, управлению электроприводами, преобразователям и др. Третье издание вышло в 1979 г.  
Для студентов вузов неэлектротехнических специальностей.

О 2302010000 — 139 125 — 86  
051(01) — 86

ББК 31.21

### УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Аркадий Тимофеевич Блажкин, Виктор Антонович Бесекерский,  
Евгений Анатольевич Фабрикант, Анатолий Михайлович Теплинский,  
Константин Аркадьевич Блажкин, Олег Федорович Черкасов

### ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Редактор *Л. М. Пархоменко*. Художественный редактор *Д. Р. Стеванович*. Технический редактор *А. Г. Рябкина*. Корректор *Н. Д. Быкова*  
ИБ № 1091

Сдано в набор 28.04.86. Подписано в печать 25.09.86. М-33076. Формат 84 × 108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Бумага кн.-журн. Гарнитура таймс. Печать высокая. Усл. печ. л. 31,08. Усл. кр.-отт. 31,08. Уч.-изд. л. 35,69. Тираж 125 000 экз. Заказ № 398. Цена 1 р. 50 к.

Энергоатомиздат, Ленинградское отделение. 191065, Ленинград, Марсово поле, 1. Ордена Октябрьской Революции, ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 197136, Ленинград, П-136, Чкаловский пр., 15.

© Энергия, 1979 г.

© Энергоатомиздат, изменения и дополнения, 1986 г.

## Предисловие

---

Партия и Правительство уделяют большое внимание развитию электрификации и энерговооруженности Советского Союза. Эта линия на дальнейшее развитие энергетики и автоматизации промышленного производства на базе электрификации нашла свое выражение в программных установках КПСС, в решениях ее съездов и пленумов ЦК КПСС и ряде важнейших партийных документов. Сооружаются новые электростанции со сверхмощными генераторами и другими источниками энергии, линии электропередачи связывают новые районы и энергетические узлы. Все большее развитие получает автоматизация промышленного производства и других областей человеческой деятельности, применение вычислительной техники в информационных и управляющих системах.

Современная электрификация базируется в основном на применении электрических и электромагнитных элементов. Этим объясняется значение электротехнической подготовки инженеров всех специальностей. Задачей предлагаемого учебного пособия является изложение основ электротехники для студентов неэлектротехнических специальностей вузов с целью подготовки их к практической деятельности в различных областях промышленности, где должны эффективно использоваться электромеханические и электрические устройства.

Книга написана в соответствии с программой по электротехнике для неэлектротехнических специальностей вузов. В четвертом издании книги введен ряд добавлений и изменений по сравнению с предыдущим. Эти изменения обусловлены необходимостью исключения некоторых устаревших материалов и введения новых понятий. В четвертом издании учтены замечания, высказанные на протяжении ряда лет программно-методической комиссией МВ и ССО СССР и Президиумом научно-методического совета по электротехнике, а также замечания и отзывы ряда профессоров и преподавателей кафедр электротехники.

Четвертое издание книги, как и предыдущие, подготовлено коллективом авторов, сложившимся (и несколько изменившимся в процессе работы над книгой) в Ленинградском орденов Ленина и Красного Знамени механическом институте имени Маршала Советского Союза Д. Ф. Устинова, под общей редакцией заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, доктора технических наук, профессора А. Т. Блажкина.

Главы 1–4, 6–8, 14–16 и 18 и приложения написаны А. Т. Блажиным, глава 5 – А. Т. Блажиным и К. А. Блажиным, главы 9 и 10 – А. М. Теплинским, глава 11 – В. А. Бесекерским, главы 12 и 13 – Е. А. Фабрикантом, глава 17 – А. Т. Блажиным и О. Ф. Черкасовым.

Считаем своим долгом выразить искреннюю благодарность доктору технических наук, профессору, заведующему кафедрой электротехники и электрооборудования судов Ленинградского кораблестроительного института Д. В. Вилесову за ценные замечания и большой труд по рецензированию рукописи книги.

Замечания и пожелания по книге просьба направлять по адресу: 191065, Ленинград, Марсово поле, д. 1, Ленинградское отделение Энергоатомиздата.

*Авторы*

Практически во всех областях деятельности современного общества применяется электрическая энергия. На базе электротехнической науки начали развиваться электроника, радиотехника, техника производства различных электрических и электромеханических устройств, частично вычислительная техника и другие отрасли техники. Теория и практика многих из этих отраслей техники уже давно выделились в отдельные дисциплины.

В Программе КПСС развитию энергетики и особенно электрификации придается первостепенное значение как важнейшему условию построения коммунистического общества.

Электрификация – широкое внедрение в народное хозяйство электрической энергии, вырабатываемой централизованно на электростанциях, объединенных линиями электропередачи в энергосистемы.

Электрические и магнитные явления были известны в глубокой древности, но началом развития науки об этих явлениях принято считать 1600 год, когда английский физик Гильберт опубликовал результаты исследования электрических и магнитных явлений. Важным этапом в развитии науки об электричестве были исследования атмосферного электричества, выполненные М. В. Ломоносовым, Г. В. Рихманом и Б. Франклином.

Современная электротехническая наука, на базе которой развиваются практические применения электротехники, начинается с открытия М. Фарадеем (1831 г.) закона электромагнитной индукции. В первой половине XIX века был создан химический источник постоянного тока, были исследованы химические, световые, магнитные проявления тока (А. Вольта, А. М. Ампер, В. В. Петров, Г. Х. Эрстед, Э. Х. Ленц).

Разработкой теории электромагнитных явлений Д. К. Максвеллом в «Трактате об электричестве и магнетизме» (1873 г.) завершается создание классической теории электрических

и магнитных явлений. Опыты Г. Р. Герца (1886—1889 гг.), работы П. Н. Лебедева (1895 г.), изобретение радио А. С. Поповым (1895 г.) и работы ряда зарубежных ученых подтверждают экспериментально выводы теории о распространении электромагнитных волн.

Теория электрических и магнитных явлений и теоретические основы электротехники в последующее время излагались в книгах А. А. Эйхенвальда, К. А. Круга. В течение ряда лет В. Ф. Миткевич развивал и углублял основные положения теории. Им был опубликован первый в СССР труд по физическим основам электротехники. Ближайшие ученики В. Ф. Миткевича — П. Л. Калантаров и Л. Р. Нейман — создали один из первых учебников по теоретическим основам электротехники. Широко известны у нас книги по теоретическим основам электротехники Л. Р. Неймана и К. С. Демирчяна, К. М. Поливанова, П. А. Ионкина.

Вместе с развитием теории идет и быстрое расширение практического применения электротехники, вызванное потребностями бурно развивающегося промышленного производства.

В первых электротехнических установках использовались электрохимические источники энергии. Например, в 1838 г. Б. С. Якоби осуществил привод гребного винта шлюпки от двигателя, получавшего питание от электрохимического источника энергии.

В 1870 г. З. Т. Грамм сконструировал первый генератор постоянного тока с кольцевым якорем, который имел самовозбуждение. Генератор был усовершенствован Э. В. Сименсом. Использование постоянного тока ограничивало применение электротехнических установок, так как не могла быть решена проблема централизованного производства и распределения электроэнергии, а появившиеся установки однофазного переменного тока с однофазными двигателями не удовлетворяли требованиям промышленного производства.

Электрическая энергия в начальный период использовалась в основном для освещения. Система переменного тока была впервые применена П. Н. Яблочковым (1876 г.) для питания созданных им электрических свечей. Совместно с инженерами завода Грамма им был сконструирован и построен многофазный генератор переменного тока с рядом кольцевых несвязанных обмоток, обеспечивающих питание групп свечей. В цепи обмоток включались последовательно первичные обмотки индукционных катушек, от вторичных обмоток которых получали питание группы свечей. С помощью этих катушек, являющихся трансформаторами с разомкнутой магнитной цепью, был

впервые решен вопрос о возможности дробления энергии, поступающей от источника переменного тока. В дальнейшем трансформаторы выполнялись с замкнутой магнитной цепью (О. Блати, М. Дерн, К. Циперновский).

Решение проблемы централизованного производства энергии, ее распределения и создания простого и надежного двигателя переменного тока принадлежит М. О. Доливо-Добровольскому. На Всемирной электротехнической выставке в 1891 г. им демонстрировалась система трехфазного переменного тока, в состав которой входили линия передачи длиной 175 км, разработанные им трехфазный генератор, трехфазный трансформатор и трехфазный асинхронный двигатель.

Из других достижений этого времени следует отметить изобретение Н. Г. Славяновым и Н. Н. Бенардосом электрической сварки. С этого времени начинается широкое внедрение электрической энергии во все области народного хозяйства: строятся мощные электростанции, в промышленность внедряется электропривод, появляются новые виды приборов и электрических установок, развивается электрическая тяга, появляются электрохимия и электрометаллургия, электроэнергия начинает применяться в быту. На базе развития электротехнической науки делают первые успехи электроника и радиотехника.

---

«Коммунизм — это есть Советская власть плюс электрификация всей страны». В этой формуле В. И. Ленина определено, что высшая форма общественного развития — коммунизм — будет достигнута на базе высокоразвитой энергетики, электрификации всей страны. Революционизирующая роль электроэнергетики как базы промышленного развития была отмечена в свое время К. Марксом и Ф. Энгельсом.

В. И. Ленин с гениальной прозорливостью рассматривал электрификацию как основу восстановления и развития народного хозяйства после разрухи и гражданской войны.

В дореволюционной России электрификация была развита очень слабо. Общая мощность электростанций была в сотни раз меньше мощности в настоящее время.

Началом развития электрификации в СССР является принятие VIII Всероссийским съездом Советов Государственного плана электрификации России (ГОЭЛРО). План ГОЭЛРО был разработан под личным руководством В. И. Ленина группой

наиболее видных специалистов в области энергетики: Г. М. Кржижановского, Р. Э. Классона, Т. Ф. Макарьева, М. А. Шателена и других. В докладе на VIII Всероссийском съезде Советов 22 декабря 1920 г. В. И. Ленин назвал план ГОЭЛРО «второй программой партии». Первенцами плана ГОЭЛРО были Каширская электростанция на подмосковном угле, «Красный Октябрь» близ Ленинграда (1922 г.) и Волховская гидроэлектростанция (1925 г.). Первая линия электропередачи 110 кВ соединила Каширскую электростанцию с Москвой.

В годы пятилеток советский народ под руководством Коммунистической партии создал передовую промышленность, и Советский Союз по производству электроэнергии вышел на первое место в мире. Ведущая роль принадлежит СССР в первую очередь в строительстве мощных тепловых электростанций и каскадов гидроэлектростанций, строительстве линий электропередачи, организации объединенных энергосистем и создании современной мощной электротехнической и электроэнергетической промышленности.

Развитие энергетики определило значительное увеличение энерговооруженности нашего народного хозяйства. К 1980 г. промышленность в СССР потребляла 75%, сельское хозяйство — 7%, транспорт — 7,3% всей вырабатываемой энергии. В одиннадцатой пятилетке энерговооруженность труда в колхозах и совхозах увеличилась в 1,5 раза.

Одной из задач экономического и социального развития СССР на период до 2000 года является реализация Энергетической программы. В соответствии с решениями XXVII съезда КПСС в двенадцатой и последующих пятилетках намечено дальнейшее развитие электрификации СССР. Выработка электроэнергии возрастет в 1990 г. до 1840—1880 млрд. киловатт-часов в год, в том числе на атомных электростанциях до 390 млрд. киловатт-часов. Следует заметить, что если первая атомная электростанция, пущенная в СССР в 1954 г., обладала мощностью 5000 кВт, то в настоящее время ведется строительство атомных электростанций мощностью более 4 млн. киловатт.

На первом этапе реализации Энергетической программы СССР намечено также создать материально-техническую базу для широкого использования нетрадиционных источников энергии (солнечной, геотермальной) с прямым преобразованием первичной (световой, тепловой) энергии в электрическую. На втором этапе предусмотрено активное вовлечение этих источников энергии в энергетический баланс.



В ближайшие два десятилетия должно быть завершено формирование Единой электроэнергетической системы страны с повышением ее маневренности и надежности путем строительства пиковых электростанций, линий электропередачи сверхвысокого напряжения переменного и постоянного тока, улучшения качества электроэнергии, отпускаемой потребителям. Система свяжет между собой мощные энергетические узлы и районы потребления энергии и обеспечит наиболее рациональное использование ресурсов гидравлической, тепловой и атомной энергии.

В двенадцатой пятилетке предусматривается строительство межсистемных линий электропередачи напряжением 500, 750 и 1150 кВ переменного тока и 1500 кВ постоянного тока, а также распределительных сетей напряжением 35 кВ и выше. Важнейшими межсистемными линиями являются линии Сибирь — Казахстан — Урал (1150 кВ) и Экибастуз — Центр (1500 кВ). Должны быть также разработаны предложения по дальнейшему сооружению линий электропередачи высокого напряжения между энергетическими системами Советского Союза и европейских стран — членов СЭВ.

Широкое применение электрической энергии в нашем народном хозяйстве является одним из необходимых условий ускорения перевода экономики страны на интенсивный путь развития. Энергетическая программа СССР предполагает ускоренные темпы электрификации народного хозяйства. Удельная электроемкость национального дохода должна повыситься на 5—6% в первом десятилетии и до 15% за 20 лет. Одновременно предусматривается рост энергопотребления на душу населения.

Развитие собственно электроэнергетики также пойдет по пути интенсификации. В двенадцатой пятилетке будет демонтировано устаревшее оборудование электростанций мощностью 10 млн. киловатт, модернизации подвергнется оборудование мощностью 25 млн. киловатт. Техническое перевооружение в энерго- и электромашиностроении будет направлено на повышение надежности и ресурса работы машин и оборудования, снижение их металлоемкости. Будет создаваться необходимый научно-технический потенциал для производства электрооборудования на основе эффекта сверхпроводимости, машин и аппаратов для термоядерных электростанций, а также для установок, работающих на солнечной энергии.

Реализация Энергетической программы СССР является важнейшим звеном в широком комплексе мероприятий, осуществляемых Коммунистической партией и Советским госу-

дарством по созданию материально-технической базы коммунизма.

---

Электротехника как наука является областью знаний, в которой рассматриваются электрические и магнитные явления и их практическое использование.

Современная энергетика — это в основном электроэнергетика. Электрическая энергия вырабатывается на станциях электрических генераторами, преобразовывается на подстанциях и распределяется по линиям электропередачи и электрическим сетям.

Электрическая энергия применяется во всех областях человеческой деятельности. Производственные установки на фабриках и заводах имеют в подавляющем большинстве электрический привод, т. е. приводятся в движение при помощи электрических двигателей. Для измерений наиболее широко используются электрические приборы и устройства. Измерения неэлектрических величин при помощи электрических устройств составляют особую дисциплину. Широко применяются электрические приборы и устройства в сельском хозяйстве, связи и в быту.

Современные автоматические системы управления в большинстве случаев выполняются на базе электрических и электромеханических элементов как собственно системы управления, обеспечивающие выполнение заданного закона управления, так и исполнительные органы, служащие для приведения в действие различных устройств.

Цифровые (ЦВМ) и аналоговые (АВМ) вычислительные машины, построенные на базе электрических элементов, производят сложные расчеты, например расчеты траекторий космических кораблей; входят в ряде случаев в состав автоматических систем управления, например самодвижущихся планетоходов; обеспечивают исследование процессов в динамических системах и решают многие другие задачи вплоть до переводов с одного языка на другой. Автоматические системы управления с применением средств вычислительной техники могут обеспечивать оптимальное выполнение производственного или другого процесса в условиях изменяющихся внешних воздействий и заданий, приспосабливаясь к ним (адаптивные системы).

Автоматизированные информационные (АИС) и управляющие (АСУ) системы включают в себя преобразователи, изме-

ряющие параметры управляемого объекта; линии связи, по которым передается информация от преобразователей и обслуживающего персонала, и вычислительную машину, в которую эта информация поступает. Собранный информация хранится в памяти машины и может периодически или по запросу выдаваться человеку-оператору в обработанном виде – в виде числовых данных или графиков. В системах АСУ на базе переработки информации принимаются решения о воздействии на ход процесса. Системы АИС и АСУ внедрены на ряде предприятий и в некоторых отраслях.

Разрабатываются системы автоматизированного проектирования (САПР), служащие для автоматизированного расчета и проектирования различных устройств, машин и систем. Эти системы выполняются на базе современных ЦВМ. В систему вводятся исходные данные для проектирования, и она выдает проект данного устройства вплоть до чертежей деталей, узлов и всей установки.

Производство электрических машин, трансформаторов, аппаратов, реле и других электротехнических устройств представляет собой одну из наиболее крупных областей промышленности.

Радиотехника и электроника, давно выделившиеся в самостоятельные области технических наук, имеют общую базу с электротехникой и вначале развивались как отрасли электротехнической науки.

Непрерывно расширяющееся применение различных электротехнических и радиотехнических устройств обуславливает необходимость знания специалистами всех областей науки и техники основных понятий об электрических, магнитных и электромагнитных явлениях и их практическом использовании. Особенно важно при этом выйти из узкого круга вопросов, связанных с электрическими цепями, понять эти явления с позиций единого электромагнитного поля.

---

При изложении в книге используется Международная система единиц (International System of Units) – сокращенно СИ (SI). В этой системе в качестве основных единиц установлены следующие: единица длины – метр, массы – килограмм, времени – секунда, силы электрического тока – ампер, термодинамической температуры – кельвин, количества вещества – моль, силы света – кандела. Для определения размерностей электри-

ческих и магнитных величин служат первые четыре единицы. Эти единицы – метр, килограмм, секунда и ампер – были раньше основными для системы МКСА, являющейся частью системы СИ.

В ряде случаев в книге даются ссылки на системы СГС  $\epsilon_0$  и СГС  $\mu_0$ , которые применялись раньше. Основными единицами электростатической системы СГС  $\epsilon_0$  служит сантиметр, грамм (масса), секунда и электрическая постоянная  $\epsilon_0$ , принимаемая равной единице. Единицы электромагнитной системы СГС  $\mu_0$  – сантиметр, грамм (масса), секунда и магнитная постоянная  $\mu_0$ , принимаемая равной единице.

# Часть 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

---

## Глава 1. ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

### 1-1. Определения и основные понятия

Проводники в отличие от диэлектриков характеризуются наличием свободных электронов, движущихся хаотически внутри проводника.

Если вдоль проводника действует напряжение, то внутри проводника возникает электрическое поле. При напряженности поля  $E$  на электроны с зарядом  $e$  действует сила  $f = Ee$ . Величины  $f$  и  $E$  векторные. В течение времени свободного пробега электроны приобретают направленное движение наряду с хаотическим. Каждый электрон имеет отрицательный заряд и получает составляющую скорости, направленную противоположно вектору  $E$  (рис. 1-1).

Упорядоченное движение, характеризуемое некоторой средней скоростью электронов  $v_{\text{ср}}$ , определяет протекание электрического тока. Электроны могут иметь направленное движение и в разреженных газах. В электролитах и ионизированных газах протекание тока в основном обусловлено движением ионов. В соответствии с тем, что в электролитах положительно заряженные ионы движутся от положительного полюса к отрицательному, исторически направление тока было принято обратным направлению движения электронов.

В этой главе будем рассматривать цепи постоянного тока, направление и сила тока в которых остаются неизменными в течение времени наблюдения.

В цепях могут протекать токи, значение или направление которых либо то и другое изменяются во времени. Такие токи называются *переменными*, изменяющимися. Токи могут быть *периодическими* или *непериодическими*. Значения периодического тока в различные моменты времени повторяются по истечении некоторого промежутка времени, который называется *периодом*.

Наиболее важно изучение периодических переменных токов, особенно *синусоидальных*, которые изменяются во времени по

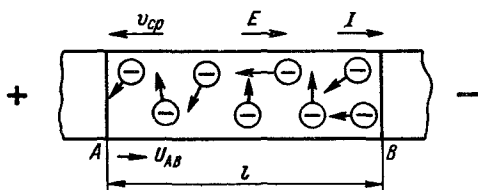


Рис. 1-1. Направленное движение электронов в проводнике

гармоническому закону. Теория переменных токов рассматривается в гл. 2.

Токи могут представлять собой комбинации постоянного и переменного токов. В ряде случаев нужно исследовать и цепи непериодического переменного тока.

Протекание электрического тока в цепи вызывает различные явления: нагрев проводов цепи, воздействие на магниты в окружающем пространстве, возникновение электромагнитных сил и др. При протекании тока в растворах или расплавах солей и кислот происходит электролиз.

В системе СИ сила тока  $I$  выражается в амперах (А). При измерениях малых токов пользуются меньшими кратными единицами: миллиампером (мА), равным  $10^{-3}$  А, и микроампером (мкА), равным  $10^{-6}$  А. Определение единицы силы тока дается в курсах физики. Эту величину можно воспроизвести, используя различные эффекты, проявляющиеся при протекании тока в электрической цепи. Основным является воспроизведение ампера с помощью измерения сил взаимодействия между проводниками. При силе тока в один ампер через данное сечение проводника в одну секунду протекает электрический заряд, равный одному кулону (Кл), т. е. заряду  $6,29 \cdot 10^{18}$  электронов.

*Плотность тока*  $J$  в данной точке пространства является векторной величиной и определяется отношением элементарного тока  $dI$ , протекающего через элементарную площадку  $ds$ , проходящую через эту точку перпендикулярно направлению тока, к ее размеру (см. приложение 1). Направление вектора  $J$  будет совпадать с нормалью к площадке и направлением тока  $dI$ .

Единица плотности тока — ампер на квадратный метр ( $A/m^2$ ); в технике чаще пользуются кратной единицей — ампером на квадратный миллиметр ( $A/mm^2$ ). В общем случае сила тока  $I$ , протекающего через поверхность  $s$ , будет равна интегралу скалярных произведений векторов плотности тока  $J$  на векторы, перпендикулярные элементарным площадкам рассма-

триваемой поверхности  $ds$ :

$$I = \int_s J ds. \quad (1-1)$$

Если плотности тока  $J$  одинаковы во всех точках поперечного сечения проводника, то

$$I = Js. \quad (1-2)$$

В однородной изотропной среде составляющая средней скорости упорядоченного движения электронов пропорциональна напряженности электрического поля и имеет с ним одинаковое направление, поэтому вектор плотности тока определится как

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E},$$

где  $\gamma$  — удельная электрическая проводимость.

В другом виде

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}, \quad (1-3)$$

где  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление материала проводника.

Ток в цепи протекает под действием напряжения. Рассмотрим участок проводника между сечениями  $A$  и  $B$  длиной  $l$  (рис. 1-1), напряженность поля  $E$  в котором одинакова во всех точках. Напряжение  $U_{AB}$  между сечениями  $A$  и  $B$ , складывающееся из напряжений на отдельных элементарных участках, определится в данном случае как

$$U_{AB} = \int_A^B E dl = El.$$

Подставляя в это равенство выражение для  $E$  и принимая для рассматриваемого проводника  $J = I/s$ , получим

$$U_{AB} = \rho l I / s = rI, \quad (1-4)$$

где  $r = \rho l / s$  — сопротивление проводника длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $s$ .

Из простых соображений выведено выражение закона Ома, полученное Г. Омом экспериментально. Равенство (1-3) является выражением закона в общем виде.

Напряжение выражается в вольтах (В). Напряжение определено как линейный интеграл вектора напряженности электрического поля. Разность потенциалов между рассматриваемыми точками электрической цепи или в общем случае между заряженными телами можно определить так же.

Сопротивление выражается в омах. Можно указать, что проводник имеет сопротивление 1 Ом, если при протекании по нему тока 1 А напряжение на его зажимах будет равно 1 В.

Из выражения (1-3) определится единица удельного сопротивления:  $[\rho] = [E/J] = [(В/м) \cdot (м^2/А)] = [Ом \cdot м]$ . В практических расчетах часто выражают удельное сопротивление в ом-квадратных миллиметрах на метр ( $Ом \cdot мм^2/м$ ). Единица удельной проводимости  $[\gamma] = [1/\rho] = [1/(Ом \cdot м)]$ .

Электрическое сопротивление  $r$  проводника с удельным сопротивлением  $\rho$ , длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $s$  определится как  $r = \rho l/s$ . Если  $\rho$  измеряется в ом-квадратных миллиметрах на метр, то  $l$  следует выразить в метрах, а площадь поперечного сечения — в квадратных миллиметрах. В расчетах часто пользуются электрической проводимостью  $g = 1/r$ .

Удельные сопротивления наиболее распространенных проводниковых материалов при температуре  $20^\circ C$  составляют: меди  $1,72 \cdot 10^{-8} Ом \cdot м$  ( $0,0172 Ом \cdot мм^2/м$ ) и алюминия  $2,6 \cdot 10^{-8} Ом \cdot м$  ( $0,026 Ом \cdot мм^2/м$ ).

Из описания процесса протекания тока следует, что при постоянном токе в отличие от переменного тока плотность тока во всех точках цилиндрического проводника одинакова. Распространение электромагнитных волн вдоль линий, определяющих протекание тока, происходит с большой скоростью, для воздушных линий равной скорости света (см. приложение 1). Эту скорость не следует смешивать со средней скоростью  $v_{ср}$  направленного движения электронов, которая очень мала даже по сравнению со скоростью теплового движения и имеет значения от миллиметров до долей миллиметра в секунду.

С повышением температуры сопротивление металлических проводников увеличивается, а с понижением — уменьшается. Зависимости сопротивления от температуры, исключая область сверхнизких температур, выражается в виде

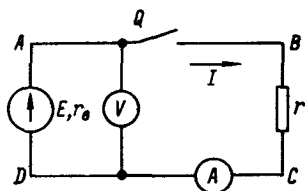
$$r = r_0 [1 + \alpha(t^\circ - t_0^\circ)], \quad (1-5)$$

где  $r_0$  — сопротивление при исходной температуре  $t_0^\circ$ , обычно равной  $+20^\circ C$ ;  $r$  — сопротивление при температуре  $t^\circ$ ;  $\alpha$  — температурный коэффициент.

Рассмотрим простейшую электрическую цепь (рис. 1-2), содержащую источник энергии с электродвижущей силой (ЭДС)  $E$  и внутренним сопротивлением  $r_b$ . На зажимы источника энергии включен вольтметр  $V$  и может включаться нагрузка, сопротивление которой  $r$ ; сила тока измеряется амперметром  $A$ . Направления ЭДС и тока показаны на рисунке стрелками. Замкнем рубильник  $Q$ . Очевидно, что при ЭДС  $E$ , равной ну-



Рис. 1-2. Простейшая электрическая цепь



лю, ток в цепи будет отсутствовать. Теперь поместим цепь в электрическое поле любой конфигурации. Ток в цепи и в этом случае будет отсутствовать, так как по известной теореме (см. приложение 1) линейный интеграл вектора напряженности электрического поля  $\oint \mathbf{E} d\mathbf{l}$  по контуру  $ABCD$  (рис. 1-2) равен нулю.

В рассматриваемом случае в цепь введена ЭДС источника энергии, преобразующего какой-либо вид энергии в электрическую энергию. Эта ЭДС неэлектростатического происхождения. Она может быть *сторонней*, обусловленной химическими или тепловыми процессами в источнике энергии, либо индуктированной магнитным полем. При введении одной или ряда этих ЭДС в цепь линейный интеграл вектора напряженности электрического поля по контуру цепи становится равным алгебраической сумме  $n$  введенных ЭДС:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = \sum_1^{k=n} E_k. \quad (1-6)$$

В этом состоит принципиальное отличие цепи с введенными сторонними или индуктированными ЭДС от системы заряженных тел электростатического поля. При отсутствии этих ЭДС потенциалы заряженных тел при соединении их проводниками выравниваются по истечении некоторого времени, а при наличии ЭДС разности потенциалов между заряженными телами поддерживаются сколь угодно длительное время.

Для цепи (рис. 1-2) сила тока определяется отношением ЭДС к сумме сопротивления нагрузки  $r$  и внутреннего сопротивления источника  $r_в$ , которым обладают все источники энергии. Для электрического генератора постоянного тока это — сопротивление проводов обмоток и контакта щеток. Следовательно,

$$I = \frac{E}{r + r_в}. \quad (1-7)$$

Диапазон токов и напряжений, применяемых на практике, очень велик. Ток в электронных схемах может быть равным  $10^{-10} - 10^{-12}$  А, ток лампы накаливания 100 Вт при напряжении 127 В составляет 0,79 А, токи двигателей средней мощности — порядка десятков и сотен ампер, токи в цепях ванн при электролизе алюминия составляют десятки тысяч ампер.

Напряжения в системах автоматики и радиоэлектроники могут быть порядка  $10^{-8} - 10^{-9}$  В, напряжение аккумулятора измеряется вольтами, напряжение сетей переменного тока общего пользования составляет 220 и 380 В, напряжения линий электропередачи достигают миллиона вольт с перспективой дальнейшего их увеличения.

**Энергия и мощность цепи.** В соответствии с законом Джоуля – Ленца (1843 г.) энергия в джоулях, выделяемая в цепи с сопротивлением  $r$  при протекании тока  $I$  в течение времени  $t$  (в секундах),

$$A = I^2 r t. \quad (1-8)$$

Эта электрическая энергия превращается в тепловую и рассеивается в окружающее пространство. Тепловой эквивалент при преобразовании электрической энергии в тепловую установлен Д. Джоулем. Эта энергия может преобразовываться и в другие виды энергии: механическую в двигателях, энергию излучения в радиотехнических устройствах и т. д. В этих случаях следует считать, что имеется некоторое эквивалентное сопротивление  $r_3$ .

Мощность  $P$  в ваттах численно равна энергии в джоулях, рассчитанной на единицу времени:

$$P = \frac{dA}{dt} = I^2 r. \quad (1-9)$$

Учитывая, что напряжение на зажимах резистивного элемента  $U = Ir$  и ток цепи  $I = U/r = Ug$ , можно написать различные выражения для мощности:

$$P = I^2 r = UI = U^2 g. \quad (1-10)$$

На основании закона сохранения энергии утверждаем, что энергия и мощность, доставляемые в электрическую систему всеми источниками энергии, равны энергии и мощности, потребляемым приемниками, т. е. всегда соблюдается баланс энергии и мощности.

Мощность цепи часто выражается в киловаттах (кВт) – тысячах ватт, мегаваттах (МВт) – миллионах ватт.

В технике имеют дело с мощностями от ничтожных долей ватта – в радиотехнике и измерительных устройствах до тысяч мегаватт (миллионов киловатт) – на крупных электростанциях.

При любом законе изменения тока и напряжения энергия, доставляемая приемнику или отдаваемая источником за промежуток времени  $t = t_3 - t_2$ , определится как

$$A = \int_{t_2}^{t_3} P dt = \int_{t_2}^{t_3} I^2 r dt = \int_{t_2}^{t_3} U^2 g dt = \int_{t_2}^{t_3} UI dt. \quad (1-11)$$

Если напряжение, ток и мощность остаются неизменными в течение времени  $t$ , то получаем более простые выражения:

$$A = Pt = I^2 r t = U^2 g t = U I t. \quad (1-12)$$

В системе СИ энергия выражается в джоулях (1 Дж = 1 Вт·с). В энергетике пользуются более крупными единицами для измерения энергии: 1 ватт-час (Вт·ч) = 3600 Дж — энергия, доставляемая в течение часа при мощности цепи 1 Вт; 1 киловатт-час (кВт·ч) =  $3,6 \cdot 10^6$  Дж; 1 мегаватт-час (МВт·ч) =  $3,6 \cdot 10^9$  Дж и т. д.

## 1-2. Схема электрической цепи, ее элементы и их изображения

Электрическая цепь состоит из источников энергии, доставляющих энергию в цепь, и приемников, в которых энергия потребляется и преобразуется в другие виды энергии, а затем рассеивается или используется для различных практических целей.

Источниками энергии могут быть электрические генераторы, электрохимические источники, термопреобразователи и др. При исследовании процессов для простоты идеализируем источник энергии, т. е. исключаем из рассмотрения его параметры, которые не влияют вовсе или не оказывают существенного влияния на процесс. Например, исключаем из рассмотрения индуктивность обмоток и емкости между витками обмоток генератора, не влияющие на процесс протекания неизменного тока. Обычно электрический генератор изображают как последовательное соединение источника энергии и резистивного элемента с внутренним сопротивлением  $r_{в}$ .

Приемниками электрической энергии могут быть резисторы, электрические двигатели, заряжаемые аккумуляторы, электролизные ванны и др. Каким бы ни был приемник, его всегда можно представить в виде идеального резистивного элемента, т. е. элемента, обладающего только сопротивлением, или резистивного элемента и источника ЭДС. Например, для электрического двигателя, развивающего при вращении ЭДС, направленную встречно протеканию тока, следует изобразить на схеме источник ЭДС с последовательно включенным резистором  $r$  (рис. 1-3, а).

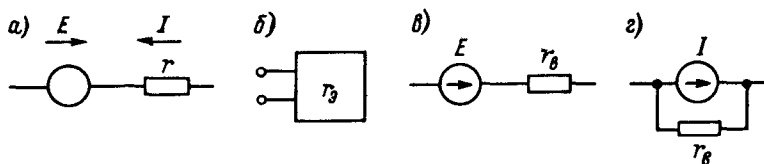


Рис. 1-3. Схемы элементов цепи: а — активный приемник; б — пассивный двухполюсник; в — источник ЭДС; г — источник тока

Если в состав приемника входят один или несколько элементов, которые характеризуются только определенными сопротивлениями, например нагревательные элементы, то их можно рассматривать и представлять на схеме в виде идеальных резисторов. Такой приемник называется *пассивным*. Если в состав приемника входят один или несколько элементов с источниками ЭДС, то такой приемник называется *активным*.




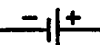











Мы будем рассматривать вначале только линейные цепи, элементы которых линейны, т. е. их сопротивления практически не зависят от токов, а зависимость напряжений от токов линейная.

На схеме электрической цепи изображаются источники энергии и приемники, соединенные между собой *последовательно* или *параллельно*. Могут изображаться и отдельные участки цепи. В таком виде мы получаем схему замещения электрической цепи, где изображены идеальные элементы.

Рассматривая электрические цепи, можно заключить, что совокупность сопротивлений различных элементов приемника в целом или любого его участка, соединенных любым образом, можно представить в виде элемента, обладающего некоторым эквивалентным сопротивлением  $r_э$ . Такой элемент, заменяющий часть электрической цепи и имеющий два входных зажима, называется *пассивным двухполюсником* (рис. 1-3, б). Если в состав данного участка входят источники ЭДС или тока, то такой эквивалентный элемент будет *активным двухполюсником*.

Различают источники ЭДС и источники тока. Идеальный источник ЭДС имеет неизменные ЭДС и напряжение на зажимах при всех токах нагрузки. У реального источника ЭДС и напряжение на зажимах изменяются при изменениях нагрузки, например вследствие падения напряжения в обмотках и внутренних процессов в электрическом генераторе. Это учитывается последовательным включением резистора. Реальный источник ЭДС изображается, как показано на рис. 1-3, в. Заметим, что внутреннее сопротивление источника ЭДС в ряде случаев

**Таблица 1-1. Условные обозначения  
некоторых элементов электрической цепи**

Наименование элемента	Условное обозначение
Выключатель однополюсный	
Выключатель двухполюсный	
Предохранитель плавкий	
Элемент гальванический или аккумулятор	
Резистор постоянный (нерегулируемый)	
Резистор постоянный с отводами	
Резистор переменный, с плавным регулированием сопротивления (реостат): общее обозначение	
с разрывом цепи	
без разрыва цепи	
Резистор нелинейный, сопротивление которого зависит от напряжения (варистор)	
Конденсаторы: постоянной емкости (нерегулируемый)	
переменной емкости (регулируемый)	
электролитический (поляризованный)	
Катушка индуктивности (дроссель) без сердечника	
Катушка индуктивности с ферромагнитным сердечником	

относительно малó, например аккумулятора, и напряжение на его зажимах мало изменяется с нагрузкой. Идеальный источник тока обеспечивает протекание неизменного тока в приемниках при всех изменениях их сопротивления. У реального источника ток во внешней цепи изменяется при изменениях сопротивления. Поэтому реальный источник тока изображается на схемах замещения как идеальный источник тока с параллельным включением резистивного элемента (рис. 1-3, з), сопротивление которого определяется из характеристики элемента. Примером реального источника тока может служить электронный усилитель, внутреннее сопротивление которого обычно велико по сравнению с сопротивлением нагрузки.

Источники энергии выполняются из реальных физических элементов, поэтому все они практически являются реальными источниками. Каким является источник ЭДС или тока, определяется в первую очередь его схемой, а также функциями, которые он выполняет. В общем случае можно считать реальным источником ЭДС источник, у которого при изменениях нагрузки изменяется выходное напряжение, а реальным источником тока — такой, у которого изменяется ток с изменением выходного сопротивления.

Условные обозначения некоторых элементов цепи приведены в табл. 1-1.

На схемах указывают положительные направления ЭДС, токов и напряжений. В ряде случаев для цепей постоянного тока эти направления легко определить, так как при заданной полярности источника энергии направления токов легко находятся. В сложных цепях направления токов и напряжений отдельных участков сразу определить трудно. Но в любом случае, определив условно эти направления для отдельных участков, можно составить уравнения для цепи, из которых найдутся токи и напряжения участков. Если для участка значение тока или напряжения получится отрицательным, то это означает, что для этого участка в действительности ток и напряжение имеют другое направление.

Для цепей переменного тока также намечают условные положительные направления, хотя напряжения и токи изменяются во времени по значению и направлению. Это необходимо для того, чтобы при принятых направлениях составить уравнения, в которых надо записывать напряжения и токи в соответствии с принятыми положительными направлениями.

### 1-3. Режимы работы и схемы включения регулировочных резисторов

Источники энергии и приемники могут работать в различных режимах.

В режиме холостого хода (ХХ) источника энергии приемники отключены и ток нагрузки равен нулю. Например, на схеме рис. 1-2 рубильник  $Q$  отключен и ток нагрузки генератора равен нулю, если пренебречь очень небольшим током вольтметра. Напряжение на зажимах генератора практически равно его ЭДС. Ряд приемников может также работать практически вхолостую, если отсутствует нагрузка, например электрический двигатель при отсутствии момента нагрузки.

Короткое замыкание (КЗ) как аварийный режим имеет место при замыкании накоротко зажимов источника энергии или проводов линии от источника энергии к приемнику, когда ток ограничивается только внутренним сопротивлением источника или источника и проводов линии, например при замыкании проводов сети электроснабжения. Токи при этом достигают недопустимо больших значений, опасных по перегреву для проводов сети. Поврежденный участок должен быть возможно быстрее отключен с помощью автоматического выключателя или при перегорании предохранителей. Короткое замыкание участков цепи может выполняться и преднамеренно для исследования цепей, когда при пониженном напряжении питания замыкаются, предположим, выходные зажимы цепи, на которые включен какой-либо приемник или участок цепи.

*Номинальный режим* работы источника энергии, приемника или другого устройства указывается в паспорте, каталоге, а также на щитке устройства. Эти данные означают, что устройство может работать неопределенно длительное время или в определенном режиме без перегрева и других недопустимых последствий при указанных номинальных напряжении, токе и отдаваемой мощности. Естественно, что это устройство может работать и при уменьшенных нагрузках, и при некоторых отклонениях напряжения от номинального; могут быть допущены и кратковременные перегрузки (см. гл. 16).

*Согласованный режим* работы осуществляется в том случае, когда требуется получить от источника энергии с данными параметрами наибольшую мощность, например наибольшую мощность от какого-либо преобразователя для подачи на приемное устройство.

Для схемы рис. 1-2 мощность, доставляемая приемнику, определится как

$$P = UI = I^2 r = \frac{r}{(r + r_b)^2} E^2,$$

где  $I = E/(r + r_b)$  — ток приемника [см. выражение (1-7)].

Наибольшая мощность будет иметь место при максимуме отношения изменяемого сопротивления  $r$  приемника к квадрату суммы сопротивлений  $(r + r_b)^2$ .

Взяв производную по  $r$  от величины  $r/(r + r_b)^2$  и приравняв ее нулю, получим

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{r}{(r + r_b)^2} \right] = \frac{(r + r_b)^2 - 2(r + r_b)r}{(r + r_b)^4} = 0,$$

откуда  $r = r_b$ . При этом мощность  $P$ , отдаваемая приемнику, равна мощности  $\Delta P$  потерь в источнике энергии:

$$P = I^2 r = \Delta P = I^2 r_b = EI/2. \quad (1-13)$$

К аналогичному выводу приходим и для источника тока. И в этом случае наибольшая мощность имеет место при равенстве сопротивления нагрузки параллельному сопротивлению источника  $r_b$  по схеме замещения (рис. 1-3, 2).

Можно заключить, что *мощность, передаваемая приемнику, будет наибольшей при равенстве сопротивления нагрузки внутреннему сопротивлению источника энергии.*

Этот режим работы не применяется в промышленном энергоснабжении, потому что мощности источников энергии здесь находятся в соответствии с требованиями потребителей и потери энергии в источниках были бы чрезмерно велики, составляя не менее половины всей вырабатываемой энергии; следовательно, был бы очень низок коэффициент полезного действия (КПД) подобных систем.

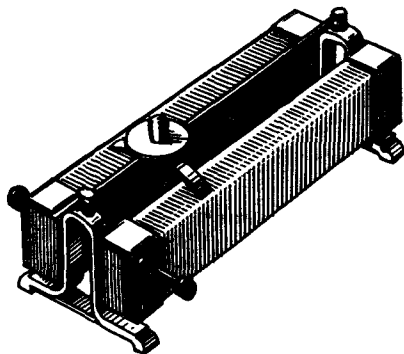
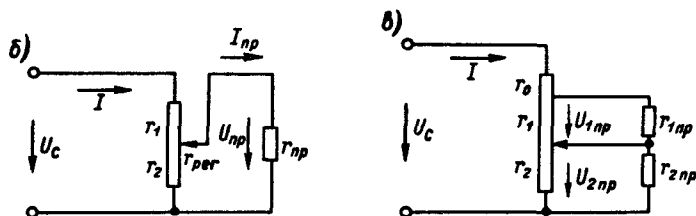


Рис. 1-4. Проволочный реостат



Рис. 1-5. Схемы регулирования напряжения на зажимах приемника:  
 а — с последовательным включением реостата; б — потенциометрическая схема; в — схема делителя напряжения



В мощных энергетических системах эквивалентное сопротивление приемников в десятки раз больше сопротивления источников энергии.

Приемниками электрической энергии цепей постоянного тока могут быть лампы накаливания, нагревательные приборы, электролизные ванны, электродвигатели и др. При значительных мощностях и необходимости регулировать напряжение питания применяют источник энергии с регулируемым напряжением. При относительно небольших мощностях напряжение и ток регулируются при помощи переменных резисторов — *реостатов*. На рис. 1-4 изображен проволочный реостат, рассчитанный на относительно небольшой ток. Проволока реостата намотана на изолирующее основание. При перемещении скользящего контакта по проволочной намотке сопротивление реостата изменяется достаточно плавно. Для регулирования токов порядка десятков ампер обычно применяются контактные реостаты, сопротивление которых изменяется ступенями при перемещении подвижного контакта с одного неподвижного контакта на другой. Неподвижные контакты соединены с проволочными или другими резистивными элементами.

На рис. 1-5 показаны три основные схемы включения регулировочных реостатов.

В простейшем случае реостат может быть включен последовательно с приемником. При изменении сопротивления реостата изменяются ток  $I$  и напряжение  $U_{np}$  на зажимах приемника (рис. 1-5, а). Такая схема может служить для регулирования тока и напряжения в сравнительно узких пределах.

Если требуется регулирование напряжения  $U_{np}$  и тока  $I_{np}$  приемника в широких пределах при неизменном напряжении сети

$U_c$ , то применяется *потенциометрическая* схема (рис. 1-5, б). Сопротивление  $r_{\text{рег}}$  реостата выбирают в несколько раз меньшим сопротивления приемника, что при обычном оборудовании выполнимо для маломощных приемников. Если  $r_{\text{пр}} \gg r_{\text{рег}}$ , то с некоторой погрешностью для небольших токов приемника напряжение  $U_{\text{пр}}$  на его зажимах определяется как

$$U_{\text{пр}} = Ir_2 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} U_c.$$

Напряжение на зажимах приемника будет изменяться прямо пропорционально перемещению подвижного контакта — линейно зависеть от перемещения. Если учесть ток приемника, возрастающий при увеличении напряжения  $U_{\text{пр}}$ , то эта зависимость будет нелинейной.

Если требуется одно или несколько различных напряжений питания приемников при неизменном напряжении сети  $U_c$ , то применяется схема делителя напряжения, показанная на рис. 1-5, в.

Если сопротивления участков  $r_1$  и  $r_2$  относительно малы по сравнению с сопротивлениями  $r_{1\text{пр}}$  и  $r_{2\text{пр}}$ , получим

$$U_{1\text{пр}} = Ir_1 = \frac{r_1}{r_0 + r_1 + r_2} U_c$$

и

$$U_{2\text{пр}} = \frac{r_2}{r_0 + r_1 + r_2} U_c.$$

При значительных мощностях в качестве делителей напряжения применяются устройства, потери энергии в которых относительно невелики.

#### 1-4. Задачи исследования электрической цепи.

##### Простая электрическая цепь

Цели исследования электрических цепей могут быть самыми различными: определение падения напряжения на зажимах приемника при нагрузке и колебаний напряжения, определение тока при коротком замыкании в какой-либо точке и др. Из этих расчетов находят требуемые сечения проводов или при данных сечениях проводов — падение и колебания напряжения. По данным расчетов выбираются устройства для отключения при коротком замыкании.

Расчет проволочных резисторов состоит в определении длины и сечения провода, обеспечивающих необходимое сопро-

тивление и длительное протекание заданного тока при допустимом нагреве. Для резисторов, выполненных из неизолированных проводов, допустимые температуры могут достигать сотен градусов. В радиотехнических установках, системах управления и других подобных устройствах токи обычно малы и выбор минимального сечения проводов производится исходя из требуемой механической прочности.

Для сложных цепей решаются те же задачи, но для их решения сначала нужно определить токи в ветвях цепи, что является наиболее трудоемкой задачей. Поэтому методы исследования и расчета сложных цепей — это в основном методы расчета распределения токов в ветвях цепи. Другие задачи решаются относительно просто, как это показано дальше.

Рассмотрим простую электрическую цепь, состоящую из источника энергии (генератора), имеющего ЭДС  $E_r$  и внутреннее сопротивление  $r_v$ ; линии передачи длиной  $L$  и приемника энергии с сопротивлением  $r_{пр}$  (рис. 1-6). Ток в линии  $I$  определяется потребной мощностью приемника:  $I = \sqrt{P_{пр}/r_{пр}}$ , и по нему производится расчет проводов линии.

Напряжение  $U_r$  в начале линии меньше ЭДС на величину падения напряжения в источнике энергии:  $U_r = E - Ir_v$ , а напряжение  $U_{пр}$  на зажимах приемника меньше  $U_r$  на величину падения напряжения в линии.

Уменьшение соответствующего напряжения называется изменением или *потерей* напряжения и для цепей постоянного тока равно падению напряжения. Практически обычно рассчитывают отклонения напряжения от номинального значения при колебаниях нагрузки. Отклонения напряжения в сторону уменьшения ограничены тем, что при снижении напряжения резко уменьшается световой поток ламп накаливания; электрические двигатели при данных нагрузках требуют токи, превосходящие нормальные. При отклонении напряжения в сторону увеличения лампы накаливания могут быстро выйти из строя, двигатели работают в недопустимых условиях. Поэтому отклонения напряжения в сторону уменьшения ограничены величиной 2,5–5%, а в сторону увеличения — 5%.

Расчет линии по отклонениям напряжения для наибольшей

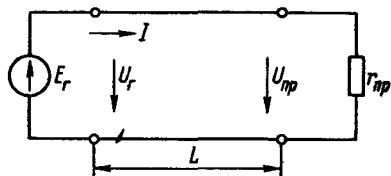


Рис. 1-6. Схема линии передачи энергии постоянного тока

и наименьшей нагрузок сводится к определению сечения проводов при этих нагрузках. Может быть поставлена и обратная задача: определить потери и отклонение напряжения для линии при данных сечениях проводов и нагрузке.

Следующей задачей расчета является выбор или проверка сечения проводов линии исходя из того, чтобы провода не перегревались при протекании по ним тока. Может быть поставлена и обратная задача — проверка имеющихся проводов определенного сечения на отсутствие перегрева.

На основании закона Ома потери напряжения в линии определяются как

$$\Delta U = I r_{л} = I \rho \frac{l}{s},$$

где  $l = 2L$  — длина обоих проводов линии, м;  $s$  — площадь поперечного сечения проводов, мм<sup>2</sup>;  $\rho$  — удельное сопротивление материала проводов, Ом·мм<sup>2</sup>/м. (В системе СИ единицей удельного сопротивления  $\rho$  является ом-метр. 1 Ом·м = = 10<sup>6</sup> Ом·мм<sup>2</sup>/м.)

Потери напряжения в процентах

$$\varepsilon = \frac{\Delta U}{U_r} 100 = \frac{I}{U_r} \rho \frac{l}{s} 100. \quad (1-14)$$

Напряжение на зажимах приемника

$$U_{пр} = U_r - \Delta U.$$

Потери мощности в линии

$$\Delta P = \Delta UI = I^2 r_{л}. \quad (1-15)$$

Коэффициент полезного действия линии

$$\eta = \frac{P_{пр}}{P_r} 100 = \frac{P_r - \Delta P}{P_r} 100 = \frac{U_r I - \Delta UI}{U_r I} 100 = 100 - \varepsilon. \quad (1-16)$$

Из выражения (1-14) получим

$$\varepsilon = \frac{I}{U_r} \rho \frac{l}{s} 100 = \frac{P_r}{U_r^2} \rho \frac{l}{s} 100, \quad (1-17)$$

где  $P_r$  — мощность источника энергии.

При передаче данной мощности потери напряжения обратно пропорциональны квадрату напряжения.

С увеличением длины линии для передачи требуемой мощности при заданных потерях и приемлемом сечении проводов необходимо повышать напряжение. Поэтому передача больших

мощностей на дальние расстояния осуществляется по линиям высокого напряжения.

Протекание тока по проводам обуславливает в них потери энергии и мощности. В процессе нагрева часть этой энергии идет на повышение температуры, а часть рассеивается как тепловая в окружающую среду.

По окончании процесса нагрева установится некоторое превышение температуры проводов над температурой окружающей среды и вся энергия потерь будет рассеиваться; превышение температуры проводов можно считать приблизительно пропорциональным потерям мощности в проводах. Допустимые температуры при нагрузке в электротехнике нормируют, так как при значительном нагреве уменьшается срок службы изоляции проводов; при достаточно высокой температуре изоляция начинает обугливаться, а неизолированные провода интенсивно окисляются.

При проверке проводов по допустимому нагреву не производят сложных расчетов процессов нагрева; обычно пользуются таблицами допустимых токов для различных сечений проводов или жил кабелей. Значения допустимых токов для проводов приводятся в справочниках. Для примера укажем допустимые токи для неизолированных медных проводов при температуре окружающего воздуха  $+20^{\circ}\text{C}$ :

Сечение проводов, мм <sup>2</sup> . . . . .	4	6	10	16	25	35	50	70	95
Допустимый ток, А . . . . .	40	63	91	125	171	222	250	353	425

При расчете цепи, как было отмечено вначале, определяют сечение проводов, исходя из заданных отклонений или потерь напряжения, с округлением до наибольшего стандартного. После этого провода полученного сечения проверяют по допустимому нагреву. Для очень коротких линий осветительных сетей или внутрицеховой проводки ограничиваются только выбором проводов по допустимым токам, так как потери напряжения в них очень невелики.

В § 1-3 режим короткого замыкания был определен как аварийный режим. При КЗ ток будет протекать не через приемник, а по проводам через место соединения. Значение тока может быть весьма большим. Причины КЗ могут быть самыми различными: соединение проводов при их раскачивании, пробой изоляции между проводами, механическое повреждение изоляции и т. п.

При КЗ поврежденный участок должен быть автоматически отключен. За время от начала КЗ до отключения поврежденно-

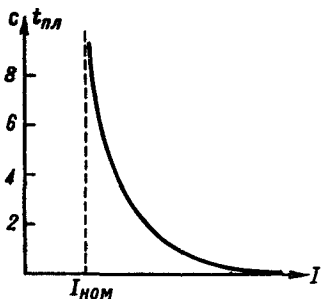


Рис. 1-7. Зависимость времени плавки вставки от тока

го участка не должны быть повреждены изоляция или провода той части сети, по которой протекает значительный ток. Практически можно не учитывать отдачу тепла в течение малого промежутка времени до отключения. Исходя из этого условия, часто определяют допустимое время отключения, в течение которого провода не перегреются сверх допустимого кратковременного повышения температуры и не возникнет опасности выхода из строя участка сети, пожара в помещении и т. п.

Автоматическое отключение при КЗ в мощных цепях производится при помощи выключателей разных видов: высоковольтных — масляных и воздушных, а также низковольтных автоматов. В осветительных и силовых низковольтных сетях для защиты часто применяются плавкие предохранители. Плавкие предохранители выполняются в виде пробочных для относительно небольших токов, в виде трубчатых, где плавкая вставка помещена в трубке, а также в виде пластинчатых; используются также малогабаритные автоматы, встроенные в предохранители.

На рис. 1-7 приведена характерная зависимость времени плавки вставки  $t_{пл}$  от значения тока. При протекании по вставке тока не более указанного на предохранителе номинального  $I_{ном}$ , на который он рассчитан, вставка не плавится в течение неопределенно длительного времени; при  $I > I_{ном}$  вставка плавится, причем с увеличением тока уменьшается время плавки, и для значительных токов время перегорания предохранителя имеет значение порядка долей секунды.

Номинальный ток выбранных предохранителей должен быть несколько большим наибольшего возможного тока цепи или равным ему, например при пуске двигателя, когда пусковой ток превосходит номинальный в несколько раз. Поэтому только в осветительных сетях, где нет пиков тока, предохранители могут защищать цепь от перегрузок; в общем случае предохранители обеспечивают защиту только при КЗ.

В распределительных сетях низкого напряжения энергия от источника подается к потребителям через групповые щитки, питающие группы приемников (рис. 1-8). На групповом щитке,

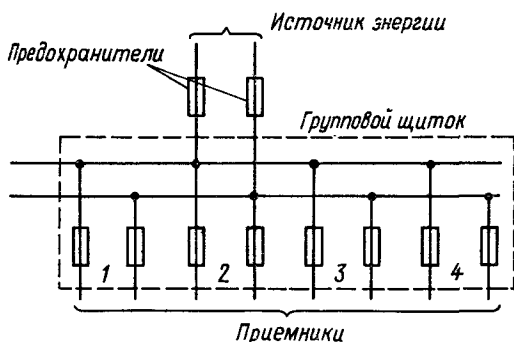


Рис. 1-8. Схема группового щитка постоянного тока

от которого получают питание отдельные приемники (например, осветительные приборы отдельных квартир), устанавливают предохранители с номинальными токами, соответствующими токам отдельных приемников, а на вводе питающей линии — предохранитель на общий ток группы приемников. По техническим требованиям предохранители должны устанавливаться при каждом переходе от большего сечения проводов к меньшему.

### 1-5. Исследование электрической цепи при помощи уравнений Кирхгофа

Основными законами, на базе которых разработаны методы исследования цепей, являются закон Ома и законы Г. Р. Кирхгофа (1824—1887 г.).

Первый закон Кирхгофа вытекает из принципа непрерывности тока. В узле электрической цепи *A*, где сходятся *n* проводов (рис. 1-9), не может быть накопления зарядов; поэтому сумма зарядов, притекающих в любой момент времени к узлу *A*, равна сумме зарядов, уходящих от узла. На основании этого формулируется первый закон Кирхгофа.

*Алгебраическая сумма токов в проводах, сходящихся в любом узле электрической цепи, равна нулю:*

$$\sum_1^{k=n} I_k = 0. \quad (1-18)$$

При этом токи, текущие к узлу цепи, следует брать с одним знаком, а токи, текущие от узла, — с другим знаком.

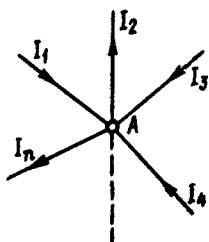


Рис. 1-9. Токи в проводах узла электрической цепи

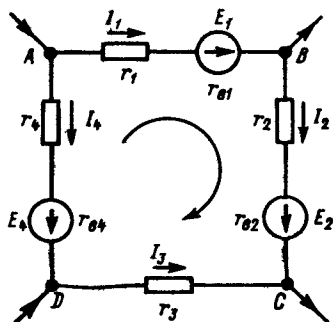


Рис. 1-10. Замкнутый контур электрической цепи

Второй закон Кирхгофа устанавливает связь между результирующей ЭДС, действующей в замкнутой электрической цепи, и произведениями токов в ветвях цепи на сопротивления ветвей (рис. 1-10).

В рассматриваемой замкнутой электрической цепи  $ABCD$  действуют три ЭДС:  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_4$ . Две из них,  $E_1$  и  $E_2$ , действуют согласно, в одном направлении, а третья  $E_4$  — навстречу. Следовательно, выбирая направление обхода контура  $ABCD$ , показанное внутри стрелкой, и считая ЭДС, действующие в направлении обхода, положительными, а ЭДС, действующие в обратном направлении, — отрицательными, определим результирующую ЭДС:

$$E = E_1 + E_2 - E_4.$$

Эта результирующая ЭДС будет затрачиваться на проведение тока в ветвях цепи и в соответствии с законом Ома будет равна сумме произведений токов на сопротивления ветвей. Для цепи на рис. 1-10

$$E_1 + E_2 - E_4 = I_1(r_1 + r_{в1}) + I_2(r_2 + r_{в2}) - I_3r_3 - I_4(r_4 + r_{в4}).$$

В правой части равенства произведения токов  $I_3$  и  $I_4$  на соответствующие сопротивления взяты со знаком минус, так как эти токи протекают против принятого направления обхода.

Обобщая этот вывод на любое число ветвей в контуре замкнутой электрической цепи, получим второй закон Кирхгофа.

*Алгебраическая сумма ЭДС, действующих в любом замкну-*



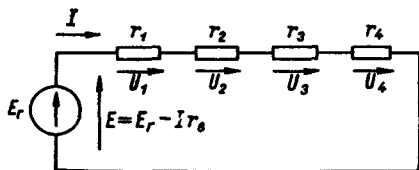


Рис. 1-11. Последовательное соединение резисторов в цепи постоянного тока

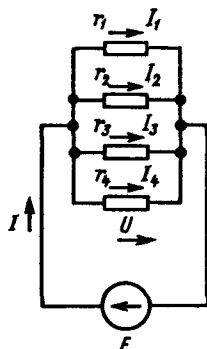


Рис. 1-12. Параллельное соединение резисторов в цепи постоянного тока

том контуре, равна алгебраической сумме падений напряжения в ветвях этого контура.

Для цепи, имеющей  $n$  ветвей, получим равенство

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n I_k r_k. \quad (1-19)$$

При последовательном соединении резисторов в цепи (рис. 1-11) значение тока  $I$  во всех резисторах одинаково. По второму закону Кирхгофа можно написать выражение

$$\begin{aligned} E &= U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = I r_1 + I r_2 + I r_3 + I r_4 = \\ &= I(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) = I r. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что при последовательном соединении резисторов общее сопротивление цепи равно сумме сопротивлений этих резисторов:

$$r = \sum_{k=1}^n r_k. \quad (1-20)$$

Напряжения (падения напряжения) на отдельных участках цепи по закону Ома:

$$U_1 = I r_1; \quad U_2 = I r_2; \quad U_3 = I r_3; \quad U_4 = I r_4.$$

Мощность цепи равна сумме мощностей, выделяемых на отдельных участках:

$$P = \sum_{k=1}^n P_k = I^2 r_1 + I^2 r_2 + I^2 r_3 + I^2 r_4 + \dots + I^2 r_n.$$

Для параллельного соединения резисторов (рис. 1-12) напряжение на зажимах всех параллельных участков одинаково:

$$U = I_1 r_1 = I_2 r_2 = I_3 r_3 = I_4 r_4.$$

Ток цепи  $I$  в соответствии с первым законом Кирхгофа равен сумме токов параллельных ветвей:

$$\begin{aligned} I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 &= \frac{U}{r_1} + \frac{U}{r_2} + \frac{U}{r_3} + \frac{U}{r_4} = \\ &= U(g_1 + g_2 + g_3 + g_4). \end{aligned}$$

При параллельном соединении резисторов общая проводимость цепи равна сумме проводимостей параллельных ветвей. Для цепи с  $n$  ветвями

$$g = \sum_{k=1}^n g_k \quad (1-21)$$

или

$$r = \frac{1}{g} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n g_k}. \quad (1-22)$$

Токи параллельных ветвей по закону Ома:

$$I_1 = U g_1; I_2 = U g_2; I_3 = U g_3; \dots; I_n = U g_n.$$

Заметим, что если дан общий ток  $I$ , то отдельные токи в ветвях распределяются пропорционально проводимостям:

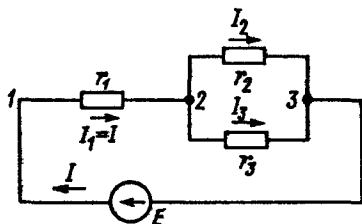
$$I_1 = I \frac{g_1}{g}; I_2 = I \frac{g_2}{g}; I_3 = I \frac{g_3}{g}; \dots; I_n = I \frac{g_n}{g}.$$

Мощность цепи складывается из мощностей отдельных ветвей:

$$P = \sum_{k=1}^n P_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 r_k = \sum_{k=1}^n U^2 g_k.$$

Простейшее смешанное соединение резисторов дано на рис. 1-13.

Рис. 1-13. Смешанное соединение резисторов в цепи постоянного тока



Сопротивление участка 2-3 с параллельным соединением резисторов определится из выражения (1-22):

$$r_{23} = \frac{1}{1/r_2 + 1/r_3} = \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}.$$

Общее сопротивление цепи

$$r = r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}.$$

Из этого примера следует метод определения эквивалентного сопротивления в общем случае при сколь угодно большом числе участков цепи.

Сначала находят эквивалентные сопротивления параллельных участков, затем эквивалентное сопротивление цепи определяется как сумма найденных эквивалентных сопротивлений и сопротивлений других одиночных резисторов, включенных последовательно.

### 1-6. Методы исследования сложных цепей

В ряде случаев сети электроснабжения, цепи систем автоматики, цепи электронных устройств и другие цепи имеют сложную конфигурацию. Поэтому, прежде чем приступать к решению задач, поставленных в § 1-4, необходимо определить токи в отдельных ветвях цепи.

Наиболее трудоемкой задачей является расчет распределения токов в ветвях сложной цепи. Методы исследования сложных линейных цепей, излагаемые в этом параграфе, применяются и для сложных линейных цепей переменного тока (см. § 2-9).

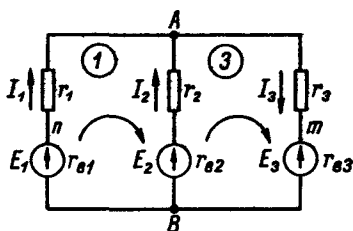


Рис. 1-14. Схема цепи к расчету методом составления и решения уравнений по законам Кирхгофа

Решение уравнений для исследования достаточно сложных цепей производится при помощи ЭВМ. Приведенные уравнения в этом случае служат для программирования решения задач на ЭВМ.

Для линейных цепей, т. е. цепей, составленных из линейных элементов, справедлив принцип наложения (суперпозиции). В соответствии с этим принципом токи в отдельных ветвях можно считать состоящими из токов, вызываемых каждой из ЭДС, действующих в цепи; падения напряжения следует считать состоящими из падений напряжения, обусловленных отдельными токами, и т. д.

Метод составления и решения уравнений по законам Кирхгофа. Метод заключается в составлении уравнений по первому и второму законам Кирхгофа для узлов и контуров электрической цепи; при решении этих уравнений находятся неизвестные токи ветвей. Общее число уравнений должно быть равно числу неизвестных, т. е. числу ветвей цепи. Число уравнений, которые можно составить на основании первого закона, равно числу узлов цепи, уменьшенному на единицу; остальные уравнения составляются по второму закону Кирхгофа.

Рассмотрим сложную цепь, изображенную на рис. 1-14. Будем считать известными ЭДС  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$ , а также внутренние сопротивления источников ЭДС  $r_{в1}$ ,  $r_{в2}$  и  $r_{в3}$  и сопротивления ветвей  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$ . Следует определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  в трех ветвях цепи. Зададимся направлениями токов в ветвях. Если выбранные направления токов окажутся противоположными действительным, то при решении уравнений получим значения этих токов со знаком минус. Это будет свидетельствовать о том, что соответствующие токи текут в обратных направлениях.

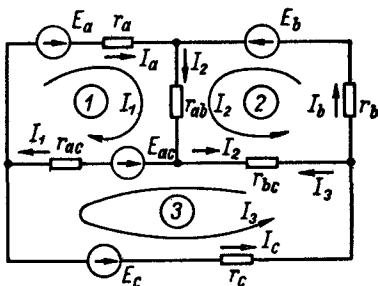
Цепь имеет два узла  $A$  и  $B$ . По первому закону Кирхгофа можно составить одно уравнение, так как уравнения для узлов  $A$  и  $B$  совершенно одинаковы:  $I_1 + I_2 - I_3 = 0$ .

Для определения трех неизвестных токов надо составить еще два уравнения по второму закону Кирхгофа. Эти два уравнения следует составить для любых двух контуров, например 1 и 3 (рис. 1-14). Казалось бы, что третье уравнение можно составить и для контура  $AmBnA$ , но это третье уравнение явилось бы следствием первых двух, т. е. для данной цепи можно составить только два линейно независимых уравнения.

Выбрав положительное направление обхода для этих контуров, составим уравнения:

$$I_1(r_1 + r_{в1}) - I_2(r_2 + r_{в2}) = E_1 - E_2;$$

Рис. 1-15. Схема цепи к расчету методом контурных токов



$$I_2(r_2 + r_{b2}) + I_3(r_3 + r_{b3}) = E_2 - E_3.$$

При совместном решении уравнений находим токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ , например

$$I_1 = \frac{(E_1 - E_2)(r_2 + r_{b2} + r_3 + r_{b3}) + (E_2 - E_3)(r_2 + r_{b2})}{(r_1 + r_{b1})(r_2 + r_{b2}) + (r_2 + r_{b2})(r_3 + r_{b3}) + (r_3 + r_{b3})(r_1 + r_{b1})} \quad (1-23)$$

**Метод контурных токов.** Метод расчета путем решения уравнений, составленных по законам Кирхгофа, трудоемок. Например, для цепи, имеющей шестнадцать ветвей, требуется решать систему шестнадцати уравнений.

Значительно упрощает расчет метод контурных токов, так как позволяет сократить число уравнений. В соответствии с этим методом составляются уравнения только по второму закону Кирхгофа, для чего выбирается необходимое число контуров. В каждом контуре предполагается наличие контурного тока, положительное направление которого указывается стрелкой произвольно. Так, например, на рис. 1-15 показана сложная схема, имеющая шесть ветвей, токи в которых подлежат определению. Число узлов в схеме равно четырем, поэтому по первому закону Кирхгофа следовало бы написать три уравнения. Этих уравнений мы не пишем, а сразу приступаем к составлению остающихся трех уравнений по второму закону Кирхгофа. Исходя из принципа наложения, считаем, что в каждом контуре протекают контурные токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ , из которых образуются токи ветвей.

Составляем уравнение для первого контура, обходя его в направлении собственного контурного тока и учитывая падения напряжения от всех контурных токов, протекающих в различных резисторах первого контура. От тока  $I_1$  будем иметь суммарное падение напряжения, равное  $(r_a + r_{ab} + r_{ac})I_1$ . По резистору  $r_{ab}$  проходит ток  $I_2$  в направлении обхода контура, создающий падение напряжения  $r_{ab}I_2$ . Наконец, по резистору  $r_{ac}$  протекает ток  $I_3$  также в направлении обхода контура. Падение

напряжения от этого тока равно  $r_{ac}I_3$ . Поэтому уравнение для первого контура имеет вид

$$(r_a + r_{ab} + r_{ac})I_1 + r_{ab}I_2 + r_{ac}I_3 = E_a - E_{ac}.$$

Аналогично составляем уравнения для второго и третьего контуров:

$$r_{ab}I_1 + (r_{ab} + r_{bc} + r_b)I_2 - r_{bc}I_3 = E_b;$$

$$r_{ac}I_1 - r_{bc}I_2 + (r_c + r_{bc} + r_{ac})I_3 = E_c - E_{ac}.$$

Члены  $r_{bc}I_3$  и  $r_{bc}I_2$  взяты с отрицательными знаками, так как ток  $I_3$ , протекающий через резистор  $r_{bc}$ , противоположен по направлению обходу второго контура, а ток  $I_2$  в резисторе  $r_{bc}$  противоположен по направлению обходу третьего контура.

Условимся сумму всех сопротивлений какого-либо контура называть собственным сопротивлением этого контура. В нашем случае собственные сопротивления первого, второго и третьего контуров равны:

$$r_{11} = r_a + r_{ab} + r_{ac}; \quad r_{22} = r_b + r_{ab} + r_{bc}; \quad r_{33} = r_c + r_{ac} + r_{bc}.$$

Сопротивления резисторов, которые одновременно входят в состав двух контуров, будем называть взаимными и считать их положительными, когда направления контурных токов в них совпадают, и отрицательными, когда направления этих токов противоположны:  $r_{12} = r_{21} = r_{ab}$  — направления токов  $I_1$  и  $I_2$  в резисторе  $r_{ab}$  совпадают;  $r_{23} = r_{32} = -r_{bc}$  — токи  $I_2$  и  $I_3$  в резисторе  $r_{bc}$  направлены противоположно;  $r_{13} = r_{31} = r_{ac}$  — токи  $I_1$  и  $I_3$  в резисторе  $r_{ac}$  направлены одинаково.

Алгебраическую сумму всех ЭДС, действующих в каком-либо контуре, будем называть контурной ЭДС:

$$E_1 = E_a - E_{ac}; \quad E_2 = E_b; \quad E_3 = E_c - E_{ac}.$$

В результате система уравнений для схемы рис. 1-15 примет вид

$$I_1r_{11} + I_2r_{12} + I_3r_{13} = E_1; \quad I_1r_{21} + I_2r_{22} + I_3r_{23} = E_2;$$

$$I_1r_{31} + I_2r_{32} + I_3r_{33} = E_3.$$

Для сложной цепи из  $n$  контуров может быть написана в общем виде система  $n$  уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_1 r_{11} + I_2 r_{12} + I_3 r_{13} + \dots + I_k r_{1k} + \dots + I_n r_{1n} &= E_1; \\ I_1 r_{21} + I_2 r_{22} + I_3 r_{23} + \dots + I_k r_{2k} + \dots + I_n r_{2n} &= E_2; \\ \dots &\dots \\ I_1 r_{k1} + I_2 r_{k2} + I_3 r_{k3} + \dots + I_k r_{kk} + \dots + I_n r_{kn} &= E_k; \\ \dots &\dots \\ I_1 r_{n1} + I_2 r_{n2} + I_3 r_{n3} + \dots + I_k r_{nk} + \dots + I_n r_{nn} &= E_n. \end{aligned} \right\} (1-24)$$

Решая эти уравнения относительно любого контурного тока  $I_k$ , по известному алгебраическому выражению получим

$$I_k = \frac{\Delta_{1k}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{2k}}{\Delta} E_2 + \dots + \frac{\Delta_{kk}}{\Delta} E_k + \dots + \frac{\Delta_{nk}}{\Delta} E_n, \quad (1-25)$$

где  $\Delta$  – главный определитель матрицы сопротивлений для системы уравнений (1-24);  $\Delta_{mk}$  – алгебраическое дополнение, получаемое при вычеркивании в главном определителе  $m$ -й строки и  $k$ -го столбца и умножении полученного определителя на  $(-1)^{m+k}$ .

Ток в каком-либо резисторе равен алгебраической сумме контурных токов. При этом положительным считается такой контурный ток, который в данном резисторе совпадает по направлению с результирующим током. Так, для схемы рис. 1-15 имеем:  $I_a = I_1$ ;  $I_{ab} = I_1 + I_2$  и т. д.

**Метод наложения.** Из выражения (1-25) для контурного тока  $I_k$  следует, что ток любого контура можно рассматривать как алгебраическую сумму токов, вызываемых каждой из ЭДС в отдельности. Очевидно, что это относится и к любой ветви линейной электрической цепи.

При расчете по методу наложения ток в любой ветви электрической цепи определяется как алгебраическая сумма токов, вызываемых в данной ветви каждой из ЭДС в отдельности, в предположении равенства нулю всех остальных ЭДС.

Рассмотрим расчет по методу наложения на примере рис. 1-16, а. Определим токи в ветвях цепи при наличии только ЭДС  $E_1$  и  $E_2 = 0$  (рис. 1-16, б). Токи в ветвях определяются выражениями:

$$I_{11} = \frac{E_1}{r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}}; \quad I_{21} = \frac{r_3}{r_2 + r_3} I_{11} = \frac{r_3}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} E_1;$$

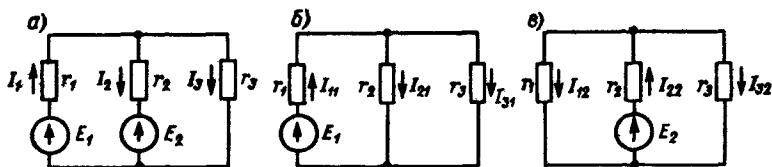


Рис. 1-16. Схемы цепи к расчету методом наложения: а — схема цепи; б — распределение токов в ветвях при действии ЭДС  $E_1$ ; в — распределение токов в ветвях при действии ЭДС  $E_2$

$$I_{31} = \frac{r_2}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} E_1.$$

Токи в ветвях цепи при действии одной ЭДС  $E_2$  (рис. 1-16, в):

$$I_{12} = \frac{r_3}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} E_2; \quad I_{22} = \frac{E_2}{r_2 + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}};$$

$$I_{32} = \frac{r_1}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} E_2.$$

Токи в ветвях определяются как алгебраические суммы токов, вызываемых каждой из ЭДС в отдельности, например  $I_1 = I_{11} - I_{12}$ . Здесь ток  $I_{12}$  вычитается из тока  $I_{11}$  потому, что направление тока  $I_{12}$  обратное направлению тока  $I_{11}$ , принятому за положительное.

Метод наложения несколько громоздок и неудобен для расчета. Вместе с тем в ряде случаев применение этого метода позволяет быстро определить ток в одной ветви, исследовать влияние изменения одной из ЭДС на изменения токов в ветвях и решить другие задачи.

**Метод преобразования.** Метод преобразования состоит в приведении путем ряда преобразований сложной электрической цепи к простейшей. Эти преобразования заключаются в определении эквивалентных сопротивлений при последовательном и параллельном соединении.

Рассмотрим для примера относительно несложную цепь (рис. 1-17, а). Путем ряда простейших преобразований цепь приводим к простейшей (рис. 1-17, з).

После определения эквивалентного сопротивления находим ток цепи  $I$ . Обычно нужно определить токи в ветвях цепи. Для



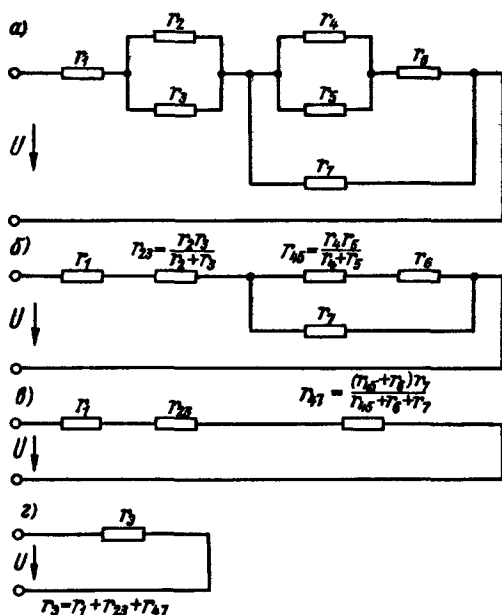


Рис. 1-17. Схемы цепи к расчету методом преобразования: а — схема цепи; б — первое преобразование цепи; в — второе преобразование цепи; г — цепь с эквивалентным сопротивлением

этого следует развернуть простейшую схему (рис. 1-17, г) в исходную (рис. 1-17, а) и последовательно определить обычным методом распределение токов между ветвями.

Очень важными приемами являются преобразование соединения звездой в соединение треугольником и обратное преобразование.

Соединение звездой получается при объединении начал *H* или концов *K* резисторов в одну точку. На рис. 1-18, а показана трехлучевая звезда резисторов. Резисторы могут располагаться и произвольно на плоскости рисунка, как это показано, например, на рис. 1-18, б.

Если конец каждого резистора соединить с началом следующего и конец последнего резистора — с началом первого, получим соединение многоугольником. Резисторы можно соединять в любом порядке. Обычно три резистора при соединении треугольником располагают на рисунке вдоль сторон правильного треугольника (рис. 1-19, а). Резисторы могут распола-

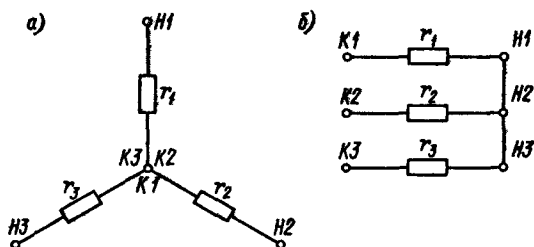


Рис. 1-18. Соединение резисторов звездой: *a* – расположение резисторов вдоль лучей звезды; *б* – параллельное расположение резисторов

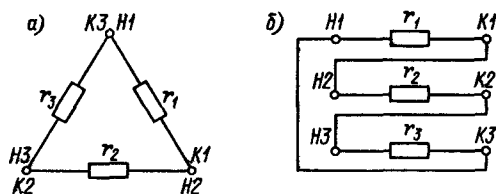


Рис. 1-19. Соединение резисторов треугольником: *a* – расположение резисторов вдоль сторон; *б* – параллельное расположение резисторов

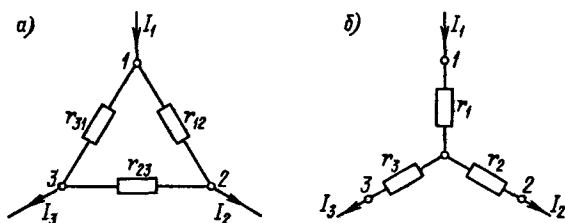


Рис. 1-20. Схемы к преобразованию соединения треугольником в соединении звездой: *a* – схема соединения треугольником; *б* – эквивалентная схема соединения звездой

гаться и произвольно, как показано на рис. 1-19, б, так как важен только способ соединения.

В ряде случаев необходимо для упрощения цепи преобразовать соединение звездой в эквивалентное соединение треугольником или соединение треугольником — в соединение звездой.

Предположим, что в сложную цепь входит группа резисторов  $r_{12}$ ,  $r_{23}$  и  $r_{31}$ , соединенных треугольником и присоединенных к точкам 1, 2 и 3 внешней цепи (рис. 1-20, а). Требуется заменить это действительно существующее соединение треугольником эквивалентным соединением звездой. Для этого нужно определить значения сопротивлений резисторов  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  (рис. 1-20, б), входящих в звезду, так, чтобы проводимости между точками 1 и 2; 2 и 3; 3 и 1 внешней цепи остались без изменения. Например, проводимость между точками 1 и 2 при соединении звездой является обратной величиной суммы сопротивлений между этими точками  $1/(r_1 + r_2)$ , а проводимость при соединении треугольником равна сумме проводимостей двух параллельных ветвей 1-2 и 1-3-2:

$$\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{23} + r_{31}}.$$

Приравняем эти проводимости:

$$\frac{1}{r_1 + r_2} = \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{23} + r_{31}}.$$

Преобразовывая три равенства для проводимостей в три равенства для сопротивлений, получим

$$r_1 + r_2 = \frac{r_{12}r_{31} + r_{12}r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}; \quad r_2 + r_3 = \frac{r_{23}r_{12} + r_{23}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}};$$

$$r_3 + r_1 = \frac{r_{31}r_{12} + r_{31}r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}.$$

Решая эти три уравнения относительно неизвестных сопротивлений  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$ , получим

$$r_1 = \frac{r_{12}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}; \quad r_2 = \frac{r_{12}r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}};$$

$$r_3 = \frac{r_{23}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}. \quad (1-26)$$

Решение той же системы уравнений относительно сопро-

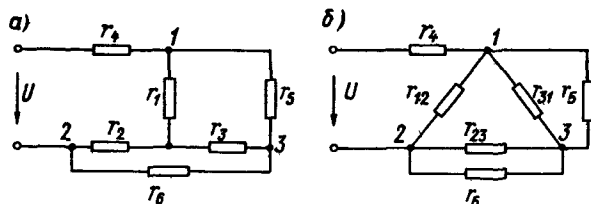


Рис 1-21. Пример преобразования звезды в треугольник: *a* — сложная схема цепи; *б* — схема цепи после преобразования

тивлений  $r_{12}$ ,  $r_{23}$  и  $r_{31}$  определяет возможность замены в эквивалентной схеме звезды сопротивлений  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  треугольником сопротивлений  $r_{12}$ ,  $r_{23}$  и  $r_{31}$ , которые получаются равными соответственно:

$$r_{12} = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3}; \quad r_{23} = r_2 + r_3 + \frac{r_2 r_3}{r_1};$$

$$r_{31} = r_3 + r_1 + \frac{r_3 r_1}{r_2}. \quad (1-27)$$

В ряде случаев применение указанных преобразований сразу решает задачу расчета сложной цепи. Например, используя преобразование звезды в треугольник применительно к схеме рис. 1-21, *a*, получим схему рис. 1-21, *б*, представляющую собой комбинацию параллельных и последовательных соединений сопротивлений. Полученная схема легко приводится к простейшей, как это было показано раньше (см. рис. 1-17).

Рассмотрим для примера определение токов в ветвях звезды. Если при расчете цепи было произведено преобразование звезды в эквивалентный треугольник и после расчета цепи определены токи, текущие к узлам 1, 2 и 3, а именно  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  (рис. 1-20, *a*), то эти токи и будут токами ветвей звезды. Подобно этому определяются и токи в ветвях треугольника.

При расчете цепей могут встречаться и более сложные соединения: четырехугольники, пятилучевые звезды и т. п. Отметим, что преобразования для таких, более сложных, соединений выполнить в общем случае нельзя.

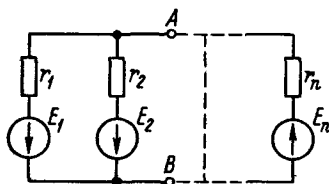


Рис 1-22. Схема цепи к расчету методом узловых напряжений

**Метод узловых напряжений.** Метод узловых напряжений состоит в определении напряжений между узлами сложной электрической цепи путем решения уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, куда в качестве неизвестных входят напряжения между узлами цепи. Подобно методу контурных токов, этот метод позволяет относительно просто рассчитывать сложные цепи, так как число уравнений, которые следует решить для расчета цепи, относительно невелико.

Рассмотрим применение метода для простейшей цепи с двумя узлами (рис. 1-22). При наличии  $n$  ветвей между точками  $A$  и  $B$  для определения токов в ветвях по методу контурных токов необходимо составить  $n - 1$  уравнений. Применение метода узловых напряжений позволяет ограничиться составлением и решением только одного уравнения для определения напряжения  $U_{AB}$  между узлами  $A$  и  $B$ .

Будем считать положительными ЭДС, действующие от узла  $A$  к узлу  $B$ , и определим напряжение  $U_{AB}$  между точками  $A$  и  $B$ . Если обойти  $k$ -й контур, в который входит ЭДС  $E_k$ , в направлении против ЭДС, а затем от точки  $A$  к точке  $B$ , то сумма ЭДС, действующих в этом контуре, будет равна  $U_{AB} - E_k$ . Для положительной ЭДС ток  $k$ -й ветви

$$I_k = \frac{U_{AB} - E_k}{r_k} = (U_{AB} - E_k) g_k.$$

Сумма токов  $n$  ветвей в узлах  $A$  и  $B$  равна нулю, поэтому

$$\sum_{k=1}^n I_k = \sum_{k=1}^n (U_{AB} - E_k) g_k = 0.$$

Из этого равенства определяется напряжение

$$U_{AB} = \frac{\sum_{k=1}^n E_k g_k}{\sum_{k=1}^n g_k} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2 + E_3 g_3 + \dots + E_n g_n}{g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n}, \quad (1-28)$$

где произведения  $E_k g_k$  берутся со знаком плюс, если ЭДС действует от узла  $A$  к  $B$ , и со знаком минус при обратном направлении. Для известного напряжения  $U_{AB}$  определяются по приведенному выше выражению токи ветвей.

Для цепи с тремя узлами можно составить два уравнения

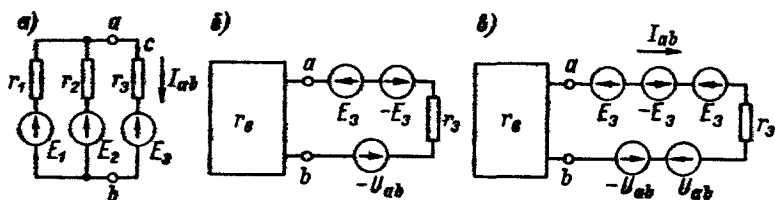


Рис. 1-23. Схемы цепи к расчету по методу эквивалентного генератора: а — схема цепи; б — схема цепи при введении компенсирующих ЭДС; в — схема при введении добавочных ЭДС

для определения напряжений между одним из узлов, принятым в качестве исходного, и двумя другими.

Применение метода эффективно при наличии значительного числа ветвей, включенных между небольшим числом узлов электрической цепи.

**Метод эквивалентного генератора.** Метод позволяет в ряде случаев относительно просто определить ток в ветви сложной цепи, исследовать характеристики ветви при изменениях ее сопротивления и ЭДС, действующих в ветви, и других изменениях в цепи.

Предположим, что нужно определить ток в ветви  $acb$  для цепи по схеме рис. 1-23, а. По отношению к ветви  $acb$  левую часть схемы можно рассматривать как эквивалентный генератор, или *активный двухполюсник*, т. е. двухполюсник, имеющий источник ЭДС.

Введем в ветвь  $acb$  (рис. 1-23, б) ЭДС  $-E_3$  и  $-U_{ab}$ , первая из которых компенсирует ЭДС  $E_3$ , а вторая должна уравновесить напряжение  $U_{ab}$ , которое установится на зажимах  $ab$  при отсутствии тока в ветви  $acb$  и  $E_3 = 0$ . В случае такой компенсации ЭДС  $E_3$  и напряжения  $U_{ab}$  ток в ветви будет равен нулю. Напряжение  $U_{ab}$  больше того напряжения, которое устанавливается в цепи при замкнутой ветви и  $E_3 = 0$ . В рассматриваемом случае (рис. 1-23)

$$U_{ab} = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} r_2 + E_2 = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2},$$

если  $E_1 > E_2$ .

Внутреннее сопротивление  $r_в$  эквивалентного генератора определится отношением этого напряжения к току короткого замыкания  $I_k$  при замыкании накоротко зажимов  $a$  и  $b$ :

$$I_k = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2}$$

и

$$r_n = \frac{U_{ab}}{I_k} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Введем теперь в ветвь  $acb$  ЭДС  $E_3$  и  $U_{ab}$  (рис. 1-23, в). При этом вернемся к исходной схеме рис. 1-23, а, так как  $E_3$  и  $-E_3$ ,  $U_{ab}$  и  $-U_{ab}$  взаимно уравновешивают друг друга. Но при введении  $-E_3$  и  $-U_{ab}$  ток  $I_{ab} = 0$ ; следовательно, при введении еще  $E_3$  и  $U_{ab}$  установится ток  $I_{ab}$ , который имеется в действительности. Поэтому в рассматриваемом случае можно написать

$$I_{ab} = \frac{U_{ab} - E_3}{r_3 + r_n}. \quad (1-29)$$

Отсюда следует метод расчета тока любой ветви сложной цепи. Вначале определяются напряжение на зажимах ветви при ее размыкании ( $I_{ab} = 0$ ) и внутреннее сопротивление активного двухполюсника  $r_n$ . Ток ветви будет равен алгебраической сумме напряжения  $U_{ab}$  и ЭДС, действующей в ветви, деленной на сумму сопротивления ветви и внутреннего сопротивления эквивалентного генератора.

Определить ток ветви можно и по данным измерений напряжения холостого хода при размыкании ветви  $ab$  и тока короткого замыкания при замыкании накоротко зажимов  $a$  и  $b$ .

**Принцип компенсации.** Если в  $k$ -й ветви любой цепи через резистор  $r_k$  протекает ток  $I_k$ , то это эквивалентно тому, что в данной цепи действует источник ЭДС  $E_k$ , направление которой обратно направлению тока. Следовательно, в схеме цепи данную ветвь с резистором  $r_k$  можно заменить ветвью с источником ЭДС  $E_k$  (рис. 1-24). Можно заменить эту ветвь и ветвью с источником тока  $I_k$ . В этом состоит принцип компенсации, по которому можно вводить в ветви с токами компенсирующие ЭДС или токи без изменения распределения токов в данной цепи.

Рассматриваемая цепь линейная, поэтому при изменении ЭДС  $i$ -го источника на  $\Delta E_i$  изменение тока в каждой из ветвей связано линейной зависимостью с  $\Delta E_i$ ; например, для  $j$ -й ветви  $\Delta I_j = a \Delta E_i$ , где коэффициент  $a$  измеряется в единицах проводимости. Аналогично при изменении тока  $l$ -го источника тока на  $\Delta I_l$  изменение тока в каждой из ветвей линейно связано с  $\Delta I_l$ ;

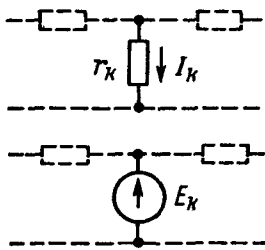


Рис. 1-24. Схема компенсации тока в ветви

например, для  $m$ -й ветви  $\Delta I_m = b \Delta I_1$ , где  $b$  — безразмерный коэффициент. Так можно исследовать изменения токов и напряжений в сложной цепи при изменениях ЭДС и токов источников. Коэффициенты  $a$  и  $b$  можно определить из расчета или эксперимента.

Аналогично можно исследовать влияние изменений сопротивлений ветвей, считая, что изменение сопротивления  $\Delta r$  эквивалентно введению добавочной ЭДС, например для  $n$ -й цепи  $\Delta E_n = I_n \Delta r_n$ , где  $\Delta E_n$  и  $I_n$  — изменение ЭДС и ток  $n$ -й ветви. Этот принцип может быть с успехом использован при исследованиях сложных цепей.

**Использование матричных методов.** Исследование электрической цепи в простейшем случае состоит в решении и исследовании одного уравнения. Для сложных цепей, в ветвях которых протекает  $n$  токов, экономичными методами исследования являются векторные представления и матричные методы. Можно определить вектор тока  $\mathbf{I}$  в  $n$ -мерном пространстве, составляющими которого являются токи  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$  в ветвях. Этот вектор может быть представлен в виде матрицы-столбца или матрицы-строки:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad \mathbf{I} = \| I_1 I_2 I_3 \dots I_n \| . \quad (1-30)$$

Предположим, что имеется цепь с  $n$  контурами [см. выражение (1-24)]. Состояние цепи определено  $n$  контурными токами. В соответствии с обозначениями для рис. 1-15 и выражением (1-24) ток  $I_1$  протекает по резисторам  $r_{11}, r_{21}, r_{31}, \dots, r_{n1}$ , ток  $I_2$  — по резисторам  $r_{12}, r_{22}, r_{32}, \dots, r_{n2}$  и т. д. В каждом контуре действуют ЭДС  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ . Поэтому, умножая матрицу-строку контурных токов, определяющую вектор тока  $\mathbf{I}$  в  $n$ -мерном пространстве, на сопротивления контуров, записанные в виде матрицы, получим матрицу для



вектора ЭДС  $E$  в  $n$ -мерном пространстве. Такое умножение возможно в случае, если число столбцов первой матрицы равно числу строк второй. Поэтому запишем

$$\|E\| = \|I\| \|r\|, \quad (1-31)$$

где  $\|E\|$  – матрица ЭДС;  $\|I\|$  – матрица контурных токов;  $\|r\|$  – матрица сопротивлений размера  $n \times n$ . Это можно переписать в виде

$$\|E_1 E_2 E_3 \dots E_n\| = \|I_1 I_2 I_3 \dots I_n\| \cdot \begin{vmatrix} r_{11} r_{21} r_{31} \dots r_{n1} \\ r_{12} r_{22} r_{32} \dots r_{n2} \\ r_{13} r_{23} r_{33} \dots r_{n3} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ r_{1n} r_{2n} r_{3n} \dots r_{nn} \end{vmatrix}. \quad (1-32)$$

При умножении получаем матрицу с одной строкой и  $n$  столбцами. По правилу перемножения элемент  $i$ -й строки и  $k$ -го столбца равен сумме произведений соответствующих элементов  $i$ -й строки первой матрицы и  $k$ -го столбца второй.

Произведя умножение, получим равенство

$$\begin{aligned} \|E_1 E_2 E_3 \dots E_n\| = & \|I_1 r_{11} + I_2 r_{12} + I_3 r_{13} + \dots + I_n r_{1n}; \\ & I_1 r_{21} + I_2 r_{22} + I_3 r_{23} + \dots + I_n r_{2n}; \dots \\ & \dots; I_1 r_{n1} + I_2 r_{n2} + I_3 r_{n3} + \dots + I_n r_{nn}\|. \end{aligned} \quad (1-33)$$

Мы получили матрицу ЭДС в виде матрицы-строки. Матрицы могут быть равны при равенстве элементов, поэтому выражение (1-33) определяет систему уравнений (1-24), полученную ранее.

Можно было бы записать вектор контурных токов и в виде матрицы-столбца; при этом следует умножать на эту матрицу транспонированную матрицу сопротивлений, т. е. матрицу, в которой строки состоят из элементов столбцов, а элементы столбцов – из последовательности элементов строк.

При заданной матрице ЭДС можно получить матрицу контурных токов для того же примера при помощи операции, подобной делению. Для выполнения этой операции нужно матрицу ЭДС (вектор-строку) умножить на матрицу  $\|r\|^{-1}$ , обратную матрице сопротивлений. Для получения обратной матрицы сначала транспонируем исходную матрицу, т. е. меняем местами строки и столбцы. Элементами обратной матрицы будут алгебраические дополнения транспонированной матрицы для каждого элемента, деленные на главный опреде-

литель исходной матрицы. Алгебраическое дополнение элемента  $i$ -й строки и  $k$ -го столбца получается как определитель матрицы при вычеркивании  $i$ -й строки и  $k$ -го столбца и умножении на  $(-1)^{i+k}$ . В соответствии с этим транспонированная матрица сопротивлений (1-32) получается в виде

$$\begin{pmatrix} r_{11}r_{21}r_{31} \dots r_{n1} \\ r_{12}r_{22}r_{32} \dots r_{n2} \\ r_{13}r_{23}r_{33} \dots r_{n3} \\ \dots \dots \dots \\ r_{1n}r_{2n}r_{3n} \dots r_{nn} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} r_{11}r_{12}r_{13} \dots r_{1n} \\ r_{21}r_{22}r_{23} \dots r_{2n} \\ r_{31}r_{32}r_{33} \dots r_{3n} \\ \dots \dots \dots \\ r_{n1}r_{n2}r_{n3} \dots r_{nn} \end{pmatrix},$$

где « $T$ » сверху матрицы означает транспонирование.

Обратная матрица получается в виде

$$\begin{pmatrix} r_{11}r_{21}r_{31} \dots r_{n1} \\ r_{12}r_{22}r_{32} \dots r_{n2} \\ r_{13}r_{23}r_{33} \dots r_{n3} \\ \dots \dots \dots \\ r_{1n}r_{2n}r_{3n} \dots r_{nn} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \Delta_{11}\Delta_{12}\Delta_{13} \dots \Delta_{1n} \\ \Delta_{21}\Delta_{22}\Delta_{23} \dots \Delta_{2n} \\ \Delta_{31}\Delta_{32}\Delta_{33} \dots \Delta_{3n} \\ \dots \dots \dots \\ \Delta_{n1}\Delta_{n2}\Delta_{n3} \dots \Delta_{nn} \end{pmatrix}, \quad (1-34)$$

где знак  $-1$  сверху определяет обратную матрицу;  $\Delta_{ik}$  — алгебраическое дополнение транспонированной матрицы, получаемое при вычеркивании  $i$ -й строки и  $k$ -го столбца;  $\Delta$  — главный определитель (детерминант) матрицы.

Можно определить вектор  $n$ -мерного тока  $I$  из операции с матрицами:

$$\|I\| = \|E\| \|r\|^{-1}. \quad (1-35)$$

Исходя из этих выражений, определим контурные токи при заданных в виде вектора-строки ЭДС контуров  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ :

$$\|E_1 E_2 E_3 \dots E_n\| \cdot \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \Delta_{11}\Delta_{12}\Delta_{13} \dots \Delta_{1n} \\ \Delta_{21}\Delta_{22}\Delta_{23} \dots \Delta_{2n} \\ \Delta_{31}\Delta_{32}\Delta_{33} \dots \Delta_{3n} \\ \dots \dots \dots \\ \Delta_{n1}\Delta_{n2}\Delta_{n3} \dots \Delta_{nn} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\Delta_{11}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{21}}{\Delta} E_2 + \frac{\Delta_{31}}{\Delta} E_3 + \dots + \frac{\Delta_{n1}}{\Delta} E_n; \\ \frac{\Delta_{12}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{22}}{\Delta} E_2 + \frac{\Delta_{32}}{\Delta} E_3 + \dots + \frac{\Delta_{n2}}{\Delta} E_n; \\ \frac{\Delta_{13}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{23}}{\Delta} E_2 + \frac{\Delta_{33}}{\Delta} E_3 + \dots + \frac{\Delta_{n3}}{\Delta} E_n; \\ \dots \\ \frac{\Delta_{1n}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{2n}}{\Delta} E_2 + \frac{\Delta_{3n}}{\Delta} E_3 + \dots + \frac{\Delta_{nn}}{\Delta} E_n \end{pmatrix}.$$

Мы получили матрицу, элементы которой являются токами  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ . Тот же результат был получен ранее путем более сложных выводов [см. выражение (1-25)]. Следовательно, можно вести расчет сложных цепей в общем виде, пользуясь экономной записью и общими решениями уравнений в виде матриц.

### 1-7. Нелинейные электрические цепи

В современной технике широко применяются элементы, сопротивления которых зависят от значения тока. Линейные элементы имеют линейные вольт-амперные (ВАХ) и ампер-вольтные (АВХ) характеристики, т. е. у них зависимость тока от напряжения  $I = U/r$  на зажимах линейная, как и обратная зависимость  $U = Ir$ . У нелинейных элементов эти зависимости и соответствующие характеристики нелинейные. Сопротивление нелинейного элемента может быть управляемым, т. е. зависеть от управляющего воздействия (например, сопротивление транзистора). Характеристики элементов могут

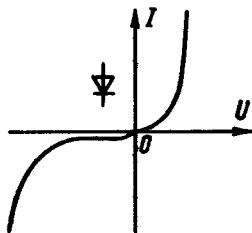


Рис. 1-25. Ампер-вольтная характеристика диода

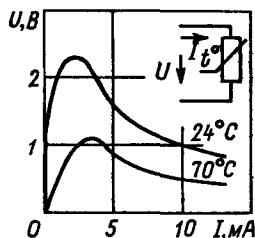


Рис. 1-26. Вольт-амперная характеристика термистора

быть симметричными, у которых знак функции изменяется при изменении знака аргумента, абсолютные же значения функции остаются неизменными, а также несимметричными.

На рис. 1-25 показана АВХ полупроводникового диода, обладающего свойством односторонней проводимости. Ток в проводящем направлении диода (прямой ток) во много раз превосходит ток в обратном, непроводящем, направлении при тех же значениях напряжения. Диоды, в основном кремниевые, применяются для выпрямления напряжения переменного тока, ограничения напряжения в электронных схемах и других устройствах. Как видно из рисунка, их характеристики несимметричны. При значительных прямых токах напряжение на зажимах диода мало изменяется при изменении тока (1–1,5 В на один диод). Обратный ток диода мал при небольших напряжениях, а при значительных напряжениях он резко возрастает и диод теряет свойство односторонней проводимости.

Термисторы обладают высокой чувствительностью к изменениям температуры. Их сопротивление при изменениях температуры изменяется в несколько раз больше, чем у металлов. Они применяются в измерительных устройствах, где измеряемая величина в значительной мере зависит от температуры (измерение собственно температуры, скорости истечения газа, в струе которого помещен термистор), и в других устройствах. ВАХ термистора при двух температурах показана на рис. 1-26. На начальном участке характеристика практически линейна; после перегиба кривой сопротивление термистора уменьшается при возрастании тока, уменьшается и температурный коэффициент.

Бареттеры выполняются в виде стеклянных баллонов, внутри которых помещена нить накала. Это элемент со значительной тепловой инерцией. ВАХ бареттера приведена на рис. 1-27. В некоторых пределах изменения напряжения (от точки *a* до

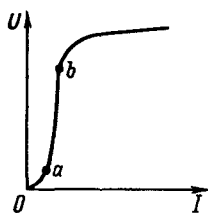


Рис. 1-27. Вольт-амперная характеристика бареттера

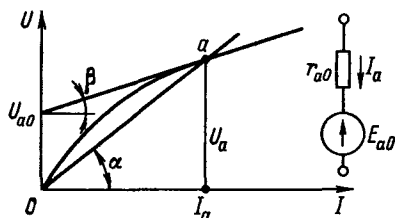


Рис. 1-28. Определение параметров нелинейного элемента

точки  $b$  характеристики) ток бареттера изменяется относительно очень мало, практически остается стабильным. Бареттеры применяются для стабилизации тока в устройствах стабилизации напряжения источников энергии и в других системах.

Сопротивление нелинейного элемента изменяется от точки к точке характеристики. Сопротивление в точке  $a$  характеристики (рис. 1-28), например, определяется отношением напряжения  $U_a$  к току  $I_a$  для данной точки, т. е. пропорционально тангенсу угла  $\alpha$  наклона секущей  $Oa$  к оси абсцисс. Это сопротивление  $r_{ст} = U_a/I_a$  называется *статическим*. При изменении тока в узких пределах относительно точки  $a$  следует считать сопротивление пропорциональным тангенсу угла  $\beta$  наклона касательной к характеристике в данной точке. Это сопротивление  $r_d$  называется *динамическим* и равно

$$r_d = \left. \frac{dU}{dI} \right|_{I=I_a} = k \operatorname{tg} \beta,$$

где коэффициент  $k$  равен отношению масштаба напряжения к масштабу тока. Учтем, что напряжение  $U_a$  на элементе складывается из напряжения  $U_{a0}$ , не зависящего от тока, и падения напряжения:

$$U_a = U_{a0} + I_a r_d. \quad (1-36)$$

Этим определяется схема замещения, представленная на рис. 1-28. Отметим, что сопротивления  $r_d$  могут быть для отдельных участков характеристики отрицательными, например для термистора на участке характеристики после перегиба (см. рис. 1-26).

Нелинейные электрические цепи можно исследовать при помощи графических или аналитических методов.

В *графическом методе* токи в цепях при заданных напряжениях или напряжения при заданных токах определяются из ВАХ и АВХ элементов.

При *последовательном* соединении элементов строится результирующая ВАХ цепи путем сложения ординат ВАХ отдельных элементов и по этой характеристике определяется искомая величина. На рис. 1-29 показана цепь, состоящая из трех элементов, два ( $r_2$  и  $r_3$ ) из которых нелинейные; даны ВАХ нелинейных элементов  $U_2 = f_2(I)$  и  $U_3 = f_3(I)$ , а также сопротивление линейного элемента. По этим данным построим ВАХ элементов и результирующую характеристику  $U = U_1 + U_2 + U_3$ . При данном напряжении простым построением опреде-

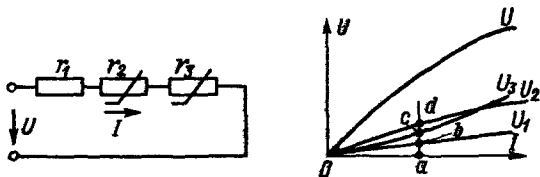


Рис. 1-29. Последовательное соединение элементов цепи с нелинейными элементами

лятся ток цепи  $I$ , а также напряжения на отдельных участках цепи — отрезки  $ab$ ,  $ad$  и  $ac$ .

Для *параллельного* соединения элементов результирующая характеристика получается путем суммирования абсцисс ВАХ или ординат АВХ.

Для *смешанного* соединения, показанного на рис. 1-30, а, сначала находим результирующую характеристику  $U_{23} = f_{23}(I)$  для участка параллельного соединения линейного  $r_2$  и нелинейного  $r_3$  резисторов (рис. 1-30, б), затем ординаты кривой  $U_{23} = f_{23}(I)$  складываем с ординатами ВАХ  $U_1 = f_1(I)$  резистора  $r_1$  (рис. 1-30, в). По полученной кривой определяем ток цепи  $I$  и напряжения  $U_1$  и  $U_{23}$  на участках цепи при данном напряжении  $U$ . Для напряжения  $U_{23}$  по характеристике на рис. 1-30, б определяем токи во второй и третьей ветвях.

*Аналитический способ* исследования в прямом смысле должен был бы заключаться в решении задач путем применения методов исследования сложных цепей при введении зависимостей сопротивлений нелинейных элементов от тока или напряжения. Эти зависимости обычно не имеют точного аналитического выражения и могут быть только аппроксимированы некоторыми функциями. Но даже при такой аппроксимации задача исследования цепи становится очень трудной и в ряде слу-

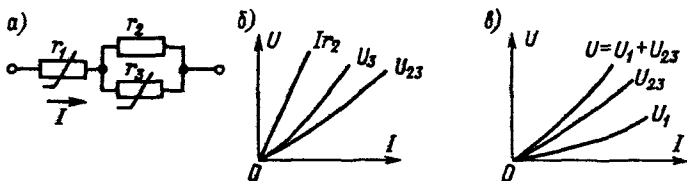


Рис. 1-30. Смешанное соединение элементов цепи: а — схема цепи; б — определение характеристики участка с параллельными элементами; в — определение характеристики цепи

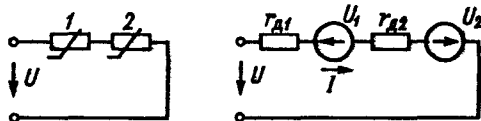


Рис. 1-31. К расчету нелинейной цепи

чаев разрешима только путем применения средств вычислительной техники.

Можно решать задачу для небольших приращений токов относительно тока в точке *a* характеристики (см. рис. 1-28). Распространенным является метод, в котором нелинейные элементы заменяются элементами с динамическими сопротивлениями и источниками напряжения (см. рис. 1-28). Например, для схемы (рис. 1-31) с двумя последовательными нелинейными элементами 1 и 2 ток цепи определится как

$$I = \frac{U - U_1 + U_2}{r_{d1} + r_{d2}},$$

где  $U_1$  и  $U_2$  — напряжения, не зависящие от тока;  $r_{d1}$  и  $r_{d2}$  — динамические сопротивления элементов 1 и 2.

Любую сложную цепь с нелинейными элементами можно заменить цепью, имеющей динамические сопротивления и ЭДС, действующие против направления тока при выпуклой характеристике нелинейного элемента и согласно — при вогнутой. Этот метод может с успехом применяться для определенного состояния цепи.

## Глава 2. ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

### 2-1. Основные понятия о синусоидальном переменном токе

Переменный ток широко применяется в различных областях электротехники. Электрическая энергия почти во всех случаях производится, распределяется и потребляется в виде энергии переменного тока. Это объясняется тем, что переменный ток легко трансформировать — преобразовывать переменный ток

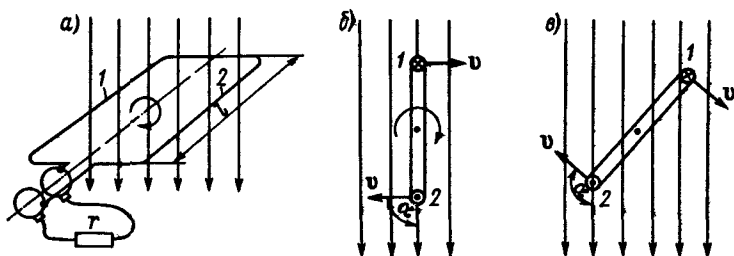


Рис. 2-1. Вращение витка в однородном магнитном поле

высокого напряжения в переменный ток низкого напряжения и обратно.

Пионером применения переменного тока был русский электротехник П. Н. Яблочков. В 1876 г. он изобрел аппарат, названный им трансформатором, посредством которого можно было преобразовывать напряжение переменного тока. П. Н. Яблочков создал ряд оригинальных конструкций генераторов переменного тока и исследовал некоторые случаи их применения.

Начнем с исследования простейшей цепи синусоидального переменного тока. Для того чтобы в замкнутой цепи мог возникнуть переменный ток, в ней должна действовать переменная ЭДС. Цели переменного тока получают питание от источников, которыми в промышленных установках служат генераторы переменного тока.

Рассмотрим процесс индуктирования ЭДС при вращении витка в однородном магнитном поле, когда ось вращения перпендикулярна магнитным линиям (рис. 2-1). При этом вдоль проводников возбуждается электрическое поле, обуславливающее возникновение ЭДС. Предположим, что виток вращается по часовой стрелке. ЭДС витка будет изменяться в зависимости от положения витка в магнитном поле. Например, для момента нахождения витка в положении, указанном на рис. 2-1, б, ЭДС в верхнем проводнике будет направлена от нас, а в нижнем — к нам.

При вращении проводника индуктированные ЭДС будут изменяться по значению и направлению. Как следует из рисунка, после поворота витка на угол  $180^\circ$  от исходного положения направление ЭДС изменяется на обратное.

По закону электромагнитной индукции значение ЭДС, индуктированной в витке,



Рис. 2-2. Значения ЭДС в зависимости от времени

$$e = 2Blv \sin \alpha, \quad (2-1)$$

где  $B$  — магнитная индукция однородного магнитного поля, Тл;  $l$  — длина активной части витка, м;  $v$  — окружная скорость витка, м/с;  $\alpha$  — угол между направлением магнитных линий и вектором скорости  $v$  (рис. 2-1, б и в).

Будем отсчитывать угол  $\alpha$  от положения витка, когда его плоскость перпендикулярна магнитным линиям и проводник  $I$  находится слева (рис. 2-1, а).

При равномерном вращении витка с угловой частотой  $\omega$  угол поворота  $\alpha = \omega t$ . Обозначив

$$E_m = 2Blv, \quad (2-2)$$

получим

$$e = E_m \sin \omega t. \quad (2-3)$$

Переменный угол  $\alpha = \omega t$  называется *фазой* ЭДС. Текущие значения  $e$ , соответствующие различным моментам времени, называются *мгновенными значениями* ЭДС. Значение  $E_m$  является наибольшим значением ЭДС (рис. 2-2) и называется *амплитудным значением* или *амплитудой* ЭДС.

В течение времени  $T$ , которое обычно существенно меньше секунды, проходит полный цикл изменения ЭДС. Время  $T$  называется *периодом* переменной ЭДС или тока.

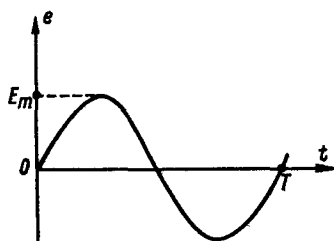
Число циклов в течение секунды определяется выражением

$$f = 1/T. \quad (2-4)$$

Величина  $f$  называется *частотой* переменной ЭДС или тока, измеряется в единицах в секунду (1/с) и выражается в герцах (Гц). При частоте 50 Гц, например, в течение секунды происходит 50 полных циклов изменения ЭДС или тока.

Диапазон частот, применяемых в технике переменного тока, очень широк. Стандартной промышленной частотой в СССР и Европе является частота 50 Гц, в США — 60 Гц. Звуковые частоты, применяемые в проводной связи, лежат в диапазоне 300—5000 Гц. В радиотехнике используются частоты до тысяч миллиардов герц.

Если замкнуть цепь витка, концы которого выведены к щет-



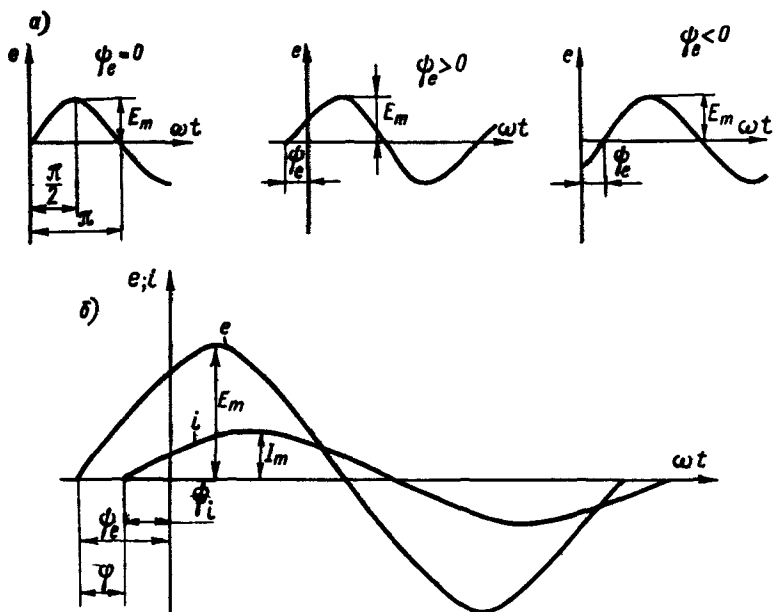


Рис. 2-3. Графики синусоидальных величин: а – ЭДС – при  $\psi_e = 0$ ;  $\psi_e > 0$  и  $\psi_e < 0$ ; б – ЭДС  $e$  и тока  $i$  со сдвигом по фазе  $\varphi$  (временные диаграммы)

кам, на внешнее сопротивление (см. рис. 2-1, а), то в цепи будет протекать переменный ток  $i$ , выражение для которого будет подобным выражению для ЭДС.

Учитывая, что отсчет времени  $t$  может начинаться в любой момент, когда ЭДС и ток не проходят через нуль, напомним

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e); \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (2-5)$$

В течение времени  $T$  одного периода фаза ЭДС и тока изменяется на угол  $2\pi$ ; следовательно,  $\omega T = 2\pi$ , откуда

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f. \quad (2-6)$$

Величина  $\omega$  называется *угловой частотой* переменного тока и измеряется в радианах в секунду (рад/с). Заметим, что для витка, вращающегося в однородном магнитном поле (см. рис. 2-1), угловая частота  $\omega$  равна частоте вращения витка.

Фазами ЭДС и тока являются аргументы синуса  $\omega t + \psi_e$  и  $\omega t + \psi_i$ . Величины  $\psi_e$  и  $\psi_i$ , определяющие значения ЭДС и тока в начальный момент времени ( $t = 0$ ), называются *начальными*

*фазами ЭДС и тока. На рис. 2-3,а изображены графики синусоидальных ЭДС, имеющих различные начальные фазы, а на рис. 2-3,б – графики ЭДС и тока. Разность фаз ЭДС и тока одинаковой частоты обозначается  $\varphi$  и называется *сдвигом по фазе* между ЭДС и током:*

$$\varphi = (\omega t + \psi_e) - (\omega t + \psi_i) = \psi_e - \psi_i. \quad (2-6a)$$

Если ЭДС и ток имеют одинаковые начальные фазы, то говорят, что они *совпадают по фазе*. При  $\varphi = 180^\circ$  ток и ЭДС *находятся в противофазе*. Аналогично этому можно говорить о сдвиге по фазе между двумя ЭДС или двумя токами одинаковой частоты.

Электрическая энергия на современных электростанциях вырабатывается в основном генераторами переменного тока, которые приводятся паровыми (тепловые и атомные электростанции) или гидравлическими (гидроэлектростанции) турбинами. ЭДС в обмотках, расположенных в пазах листовой стали неподвижной части (статора) генератора, индуцируется при вращении в расточке статора магнитного поля полюсов вращающейся части (ротора). Магнитный поток полюсов возбуждается при протекании постоянного тока по обмоткам полюсов (см. гл. 13).

## 2-2. Действующие и средние периодические ЭДС и токи

Механическая сила взаимодействия двух проводников с одинаковыми токами и тепловое действие тока пропорциональны квадрату мгновенных значений тока. Если ток изменяется во времени, то тепловое или механическое действие определяется средним значением квадратов тока за полный цикл изменения, т. е. средним квадратическим значением тока. Поэтому для периодических переменных токов и ЭДС, т. е. для токов и ЭДС, значения которых повторяются через каждый период, введено понятие о *действующих ЭДС и токах*, являющихся средними квадратическими значениями этих величин. Действующий переменный ток, имеющий определенное значение, производит такое же механическое и тепловое действие, как и постоянный ток того же значения.

Количество теплоты, выделяемой постоянным током в резистивном элементе с активным сопротивлением за промежуток времени  $T$ , равный периоду переменного тока, составляет

$$Q = 0,24I^2rT.$$

Количество теплоты, выделяемой переменным током в том же элементе за промежуток времени  $dt$ ,

$$dQ = 0,24i^2r dt.$$

Количество теплоты, выделяемой за период,

$$Q = \int_0^T dQ = 0,24 \int_0^T i^2 r dt.$$

Приравнивая количество теплоты, получим

$$I^2 T = \int_0^T i^2 dt,$$

откуда

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (2-7)$$

Аналогично для ЭДС и напряжений имеем

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}; \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}. \quad (2-7a)$$

Выражения (2-7) и (2-7a) определяют в общем виде действующие периодические токи и ЭДС при любом законе их изменения и при любой продолжительности. Для синусоидального переменного тока  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ :

$$\int_0^T i^2 dt = I_m^2 \int_0^T \sin^2(\omega t + \psi_i) dt = \frac{I_m^2}{2} \int_0^T dt - \frac{I_m^2}{2} \int_0^T \cos(2\omega t + 2\psi_i) dt.$$

Второй интеграл равен нулю, и для действующего синусоидального тока имеем

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707I_m. \quad (2-8)$$

Аналогично получаем выражения для действующих синусоидальных ЭДС и напряжений:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (2-8a)$$

Почти все приборы, применяемые в электроизмерительной технике для измерения периодических напряжений и токов, регистрируют значения действующих напряжений и токов. Для этой цели шкалы приборов градуируются в соответствии с этими значениями.

Помимо действующих ЭДС и токов, в электротехнике рассматриваются и средние значения этих величин. Для синусоидальных ЭДС, токов и напряжений среднее значение за полный период равно нулю, так как площади отрицательных и положительных полувольт синусоид равны по величине и различны по знаку.

Для периодических величин, кривые которых симметричны относительно оси времени, принято определять среднее значение за положительный полупериод. Например, среднее значение синусоидального тока

$$I_{\text{ср}} = \frac{2}{T} \int_0^{\pi/2} I_m \sin \omega t \, dt = \frac{2}{\omega T} I_m \cos \omega t \Big|_0^{\pi/2} = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 I_m.$$

Аналогично получим средние значения ЭДС и напряжения:

$$E_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} E_m; \quad U_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} U_m. \quad (2-9)$$

### 2-3. Векторные диаграммы

Применение векторных диаграмм при расчете и исследовании цепей переменного тока позволяет наглядно представлять рассматриваемые процессы и упрощать производимые расчеты.

Векторные диаграммы являются совокупностью векторов, изображающих действующие синусоидальные ЭДС и токи или их амплитудные значения.

Гармонически изменяющееся напряжение определяется выражением

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u).$$

Расположим под углом  $\psi_u$  относительно положительной оси абсцисс  $x$  вектор  $\vec{U}_m$ , длина которого в произвольно выбранном масштабе равна амплитуде изображаемой гармонической величины (рис. 2-4). Положительные углы будем откладывать в направлении против вращения часовой стрелки, а отрицательные — по часовой стрелке. Предположим, что вектор  $\vec{U}_m$ , начиная с момента времени  $t = 0$ , вращается вокруг

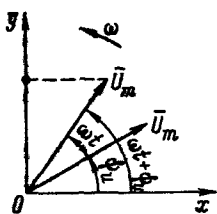


Рис. 2-4. Изображение синусоидального напряжения и при помощи вращающегося вектора

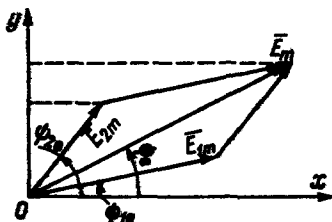


Рис. 2-5. Графическое сложение двух синусоидальных ЭДС одинаковой частоты

начала координат против часовой стрелки с постоянной частотой вращения  $\omega$ , равной угловой частоте изображаемого напряжения. В момент времени  $t$  вектор  $\vec{U}_m$  повернется на угол  $\omega t$  и будет расположен под углом  $\omega t + \psi_u$  по отношению к оси абсцисс. Проекция этого вектора на ось ординат в выбранном масштабе равна мгновенному значению изображаемого напряжения:  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ .

Следовательно, величину, изменяющуюся гармонически во времени, можно изображать вращающимся вектором. При начальной фазе, равной нулю, когда  $u = 0$ , вектор  $\vec{U}_m$  для  $t = 0$  должен быть расположен на оси абсцисс.

График зависимости любой переменной (в том числе и гармонической) величины от времени называется *временной диаграммой*. Для гармонических величин по оси абсцисс удобнее откладывать не само время  $t$ , а пропорциональную ему величину  $\omega t$ . Временные диаграммы полностью определяют гармоническую функцию, так как дают представление о начальной фазе, амплитуде и о периоде (см. рис. 2-3).

Обычно при расчете цепи нас интересуют только действующие ЭДС, напряжения и токи или амплитуды этих величин, а также их сдвиг по фазе относительно друг друга. Поэтому обычно рассматриваются неподвижные векторы для некоторого момента времени, который выбирается так, чтобы диаграмма была наглядной. Такая диаграмма называется *векторной диаграммой*. При этом углы сдвига по фазе откладываются в направлении вращения векторов (против часовой стрелки), если они положительные, и в обратном направлении, если они отрицательные. Если, например, начальный фазовый угол на-

пряжения  $\psi_n$  больше начального фазового угла  $\psi_i$ , то сдвиг по фазе  $\varphi = \psi_n - \psi_i > 0$  и этот угол откладывается в положительном направлении от вектора тока.

При расчете цепи переменного тока часто приходится складывать ЭДС, токи или напряжения одной и той же частоты.

Предположим, что требуется сложить две ЭДС:

$$e_1 = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_{1e}) \text{ и } e_2 = E_{2m} \sin(\omega t + \psi_{2e}).$$

Такое сложение можно осуществить аналитически и графически. Последний способ более нагляден и прост. Две складываемые ЭДС  $e_1$  и  $e_2$  в определенном масштабе представлены векторами  $\vec{E}_{1m}$  и  $\vec{E}_{2m}$  (рис. 2-5). При вращении этих векторов с одной и той же частотой вращения, равной угловой частоте, взаимное расположение вращающихся векторов остается неизменным. Сумма проекций вращающихся векторов  $\vec{E}_{1m}$  и  $\vec{E}_{2m}$  на ось ординат равна проекции на ту же ось вектора  $\vec{E}_m$ , являющегося их геометрической суммой. Следовательно, при сложении двух синусоидальных ЭДС одной и той же частоты получается синусоидальная ЭДС той же частоты, амплитуда которой изображается вектором  $\vec{E}_m$ , равным геометрической сумме векторов  $\vec{E}_{1m}$  и  $\vec{E}_{2m}$ :

$$\vec{E}_m = \vec{E}_{1m} + \vec{E}_{2m}.$$

Векторы переменных ЭДС и токов являются графическими изображениями ЭДС и токов в отличие от векторов физических величин, имеющих определенное физическое значение: вектора силы, напряженности поля и других.

Указанный способ можно применить для сложения и вычитания любого числа ЭДС и токов одной частоты. Вычитание двух синусоидальных величин можно представить в виде сложения:

$$e_1 - e_2 = e_1 + (-e_2),$$

т. е. уменьшаемая величина складывается с вычитаемой, взятой с обратным знаком. Обычно векторные диаграммы строятся не для амплитудных значений переменных ЭДС и токов, а для действующих величин, пропорциональных амплитудным значениям, так как все расчеты цепей обычно выполняются для действующих ЭДС и токов.

## 2-4. Основные понятия о символическом методе

Расчет цепей переменного тока может производиться не только путем построения векторных диаграмм, но и аналитически путем операций с комплексными числами, символически изображающими синусоидальные ЭДС и токи. Достоинством векторных диаграмм является наглядность, недостатком — малая точность графических построений. Применение символического метода позволяет выполнять расчеты цепей с большой точностью. Решение задач с помощью символического метода имеет особые преимущества при рассмотрении сложных цепей.

Комплексное число  $\dot{A}$  может быть представлено в алгебраической форме, показательной и тригонометрической:

$$\dot{A} = A' + jA'' = Ae^{j\alpha} = A(\cos \alpha + j \sin \alpha),$$

где  $j = \sqrt{-1}$  — единичное мнимое число.

При решении задач часто приходится переходить от одного вида комплексного числа к другому, для чего используются формулы перехода. Вещественная часть комплексного числа  $A' = A \cos \alpha$ , мнимая часть комплексного числа  $A'' = A \sin \alpha$ , аргумент комплексного числа  $\alpha = \text{arctg}(A''/A')$ , модуль комплексного числа

$$A = \sqrt{A'^2 + A''^2}.$$

Используя формулы перехода, получим ряд необходимых в дальнейшем выражений:

$$e^{\pm j\pi/2} = \cos \frac{\pi}{2} \pm j \sin \frac{\pi}{2} = \pm j;$$

$$e^{\pm j\pi} = \cos \pi \pm j \sin \pi = -1;$$

$$e^{\pm j2\pi} = \cos 2\pi \pm j \sin 2\pi = 1.$$

Символ  $j$  перед мнимой частью комплексного числа в алгебраической форме означает, что мнимая часть повернута по отношению к вещественной на угол  $\pi/2$  в положительном направлении (против вращения часовой стрелки).

Комплексные числа геометрически изображаются на комплексной плоскости. При этом положительная вещественная ось  $+1$  для удобства направлена вправо, а ось мнимых чисел  $+j$  — вверх от оси вещественных (рис. 2-6). Изображение на комплексной плоскости вектора, имеющего модуль  $A = \sqrt{A'^2 + A''^2}$  и аргумент  $\alpha$ , дано на том же рисунке. Вещественная часть комплексного числа изображается отрезком  $A'$



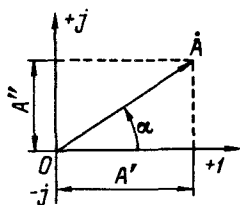


Рис. 2-6. Изображение комплексного числа

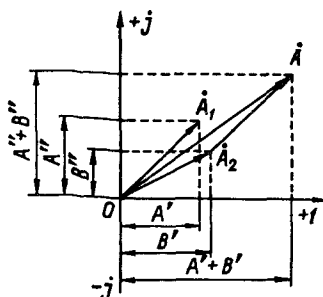


Рис. 2-7. Сложение комплексных чисел

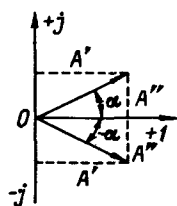


Рис. 2-8. Изображение сопряженных комплексных чисел

на вещественной оси  $+1$ , а мнимая — отрезком  $A''$  на мнимой оси  $+j$ . Каждому числу на комплексной плоскости соответствуют только одна точка и только один вектор, проведенный из начала координат в эту точку. Если гармонические ЭДС и токи можно изображать векторами, а векторы — комплексными числами, то гармонические ЭДС и токи можно, в свою очередь, изображать комплексными числами. Векторы, которые выражаются комплексными числами, обозначаются соответствующим символом — буквой с точкой сверху. Часто применяют символ

$$\dot{A} = Ae^{j\alpha} = A \angle \alpha.$$

При сложении комплексных чисел, соответствующих синусоидальным ЭДС и токам, получаются комплексные числа, изображающие геометрические суммы складываемых векторов. На рис. 2-7 показано сложение двух комплексных чисел. При сложении двух комплексных чисел  $\dot{A}_1 = A' + jA''$  и  $\dot{A}_2 = B' + jB''$  комплексное число  $\dot{A}$ , соответствующее их сумме, будет

$$\dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 = (A' + jA'') + (B' + jB'').$$

Вещественной частью такого числа является  $A' + B'$ , а мнимой  $j(A'' + B'')$ .

Вектор, соответствующий полному комплексному числу, находится геометрическим сложением векторов  $\dot{A}_1$  и  $\dot{A}_2$ .

Сопряженные комплексные числа  $A' + jA''$  и  $A' - jA''$  имеют одинаковые модули и равные по значению, но противоположные по знаку аргументы. На комплексной плоскости сопря-

женные комплексные числа изображаются одинаковыми векторами, расположенными зеркально относительно оси вещественных чисел (рис. 2-8).

Умножать или делить комплексные числа обычно более удобно, преобразовав их в показательную форму. При умножении  $\dot{A} = Ae^{j\alpha}$  на  $\dot{B} = Be^{j\beta}$  модули перемножаются, а аргументы складываются, т. е.  $\dot{A}\dot{B} = AB e^{j(\alpha+\beta)}$ . При делении комплексных чисел модули делятся, а аргументы вычитаются, т. е.  $\dot{A}/\dot{B} = (A/B) e^{j(\alpha-\beta)}$ .

Предположим, что мгновенное напряжение  $u$  определяется выражением  $u = U_m \cos(\omega t + \psi_u)$ . Это переменное напряжение графически изображаем вектором длиной  $U_m$  (в выбранном масштабе), вращающимся против часовой стрелки с угловой частотой  $\omega$ . Вектор с модулем  $U_m$  и аргументом  $\omega t + \psi_u$  символически изображается в показательной форме:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j(\omega t + \psi_u)}$$

Обычно в символических выражениях отбрасывается переменный аргумент  $\omega t$ , одинаковый для всех ЭДС и токов одной и той же частоты. Это соответствует тому, что мы рассматриваем уже не вращающиеся, а неподвижные векторы. В этом случае можно написать символические выражения векторов амплитуды напряжения или действующего напряжения:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}; \quad \dot{U} = U e^{j\psi_u}$$

Заметим, что комплексное напряжение  $\dot{U}_m$  выражается в виде

$$\dot{U}_m = U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} = U_m \cos(\omega t + \psi_u) + j U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

Реально существующие напряжения и токи выражаются вещественными числами, поэтому мгновенные напряжения определяются вещественной частью комплексного числа.

## 2-5. Цепь синусоидального переменного тока

Энергия доставляется в цепи переменного тока от систем энергоснабжения, преобразователей различных видов, усилителей и других устройств. Источники энергии могут иметь характеристики реальных источников ЭДС или тока.

В состав простых цепей переменного тока обычно входят резистивные элементы, катушки индуктивности, конденсаторы и элементы, соединенные магнитной или емкостной связью с другими цепями.

В резистивных элементах электрическая энергия полезно преобразовывается в другие виды энергии или рассеивается как

тепловая; эти элементы характеризуются значением сопротивления. Любой резистивный элемент обладает некоторой индуктивностью и емкостью. Влиянием индуктивности и емкости в ряде случаев можно пренебречь (например, при низкой частоте). Если влиянием индуктивности пренебречь нельзя, то резистивный элемент на схеме замещения изображается в виде последовательного соединения сопротивления с индуктивностью.

Реальный индуктивный элемент обладает, кроме индуктивности, и сопротивлением, которым, как правило, пренебречь нельзя. Иногда нужно учитывать и влияние емкости. Определенные индуктивности и взаимной индуктивности приводится в § П1-4 и П1-5.

В реальном емкостном элементе имеются некоторые потери энергии. Поэтому емкостный элемент следует изображать на схемах замещения в виде параллельного соединения емкости  $C$  с проводимостью  $g$ . Так как потери энергии чаще всего относительно невелики, то обычным является изображение элемента в виде идеального емкостного элемента. Емкость  $C$  в фарадах для обычного конденсатора с двумя обкладками определяется отношением заряда  $Q$  в кулонах к напряжению  $U$  между обкладками:  $C = Q/U$  (см. приложение 1, § П1-1).

Процессы в цепях переменного тока принципиально отличаются от процессов в цепях постоянного тока, токи и напряжения которых неизменны. При неизменных токах в цепи не изменяются электрические и магнитные поля, связанные с цепью. В цепях переменного тока при изменениях напряжений и токов изменяются магнитные и электрические поля, связанные с цепью. При изменениях магнитных полей возникают ЭДС самоиндукции и взаимной индукции, а при изменениях электрических полей в цепи протекают зарядные и разрядные токи.

Применительно к цепям постоянного тока были сформулированы основные физические законы. Эти законы, очевидно, справедливы и в применении к цепям переменного тока, но только для реально существующих в каждый момент времени мгновенных значений величин. На основе выражений, составленных по этим законам для мгновенных значений, составляются уравнения и формулируются законы для векторов и изображений напряжений, ЭДС и токов в символическом виде.

Подобно тому как это было сделано для цепей постоянного тока, в цепях переменного тока показываются *условные положительные направления* ЭДС, напряжений и токов, которые в дальнейшем называются положительными направлениями.

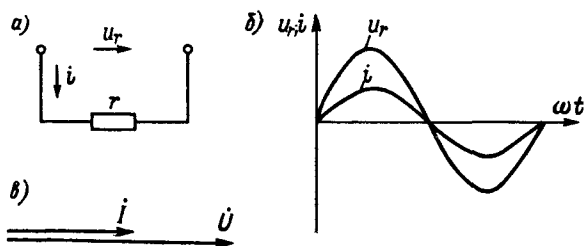


Рис. 2-9. Цепь переменного тока с резистивным элементом: *а* — схема цепи; *б* — временные диаграммы напряжения и тока при начальных фазах, равных нулю; *в* — векторная диаграмма напряжения и тока

При переменных токах принятые положительные направления будут соответствовать действительности только в течение отрезков времени, но при составлении выражений в соответствии с принятыми направлениями важна только взаимная ориентировка направлений токов, ЭДС и напряжений. В соответствии с принятыми положительными направлениями для мгновенных токов, ЭДС и напряжений могут показываться изображения не только мгновенных значений, но и комплексные изображения этих величин, а также изображения амплитудных и действующих значений. Если при выборе направлений вначале и были допущены ошибки, то при определении из расчета интересующих нас величин получим результат, позволяющий скорректировать эти ошибки.

В этой главе рассматриваются только цепи с сосредоточенными параметрами, т. е. цепи, для которых можно считать, что сопротивления, индуктивности и емкости сосредоточены на отдельных участках цепи. В действительности каждый участок цепи обладает, кроме сопротивления, также индуктивностью и емкостью относительно всей цепи. Предположение, что сопротивления, индуктивности и емкости сосредоточены на отдельных участках, является научной абстракцией, справедливой для большинства практических расчетов.

При построении некоторых диаграмм для цепей будем пользоваться комплексными выражениями напряжений, токов и сопротивлений.

**Цепь с резистивным элементом**, имеющим сопротивление  $r$ . Предположим, что цепь включена на напряжение  $u$ , изменяющееся по гармоническому закону:  $u = U_m \sin \omega t$  (рис. 2-9, *а*). На рисунке показано положительное направление  $u$ . Пренебрежем очень малыми индуктивностью и емкостью проводов цепи.

Как будет показано в дальнейшем, сопротивление переменному току будет больше сопротивления постоянному току за счет неравномерного распределения тока в проводе и потерь энергии в окружающую среду. Поэтому в отличие от сопротивления постоянному току сопротивление  $r$  в цепи переменного тока называется *активным*.

По закону Ома напряжение, приложенное к элементу  $r$  в любой момент времени, определяется выражением  $u = ir$ . Отсюда мгновенный ток

$$i = \frac{u}{r} = \frac{U_m}{r} \sin \omega t = I_m \sin \omega t, \quad (2-10)$$

где  $I_m = U_m/r$  — амплитуда тока.

Действующее напряжение  $U$  и ток  $I$  меньше амплитудных значений в  $\sqrt{2}$  раз; следовательно, действующий ток

$$I = U/r, \quad (2-11)$$

т. е. равен действующему напряжению, деленному на активное сопротивление.

Аналогично комплексный ток

$$\dot{I} = \dot{U}/r. \quad (2-11a)$$

Из выражения (2-10) видно, что для цепи, обладающей только сопротивлением  $r$ , ток и напряжение совпадают по фазе.

На рис. 2-9, б представлена временная диаграмма тока и напряжения, а на рис. 2-9, в — векторная.

Приемниками, обладающими при промышленных частотах практически только активным сопротивлением, являются реостаты, электрические лампы, нагревательные приборы и другие подобные устройства.

**Цепь с катушкой индуктивности.** В природе нет цепей, которые обладали бы только индуктивностью. Всякая цепь имеет некоторое сопротивление, пусть очень малое при низких температурах. Рассмотрение элемента цепи с сосредоточенными параметрами, обладающего только индуктивностью, является научной абстракцией, позволяющей ясно представить себе свойства такого элемента.

Изменение тока в цепи с индуктивностью  $L$  (рис. 2-10, а) вызывает возникновение ЭДС самоиндукции  $e_L$ , которая по закону Ленца противодействует изменению тока. При увеличении тока ЭДС  $e_L$  действует навстречу току, а при уменьшении — в направлении тока, противодействуя его уменьшению. Показан-

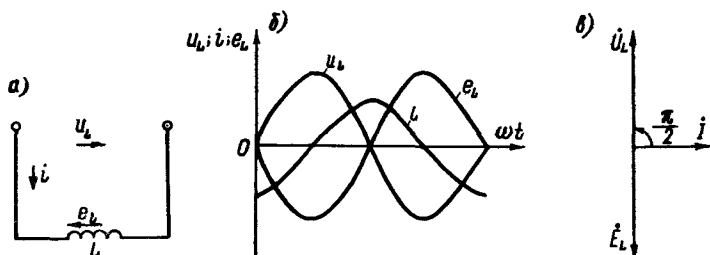


Рис. 2-10. Цепь переменного тока с катушкой индуктивности: *a* — схема цепи; *б* — временная диаграмма напряжения и тока; *в* — векторная диаграмма напряжения и тока

ные на рисунке положительные направления  $u_L$  и  $i$  имеют место только в течение некоторых отрезков времени. Для тока, изменяющегося по гармоническому закону:  $i = I_m \sin \omega t$ , и при  $L = \text{const}$  ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \cos \omega t = -E_{Lm} \cos \omega t = E_{Lm} \sin(\omega t - \pi/2), \quad (2-12)$$

где  $E_{Lm} = \omega L I_m$  — амплитуда ЭДС самоиндукции.

Из выражения (2-12) следует, что ЭДС самоиндукции отстает по фазе от тока на угол  $\pi/2$ . Чтобы в цепи протекал ток, требуется иметь на зажимах напряжение, уравновешивающее ЭДС самоиндукции, равное ей по значению и противоположное по знаку:

$$u = -e_L = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = U_{Lm} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (2-13)$$

где  $U_{Lm} = \omega L I_m$  — амплитуда напряжения.

Для действующих тока и напряжения получим выражения, аналогичные по форме закону Ома:

$$U_L = \omega L I \quad \text{и} \quad I = U_L / (\omega L). \quad (2-14)$$

Величина  $\omega L$  измеряется в единицах сопротивления и называется *индуктивным сопротивлением* цепи. Индуктивное сопротивление  $x_L = \omega L = 2\pi f L$  пропорционально частоте.

Определим ЭДС, напряжение и индуктивное сопротивление в символическом виде. Если комплексный амплитудный ток вы-

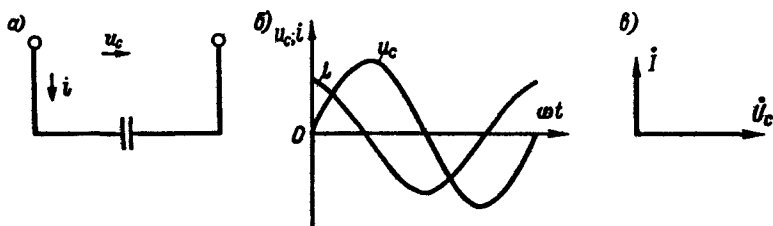


Рис. 2-11. Цепь переменного тока с конденсатором: *a* — схема цепи; *б* — временная диаграмма напряжения и тока; *в* — векторная диаграмма напряжения и тока

ражается как  $\dot{I}_m = I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}$ , то комплексное амплитудное напряжение будет

$$\dot{U}_{Lm} = L \frac{d\dot{I}_m}{dt} = j\omega L I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = jx_L \dot{I}_m. \quad (2-15)$$

Аналогичное выражение можно написать для комплексных действующих напряжения  $\dot{U}_L$  и тока  $\dot{I}$ . Из выражения (2-15) следует, что комплексное амплитудное напряжение или комплексное действующее напряжение получаются путем умножения комплексного тока на индуктивное сопротивление и мнимую величину  $j$ ; последнее определяет поворот вектора напряжения на угол  $\pi/2$  в направлении вращения векторов. Это находится в полном соответствии с выражением (2-13). Следовательно, для комплексных действующих напряжения и тока по аналогии с законом Ома имеем

$$\dot{U}_L = jx_L \dot{I} \text{ и } \dot{I} = \dot{U}_L / (jx_L), \quad (2-16)$$

где  $jx_L = j\omega L$  — комплексное индуктивное сопротивление.

Временная и векторная диаграммы цепи даны на рис. 2-10, *б* и *в*. На этих диаграммах ЭДС самоиндукции и приложенное напряжение находятся в противофазе.

**Цепь с конденсатором.** Рассмотрение процессов в цепи с элементом, обладающим только емкостью, является также научной абстракцией, как и допущение, что включена только индуктивность.

В цепи с таким идеальным конденсатором (рис. 2-11), включенным на напряжение переменного тока, происходит непрерывное перемещение электрических зарядов. При увеличении напряжения ток в цепи конденсатора будет зарядным, а при уменьшении — разрядным. Мгновенный ток в цепи равен скорости изменения заряда конденсатора:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{du_C}{dt},$$

где  $Q$  – заряд конденсатора;  $C$  – емкость конденсатора.

Напряжение  $u_C$  на зажимах конденсатора определяется отношением заряда конденсатора  $Q$  к емкости  $C$ . Заряд  $Q$  следует рассматривать как сумму бесконечно малых зарядов  $dQ$ , доставленных за бесконечно малые промежутки времени  $dt$  при протекании тока  $i$ . Тогда

$$u_C = Q/C = \int dQ/C = \int i dt/C.$$

Если напряжение на зажимах конденсатора изменяется по синусоидальному закону:  $u_C = U_{Cm} \sin \omega t$ , ток в цепи

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \omega C U_{Cm} \cos \omega t = I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (2-17)$$

где  $I_m = \omega C U_{Cm}$  – амплитуда тока.

Величина  $1/(\omega C)$ , измеряемая в единицах сопротивления и обозначаемая  $x_C$ , называется емкостным сопротивлением цепи:

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}. \quad (2-18)$$

Емкостное сопротивление обратно пропорционально частоте приложенного напряжения.

На основании выражения (2-17) определяется связь между действующими напряжением и током:

$$U_C = \frac{I}{\omega C} = x_C I \quad \text{и} \quad I = \omega C U_C = \frac{U_C}{x_C}. \quad (2-19)$$

Последние выражения по форме аналогичны закону Ома.

Из выражения (2-17) видно, что в цепи с конденсатором ток опережает напряжение на угол  $\pi/2$ .

По выражению, подобному (2-15), можно определить комплексный амплитудный ток:

$$\dot{I}_m = C \frac{d\dot{U}_{Cm}}{dt} = j\omega C U_{Cm} e^{j(\omega t + \psi_u)} = -\frac{1}{j x_C} \dot{U}_{Cm}, \quad (2-20)$$

где

$$j\omega C = \frac{j^2}{j/(\omega C)} = -\frac{1}{j x_C}.$$



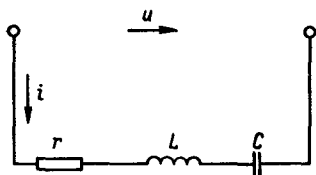


Рис. 2-12. Цепь переменного тока с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором

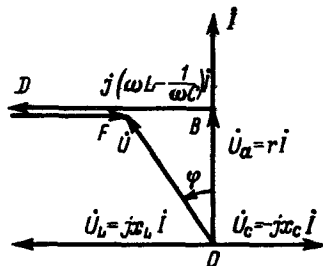


Рис. 2-13. Векторная диаграмма цепи переменного тока с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором

Из выражения (2-20) следует, что комплексное амплитудное напряжение или комплексное действующее напряжение получаются путем умножения комплексного тока на емкостное сопротивление  $x_C$  и мнимую величину  $-j$ ; последнее определяет поворот вектора напряжения на угол  $-\pi/2$ , т. е. против направления вращения векторов. Следовательно, для комплексных действующих величин по аналогии с законом Ома:

$$\dot{U}_C = -jx_C \dot{I} \text{ и } \dot{I} = -\frac{\dot{U}_C}{jx_C}. \quad (2-21)$$

Временная и векторная диаграммы тока и напряжения показаны на рис. 2-11, б и в. На векторной диаграмме вектор тока  $\dot{I}$  опережает вектор напряжения  $\dot{U}$ .

**Цепь с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором.** Цепь переменного тока может содержать эти три элемента, включенные последовательно. На рис. 2-12 они показаны отдельно, сосредоточенными на отдельных участках. В действительности показанное отдельно активное сопротивление может быть полностью или частично сопротивлением катушки индуктивности, показанная отдельно емкость может быть емкостью между проводами цепи, т. е. каждый элемент цепи может обладать не одним, а двумя-тремя свойствами.

Тем не менее такую цепь в ряде случаев можно рассматривать как идеализированную цепь с сосредоточенными параметрами.

При включении на напряжение  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$  в цепи будет протекать ток  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ . По второму закону Кирхгофа падение напряжения  $u$  в цепи равно сумме ЭДС, действующих в цепи (рис. 2-12):

$$ir = u + e_L + e_C = u - L \frac{di}{dt} - \frac{\int i dt}{C}.$$

Из этого выражения, а также исходя из того, что напряжение на зажимах в каждый момент времени равно сумме напряжений на участках, получим

$$u = u_a + u_L + u_C = ir + L \frac{di}{dt} + \frac{\int i dt}{C}.$$

Это уравнение преобразуется в дифференциальное уравнение второго порядка, решение которого, т. е. определение зависимости тока от времени  $i = f(t)$ , состоит из общего решения однородного уравнения и частного решения. Общее решение однородного уравнения определяет составляющую переходного процесса, которая имеет место в течение относительно малого промежутка времени после начала перехода цепи в другое установившееся состояние, например после включения цепи. С этими процессами мы познакомимся в гл. 5. Здесь мы найдем только частное решение, определяющее ток в цепи после окончания переходного процесса, когда в ней будет протекать установившийся переменный ток.

Частным решением является выражение синусоидального тока  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ , для которого нужно найти амплитуду  $I_m$  и фазовый угол  $\psi_i$  или угол сдвига по фазе  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ .

Если ток цепи изменяется по гармоническому закону, то и напряжения на участках цепи изменяются по этому же закону. Тогда на основании уравнения для мгновенных значений, составленного по второму закону Кирхгофа, можно написать уравнение

$$\dot{U} = \dot{U}_a + \dot{U}_L + \dot{U}_C. \quad (2-22)$$

В соответствии с этим уравнением построим векторную диаграмму (рис. 2-13). На выбор исходного вектора тока  $\dot{I}$  не налагается каких-либо условий; направим этот вектор вертикально вверх. Все векторы будем изображать в принятом масштабе. В фазе с вектором тока  $\dot{I}$  находится вектор активной составляющей напряжения  $\dot{U}_a = r\dot{I}$ . Под углом  $\pi/2$  в сторону опережения относительно вектора  $\dot{I}$  направим вектор индуктивной составляющей напряжения  $\dot{U}_L = jx_L\dot{I}$ , а под углом  $\pi/2$  в сторону отставания — вектор емкостной составляющей напряжения  $\dot{U}_C = -jx_C\dot{I}$ . Геометрическая сумма всех векторов действующих величин определит вектор действующего напряжения  $\dot{U}$  на зажимах цепи.

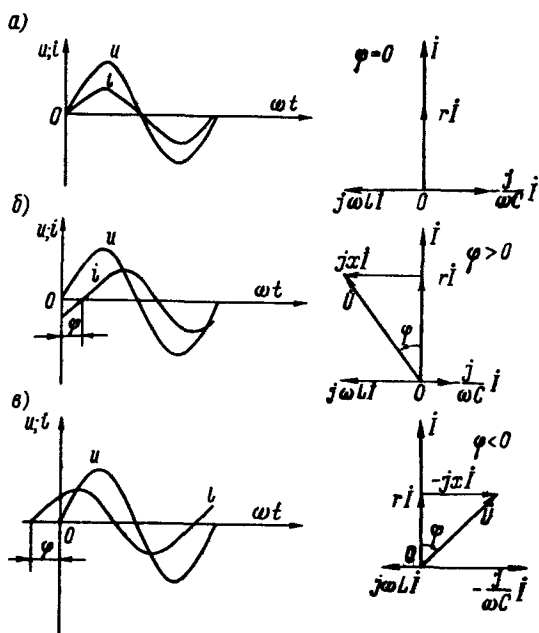


Рис. 2-14. Графики напряжения и тока и векторные диаграммы: а — для  $\varphi = 0$ ; б — для  $\varphi > 0$ ; в — для  $\varphi < 0$

Из прямоугольного треугольника  $OBF$  получаем

$$U^2 = (rI)^2 + (x_L - x_C)^2 I^2,$$

откуда

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}}. \quad (2-23)$$

Сдвиг по фазе  $\varphi$  между напряжением и током определится (рис. 2-13) выражением

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{x_L - x_C}{r}. \quad (2-24)$$

Выражение (2-23) часто называют законом Ома для цепи переменного тока, так как оно формально подобно выражению собственно закона Ома для цепи постоянного тока. Вместе с тем природа индуктивного и емкостного сопротивлений существенно отличается от природы активного сопротивления. Сопротивление цепи, определяемое формулой

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}, \quad (2-25)$$

называется *полным сопротивлением* цепи. Реактивным называется сопротивление  $x = x_L - x_C$ . Если в цепи преобладает индуктивное сопротивление, реактивное сопротивление выражается положительным числом, разность фаз напряжения и тока положительна ( $\varphi > 0$ ) и напряжение цепи опережает ток. Если в цепи преобладает емкостное сопротивление, реактивное сопротивление выражается отрицательным числом, разность фаз отрицательна ( $\varphi < 0$ ) и ток цепи опережает напряжение.

Следовательно, в подобных цепях угол  $\varphi$  сдвига по фазе может изменяться в пределах  $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ .

Подобно (2-22) можно написать выражение для комплексных действующих напряжений:

$$\dot{U} = \dot{U}_a + \dot{U}_L + \dot{U}_C = r\dot{I} + j(x_L - x_C)\dot{I} = Z\dot{I}. \quad (2-26)$$

Временные и векторные диаграммы тока и напряжения для всех указанных случаев изображены на рис. 2-14.

Величина  $Z$  является *комплексным полным сопротивлением*, сопротивлением в символическом виде, изображается большой буквой и состоит из вещественной и мнимой частей:

$$Z = r + j(x_L - x_C). \quad (2-27)$$

Аналогично закону Ома комплексный ток  $\dot{I}$  определяется выражением

$$\dot{I} = \dot{U}/Z. \quad (2-28)$$

**Применение законов Ома и Кирхгофа.** Законы Ома и Кирхгофа справедливы для мгновенных токов и напряжений. Из этого, а также из предыдущих выводов следует, что эти законы справедливы и для комплексных напряжений и токов. Поэтому справедливо выражение (2-28), аналогичное закону Ома; справедливы и выражения, аналогичные законам Кирхгофа.

*Сумма комплексных токов в проводах, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю:*

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0. \quad (2-29)$$

*Сумма комплексных ЭДС, действующих в замкнутом контуре, равна сумме комплексных падений напряжения в ветвях этого контура:*

$$\sum_{k=1}^n \dot{E}_k = \sum_{k=1}^n [r_k + j(x_{Lk} - x_{Ck})] \dot{I}_k = \sum_{k=1}^n Z_k \dot{I}_k. \quad (2-30)$$

В расчетах цепей переменного тока используются комплексные напряжения, токи и полные сопротивления.

## 2-6. Мощность цепи переменного тока

Мгновенная мощность электрической цепи определяется по выражению (1-10):  $p = ui$ , где  $u$  и  $i$  — мгновенные напряжение на зажимах цепи и ток в ней.

Энергия, доставляемая в цепь, равна произведению времени, в течение которого энергия доставляется, на среднее значение мощности за рассматриваемый промежуток времени. Поэтому очень важной величиной является среднее значение мощности за период переменного тока:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt.$$

Это выражение мощности справедливо для любых периодических функций напряжения и тока.

Определим среднее значение мощности за период при синусоидальных напряжении и токе:  $u = U_m \sin \omega t$ ;  $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ .

Среднее значение мощности за период

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T [\sqrt{2} U \sin \omega t \sqrt{2} I \sin(\omega t - \varphi)] \, dt = \\ &= \frac{UI}{T} \int_0^T [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \, dt. \end{aligned}$$

Интеграл от второго члена подынтегрального выражения равен нулю, поэтому

$$P = UI \cos \varphi. \quad (2-31)$$

Средняя мощность за период, подобно мощности цепи постоянного тока, определяет энергию, подводимую к цепи за одну секунду ( $T \ll 1$  с). Поэтому ее называют *активной мощностью*. Значение мощности зависит от действующих тока и напряжения цепи и угла сдвига фаз между напряжением и током. Множитель  $\cos \varphi$  называется *коэффициентом мощности*.

Рассмотрим выражение мгновенной мощности для цепей, содержащих резистивный элемент, идеальную катушку индуктивности и конденсатор.

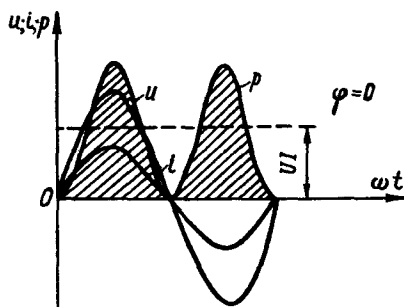


Рис. 2-15. Графики напряжения, тока и мощности для цепи с резистивным элементом

При выводе выражения (2-31) было получено

$$p = ui = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]. \quad (2-32)$$

Из выражения (2-32) следует, что мгновенная мощность цепи изменяется с удвоенной частотой  $2\omega$ ; амплитуда изменения мощности равна  $UI$ .

Рассмотрим характер изменения мощности для некоторых электрических цепей.

**Цепь с резистивным элементом.** В этом случае  $\cos \varphi = 1$  и  $\varphi = 0$ . Мгновенная мощность

$$p = ui = UI(1 - \cos 2\omega t). \quad (2-33)$$

Средняя мощность равна произведению действующих напряжения и тока  $UI$ ; наибольшее значение мощности  $2UI$ , так как наименьшее значение  $\cos 2\omega t = -1$ ; наименьшее значение мощности равно нулю, так как наибольшее значение  $\cos 2\omega t = 1$ .

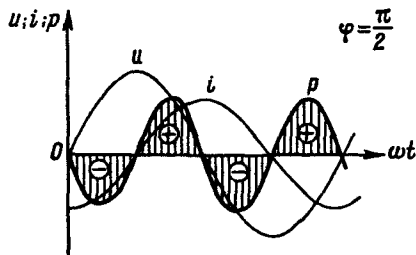


Рис. 2-16. Графики напряжения, тока и мощности для цепи с катушкой индуктивности

На рис. 2-15 даны кривые напряжения, тока и мощности для этого случая. Кривая мощности симметрична относительно среднего значения  $UI$ . Заштрихованная площадь, ограниченная кривой мощности  $p$  и осью абсцисс, определяет  $\int_0^T p dt$ , т. е. электрическую энергию, преобразованную в тепловую за один период.

**Цепь с идеальной катушкой индуктивности.** В этом случае ток отстает от напряжения на угол  $\varphi = \pi/2$ . По выражению (2-32)

$$p = -UI \cos(2\omega t - \pi/2) = -UI \sin 2\omega t.$$

Средняя мощность равна нулю (рис. 2-16).

Если переменный ток изменяется по гармоническому закону

$$i = I_m \sin(\omega t - \pi/2) = -I_m \cos \omega t,$$

то энергия магнитного поля

$$W_m = \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \quad (2-34)$$

также изменяется гармонически от 0 до  $LI_m^2/2$  с угловой частотой  $2\omega$ .

Мгновенная мощность цепи определяется скоростью изменения энергии магнитного поля (рис. 2-16):

$$p = ui = \frac{d}{dt} \left( \frac{Li^2}{2} \right) = Li \frac{di}{dt} = -UI \sin 2\omega t.$$

При увеличении тока напряжение действует в направлении протекания тока, ЭДС самоиндукции действует навстречу току, при этом  $p = ui > 0$ , т. е. энергия поступает в цепь и преобразуется в энергию магнитного поля. При уменьшении тока напряжение действует в направлении, противоположном протеканию тока; ЭДС самоиндукции действует в направлении протекания тока;  $p = ui < 0$  — энергия, запасенная в магнитном поле, — возвращается источнику. В цепи происходит непрерывный обмен энергией между источником энергии и цепью, с которой связано магнитное поле.

**Цепь с конденсатором.** Подобно цепи, содержащей катушку индуктивности, в цепи с конденсатором имеет место непрерывный обмен энергией между источником энергии и цепью, в которой доставляемая энергия преобразуется в энергию электрического поля конденсатора, или происходит обратное преобра-

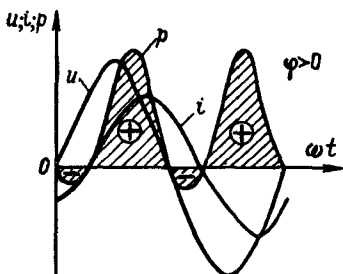


Рис. 2-17. Графики напряжения, тока и мощности для цепи, в которой ток отстает от напряжения

зование. Ток цепи опережает напряжение на угол  $\varphi = \pi/2$ .

Средняя мощность за период равна нулю; наибольшее значение энергии, запасенной в электрическом поле,

$$W_e = CU_m^2/2. \quad (2-35)$$

**Цепь с резистивным элементом, катушкой индуктивности и конденсатором.** При преобладании индуктивного сопротивления в цепи ток отстает от напряжения на угол  $\varphi$ , а при преобладании емкостного — опережает напряжение. На рис. 2-17 приведены кривые напряжения, тока и мощности для случая, когда ток отстает от напряжения.

Выражение (2-32) для мгновенной мощности приобретает вид

$$p = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)].$$

Из этого выражения и рис. 2-17 следует, что за период мощность имеет как положительные значения, когда энергия поступает в цепь, так и отрицательные, когда энергия, запасенная в магнитном и электрическом полях, возвращается обратно.

Выражение для мгновенной мощности можно переписать:

$$\begin{aligned} p &= UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] = \\ &= UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) + UI \sin \varphi \sin 2\omega t = p_a + p_p. \end{aligned}$$

Мощность  $p_a$  является переменной активной мощностью, изменяющейся с двойной частотой от нуля до удвоенного среднего значения, а мощность  $p_p$  — переменной реактивной мощностью, изменяющейся с двойной частотой от  $-UI \sin \varphi$  до  $+UI \sin \varphi$  (рис. 2-18).

Как указывалось, средняя мощность  $P = UI \cos \varphi$  является активной мощностью.

Переменная мощность, идущая на увеличение магнитного или электрического полей или поступающая обратно в сеть, называется *реактивной мощностью*. Ее амплитуда

$$Q = UI \sin \varphi. \quad (2-36)$$



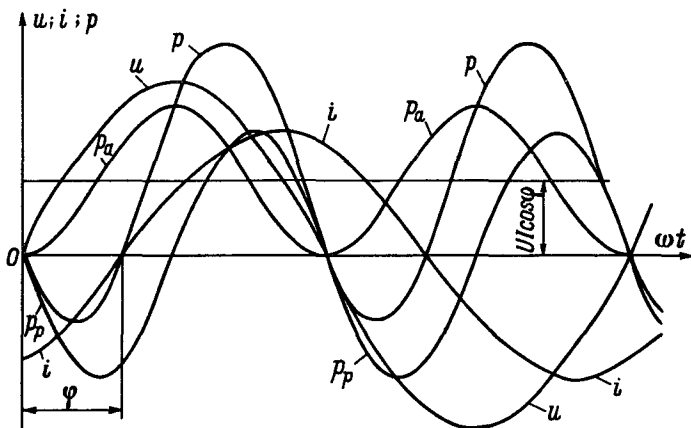


Рис. 2-18. Графики напряжения, тока, полной, активной и реактивной мощностей для случая, когда ток отстает от напряжения

Реактивная мощность выражается в вольт-амперах (В·А) или киловольт-амперах (кВ·А); иногда эти единицы называют «вольт-амперы или киловольт-амперы реактивные» (вар или квар).

Мощность, изменяющаяся с двойной частотой и имеющая амплитуду

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (2-37)$$

называется полной мощностью и выражается также в вольт-амперах (В·А) или киловольт-амперах (кВ·А).

**Мощность цепи в символическом виде.** Покажем, что произведение сопряженных комплексных ЭДС или напряжения на комплексный ток дает комплексную мощность цепи.

Комплексная мощность цепи

$$\dot{S} = \dot{U} \dot{I} = U e^{-j\psi_u} I e^{j\psi_i} = UI e^{-j(\psi_u - \psi_i)} = UI e^{-j\varphi}.$$

Комплексная мощность является вектором с модулем, равным полной мощности  $UI$ , и с аргументом  $-\varphi$ .

Определяя вещественную и мнимую части комплексной мощности, получим

$$\dot{S} = \dot{U} \dot{I} = UI \cos \varphi - jUI \sin \varphi = P - jQ, \quad (2-38)$$

т. е. вещественная часть выражает активную мощность, а мнимая, взятая со знаком минус, — реактивную.

Следует заметить, что при  $\varphi > 0$ , т. е. при преобладании в цепи индуктивности, для реактивной мощности получаем знак минус, а при  $\varphi < 0$  — знак плюс.

## 2-7. Последовательное соединение элементов в цепи. Треугольники напряжений и сопротивлений

Рассмотрим цепь, активное сопротивление элементов которой  $r$ , индуктивность  $L$  и емкость  $C$  (см. рис. 2-12). Полное сопротивление такой цепи

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + x^2},$$

где  $x = x_L - x_C$ .

В символическом виде  $Z = r + j(x_L - x_C)$ .

Вектор приложенного напряжения  $\dot{U}$  можно рассматривать как геометрическую сумму векторов  $\dot{U}_a = r\dot{I}$  и  $\dot{U}_p = jx\dot{I}$ . Вектор  $\dot{U}_a$  совпадает по фазе с вектором тока, который ориентируется произвольно, а вектор  $\dot{U}_p$  перпендикулярен вектору  $\dot{I}$  и направлен влево, если  $\varphi > 0$  и преобладает индуктивное сопротивление (рис. 2-19, а); при  $\varphi < 0$  преобладает емкостное сопротивление и вектор  $\dot{U}_p$  направлен вправо (рис. 2-19, б).

В полученном *треугольнике напряжений*  $U_a$  находится в фазе с током и называется *активной составляющей* напряжения:

$$U_a = U \cos \varphi = rI. \quad (2-39a)$$

Напряжение  $U_p$  сдвинуто по фазе на угол  $\pi/2$  относительно тока и называется *реактивной составляющей* напряжения:

$$U_p = U \sin \varphi = xI. \quad (2-39б)$$

Напряжение на зажимах цепи

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2}. \quad (2-39в)$$

Напряжение на зажимах цепи  $U$  и активное напряжение всегда положительны. Реактивное напряжение  $U_p$  может быть положительным (при  $\varphi > 0$ ) или отрицательным (при  $\varphi < 0$ ).

*Треугольник сопротивлений* получается из треугольника напряжений. Треугольники напряжений и сопротивлений подобны. Длины сторон треугольника сопротивлений определяются путем деления соответствующих напряжений на значение тока. Гипотенуза треугольника сопротивлений изображает полное сопротивление цепи, катеты — активное и реактивное сопротивления (рис. 2-20). При  $\varphi > 0$  сторона треугольника  $jx$  направлена влево от катета  $r$  — преобладает индуктивное сопротивление; при  $\varphi < 0$  сторона треугольника  $-jx$  направлена вправо — преобладает емкостное сопротивление.

Из треугольника сопротивлений находим соотношения:

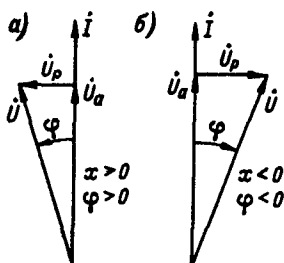


Рис. 2-19. Треугольники напряжений: а – при  $\varphi > 0$ ; б – при  $\varphi < 0$

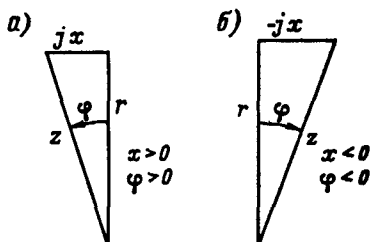


Рис. 2-20. Треугольники сопротивлений: а – при  $\varphi > 0$ ; б – при  $\varphi < 0$

$$\cos \varphi = r/z; \quad \sin \varphi = x/z; \quad \operatorname{tg} \varphi = x/r.$$

При двух известных элементах треугольника легко определяются другие неизвестные. Например, при известных  $z$  и  $\varphi$  находятся  $r$  и  $x$ .

Исходя из треугольника напряжений, можно построить подобный ему *треугольник мощностей*, умножая стороны треугольника напряжений на значение тока  $I$  (рис. 2-21). Из треугольника мощностей видно, что

$$\cos \varphi = P/S; \quad \sin \varphi = Q/S; \quad \operatorname{tg} \varphi = Q/P. \quad (2-40)$$

Гипотенуза треугольника мощностей изображает полную мощность цепи  $S$ , один из катетов – активную мощность  $P$ , а другой катет – реактивную мощность  $Q$ .

Пусть имеется цепь (рис. 2-22), составленная из последовательно соединенных участков с сопротивлениями  $z_1, z_2, \dots, z_n$ ; к зажимам цепи приложено напряжение

$$u = U_m \sin \omega t = \sqrt{2} U \sin \omega t.$$

Мгновенное напряжение на зажимах цепи определяется согласно второму закону Кирхгофа алгебраической суммой мгновенных напряжений отдельных участков цепи:  $u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

В соответствии с этим равенством для векторов действующих напряжений можно написать

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dots + \dot{U}_n.$$

Каждый из этих векторов имеет свою активную и реактивную составляющие, которые равны произведениям тока на соответствующие сопротивления:

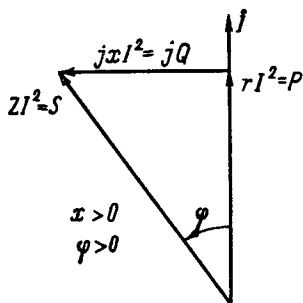


Рис. 2-21. Треугольник мощностей для  $\varphi > 0$

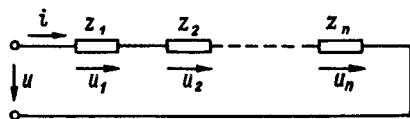


Рис. 2-22. Цепь переменного тока с последовательным соединением элементов

$$U_{1a} = r_1 I; U_{2a} = r_2 I; \dots; U_{na} = r_n I;$$

$$U_{1p} = x_1 I; U_{2p} = x_2 I; \dots; U_{np} = x_n I.$$

Так как все активные составляющие напряжений совпадают по фазе с током, их можно складывать арифметически:

$$U_a = U_{1a} + U_{2a} + \dots + U_{na} = (r_1 + r_2 + \dots + r_n) I.$$

Аналогично можно складывать алгебраически реактивные составляющие напряжения, так как векторы этих составляющих перпендикулярны вектору тока:

$$U_p = U_{1p} + U_{2p} + \dots + U_{np} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) I.$$

Из этих выражений следует, что эквивалентные активное  $r$  и реактивное  $x$  сопротивления цепи равны алгебраическим суммам активных и реактивных сопротивлений отдельных участков цепи:

$$\left. \begin{aligned} r &= r_1 + r_2 + \dots + r_n; \\ x &= x_1 + x_2 + \dots + x_n = \\ &= (x_{L1} - x_{C1}) + (x_{L2} - x_{C2}) + \dots + (x_{Ln} - x_{Cn}), \end{aligned} \right\} \quad (2-41)$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — реактивные сопротивления отдельных участков цепи, равные разностям индуктивных ( $x_{L1}, x_{L2}, \dots, x_{Ln}$ ) и емкостных ( $x_{C1}, x_{C2}, \dots, x_{Cn}$ ) сопротивлений участков.

Вектор полного напряжения равен геометрической сумме его активной и реактивной составляющих:

$$\bar{U} = \bar{U}_a + \bar{U}_p.$$

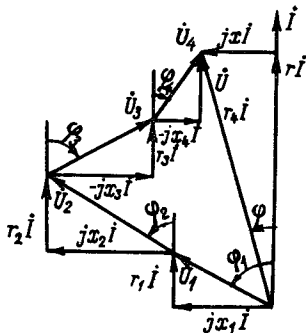


Рис. 2-23. Треугольники напряжений при последовательном соединении приемников

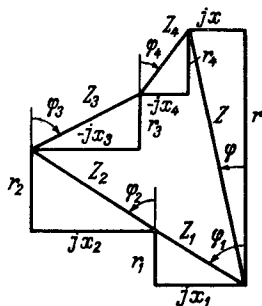


Рис. 2-24. Треугольники сопротивлений при последовательном соединении приемников

Действующее напряжение, приложенное к зажимам цепи,

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = I\sqrt{r^2 + x^2} = zI, \quad (2-42)$$

где  $r$  и  $x$  — эквивалентные активное и реактивное сопротивление;  $z$  — эквивалентное полное сопротивление.

Полные сопротивления отдельных элементов цепи нельзя складывать алгебраически, их можно складывать только геометрически, как это показано на рис. 2-23 и 2-24, где даны треугольники напряжений и сопротивлений цепей, составленных из четырех приемников, в двух из которых преобладает индуктивное сопротивление, а в двух других — емкостное.

Если векторы напряжений на отдельных участках цепи построены в том порядке, в котором соединяются друг с другом участки, то векторная диаграмма на рис. 2-23 будет *векторной потенциальной (топографической) диаграммой*. В векторной топографической диаграмме расстояния между точками диаграммы дают в выбранном масштабе напряжения между соответствующими точками цепи. Например, расстояние между концами векторов  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_3$  дает напряжение между началом участка 2 цепи (концом участка 1) и началом участка 4 (концом участка 3).

Активная мощность цепи составляется из активных мощностей отдельных участков:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n = r_1 I^2 + r_2 I^2 + \dots + r_n I^2 = r I^2.$$

Реактивная мощность цепи равна алгебраической сумме реактивных мощностей отдельных участков цепи:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = x_1 I^2 + x_2 I^2 + \dots + x_n I^2 = x I^2.$$

Полная мощность  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ .

Применяя символический метод для расчета цепи, определим комплексное напряжение на зажимах цепи как сумму комплексных напряжений на отдельных участках цепи:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dots + \dot{U}_n = U_a \pm jU_p,$$

где знак перед  $j$  определяется преобладанием индуктивного или емкостного сопротивления в цепи.

Каждое из суммируемых комплексных напряжений  $\dot{U}_k$ , в свою очередь, может быть представлено как

$$\dot{U}_k = (r_k \pm jx_k) \dot{I} = Z_k \dot{I}.$$

В соответствии с приведенными выражениями комплексное эквивалентное сопротивление цепи

$$Z = r + jx = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$$

или

$$r + jx = (r_1 + r_2 + \dots + r_n) + j(x_1 + x_2 + \dots + x_n). \quad (2-43)$$

Как следует из приведенных выражений, комплексное полное сопротивление складывается из активных сопротивлений — вещественных частей комплексных величин и реактивных — мнимых частей. При этом индуктивное сопротивление является мнимым положительным, емкостное — мнимым отрицательным.

Комплексное полное сопротивление цепи может быть выражено также в показательной и тригонометрической формах:

$$Z = r + jx = ze^{j\varphi} = z \cos \varphi + jz \sin \varphi, \quad (2-44)$$

где  $z = \sqrt{r^2 + x^2}$  — модуль комплексного числа — полное сопротивление цепи;  $\varphi$  — сдвиг по фазе между током и напряжением.

В соответствии с полученными выражениями комплексное сопротивление всей цепи определяется суммой комплексных сопротивлений отдельных участков.

При известном полном сопротивлении комплексный ток цепи определяется как

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{U e^{j\psi_u}}{z e^{j\varphi}} = I e^{j(\psi_u - \varphi)}. \quad (2-45)$$

## 2-8. Параллельное соединение элементов в цепи. Треугольники токов и проводимостей

Исследуем цепь с параллельным включением резистивного элемента, идеальной катушки индуктивности и конденсатора (рис. 2-25). В действительности всякая катушка индуктивности обладает сопротивлением, а в конденсаторах имеют место потери энергии. Поэтому после рассмотрения идеализированной схемы (рис. 2-25), для которой наиболее просто определяются необходимые выражения, исследуем схемы с реальными элементами.

При действии напряжения  $u = U_m \sin \omega t$  в неразветвленной части цепи протекает ток

$$i = i_a + i_L + i_C = \\ = \frac{U_m}{r} \sin \omega t + \frac{U_m}{\omega L} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \omega C U_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right),$$

где  $i_a$ ,  $i_L$  и  $i_C$  — мгновенные значения активного, реактивного индуктивного и реактивного емкостного токов.

Реактивная составляющая токов определится как

$$i_p = i_L + i_C = U_m \left( \frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Токи  $i_L$  и  $i_C$  в каждый момент времени имеют разные направления; показанные на рис. 2-25 условные положительные направления вначале могут быть назначены одинаковыми, чему соответствует сложение токов. Построим векторную диаграмму и *треугольник токов* (рис. 2-26). Катетами треугольника токов являются активный  $\dot{I}_a$  и реактивный  $\dot{I}_p$  токи, гипотенузой прямоугольного треугольника токов — ток  $\dot{I}$ .

Вектор  $\dot{I}_p$ , изображающий реактивную составляющую тока, направлен вправо при  $\varphi > 0$  (рис. 2-26, а) или влево при  $\varphi < 0$  (рис. 2-26, б) от вектора напряжения.

Активная составляющая тока  $I_a$  имеет один и тот же знак при любых значениях  $\varphi$ . Реактивная составляющая тока меняет знак вместе с изменением знака угла  $\varphi$ .

Разделив каждую из сторон треугольника токов на действующее напряжение  $U$ , получим *треугольник проводимостей*, подобный треугольнику токов (рис. 2-27). Стороны треугольника проводимостей, так же как и стороны треугольника сопротивлений, не являются функциями времени. Активная и реактивная проводимости изображаются катетами, а полная проводимость — гипотенузой прямоугольного треугольника.

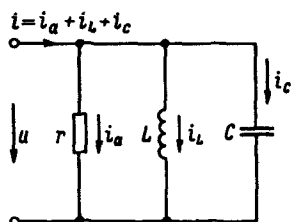


Рис. 2-25. Цепь переменного тока с параллельным соединением элементов

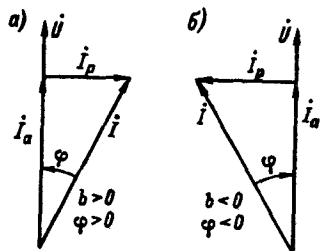


Рис. 2-26. Треугольники токов: а — при  $\varphi > 0$ ; б — при  $\varphi < 0$

Понятия о реактивной и полной проводимостях связаны с представлениями об активном, реактивном и полном токе.

Учитывая соотношения для треугольника сопротивлений

$$\cos \varphi = r/z; \quad \sin \varphi = x/z,$$

получим выражения для токов и проводимостей при эквивалентном параллельном соединении:

$$\left. \begin{aligned} I_a &= I \cos \varphi = \frac{U}{z} \frac{r}{z} = \frac{r}{z^2} U = gU; \\ I_p &= I \sin \varphi = \frac{U}{z} \frac{x}{z} = \frac{x}{z^2} U = bU; \\ I &= \frac{U}{z} = yU = \sqrt{g^2 + b^2} U, \end{aligned} \right\} \quad (2-46)$$

где  $g = r/z^2$  — активная проводимость;  $b = b_L - b_C = x_L/z^2 - x_C/z^2 = x/z^2$  — реактивная проводимость;  $y = 1/z = \sqrt{g^2 + b^2}$  — полная проводимость.

Из треугольника проводимостей получаем

$$\cos \varphi = g/y; \quad \sin \varphi = b/y; \quad \operatorname{tg} \varphi = b/g. \quad (2-47)$$

Из выражений для проводимостей (2-46) находятся выражения для эквивалентных сопротивлений цепи при последовательном соединении:

$$r = g/y^2; \quad x = b/y^2; \quad z = 1/y. \quad (2-48)$$

Учитывая соотношения, полученные из треугольников сопротивлений и проводимостей, можно определить сопротивле-



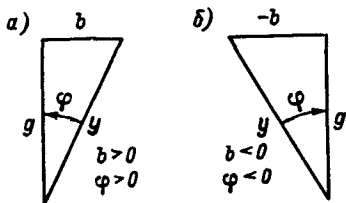


Рис. 2-27. Треугольники проводимостей: а — при  $\varphi > 0$ ; б — при  $\varphi < 0$

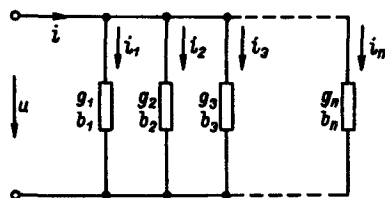


Рис. 2-28. Цепь переменного тока с параллельным соединением приемников

ния при заданных проводимостях или проводимости при заданных сопротивлениях. При расчетах цепей переменного тока часто приходится переходить от сопротивлений к проводимостям и обратно.

Рассмотрим расчет цепи переменного тока при параллельном соединении нескольких приемников (рис. 2-28). Предположим, что ветви с активными  $g_1, g_2, \dots, g_n$  и реактивными  $b_1, b_2, \dots, b_n$  проводимостями включены на синусоидальное напряжение.

Если заданы сопротивления приемников, то проводимости ветвей определяются по выражению (2-48). Ток в неразветвленной части цепи  $i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$ .

Алгебраическое сложение можно производить лишь для мгновенных токов; этому сложению мгновенных токов соответствует сложение векторов действующих токов:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_n,$$

где каждый из токов в ветвях равен геометрической сумме активной и реактивной составляющих:

$$I_1 = I_{1a} + I_{1p}; \quad I_2 = I_{2a} + I_{2p}; \quad \dots; \quad I_n = I_{na} + I_{np}.$$

Активные составляющие токов находятся в фазе с напряжением, а реактивные сдвинуты по фазе на угол  $\pi/2$  в сторону отставания или опережения. Поэтому можно отдельно складывать активные и реактивные токи:

$$I_a = I_{1a} + I_{2a} + \dots + I_{na} = (g_1 + g_2 + \dots + g_n)U = gU;$$

$$I_p = I_{1p} + I_{2p} + \dots + I_{np} = (b_1 + b_2 + \dots + b_n)U = bU;$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{g^2 + b^2}U = yU.$$

Из этих выражений определяются эквивалентные проводимости цепи  $g$ ,  $b$  и  $y$ :

$$\left. \begin{aligned} g &= g_1 + g_2 + \dots + g_n; \\ b &= b_1 + b_2 + \dots + b_n = (b_{L1} - b_{C1}) + \\ &+ (b_{L2} - b_{C2}) + \dots + (b_{Ln} - b_{Cn}). \end{aligned} \right\} \quad (2-49)$$

Вектор тока  $\dot{I}$  разветвленной цепи является геометрической суммой токов отдельных ветвей, поэтому и полная проводимость является геометрической, а не алгебраической суммой проводимостей отдельных ветвей.

Угол сдвига по фазе  $\varphi$  тока относительно напряжения определяется из выражения

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{g}.$$

Активная и реактивная мощности складываются из мощностей отдельных ветвей:

$$\left. \begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + \dots + P_n = UI_a = gU^2; \\ Q &= Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = UI_p = bU^2; \\ S &= \sqrt{P^2 + Q^2} = UI = yU^2. \end{aligned} \right\} \quad (2-50)$$

Напишем выражение для комплексной проводимости цепи. Комплексную проводимость обозначим  $Y$  и определим как величину, обратную комплексному сопротивлению  $Z$ :

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{Z} = \frac{1}{r + j(x_L - x_C)} = \frac{r - j(x_L - x_C)}{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \\ &= \frac{r}{z^2} - j \frac{x_L}{z^2} + j \frac{x_C}{z^2} = g - jb_L + jb_C = g - jb. \end{aligned} \quad (2-51)$$

Комплексная проводимость состоит из вещественной части — активной проводимости и мнимой — реактивной. Индуктивная проводимость является мнимой отрицательной, а емкостная — мнимой положительной.

Комплексный ток  $\dot{I}$  неразветвленной части цепи равен сумме комплексных токов отдельных ветвей:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_n = \frac{\dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{U}}{Z_2} + \dots + \frac{\dot{U}}{Z_n} = \\ &= (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n) \dot{U} = Y \dot{U}, \end{aligned}$$

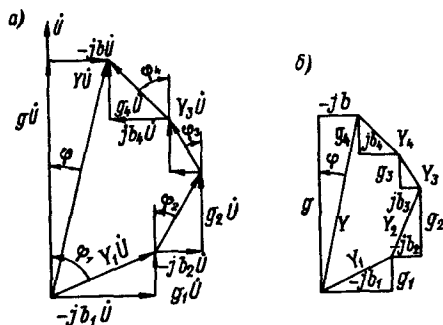


Рис. 2-29. Треугольники токов (а) и проводимостей (б) при параллельном соединении приемников

где  $Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$  — комплексная проводимость цепи, равная сумме комплексных проводимостей отдельных ветвей.

Суммирование комплексных проводимостей ветвей производится так же, как и раньше: отдельно складываются активные и реактивные проводимости ветвей:

$$\begin{aligned}
 Y &= Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = (g_1 + g_2 + \dots + g_n) - \\
 &- j[(b_{L1} - b_{C1}) + (b_{L2} - b_{C2}) + \dots + (b_{Ln} - b_{Cn})] = \\
 &= g - j(b_L - b_C) = g - jb.
 \end{aligned}
 \tag{2-52}$$

Проводимость  $Y$  может быть выражена в показательной и тригонометрической формах:

$$Y = ye^{-j\varphi} = y(\cos \varphi - j \sin \varphi), \tag{2-53}$$

где  $y = \sqrt{g^2 + b^2}$  — модуль проводимости.

Комплексные токи цепи и ветвей определяются произведениями комплексных напряжения и проводимости:

$$I = \dot{U}Y; I_1 = \dot{U}Y_1; I_2 = \dot{U}Y_2; \dots; I_n = \dot{U}Y_n.$$

На рис. 2-29 даны векторные диаграммы и треугольники токов и проводимостей цепи, состоящей из четырех параллельно соединенных приемников, в двух из которых преобладает индуктивная проводимость, а в двух других — емкостная.

## 2-9. Смешанное соединение. Исследование цепей переменного тока

Пример простого смешанного соединения элементов показан на рис. 2-30, а. Полное сопротивление неразветвленной части цепи  $z_1$ , сопротивления параллельных ветвей  $z_2$  и  $z_3$ .

Расчет начинается с определения сопротивления участка с параллельными ветвями. Проводимости параллельных ветвей определяются как

$$g_2 = r_2/z_2^2; \quad b_2 = b_{L2} - b_{C2} = x_2/z_2^2; \quad g_3 = r_3/z_3^2; \quad b_3 = x_3/z_3^2.$$

Суммарные проводимости двух параллельных ветвей:

$$g_{23} = g_2 + g_3; \quad b_{23} = b_2 + b_3; \quad y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2},$$

а их сопротивления:

$$r_{23} = g_{23}/y_{23}^2; \quad x_{23} = b_{23}/y_{23}^2; \quad z_{23} = 1/y_{23}.$$

Далее представляем цепь в виде последовательного соединения сопротивлений  $z_1$  и  $z_{23}$  (рис. 2-30, б).

Эквивалентные сопротивления цепи для последовательного соединения:

$$r = r_1 + r_{23}; \quad x = x_1 + x_{23}; \quad z = \sqrt{r^2 + x^2}.$$

Знаки реактивных сопротивлений  $x$  и проводимости  $b$  определяются тем, какое из сопротивлений преобладает: индуктивное или емкостное.

Действующий ток цепи  $I$  и угол сдвига по фазе  $\varphi$  находятся по известным выражениям:

$$I = U/z; \quad \varphi = \arctg \frac{x}{r}.$$

Напряжение на зажимах параллельных ветвей и токи в ветвях  $I_2$  и  $I_3$  определяются из выражений:

$$U_{23} = z_{23}I; \quad I_2 = U_{23}/z_2; \quad I_3 = U_{23}/z_3.$$

Обычно подобные расчеты проводятся в символической форме.

Применяя последовательно символический метод к участкам цепи, получим

$$Y_{23} = Y_2 + Y_3 = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2 Z_3};$$

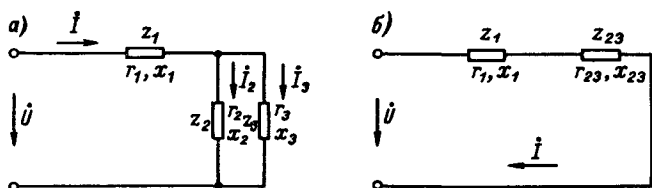


Рис. 2-30. Смешанное соединение приемников: а — схема цепи; б — эквивалентная схема

$$Z = Z_1 + \frac{1}{Y_{23}} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}.$$

Для комплексного сопротивления цепи получили выражение, подобное выражению для эквивалентного сопротивления цепи постоянного тока при смешанном соединении элементов.

Методы расчета и исследования цепей переменного тока применяются для энергетических сетей, цепей электроизмерительных приборов, цепей управления и других.

Падение напряжения  $U_z$  в линии переменного тока при токе нагрузки приемника  $I$  определяется в соответствии с выражением (2-26):

$$U_z = zI,$$

где  $z = \sqrt{r^2 + x^2}$  — полное сопротивление линии от источника энергии до приемника;  $r$  и  $x$  — активное и реактивное сопротивления линии длиной  $l$ ; реактивное сопротивление обычно является индуктивным.

Если напряжение в начале линии равно  $U_1$ , а в конце линии  $U_2$ , то, как следует из векторной диаграммы на рис. 2-31, потери напряжения в линии  $\Delta U = U_1 - U_2$  меньше, чем  $U_z$ . Опустим из конца вектора  $\dot{U}_1$  перпендикуляр на продолжение вектора  $\dot{U}_2$ . Можно утверждать, что при относительно небольшом  $U_z$  отрезок  $OB$  по величине мало отличается от отрезка  $OA$ . Но отрезок  $OB$  в масштабе напряжений определяется так:

$$OB = U_2 + rI \cos \varphi + xI \sin \varphi \approx U_1.$$

Следовательно, потери напряжения в линии

$$\Delta U = U_1 - U_2 \approx rI \cos \varphi + xI \sin \varphi. \quad (2-54)$$

В § 2-5 были даны выражения (2-28)–(2-30) для законов Ома и Кирхгофа в символическом виде. Все методы расчета сложных цепей постоянного тока, рассмотренные в § 1-6, осно-

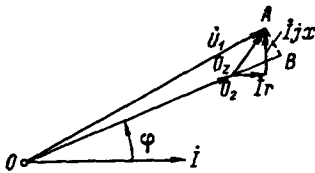


Рис. 2-31. Векторная диаграмма линии переменного тока

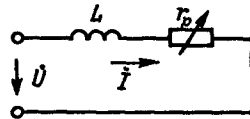


Рис. 2-32. Схема цепи, содержащей катушку индуктивности и резистор с переменным активным сопротивлением

ваны на применении этих законов, сформулированных для цепей постоянного тока. То, что законы Ома и Кирхгофа могут быть написаны в символической форме, определяет возможность применения методов расчета сложных цепей, рассмотренных применительно к цепям постоянного тока, также для расчета сложных цепей переменного тока в символической форме. При расчете цепи постоянного тока по методу контурных токов, например, каждое из уравнений записывается в виде (1-24):

$$r_{k1}I_1 + r_{k2}I_2 + \dots + r_{kk}I_k + \dots + r_{kn}I_n = E_k.$$

Подобное уравнение в расчете цепи переменного тока

$$Z_{k1}I_1 + Z_{k2}I_2 + \dots + Z_{kk}I_k + \dots + Z_{kn}I_n = \dot{E}_k.$$

Из уравнений, составленных в символической форме, определяются комплексные токи ветвей.

Для графического исследования цепей переменного тока, а также ряда электромеханических устройств широкое применение находят *круговые диаграммы*, которые представляют собой одну или несколько окружностей; отрезки прямых, проведенные к точкам окружностей из начала координат или других точек, определяют токи цепей, а при помощи других графических построений определяются характеристики устройства: мощность, потери мощности, КПД устройства и др.

Простейшим примером может служить круговая диаграмма для цепи, показанной на рис. 2-32, состоящей из последовательно включенных катушки индуктивности с неизменной индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $r_L$  и резистора  $r_p$ , сопротивление которого может изменяться от нуля до бесконечности, что соответствует размыканию цепи. Для общности будем считать, что сопротивление резистора  $r_p$  может быть и отрицательным.

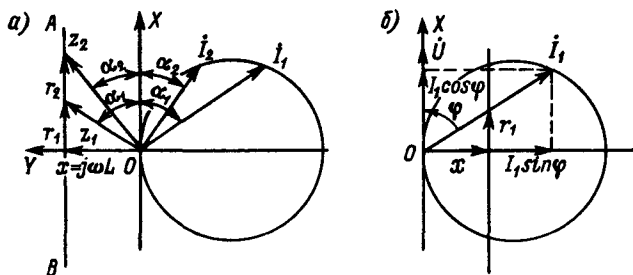


Рис. 2-33. Круговая диаграмма для цепи с переменным сопротивлением: *а* — построение на комплексной плоскости; *б* — построение на одной полуплоскости

Приведенная схема эквивалентна приемнику с переменным активным сопротивлением, включенному на конце воздушной линии.

При показанном на рис. 2-33, *а* расположении осей *X* и *Y* комплексной плоскости отложим в положительном направлении оси *X* отрезок, равный в выбранном масштабе неизменному индуктивному сопротивлению  $x = j\omega L$ . Тогда перпендикулярная прямая *AB* будет геометрическим местом концов отрезков, проведенных из начала координат и дающих в выбранном масштабе полные сопротивления цепи  $\sqrt{x^2 + (r_L + r_p)^2} = \sqrt{x^2 + r^2}$ . Для двух значений сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$  показаны отрезки, дающие в выбранном масштабе сопротивления цепи. Для данного комплексного напряжения  $\dot{U}$ , которое примем вещественным, комплексный ток цепи

$$i = \frac{\dot{U}}{r + jx} = \dot{U} \left( \frac{r}{r^2 + x^2} - j \frac{x}{r^2 + x^2} \right).$$

Сумма квадратов вещественной и мнимой частей равна квадрату модуля тока:

$$U^2 \left[ \left( \frac{r}{r^2 + x^2} \right)^2 + \left( \frac{x}{r^2 + x^2} \right)^2 \right] = \frac{U^2}{r^2 + x^2}.$$

В правой и левой частях добавим члены  $[U/(2x)]^2$ , перенесем в левую часть  $U^2/(r^2 + x^2)$  и произведем преобразования:

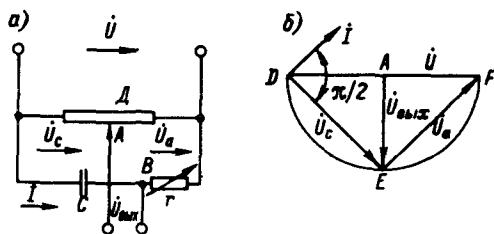


Рис. 2-34. Однофазный фазовращатель: а – схема фазовращателя; б – векторная диаграмма

$$U^2 \left[ \left( \frac{r}{r^2 + x^2} \right)^2 + \left( \frac{x}{r^2 + x^2} \right)^2 - \frac{1}{r^2 + x^2} + \left( \frac{1}{2x} \right)^2 \right] = \frac{U^2}{(2x)^2}$$

или

$$U^2 \left[ \left( \frac{r}{r^2 + x^2} \right)^2 + \left( \frac{x}{r^2 + x^2} - \frac{1}{2x} \right)^2 \right] = \left( \frac{U}{2x} \right)^2.$$

Из уравнения следует, что геометрическим местом концов векторов токов – *годографом* векторов – является окружность с радиусом  $U/(2x)$  и центром, расположенным на расстоянии  $-U/(2x)$  от начала координат по оси  $-jY$ . Эта окружность касается оси  $X$ , ее диаметр равен в выбранном масштабе току короткого замыкания цепи при  $r = r_L + r_p = 0$ .

На рис. 2-33, а показаны два вектора тока  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$ , соответствующие сопротивлениям  $Z_1$  и  $Z_2$ . Векторы  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$  расположены симметрично относительно оси  $OX$ . Обычно построение производят в одной правой полуплоскости. Вектор напряжения  $\dot{U}$  принимают совпадающим с вещественной осью (рис. 2-33, б). Проводят прямую сопротивлений на расстоянии  $x$  от вещественной оси в выбранном масштабе. Затем изображают окружность с радиусом  $U/(2x)$ . Например, конец вектора тока  $\dot{I}_1$ , проведенного из начала координат через точку на прямой для данного сопротивления  $r_1$ , будет находиться в точке пересечения с *годографом* тока. Заметим, что проекция вектора тока на вещественную ось равна  $I_1 \cos \phi$ , а на мнимую  $-I_1 \sin \phi$ ; если умножить эти величины на напряжение  $U$ , то получим активную и реактивную мощности цепи. Построение диаграммы принципиально не изменится, если принять направление вектора  $\dot{U}$  другим.



В электротехнике применяются *фазосдвигающие и фазовращающие цепи*, которые служат для получения в определенной ветви напряжений или токов, сдвинутых по фазе относительно напряжения или тока на входе цепи. Фазовращающие цепи служат для изменения фазы неизменного выходного напряжения. Эти цепи могут использоваться, например, для регулирования напряжения выпрямителя, питающего привод станка.

Рассмотрим для примера схему и круговую диаграмму простого фазовращателя (рис. 2-34). Выходное напряжение  $U_{\text{вых}}$  подается от средней точки  $A$  делителя напряжения  $D$  и точки  $B$  между конденсатором  $C$  и регулируемым резистором  $r$ . Напряжение  $U_C$  на зажимах конденсатора отстает от тока цепи  $I$  на угол  $\pi/2$ , а напряжение  $U_a$  на зажимах резистора  $r$  находится в фазе с током. Векторы  $\dot{U}_C$  и  $\dot{U}_a$  взаимно перпендикулярны, а гипотенуза треугольника  $DEF$  является вектором неизменного напряжения  $\dot{U}$ . Следовательно, при регулировании сопротивления  $r$ , когда изменяется  $U_a$ , точка  $E$  перемещается от  $D$  до  $F$  по окружности, опирающейся на вектор  $\dot{U}$  как на диаметр. При этом фаза выходного напряжения  $U_{\text{вых}}$  относительно напряжения  $\dot{U}$  может изменяться теоретически от  $-\pi$  до  $0$  (рис. 2-34, б). Практически диапазон изменения фазы меньше.

Исследование цепей переменного тока может также производиться при помощи матричных методов для матриц, записанных в символической форме.

## 2-10. Резонанс в цепях переменного тока

Реактивные индуктивные и емкостные сопротивления цепи переменного тока могут полностью уравновесить друг друга, как это следует, например, из § 2-5. В этом случае имеем резонанс в цепи. При резонансе сопротивление цепи является чисто активным, угол сдвига между напряжением и током равен нулю и  $\cos \varphi = 1$ .

Резонанс в цепи можно получить тремя способами: изменяя частоту напряжения цепи, индуктивность или емкость или то и другое вместе.

Угловая частота  $\omega_0$ , при которой наступает резонанс, называется *резонансной* или *собственной угловой частотой* цепи. Электрические цепи лучше всего «отзываются» на колебания с угловой частотой  $\omega_0$ ; на этом основана настройка приемных контуров радиоприемников на частоту передающей радиостанции.

Различают резонанс при последовательном соединении эле-

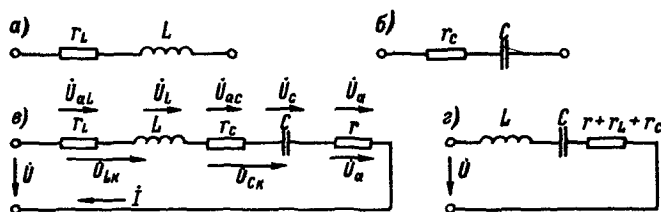


Рис. 2-35. Последовательное соединение резистора, катушки индуктивности и конденсатора: *а* – эквивалентная схема катушки индуктивности; *б* – эквивалентная схема конденсатора; *в* – схема при последовательном соединении элементов; *г* – эквивалентная схема цепи

ментов цепи – резонанс напряжений и при параллельном соединении – резонанс токов.

При исследовании процессов в цепях переменного тока следует учитывать, что любая катушка индуктивности имеет определенное активное сопротивление  $r_L$ , которое можно рассматривать как включенное последовательно с индуктивностью (рис. 2-35, *а*). При включении конденсатора в цепь переменного тока в нем имеют место потери энергии; следовательно, конденсатор следует рассматривать как комбинацию емкости и некоторого активного сопротивления. Эквивалентное активное сопротивление можно считать включенным параллельно или последовательно с емкостью. Будем считать, что активное сопротивление (относительно небольшое, вследствие чего им часто пренебрегают) включено последовательно с емкостью (рис. 2-35, *б*). Для последовательного соединения катушки индуктивности, конденсатора и резистивного элемента с активным сопротивлением получим схему, приведенную на рис. 2-35, *в*. В этой схеме напряжение на катушке индуктивности  $U_{Lк}$  складывается из напряжений на собственно индуктивности  $U_L$  и на активном сопротивлении катушки  $U_{aL}$ , а напряжение конденсатора  $U_{Cк}$  – из напряжений  $U_C$  и  $U_{aC}$ .

Схему можно представить в виде последовательного соединения  $r' = r + r_L + r_C$ ,  $L$  и  $C$ , как это показано на рис. 2-35, *г*.

**Резонанс напряжений.** При резонансе напряжений в схеме рис. 2-35, *в* напряжения на катушке индуктивности  $U_L$  и конденсаторе  $U_C$  взаимно компенсируются и резонансная угловая частота  $\omega_0$  определяется из условия

$$U_L = U_C; \quad x_L = x_C; \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C},$$

откуда

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2-55)$$

На рис. 2-36 представлена векторная диаграмма для цепи, показанной на рис. 2-35, в, при резонансе. Направление вектора напряжения  $\dot{U}_a = r' \dot{I}$  на зажимах резистивного элемента с активным сопротивлением  $r'$  совпадает с направлением вектора тока  $\dot{I}$ .

Вектор напряжения на зажимах катушки  $\dot{U}_{Lk}$  составляется из вектора напряжения на зажимах индуктивности  $\dot{U}_L$ , опережающего ток на угол  $\pi/2$ , и вектора напряжения  $\dot{U}_{aL}$  на сопротивлении  $r_{aL}$ , находящегося в фазе с током. Аналогично вектор  $\dot{U}_{Ck}$  составляется из вектора  $U_C$ , равного по величине вектору  $\dot{U}_L$  и направленного в противоположную сторону, и вектора  $\dot{U}_{aC}$ . Вектор напряжения на зажимах цепи  $\dot{U}$ , представляющий собой геометрическую сумму векторов  $\dot{U}_{Lk}$ ,  $\dot{U}_{Ck}$  и  $\dot{U}_a$ , равен по величине вектору  $(r + r_L + r_C) \dot{I}$  и находится в фазе с вектором тока.

Полное сопротивление цепи при взаимной компенсации  $U_L$  и  $U_C$  равно только активному сопротивлению цепи  $z = r' + r_L + r_C$ ; следовательно, при неизменном напряжении на зажимах  $U$  ток в цепи достигает наибольшего возможного значения. Напряжения на зажимах катушки и конденсатора могут превосходить напряжение на зажимах цепи в десятки раз. Поэтому резонанс при последовательном соединении элементов называют резонансом напряжений.

Равенство напряжений  $U_L$  и  $U_C$  при их сдвиге по фазе на  $180^\circ$  означает, что в любой момент времени индуктивное и емкостное напряжения равны по значению и противоположны по знаку:  $u_L = -u_C$ . Вследствие этого мгновенные значения реактивных мощностей, соответствующие индуктивности и емкости, равны и имеют противоположные знаки.

Увеличение или уменьшение энергии магнитного поля равно уменьшению или увеличению энергии электрического поля, т. е. в цепи происходит непрерывный обмен энергией между катушкой и конденсатором, обусловленный изменениями напряжения и тока, а энергия, поступающая из сети, покрывает потери энергии в эквивалентном резистивном элементе с активным сопротивлением  $r' = r + r_L + r_C$ .

Из выражений для емкостного и индуктивного сопротивлений при резонансе получим

$$x_L = x_C = \omega_0 L = \sqrt{L/C} = Z. \quad (2-56)$$

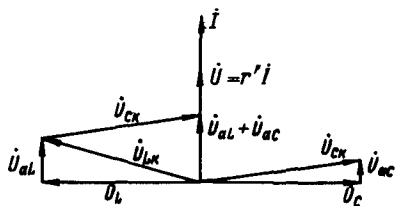


Рис. 2-36. Векторная диаграмма при резонансе напряжений

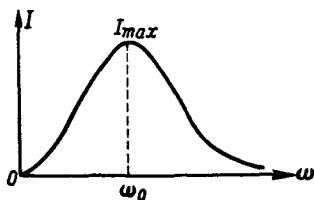


Рис. 2-37. Зависимость тока цепи с катушкой индуктивности и конденсатором от частоты при последовательном соединении элементов

Величина  $Z$  равна отношению  $U_L$  или  $U_C$  к току  $I$ , измеряется в единицах сопротивления и называется *волновым сопротивлением*.

Отношение напряжения  $U_L$  или  $U_C$  к приложенному напряжению

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{ZI}{rI} = \frac{Z}{r'}$$

называется *добротностью* цепи.

При достаточно большой частоте переменного тока в ряде случаев можно считать, что  $r_L$  и  $r_C$  относительно малы, и при построении приближенной векторной диаграммы для резонанса полагать напряжение на зажимах катушки  $U_{Lk} = U_L$ , а  $U_{Ck} = U_C$ .

Зависимость тока в цепи от частоты при неизменном напряжении  $U$  на зажимах представлена на рис. 2-37. Кривая  $I = f(\omega)$  имеет максимум при  $\omega = \omega_0$ , когда сопротивление цепи на-

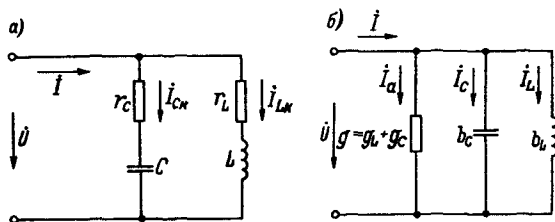


Рис. 2-38. Параллельное включение катушки индуктивности и конденсатора: а — схема цепи; б — эквивалентная схема

именное:  $z = r'$ . При частоте  $\omega < \omega_0$  преобладает емкостное сопротивление и ток опережает напряжение; для  $\omega = \omega_0$  угол  $\varphi = 0$ , а для  $\omega > \omega_0$  ток отстает от напряжения.

**Резонанс токов.** Резонанс токов может наступать при параллельном включении катушки индуктивности и конденсатора (рис. 2-38, а). Резонанс может быть и при параллельном включении ряда катушек, конденсаторов и резисторов.

Для схемы на рис. 2-38, а реактивные и активные проводимости согласно выражениям (2-46) равны:

$$\left. \begin{aligned} g_C &= \frac{r_C}{r_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}; & g_L &= \frac{r_L}{r_L^2 + (\omega L)^2}; \\ b_C &= \frac{1}{\omega C} \frac{1}{r_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}; & b_L &= \frac{\omega L}{r_L^2 + (\omega L)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2-57)$$

Заметим, что в соответствии с этими выражениями схему на рис. 2-38, а можно представить в виде эквивалентной схемы (рис. 2-38, б), на которой в ветвях включены чисто активные и реактивные проводимости  $g$ ,  $b_L$  и  $b_C$  или соответствующие им сопротивления  $1/g$ ,  $1/b_L$  и  $1/b_C$ .

Согласно определению, резонанс токов наступает при равенстве проводимостей  $b_L$  и  $b_C$ :

$$b_L = b_C; \quad \frac{\omega_0 L}{r_L^2 + (\omega_0 L)^2} = \frac{1}{\omega_0 C} \frac{1}{r_C^2 + \left(\frac{1}{\omega_0 C}\right)^2}.$$

Из этого равенства можно определить резонансную частоту. Если сопротивления  $r_L$  и  $r_C$  относительно малы, как это обычно бывает, получим выражение, подобное (2-55):

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Резонанс токов можно получить, как указывалось, путем изменения частоты, индуктивности и емкости.

При резонансе проводимость цепи  $y = g = g_L + g_C$ , угол  $\varphi = 0$  и  $\cos \varphi = 1$ . Проводимость цепи при резонансе имеет наименьшее значение, а ток цепи минимален при неизменном напряжении цепи.

На рис. 2-39 дана векторная диаграмма токов цепи. Ток

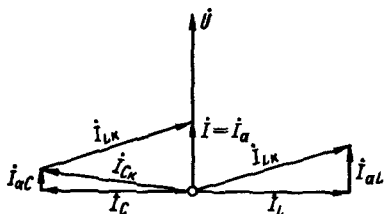


Рис. 2-39. Векторная диаграмма при резонансе токов

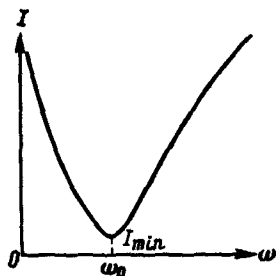


Рис. 2-40. Зависимость тока цепи с катушкой индуктивности и конденсатором от частоты при параллельном соединении элементов

в ветви с катушкой  $\dot{I}_{Lk}$  имеет две составляющие:  $\dot{I}_L$ , сдвинутую в сторону отставания от напряжения  $\dot{U}$  на угол  $\pi/2$ , и активную составляющую  $\dot{I}_{al}$ , находящуюся в фазе с  $\dot{U}$ . Ток в ветви с конденсатором  $\dot{I}_{Ck}$  имеет составляющую  $\dot{I}_C$ , сдвинутую в сторону опережения относительно  $\dot{U}$  на угол  $\pi/2$ , и обычно небольшую активную составляющую  $\dot{I}_{ac}$ . Векторы токов  $\dot{I}_L$  и  $\dot{I}_C$  равны по величине, направлены относительно друг друга под углом  $\pi$  и взаимно компенсируются. Вектор тока цепи  $\dot{I}$ , равный сумме векторов токов ветвей  $\dot{I}_{Lk} + \dot{I}_{Ck} = \dot{I}_{al} + \dot{I}_{ac} = \dot{i}_a$ , является вектором чисто активного тока и находится в фазе с вектором напряжения  $\dot{U}$ .

Если изменять частоту  $\omega$ , поддерживая неизменным напряжение  $U$ , то зависимость тока  $I$  от частоты  $\omega$  изобразится кривой, показанной на рис. 2-40. Ток при резонансе достигает минимума, увеличиваясь при удалении от точки резонанса. Для  $\omega < \omega_0$  преобладает ток в ветви с катушкой индуктивности и  $\varphi > 0$ , для  $\omega > \omega_0$  преобладает ток в ветви с конденсатором и  $\varphi < 0$ .

Обычно в цепях с катушкой индуктивности и конденсатором активная проводимость цепи  $g$  значительно меньше реактивных проводимостей:  $g \ll b_L - b_C$ . При этом токи  $I_{Lk}$  и  $I_{Ck}$  в ветвях могут превосходить ток  $I$  в десятки раз не только при резонансе, но и с приближением к нему. Поэтому резонанс при параллельном соединении элементов называют резонансом токов.

Реактивная проводимость при резонансе может быть определена из выражения (2-57); при  $r_L = r_C = 0$  будем иметь

$$b_L = b_C = \sqrt{C/L} = \gamma. \quad (2-58)$$

Величина  $\gamma$ , обратная волновому сопротивлению  $Z$ , называется *волновой проводимостью* и приближенно равна отношению токов в ветвях к напряжению цепи:

$$\gamma \approx I_{LК}/U \approx I_{CК}/U.$$

Отношение тока  $I = gU$  в цепи к токам  $I_L = b_L U$  и  $I_C = b_C U$  при резонансе равно

$$\frac{I}{I_L} = \frac{I}{I_C} = \frac{gU}{b_L U} = \frac{gU}{b_C U} \approx \frac{g}{\gamma} = d.$$

Отношение  $d = g/\gamma$  называется *затуханием* цепи.

В цепи при резонансе токов происходит непрерывный обмен энергией между катушкой индуктивности и конденсатором. Увеличение напряжения на зажимах цепи, например, обуславливает увеличение энергии электрического поля конденсатора при соответствующем уменьшении тока и энергии магнитного поля в катушке индуктивности. Заметим также, что мгновенные токи, проходящие через катушку индуктивности и конденсатор,  $i_{LК}$  и  $i_{CК}$  имеют в течение большей части периода разные знаки и примерно равны по значению ( $i_{LК} \approx i_{CК}$ ), т. е. в замкнутом контуре  $LC$  циркулируют реактивные токи.

Энергия из сети покрывает только потери энергии в цепи. Электрические колебания в параллельных ветвях, обусловленные обменом энергией, могут быть очень интенсивными, а токи в ветвях — очень большими при относительно небольшом токе сети.

## 2-11. Частотные характеристики линейных цепей

Как следует из предыдущего параграфа, при изменении частоты изменяется ток цепи, в состав которой входит катушка индуктивности или конденсатор, либо катушка индуктивности и конденсатор. Это обусловлено тем, что с частотой изменяется сопротивление цепи.

Если считать напряжение на зажимах, воздействующее на цепь, входной величиной, а ток цепи — выходной величиной, то отношение комплексных выходной и входной величин, зависящее от частоты, называется *амплитудно-фазовой частотной характеристикой*. Можно рассматривать и отношение комплексного напряжения любого участка цепи, например напряжения на зажимах катушки индуктивности (см. рис. 2-35), или комплексного тока в ветви с конденсатором (см. рис. 2-38)

к комплексному входному напряжению  $\dot{U}$  и др. Для электрического двигателя можно определить эту частотную характеристику как отношение комплексной скорости к комплексному напряжению, зависящее от частоты. Для любой системы частотная характеристика является отношением комплексной интересующей нас физической величины к комплексному входному воздействию.

Частотные характеристики широко используются для исследования процессов в физических системах. В электротехнике частотные характеристики могут применяться для исследования электрических цепей: по ним определяют, как электрическая цепь «отзывается» на колебания разных частот.

Обозначим комплексную выходную величину, зависящую от частоты,  $\dot{Y}(\omega)$ , комплексную входную величину  $\dot{X}(\omega)$ . Отношение этих комплексных величин является амплитудно-фазовой частотной характеристикой  $H(j\omega)$ . Обозначение этой характеристики подчеркивает то, что она является комплексной величиной. Эта величина может быть представлена в алгебраической и показательной формах:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{Y}(\omega)}{\dot{X}(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega) = R(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (2-59)$$

где  $U(\omega)$  — вещественная частотная характеристика;  $V(\omega)$  — мнимая частотная характеристика;  $R(\omega)$  — амплитудная частотная характеристика, являющаяся отношением модулей выходной и входной величин;  $\varphi(\omega)$  — фазовая частотная характеристика, определяющая сдвиг по фазе выходной величины относительно входной.

Рассмотрим эти понятия применительно к схеме на рис. 2-35, считая выходной величиной ток  $I$ , а входной — напряжение  $U$ .

Частотные характеристики определяются как

$$H(j\omega) = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{r + j(x_L - x_C)} = \frac{r}{r^2 + (x_L - x_C)^2} - j \frac{x_L - x_C}{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}} e^{j\varphi(\omega)},$$

где

$$U(\omega) = \frac{r}{r^2 + (x_L - x_C)^2}; \quad V(\omega) = - \frac{x_L - x_C}{r^2 + (x_L - x_C)^2};$$



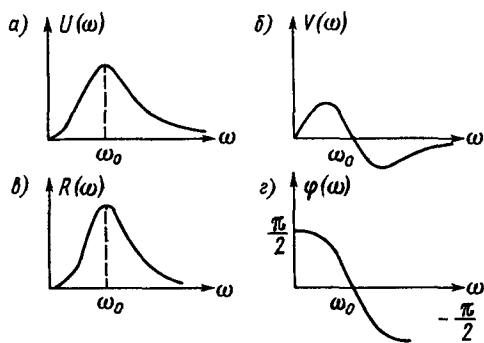


Рис. 2-41. Частотные характеристики цепи: а – вещественная; б – мнимая; в – амплитудная; г – фазовая

$$R(\omega) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}}; \quad \varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \left( -\frac{x_L - x_C}{r} \right).$$

На рис. 2-41 приведены частотные характеристики. Заметим, что произведения напряжения на значения соответствующих характеристик дают значения активной и реактивной составляющих тока, а также значения тока, например  $\dot{I}_p = j\dot{U}V(\omega)$ . В отличие от предыдущего здесь углы  $\varphi$  отсчитываются от вектора напряжения. Как следует из рис. 2-41, амплитудная характеристика  $R(\omega)$  имеет такой же вид, как и зависимость  $I(\omega)$  на рис. 2-37. Применение частотных характеристик для исследования цепей в ряде случаев весьма эффективно.

## 2-12. Цепи с индуктивно-связанными элементами

Электрическая цепь может содержать элементы, индуктивно-связанные друг с другом. Такие элементы могут также связывать цепи, электрически разделенные одна с другой.

Рассмотрим простую цепь переменного тока, в которую включены последовательно две катушки индуктивности, индуктивно-связанные друг с другом, и резистор  $r$  (рис. 2-42). Индуктивности и сопротивления катушек обозначены  $L$  и  $r$  с соответствующими индексами, взаимная индуктивность между катушками –  $M$ .

При изменении тока в цепи в катушках индуцируются ЭДС самоиндукции и взаимной индукции. Если в цепи протекает гармонически изменяющийся переменный ток  $i = I_m \sin \omega t$ , то в первой катушке индуцируется ЭДС

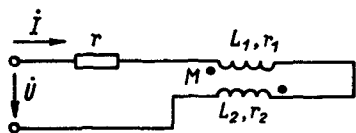


Рис. 2-42. Схема цепи с индуктивно-связанными элементами

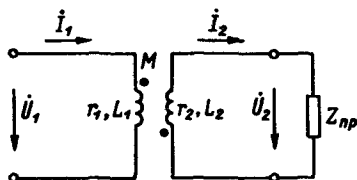


Рис. 2-43. Схема линейного трансформатора

$$e_1 = -L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = -(\omega L_1 + \omega M) I_m \cos \omega t.$$

Аналогичное выражение получим и для второй катушки.

Катушки можно включить по-разному. Их можно включить так, что ЭДС самоиндукции будут складываться с ЭДС взаимной индукции; при переключении одной из катушек ЭДС взаимной индукции будут вычитаться из ЭДС самоиндукции. Один из зажимов каждой катушки отмечен точкой. Этот знак означает, что при увеличении, например, тока в первой катушке, протекающего от точки, во второй катушке индуцируется ЭДС взаимной индукции, действующая в направлении от другого конца к точке. Для этих обозначений включение по схеме рис. 2-42 определяет согласное действие ЭДС самоиндукции и взаимной индукции. При переключении одной из катушек эти ЭДС будут направлены встречно. Для определения тока в цепи составим уравнение по второму закону Кирхгофа в символической форме:

$$\begin{aligned} \dot{U} + \dot{E}_{1L} + \dot{E}_{2L} + \dot{E}_{1M} + \dot{E}_{2M} &= \\ = \dot{U} - j\omega(L_1 + L_2 + 2M)\dot{I} &= r\dot{I} + (r_1 + r_2)\dot{I}. \end{aligned}$$

Из этого выражения определяется комплексный ток:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{r_1 + r_2 + r + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)},$$

где  $r$  — сопротивление резистора, включенного в цепь последовательно.

Индуктивность цепи больше суммы  $L_1$  и  $L_2$  на величину  $2M$ .

Подобно этому учитываются взаимные индуктивности при расчете более сложных цепей с индуктивно-связанными элементами.

Одним из важнейших элементов электрических цепей является трансформатор, служащий для преобразования токов

и напряжений. В простейшем случае трансформатор состоит из двух электрически не связанных и неподвижных катушек без ферромагнитного сердечника. Такой трансформатор называется линейным; наличие ферромагнитного сердечника обусловило бы нелинейные свойства трансформатора. При необходимости изменения индуктивной связи между катушками трансформаторы очень малой мощности могут иметь одну из катушек, перемещающуюся относительно другой.

На рис. 2-43 схематически изображен линейный трансформатор; в соответствии с приведенным выше правилом концы обмоток отмечены точками. Трансформатор со стороны питания, т. е. со стороны *первичной обмотки*, включен на напряжение  $U_1$ ; от *вторичной обмотки* получает питание приемник с сопротивлением  $z_{\text{пр}}$ . Сопротивления и индуктивности обмоток обозначим  $r$  и  $L$  с соответствующими индексами;  $M$  — взаимная индуктивность между обмотками.

Для первичной и вторичной обмоток трансформатора можно написать уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$u_1 = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt};$$

$$e_2 = -M \frac{di_1}{dt} = i_2 r_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + u_2.$$

Если напряжение  $u_1$  изменяется синусоидально, то  $i_1$ ,  $i_2$  и  $u_2$  будут также изменяться во времени по синусоидальному закону, и уравнения трансформатора можно записать в комплексном виде:

$$(r_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U}_1;$$

$$j\omega M \dot{I}_1 + (r_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0,$$

где  $x_1 = \omega L_1$  и  $x_2 = \omega L_2$  — реактивные сопротивления обмоток с индуктивностями  $L_1$  и  $L_2$ .

Учитывая, что комплексное напряжение  $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{\text{пр}}$ , из уравнений трансформатора определяем комплексные  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$  и  $\dot{U}_2$  при заданных комплексных напряжении  $\dot{U}_1$  и сопротивлении  $Z_{\text{пр}} = r_{\text{пр}} + jx_{\text{пр}}$ . Например,

$$\dot{I}_1 = \frac{(r_2 + r_{\text{пр}}) + j(\omega L_2 + x_{\text{пр}})}{(r_1 + j\omega L_1) [(r_2 + r_{\text{пр}}) + j(\omega L_2 + x_{\text{пр}})] + \omega^2 M^2} \dot{U}_1 =$$

$$= \frac{\dot{U}_1}{r_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{(r_2 + r_{\text{пр}}) + j(\omega L_2 + x_{\text{пр}})}} =$$

$$= \dot{U}_1 \left\{ \left[ r_1 + \frac{(r_2 + r_{\text{пр}}) \omega^2 M^2}{(r_2 + r_{\text{пр}})^2 + (\omega L_2 + x_{\text{пр}})^2} \right] + \right. \\ \left. + j \left[ \omega L_1 - \frac{(\omega L_2 + x_{\text{пр}}) \omega^2 M^2}{(r_2 + r_{\text{пр}})^2 + (\omega L_2 + x_{\text{пр}})^2} \right] \right\}^{-1}. \quad (2-60)$$

По исходным уравнениям можно определить также комплексные ток  $\dot{I}_2$  и напряжение  $\dot{U}_2$ . Из выражения для комплексного тока  $\dot{I}_1$  следует, что эквивалентное входное активное сопротивление трансформатора больше активного сопротивления первичной обмотки. Реактивное входное сопротивление меньше сопротивления  $\omega L_1$  при индуктивной нагрузке и больше  $\omega L_1$ , когда нагрузка емкостная и  $|x_{\text{пр}}| > \omega L_2$ . Введем понятие о приведенных токах обмоток. Если числа витков первичной и вторичной обмоток соответственно равны  $w_1$  и  $w_2$ , комплексный ток вторичной обмотки  $\dot{I}_2$ , приведенный к первичной, будет

$$\dot{I}'_2 = \frac{w_2}{w_1} \dot{I}_2.$$

МДС магнитной цепи, охваченной двумя обмотками, определяется суммой  $F = i_1 w_1 + i_2 w_2$ . Разделив обе части уравнения на  $w_1$ , заменяем сложение МДС сложением токов, отнесенных к первичной обмотке:  $i_1 + i_2 (w_2/w_1)$ . Разделив обе части уравнения на  $w_2$ , складываем токи, отнесенные ко вторичной обмотке. То же относится и к комплексным МДС. Учитывая это, представим исходные уравнения в другом виде:

$$r_1 \dot{I}_1 + j\omega \left( L_1 - M \frac{w_1}{w_2} \right) \dot{I}_1 + j\omega M \left( \dot{I}_1 \frac{w_1}{w_2} + \dot{I}_2 \right) = \dot{U}_1; \\ \dot{U}_2 + r_2 \dot{I}_2 + j\omega \left( L_2 - M \frac{w_2}{w_1} \right) \dot{I}_2 = -j\omega M \left( \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1} \right).$$

В первом уравнении выражение  $x_1 = \omega [L_1 - M (w_1/w_2)]$  определяет реактивное сопротивление, обусловленное потоками рассеяния первичной обмотки, не входящими в общий поток  $\Phi$ , связывающий обе обмотки. Выражение  $j\omega M [\dot{I}_1 (w_1/w_2) + \dot{I}_2]$  является комплексной ЭДС, индуцированной общим потоком  $\Phi$  в первичной обмотке, взятой с обратным знаком,  $-\dot{E}_1$ .

Рис. 2-44. Векторная диаграмма линейного трансформатора

Во втором уравнении выражение  $x_2 = \omega [L_2 - M(w_2/w_1)]$  представляет собой реактивное сопротивление вторичной обмотки от ее потока рассеяния, а  $-j\omega M [\dot{I}_1 + \dot{I}_2(w_2/w_1)]$  — комплексную ЭДС  $\dot{E}_2$ , индуцированную во вторичной обмотке общим потоком  $\Phi$ .

Перепишем эти уравнения:

$$\left. \begin{aligned} (r_1 + jx_1) \dot{I}_1 - \dot{E}_1 &= \dot{U}_1; \\ \dot{U}_2 + (r_2 + jx_2) \dot{I}_2 &= \dot{E}_2. \end{aligned} \right\} \quad (2-61)$$

На основании этих уравнений для комплексных ЭДС, напряжений и токов построена векторная диаграмма (рис. 2-44). На этой диаграмме изображен вектор комплексной результирующей МДС обмоток  $\dot{I}_1 + (w_2/w_1)\dot{I}_2$ , отнесенной к первичной обмотке. В фазе с этой МДС находится поток  $\Phi$ , связывающий обе обмотки. Относительно этого вектора на угол  $\pi/2$  отстают вектор комплексной ЭДС  $\dot{E}_2$ , равной сумме комплексных величин  $\dot{U}_2 + (r_2 + jx_2)\dot{I}_2$ . Вектор ЭДС  $-\dot{E}_1$  первичной цепи опережает вектор МДС на угол  $\pi/2$  и складывается с вектором падения напряжения в первичной обмотке.

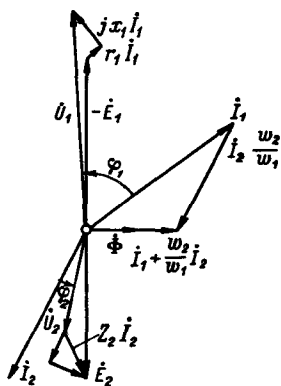
В гл. 11 будут даны основные понятия о трансформаторах с катушками, имеющими ферромагнитные сердечники.

### 2-13. Элементарные понятия о четырехполюсниках

В гл. 1 было дано определение двухполюсника, т. е. электрической цепи, которая для любой сложной схемы может рассматриваться как цепь с двумя входными зажимами.

В ряде случаев необходимо рассматривать цепи с двумя входными и двумя выходными зажимами, в которых ток и напряжение на входе связаны линейными зависимостями с напряжением и током на выходе или наоборот.

Такие цепи, которые называются *четыреполюсниками*, могут быть сколь угодно сложными, но в процессе исследования цепи можно не ставить задачу определения токов и напряжений в отдельных ветвях, а определить только зависимости между входными и выходными напряжениями и токами. Четыреполюсники могут быть *активными*, т. е. в их состав могут входить источники энергии, и *пассивными* — без источников.





принятыми выходной контур цепи обозначен цифрой 2; контур, следующий за входным, — цифрой 3 и т. д.

Для выходного контура 2 (рис. 2-46) можно написать

$$Z_{22} \dot{I}_2 = Z_{np} \dot{I}_2 + Z'_{22} \dot{I}_2 = \dot{U}_2 + Z'_{22} \dot{I}_2,$$

где  $Z'_{22}$  — комплексное сопротивление выходного контура за вычетом комплексного сопротивления приемника. Поэтому перепишем второе уравнение системы:

$$Z_{21} \dot{I}_1 + Z'_{22} \dot{I}_2 + \dots + Z_{nk} \dot{I}_k + \dots + Z_{kn} \dot{I}_n = -\dot{U}_2.$$

По известным правилам решения этой системы уравнений с учетом изменения второго уравнения получим

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \dot{U}_2,$$

где  $\Delta_{11}$  — комплексное алгебраическое дополнение, полученное при вычеркивании первой строки и первого столбца уравнений;  $\Delta_{21}$  — комплексное алгебраическое дополнение, полученное при вычеркивании второй строки и первого столбца;  $\Delta$  — комплексный определитель системы.

Для комплексного тока  $\dot{I}_2$  имеем соответственно

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{22}}{\Delta} \dot{U}_2.$$

Решение двух полученных уравнений относительно  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$  дает

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}} \dot{U}_2 + \frac{\Delta}{\Delta_{12}} \dot{I}_2 = A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= \left( \frac{\Delta_{11} \Delta_{22}}{\Delta_{12} \Delta} - \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \right) \dot{U}_2 + \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{12}} \dot{I}_2 = C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2, \end{aligned} \right\} (2-62)$$

где  $A = \Delta_{22}/\Delta_{12}$  — безразмерная комплексная величина;  $B = \Delta/\Delta_{12}$  — комплексная величина, измеряемая в единицах сопротивления;  $C = (\Delta_{11} \Delta_{22} - \Delta_{21} \Delta_{12})/(\Delta_{12} \Delta)$  — комплексная величина, измеряемая в единицах проводимости;  $D = \Delta_{11}/\Delta_{12}$  — безразмерная комплексная величина.

Если на выходные зажимы четырехполносника подать напряжение  $U_1$ , а на входные включить приемник с сопротивлением  $Z_{np}$ , то при соответствующем изменении исходной системы уравнений можно получить выражения для  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$ , в которых коэффициенты  $A$  и  $D$  поменяются местами:

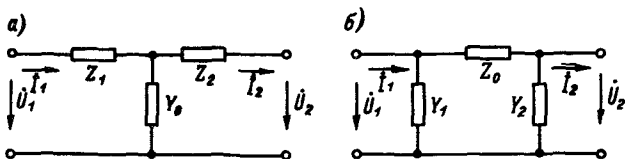


Рис. 2-47. Схемы, эквивалентные четырехполюснику: а — Т-образная схема; б — П-образная схема

$$\dot{U}_1 = D\dot{U}_2 + B\dot{I}_2; \quad \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + A\dot{I}_2. \quad (2-63)$$

Если коэффициенты  $A$  и  $D$  равны, то четырехполюсник является симметричным.

Из выражений (2-62) и (2-63) следует очень важный вывод: между входными и выходными напряжениями и токами пассивных электрических цепей любой сложности существуют линейные зависимости. Этот вывод, полученный для цепей переменного тока, справедлив и для цепей постоянного тока.

Пользуясь выражениями коэффициентов и учитывая, что в линейных четырехполюсниках  $\Delta_{12} = \Delta_{21}$ , находим

$$AD - BC = \frac{\Delta_{22}\Delta_{11}}{\Delta_{12}\Delta_{12}} - \frac{\Delta}{\Delta_{12}} \left( \frac{\Delta_{11}\Delta_{22}}{\Delta_{12}\Delta} - \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \right) = 1. \quad (2-64)$$

Как видно из этого уравнения, четыре коэффициента четырехполюсника связаны одним уравнением; поэтому независимыми друг от друга являются только три коэффициента. Из этого очевидно, что *схема любого четырехполюсника может быть представлена в виде эквивалентных схем, состоящих из трех элементов*. Таких эквивалентных схем две: Т-образная, в которой элементы соединены звездой (рис. 2-47, а), и П-образная — при соединении элементов треугольником (рис. 2-47, б).

Из сопоставления выражений (2-62) с выражениями, связывающими  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$  с  $\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_2$ , получающимися для схем рис. 2-47, можно определить:

для Т-образной схемы

$$Z_1 = \frac{A-1}{C}; \quad Z_2 = \frac{D-1}{C}; \quad Y_0 = C; \quad (2-65)$$

для П-образной схемы

$$Z_0 = B; \quad Y_1 = \frac{D-1}{B}; \quad Y_2 = \frac{A-1}{B}. \quad (2-66)$$



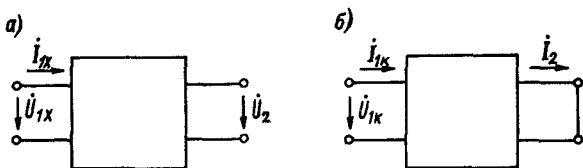


Рис. 2-48. Схемы опытов холостого хода (а) и короткого замыкания (б) четырехполюсника

Применение теории четырехполюсников в ряде случаев позволяет значительно упростить и сделать более наглядными исследования электрических цепей постоянного и переменного тока.

Коэффициенты четырехполюсника можно определить из решения системы уравнений, что весьма трудно при сложной цепи. Проще найти эти коэффициенты для имеющегося четырехполюсника из опыта. Вследствие линейности четырехполюсника коэффициенты не зависят от значений токов и напряжений на входе и выходе.

Проведем опыты холостого хода (рис. 2-48, а), когда  $I_2 = 0$ , и короткого замыкания (рис. 2-48, б), когда  $U_2 = 0$ , а напряжение  $U_{1к}$  подобрано так, что токи в цепи не превосходят допустимых. Из выражений (2-62) получаем:

для холостого хода

$$\dot{U}_{1x} = A\dot{U}_2; \dot{I}_{1x} = C\dot{U}_2 \text{ и } Y_{1x} = \dot{I}_{1x}/\dot{U}_{1x} = C/A;$$

для короткого замыкания

$$\dot{U}_{1к} = B\dot{I}_2; \dot{I}_{1к} = D\dot{I}_2 \text{ и } Z_{1к} = \dot{U}_{1к}/\dot{I}_{1к} = B/D.$$

Из этих выражений по измеренным значениям  $Y_{1x}$  и  $Z_{1к}$ , а также с учетом равенства  $AD - BC = 1$  можно определить коэффициенты симметричного четырехполюсника  $A = D$ ;  $B$  и  $C$ . По измеренным значениям величин  $\dot{U}_{1x}$ ,  $\dot{I}_{1x}$ ,  $\dot{U}_2$ ,  $\dot{U}_{1к}$ ,  $\dot{I}_{1к}$  и  $\dot{I}_2$  и углам сдвига фаз между ними из последних выражений можно найти коэффициенты и для несимметричного четырехполюсника.

Удобнее определять коэффициенты по измеренным значениям  $Z$  и  $Y$ . В этом случае нужно провести еще измерения при питании четырехполюсника с выходных зажимов.

Из выражений (2-63) получим:

для холостого хода

$$\dot{U}_{1x} = D\dot{U}_2; \dot{I}_{1x} = C\dot{U}_2 \text{ и } Y_{2x} = C/D;$$

для короткого замыкания

$$\dot{U}_{1к} = B\dot{I}_2; \dot{I}_{1к} = A\dot{I}_2 \text{ и } Z_{2к} = B/A.$$

Полученных из опыта значений комплексных величин  $Y_{1к}$ ,  $Z_{1к}$ ,  $Y_{2к}$  и  $Z_{2к}$  на одно больше, чем необходимо для определения коэффициентов  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .

## 2-14. Поверхностный эффект

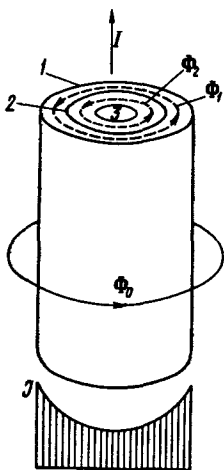
При протекании переменного тока по массивному проводнику возникает поверхностный эффект, состоящий как бы в вытеснении тока к поверхности проводника.

Приведем физические представления об этом явлении и некоторые практические сведения.

Разделим массивный цилиндрический проводник, по которому проходит ток  $I$ , условно на три concentрических цилиндра 1, 2 и 3 с одинаковыми площадями сечения (рис. 2-49). Можно разделить массивный проводник и на большее число concentрических цилиндров.

Внутренний цилиндр 3 связан с магнитными линиями не только внешнего магнитного потока  $\Phi_0$ , но и с линиями потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , замыкающимися внутри проводника. Соответственно с цилиндром 2 связаны магнитные потоки  $\Phi_0$  и  $\Phi_1$ , а с цилиндром 1 — только магнитный поток  $\Phi_0$ .

Следовательно, при одинаковых сечениях и сопротивлениях этих цилиндров в них будут индуцироваться разные ЭДС и они будут иметь различные индуктивные сопротивления: наибольшее — внутренний цилиндр и наименьшее — внешний. Поэтому ток внутреннего цилиндра будет наименьшим, а наружного — наибольшим, а плотность тока будет наибольшей у поверхности цилиндрического проводника, как это показано на кривой распределения плотности тока  $J$  вдоль диаметра кругового сечения (рис. 2-49).



Неравномерное распределение тока по сечению проводника обуславливает как бы уменьшение его сечения по сравнению со случаем протекания постоянного тока и соответствующее увеличение сопротивления.

Рис. 2-49. Явление поверхностного эффекта в круглом проводнике

Вместе с уменьшением плотности тока к середине проводника происходит, как это можно показать, и сдвиг тока по фазе.

Поверхностный эффект обуславливает то, что активное сопротивление проводников переменному току всегда больше сопротивления постоянному току.

Из приведенных рассуждений ясно, что активное сопротивление переменному току увеличивается по сравнению с сопротивлением постоянному току при увеличении частоты переменного тока, сечения проводников и магнитной проницаемости их материала.

Отношение активного сопротивления к сопротивлению для постоянного тока  $\xi = r_a/r$  практически равно единице при сечении медных и алюминиевых проводов до десятков квадратных миллиметров при частоте 50 Гц. Для сплошных стальных проводов это отношение при промышленной частоте составляет 1,5–2,5.

При больших частотах можно считать, что проводящим является только тонкий слой у поверхности проводника.

## **2-15. Коэффициент мощности и его народнохозяйственное значение**

Большинство крупных потребителей энергии представляют собой электромагнитные механизмы, например электрические машины, трансформаторы, в которых переменный магнитный поток связан с обмотками. Вследствие этого в обмотках при протекании переменного тока индуктируются реактивные ЭДС, обуславливающие сдвиг по фазе  $\varphi$  между напряжением и током. Этот сдвиг по фазе обычно увеличивается, а  $\cos \varphi$  уменьшается при малой нагрузке. Например, если  $\cos \varphi$  двигателей переменного тока при полной нагрузке составляет 0,75–0,8, то при малой нагрузке он уменьшается до 0,2–0,4. Малонагруженные трансформаторы также имеют низкий  $\cos \varphi$ . Поэтому, если не принять специальных мер, то результирующий  $\cos \varphi$  энергетической системы будет низок и, как показал опыт, может уменьшиться до 0,5–0,7.

Если мощность  $P$ , потребляемая всеми приемниками в данных цепях, является вполне определенной, то при неизменном напряжении на зажимах приемников их ток  $I = P/(U \cos \varphi)$ .

С уменьшением  $\cos \varphi$  ток нагрузки электрической станции и подстанций будет увеличиваться при одной и той же отдаваемой мощности.

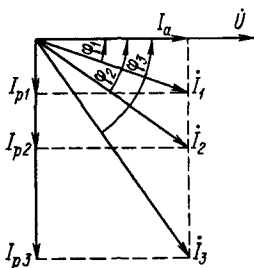


Рис. 2-50. Векторная диаграмма токов приемника при неизменной мощности и различных коэффициентах мощности

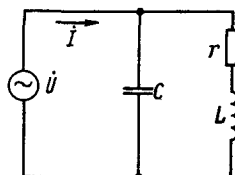


Рис. 2-51. Схема цепи с компенсацией реактивного тока при помощи параллельно включенных конденсаторов

Вместе с тем электрические генераторы, трансформаторы и электрические сети рассчитываются на определенные напряжение и ток. Поэтому, например, при  $\cos \varphi = 0,5$  и полной нагрузке током генераторов, трансформаторов и сетей мощность, передаваемая потребителям, будет составлять всего 50% от мощности, которая могла бы быть передана при  $\cos \varphi = 1$ . Будет иметь место плохое использование установленной мощности генераторов и трансформаторов, а также электрических сетей. Поэтому  $\cos \varphi$ , характеризующий использование установленной мощности, часто называют *коэффициентом мощности*.

На векторной диаграмме (рис. 2-50) показано, как при изменении  $\cos \varphi$  изменяется ток приемника  $I$  при неизменной его мощности.

Благодаря усилиям энергетиков СССР коэффициент мощности энергетических систем у нас достаточно высок. Нормальным считается  $\cos \varphi = 0,85 \dots 0,9$ . При низком коэффициенте мощности на предприятия, потребляющие электроэнергию, накладывается штраф, при высоком — предприятия премируются.

Для улучшения коэффициента мощности проводится ряд мероприятий:

- а) заменяются двигатели переменного тока, нагруженные относительно мало, двигателями меньшей мощности.
- б) применяются синхронные двигатели, вызывающие в сети опережающий ток при большом возбуждении (см. гл. 13);
- в) включаются параллельно приемникам конденсаторы.

Рассмотрим кратко последний способ улучшения  $\cos \varphi$ . Если параллельно приемнику с индуктивной нагрузкой включить

конденсатор, то реактивный ток приемника при наличии емкости уменьшится, а  $\cos \varphi$  увеличится (рис. 2-51). Если до включения конденсатора  $\operatorname{tg} \varphi_1 = b_L/g = x_L/r$ , то при необходимости увеличения коэффициента мощности приемника до  $\cos \varphi_2$  надо включить параллельно приемнику конденсатор с проводимостью  $b_C$ , чтобы  $\operatorname{tg} \varphi_2 = (b_L - b_C)/g$ . Отсюда определяются необходимая проводимость и емкость конденсаторов:

$$b_C = \omega C = g(\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2) = \frac{P}{U^2}(\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2).$$

Следует добавить, что улучшение  $\cos \varphi$  приемников, обуславливающее уменьшение тока нагрузки, определяет уменьшение потерь энергии в электрических сетях, обмотках трансформаторов и электрических генераторов.

Борьба за прогрессирующее улучшение  $\cos \varphi$  является важной народнохозяйственной задачей.

### Глава 3. ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

#### 3-1. Основные понятия о несинусоидальных периодических электрических токах

В предыдущей главе рассматривались процессы в цепях переменного тока при гармонических изменениях ЭДС и токов. Практически мы часто встречаемся с несинусоидальными периодическими ЭДС и токами, которые изменяются во времени не по гармоническому закону, но значения которых регулярно повторяются по истечении полного цикла изменений  $T$ , как это показано на рис. 3-1.

Несинусоидальные ЭДС и токи возникают при включении в цепь переменного тока элемента с насыщенным стальным сердечником, наличии нелинейных сопротивлений в цепи, включении некоторых преобразователей энергии и в ряде других случаев.

Обычным приемом является представление несинусоидальных ЭДС или тока в виде суммы синусоидальных ЭДС и токов при помощи разложения в ряд Фурье. При этом для каждой из составляющих ЭДС или токов можно применить выражения, полученные для синусоидальных ЭДС и токов.

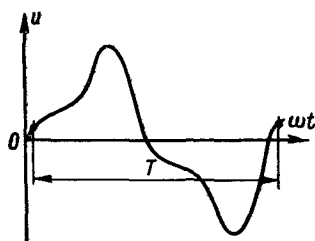


Рис. 3-1. График периодического несинусоидального напряжения

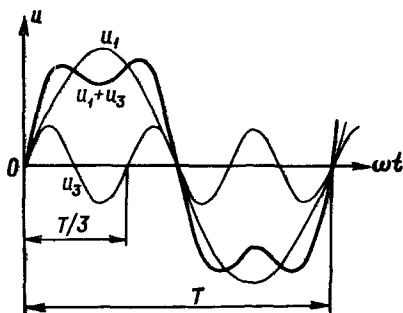


Рис. 3-2. Сложение первой и третьей гармонических напряжения

Для несинусоидального напряжения  $u(t)$ , например, можно написать разложение в ряд:

$$u(t) = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots, \quad (3-1)$$

где  $U_0$  — неизменная составляющая напряжения, не зависящая от времени;  $U_{1m}, U_{2m}, \dots$  — амплитуды гармонических составляющих напряжения частот  $\omega, 2\omega, \dots$ ;  $\omega = 2\pi/T$  — угловая частота основной гармонической;  $\psi_1, \psi_2, \dots$  — начальные фазы гармонических составляющих.

Этот ряд можно представить в виде суммы синусного и косинусного рядов:

$$u(t) = U_0 + U'_{1m} \cos \omega t + U'_{2m} \cos 2\omega t + U'_{3m} \cos 3\omega t + \dots \\ \dots + U''_{1m} \sin \omega t + U''_{2m} \sin 2\omega t + U''_{3m} \sin 3\omega t + \dots,$$

где

$$U'_{km} = U_{km} \sin \psi_k; \quad U''_{km} = U_{km} \cos \psi_k; \quad \psi_k = \arctg \frac{U'_{km}}{U''_{km}}.$$

Значения постоянной составляющей и амплитуды гармонических находятся в соответствии с выражениями для ряда Фурье:

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt; \quad U'_{km} = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos k\omega t dt;$$

$$U''_{km} = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \sin k\omega t dt.$$

В ряде могут отсутствовать отдельные гармонические или неизменное напряжение. Разложение практически будет точным, если взять несколько первых членов ряда.

На рис. 3-2 показана кривая напряжения, которое составляется из первой и третьей гармонических напряжения:

$$u = U_{1m} \sin \omega t + U_{3m} \sin 3\omega t.$$

Подобно разложению в ряд напряжения  $u$  можно представить и разложение в ряд тока.

Представляя в виде ряда выражение для мгновенной ЭДС, действующей в цепи,

$$e = e_0 + e_1 + e_2 + \dots + e_k + \dots$$

и определяя действующую ЭДС по известному выражению

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt},$$

в результате получим

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots} \quad (3-2)$$

*Действующая ЭДС равна корню квадратному из суммы квадратов всех ее действующих составляющих (постоянной и гармонических).* Подобно выражению (3-2) получим выражение для действующего тока:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} \quad (3-3)$$

Выражение для активной мощности, определяемой как средняя мощность, имеет вид

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ei dt,$$

где  $e$  и  $i$  — мгновенные значения периодических синусоидальных ЭДС и тока в цепи.

Представляя эти величины в виде рядов

$$e = e_0 + e_1 + e_2 + \dots + e_k + \dots; \quad i = i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots$$

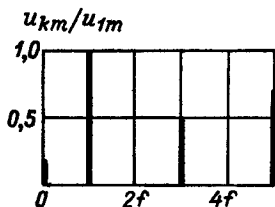


Рис. 3-3. Амплитудно-частотный спектр периодической функции

и определяя среднюю мощность, найдем, что активная мощность цепи при несинусоидальных ЭДС и токах равна сумме активных мощностей отдельных гармонических:

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + \dots = E_0 I_0 + E_1 I_1 \cos \varphi_1 + E_2 I_2 \cos \varphi_2 + E_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots, \quad (3-4)$$

где  $E_0, E_1, E_2, \dots, E_k, \dots$  — среднее и действующие значения гармонических ЭДС;  $I_0, I_1, I_2, \dots, I_k, \dots$  — те же значения токов;  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k, \dots$  — углы сдвига по фазе для отдельных гармонических.

Среднее арифметическое значение периодической величины за период является постоянной составляющей, например  $U_0$ . Среднее значение по модулю определится для напряжения, на-

пример, как  $U_{\text{ср мод}} = \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt$ ; если напряжение имеет отрицательные значения, то  $U_{\text{ср мод}} > U_0$ .

Среднее максимальное за половину периода напряжение

$$U_{\text{ср max}} = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1 + T/2} u dt; \text{ момент времени } t_1 \text{ выбирается так, чтобы}$$

значение интеграла было наибольшим.

Важное значение для характеристик несинусоидальных переменных величин имеют спектральные составы несинусоидальных кривых — амплитудно-частотный и фазочастотный спектры.

Амплитудно-частотный спектр может быть представлен в виде диаграммы, на которой для каждой частоты ряда Фурье показаны относительные значения амплитуд, например относительно первой гармонической (рис. 3-3).

Фазочастотный спектр также изображается диаграммой, на которой для каждой частоты даются фазовые углы  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  и т. д.



### 3-2. Понятие об исследовании цепей при периодических несинусоидальных токах

Рассмотрим для примера простейшую цепь (см. рис. 2-12). Напряжение, приложенное к цепи, представляем в виде ряда

$$u = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_k + \dots$$

Каждый из членов ряда, за исключением постоянной составляющей, представляет собой синусоидальную функцию времени; мгновенное значение каждой из гармонических

$$u_k = U_{km} \sin(k\omega t + \psi_k).$$

Для линейных цепей можно определять по известным правилам все гармонические токи в отдельности, а общий ток цепи  $i$  находится как сумма его отдельных гармонических:

$$i = i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots$$

Мгновенное значение каждой гармонической тока

$$i_k = I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k - \varphi_k).$$

Полное сопротивление цепи для каждой гармонической

$$z_k = \sqrt{r^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}. \quad (3-5)$$

Индуктивное сопротивление увеличивается пропорционально порядку гармоник, а емкостное сопротивление уменьшается обратно пропорционально порядку гармоник; поэтому при преобладании индуктивного сопротивления, возрастающего с увеличением частоты, кривая тока будет менее искажена по сравнению с кривой напряжения. Если преобладает емкостное сопротивление, то высшие гармонические токи будут «подчеркиваться» и кривая тока будет более искажена. В зависимости от порядка гармоник изменяются и значения фазовых углов гармонических токов по сравнению с углами  $\psi_k$  гармонических напряжений на величину  $\operatorname{arctg} \frac{k\omega L - 1/(k\omega C)}{r}$ .

Расчеты любых сложных цепей при несинусоидальных переменных токах производятся также для каждой гармонической, как это было показано на простейшем примере.

Этот метод расчета весьма трудоемок, и к нему можно не обращаться, если не требуется большой точности или кривые ЭДС и токов мало отклоняются от синусоиды. В таких случаях реально существующие несинусоидальные ЭДС и токи заме-

няют эквивалентными синусоидальными и производят расчеты, пользуясь полученными значениями эквивалентных величин.

Путем измерений или расчетов по выражениям (3-2), (3-3) и (3-4) определяются действующие ЭДС, напряжения, токи и мощности.

Для этих эквивалентных значений находится эквивалентный  $\cos \varphi$ :

$$\cos \varphi = P / (UI).$$

Оценкой отклонения несинусоидальных токов и напряжений при симметричной форме кривых (см., например, рис. 3-1) от синусоидальных служит сравнение значений коэффициентов формы  $k_\phi$ , амплитуды  $k_A$  и искажения  $d$  для данного несинусоидального тока или ЭДС со значениями этих коэффициентов для синусоидального тока или ЭДС.

*Коэффициент формы* кривой определяется отношением действующего тока, например, к среднему модулю тока или среднему максимальному значению:  $k_\phi = I / I_{cp}$ ; для синусоиды  $k_\phi = \pi / (2\sqrt{2}) = 1,11$ .

*Коэффициент амплитуды* равен отношению максимального значения ЭДС, например, к действующей ЭДС (3-2):  $k_A = E_{max} / E$ ; для синусоиды  $k_A = E_m / E = \sqrt{2}$ .

*Коэффициент искажения* определяется отношением действующей первой гармонической напряжения, например, к действующему периодическому напряжению (3-2):  $d = U_1 / U$ ; для синусоиды  $d = 1$ .

### 3-3. Электрические фильтры

Промышленные источники энергии обеспечивают практически синусоидальные кривые изменения напряжения. Вместе с тем в ряде случаев переменные токи и напряжения, являясь периодическими, резко отличаются от гармонических.

Фильтры могут применяться для *сглаживания* пульсаций напряжения выпрямителей, демодуляторов, которые преобразуют модулированные по амплитуде колебания высокой частоты в относительно медленные изменения напряжения сигнала, и в других подобных устройствах.

В самом простейшем случае можно ограничиться включением последовательно с нагрузкой катушки индуктивности, сопротивление которой увеличивается с возрастанием порядка гармонической и сравнительно невелико для низкочастотных колебаний, и тем более для постоянной составляющей. Более эффективно применение П-образных, Т-образных и Г-образных

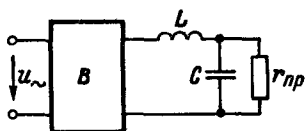


Рис. 3-4. Простейший сглаживающий Г-образный фильтр

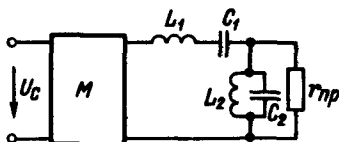


Рис. 3-5. Схема простого полосового фильтра

фильтров. На рис. 3-4 показана схема простого Г-образного фильтра с катушкой индуктивности  $L$  и конденсатором  $C$ , включенными между приемником  $r_{пр}$  и выпрямителем  $B$ . Переменные токи всех частот встречают значительное сопротивление катушки индуктивности, а включенный параллельно конденсатор пропускает по параллельной ветви остаточные токи высоких частот. Благодаря этому значительно уменьшаются пульсации напряжения на нагрузке  $r_{пр}$ . Могут применяться и фильтры, состоящие из двух и более подобных звеньев. Иногда используются упрощенные фильтры с резисторами вместо катушек индуктивности.

Более совершенными являются *резонансные фильтры*, в которых используются явления резонанса. Как было показано в § 2-10, при последовательном соединении катушки индуктивности и конденсатора, когда  $k\omega L = 1/(k\omega C)$ , цепь будет иметь наибольшую проводимость (активную) при частоте  $k\omega$  и достаточно высокие проводимости в полосе частот, близких к резонансной. Такая цепь является простым *полосовым фильтром*. При параллельном соединении катушки индуктивности и конденсатора такая цепь будет иметь наименьшую проводимость при резонансной частоте и относительно малые проводимости в полосе частот, близких к резонансной. Такой фильтр является *заградительным* для некоторой полосы частот.

Для улучшения характеристики простого полосового фильтра можно применять схему (рис. 3-5), в которой параллельно приемнику включены параллельно друг другу катушка индуктивности и конденсатор. Такая цепь настроена также в резонанс на частоту  $k\omega$  и представляет очень большое сопротивление для токов выбранной полосы частот и значительно меньшее сопротивление — для токов других частот. Подобный фильтр может применяться в модуляторах, которые выдают модулированные колебания определенной частоты. На модулятор  $M$  подается напряжение  $U_C$  сигнала низкой частоты, которое преобразовывается в модулированные колебания высокой

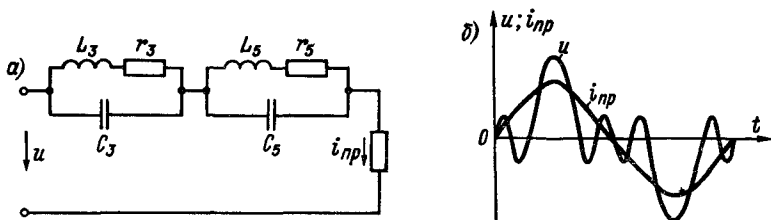


Рис. 3-6. Цепь с последовательно включенными резонансными контурами, настроенными в резонанс для третьей и пятой гармонических: а — схема цепи; б — кривые напряжения  $u$  цепи и тока  $i_{np}$  приемника

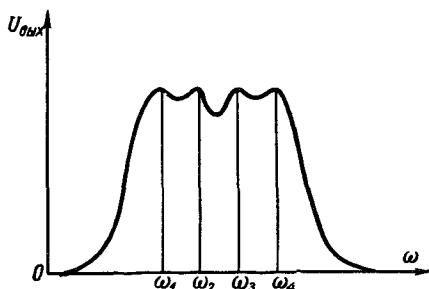


Рис. 3-7. Кривая напряжения на выходе полосового фильтра

частоты, а фильтр выделяет напряжение требуемой частоты, которое подается на нагрузку  $r_{np}$ .

Для примера предположим, что через цепь протекает несинусоидальный переменный ток и нужно устранить из кривой тока приемника очень большие по значению третью и пятую гармонические. Тогда последовательно в цепь включим два контура, настроенные в резонанс для третьей и пятой гармонических (рис. 3-6, а). Сопротивление левого контура, настроенного в резонанс для частоты  $3\omega$ , будет очень велико для этой частоты и мало для всех других гармонических; аналогичную роль выполняет правый контур, настроенный в резонанс для частоты  $5\omega$ . Поэтому в кривой тока приемника  $i_{np}$  почти не будут содержаться третья и пятая гармонические (рис. 3-6, б), которые окажутся подавленными фильтром.

Выполняются в некоторых случаях и более совершенные полосовые фильтры, а также *режущие фильтры*, пропускающие или не пропускающие колебания, начиная с некоторой частоты. Такие фильтры состоят из Т-образных или П-образных звеньев. Принцип действия фильтров заключается в том, что в поло-

се пропускания частот, например полосового фильтра, наступает резонанс при  $n + 1$  частотах, где  $n$  – число звеньев. Кривая  $U_{\text{вых}} = f(\omega)$  для такого фильтра, составленного из трех звеньев, показана на рис. 3-7. Резонанс имеет место при частотах  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  и  $\omega_4$ .

## Глава 4. МНОГОФАЗНЫЕ ЦЕПИ

### 4-1. Понятие о многофазных системах

Получение переменной ЭДС и переменного тока при вращении витка из металлического провода в магнитном поле было рассмотрено в § 2-1. Теперь предположим, что в однородном магнитном поле какого-либо устройства с неизменной скоростью вращаются три связанные катушки, выполненные из изолированного провода и изолированные друг от друга. Эти катушки расположим под углами  $2\pi/3$  (рис. 4-1, а). В этих катушках индуктируются ЭДС  $e_1, e_2, e_3$ , сдвинутые относительно друг друга на углы  $2\pi/3$ , например в началах катушек. При выполнении обмотки началами следует считать те концы катушек, с которых начинается намотка в одном направлении. Выбор начала  $H1$  из трех концов пар произволен. Положительными условными направлениями ЭДС и токов обычно назначают направления от начал катушек. На рис. 4-1, б показана

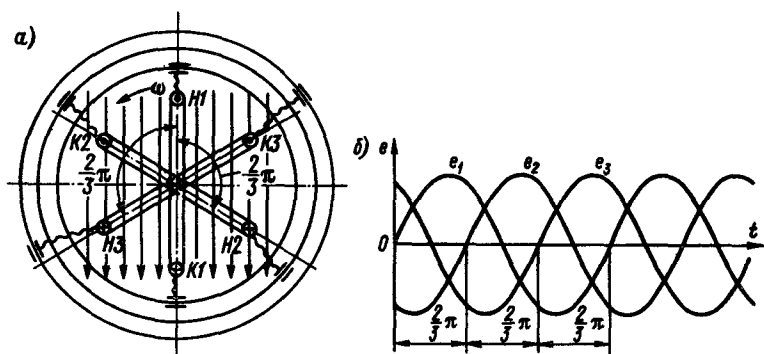


Рис. 4-1. Катушки, вращающиеся в магнитном поле: а – расположение катушек; б – временная диаграмма ЭДС

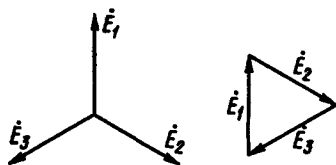


Рис. 4-2. Изображение системы ЭДС в виде звезды и треугольника

трехфазная система ЭДС — трехфазная по числу независимых катушек с различными фазовыми углами; фазе соответ-

ствует понятие о пространственном угле положения, но фазой часто называют провод или катушку, входящую в систему.

Многофазной системой называется совокупность нескольких электрических цепей, в которых действуют ЭДС одной и той же частоты, отличающиеся друг от друга по фазе. Если имеется  $m$  независимых катушек, вращающихся в однородном магнитном поле, получим  $m$ -фазную систему синусоидальных ЭДС, сдвинутых по фазе относительно друг друга на углы, равные углам между катушками.

На рис. 4-1 приведена простейшая модель трехфазного генератора. В действительности электрические генераторы выполняются обычно с обмотками статора, размещенными в пазах листов тонкой стали, из которых собран статор. Паза предварительно выштамповываются в стальных листах, предназначенных для сборки статора. В расточке статора вращается ротор с неявными или явными полюсами.

Из всех многофазных систем наибольшее распространение получили трехфазные ( $m = 3$ ) симметричные системы, дающие симметричные системы ЭДС и токов. В симметричной  $m$ -фазной системе одинаковы по значению амплитудные и действующие ЭДС и токи, сдвинутые по фазе на угол  $2\pi/m$ . Эти системы могут быть изображены в виде совокупности векторов, расположенных звездой или многоугольником (рис. 4-2 для  $m = 3$ ).

Как уже упоминалось, трехфазные системы переменного тока, состоящие из генератора, трансформатора, электрического двигателя и линии передачи, были созданы и продемонстрированы на Всемирной электротехнической выставке в 1891 г. выдающимся русским электротехником М. О. Доливо-Добровольским.

Заметим, что такое расположение векторов ЭДС, напряжений и токов является общепринятым, но эти системы могут изображаться и с любым другим расположением векторов на плоскости.

В комплексном виде можно записать выражение ЭДС:

$$\dot{E}_1 = \dot{E}; \quad \dot{E}_2 = \dot{E} e^{j\frac{4\pi}{3}}; \quad \dot{E}_3 = \dot{E} e^{j\frac{2\pi}{3}}.$$

Для упрощения записи можно ввести множители:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}; a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}; \dots; a^{-1} = e^{-j\frac{2\pi}{3}}; a^{-2} = e^{-j\frac{4\pi}{3}} \dots$$

Эти множители определяют повороты векторов на соответствующие углы по часовой стрелке и против нее.

При симметрии векторов ЭДС, напряжений и токов получим, что их суммы равны нулю, и, следовательно, равна нулю сумма их мгновенных значений:

$$\sum_1^3 \dot{E} = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3 = \dot{E} + a^2 \dot{E} + a \dot{E} = 0; \quad (4-1)$$

$$\sum_1^3 \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{I} + a^2 \dot{I} + a \dot{I} = 0. \quad (4-2)$$

Эти выводы справедливы для любых  $m$ -фазных симметричных систем.

#### 4-2. Связывание цепей. Соединения звездой и треугольником

Источники и приемники энергии многофазных цепей выполняются, как правило, связанными; в них фазные цепи связаны между собой электрически. Если имеется несколько групп несвязанных приемников, эти группы получают питание от связанных источников энергии.

Преимуществом связанных систем в ряде случаев является уменьшение числа проводов линии передачи. Если для питания несвязанных трехфазных систем необходимо иметь шесть проводов — по два провода на каждую фазу, то при связывании системы число проводов может быть уменьшено до трех. Для всех наиболее распространенных систем основными способами связывания являются *звезда* и *треугольник*. Предпочтительным для генераторов является соединение звездой. Другие  $m$ -фазные системы получают обычно путем преобразования трехфазных. Эти многофазные системы могут соединяться в  *$m$ -лучевые звезды* и *многоугольники*.

При соединении звездой начало  $N$  первой фазы системы выбирается произвольно. Началом может быть любой из двух концов фазы, если нет каких-либо конструктивных соображений. Начала двух других фаз трехфазной системы должны быть расположены в генераторе под углами  $2\pi/3$  электрических радианов друг к другу. Три конца фаз соединяются вместе

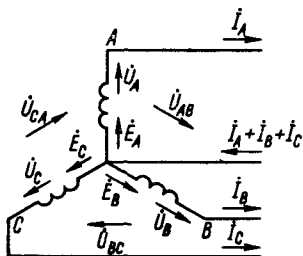


Рис. 4-3. Схема соединения фаз звездой ( $m = 3$ )

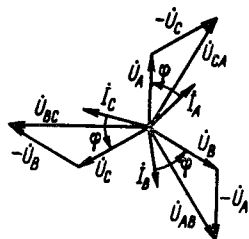


Рис. 4-4. Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений и токов для трехфазной звезды

в одну точку, которая называется *нейтральной*. Провод, соединяющий нейтральные точки источника энергии и приемника, также называется *нейтральным* (рис. 4-3).

Мгновенные ЭДС  $e$  и напряжения  $u$  действуют в фазах. Провода, соединяющие источник энергии с приемником, называются *линейными*. В фазах источника энергии и приемника действуют *фазные* ЭДС и напряжения  $E_\phi$  и  $U_\phi$  и протекают *фазные* токи  $I_\phi$ . Между фазами действуют *линейные* ЭДС и напряжения  $E_\Delta$  и  $U_\Delta$ , а в проводах протекают *линейные* токи  $I_\Delta$ .

Расположения векторов ЭДС и тока на векторных диаграммах могут быть произвольными, но в соответствии с изображениями систем векторы обычно располагаются по лучам звезды или по сторонам многоугольников. При этом наглядными являются сложение и вычитание векторов. Условное изображение и направление первого вектора ЭДС или тока можно назначить произвольно, так как эти векторы на самом деле вращаются и могут иметь любые направления. Расположения других векторов определяются их связью в описаниях процесса. Исходя из приведенных соображений на рис. 4-3 изображена схема трехфазной цепи, соединенной звездой. На схеме показан нейтральный провод, так как иногда возможна некоторая несимметрия токов. Начала фаз источника энергии обозначены буквами  $A, B$  и  $C$ , концы обозначаются  $X, Y, Z$ , начала и концы фаз приемника — соответственно  $a, b, c$  и  $x, y, z$ .

Определим линейные напряжения  $U_\Delta$  в системе. Токи в фазах приемника, в соответствии с одинаковым для всех фаз правилом определения положительных направлений, протекают от начал к концам фаз. Поэтому линейное напряжение (со стороны приемника) или ЭДС источника определяются разностями:



$$\left. \begin{aligned} u_{AB} &= u_B - u_A; \\ u_{BC} &= u_C - u_B; \\ u_{CA} &= u_A - u_C. \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

При таком определении этих мгновенных значений напряжений можно написать выражения для комплексных напряжений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_B - \dot{U}_A; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_C - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_A - \dot{U}_C. \end{aligned} \right\} \quad (4-4)$$

Звезда векторов линейных напряжений показана на рис. 4-4, там же даны векторы токов, сдвинутых симметрично на угол  $\varphi$  относительно фазных напряжений.

Из рассмотрения треугольника напряжений, образованного векторами  $\dot{U}_B$ ,  $-\dot{U}_A$  и  $\dot{U}_{AB}$ , следует, что значение линейного напряжения  $U_{AB}$  определится как  $U_{AB} = 2U_A \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} U_A$ , следовательно, для симметричной трехфазной системы можно написать

$$\left. \begin{aligned} U_A &= U_B = U_C = U_{\phi}; \\ I_A &= I_B = I_C = I_{\phi}; \\ U_{AB} &= U_{BC} = U_{CA} = U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\phi}; \\ I_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4-5)$$

Только при некоторой несимметрии ток  $I_0 \neq 0$ .  
Для  $m$ -фазной симметричной системы очевидно

$$I_A = I_B = I_C = \dots = I_m = I_{\phi} \quad \text{и} \quad U_{\text{л}} = 2U_{\phi} \sin \frac{\pi}{m}.$$

В низковольтных распределительных системах в ряде случаев, где имеется некоторая несимметрия, выполняют *четырёхпроводные сети* (см. рис. 4-3). Преимуществом четырёхпроводных сетей является возможность получения от одного трехфазного источника энергии двух систем напряжений — фазных и линейных. Фазные напряжения получаем при включении фаз приемника на напряжение между фазой источника энергии и нейтралью, а линейные — при включении фаз приемника на напряжение между фазами. Наиболее распространена четырёхпроводная система 380/220 В. В такой системе освещение, бытовые приборы и другие низковольтные приемники получают

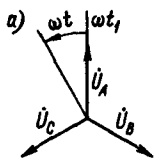
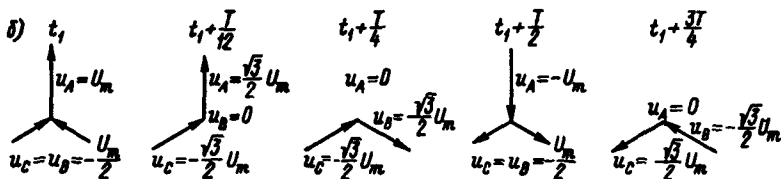


Рис. 4-5. Напряжения в фазах приемника в различные моменты времени: а – трехфазная система напряжений; б – напряжения в фазах



питание от фаз системы 220 В, а приемники силовых установок – от системы 380 В. Сечение нейтрального провода составляет обычно около половины сечения нормального рабочего провода. Следует подчеркнуть, что векторы напряжения и тока являются их условным изображением. На самом деле реальные напряжение и ток изменяются по направлению и значению и их мгновенные значения могут определяться как проекции векторов на неподвижную ось (см. § 2-3). На рис. 4-5, а изображена звезда векторов фазного напряжения для некоторого момента времени, когда мгновенное значение  $u_A = U_m$ . На рис. 4-5, б показаны расположение векторов для моментов времени по истечении промежутков в четверть периода и мгновенные значения и направления напряжений в эти моменты. На рисунке видно, как амплитуда линейного напряжения складывается из мгновенных значений  $u_A$  и  $u_C$  для угла фазы, равного  $\pi/6$ .

Соединение треугольником получаем при соединении конца одной фазы с началом другой. Возможность соединения треугольником определяется тем, что сумма напряжений трехфазной симметричной системы (и трехкратных гармонических) равна нулю в контуре треугольника. В фазах треугольника протекает только ток нагрузки. На рис. 4-6 представлена схема соединения фаз треугольником. На схеме показано, как соединяются начала с концами фаз. Направления ЭДС в фазах взяты такими же, как на рис. 4-3. Для мгновенных значений линейных токов получим

$$\left. \begin{aligned} i_A &= i_{CA} - i_{AB}; \\ i_B &= i_{AB} - i_{BC}; \\ i_C &= i_{BC} - i_{CA}. \end{aligned} \right\} \quad (4-6)$$

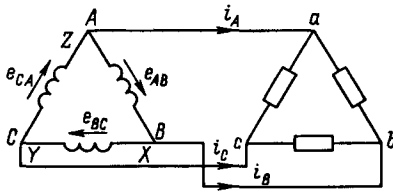


Рис. 4-6. Схема соединения фаз треугольником

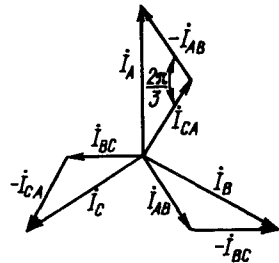


Рис. 4-7. Векторы тока в треугольнике

Из этих выражений получим комплексные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{AB}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{BC}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{CA}. \quad (4-7)$$

На рис. 4-7 показаны звезда фазных токов системы и линейные токи, полученные путем вычитания одного вектора фазного тока из другого. Из рисунка и ранее приведенных соображений, например, для фаз  $AB$  и  $CA$  следует

$$I_A = 2I_{AB} \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} I_{AB}.$$

Для симметричной трехфазной системы можно написать

$$\left. \begin{aligned} I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_{\phi}; \\ I_A = I_B = I_C = I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\phi}; \\ U_A = U_B = U_C = U_{\phi}. \end{aligned} \right\} \quad (4-8)$$

Для многофазной ( $m$ -фазной) системы получим

$$U_{\text{л}} = U_{\phi}; \quad I_{\text{л}} = 2I_{\phi} \cos \frac{\pi(m-2)}{2m} = 2I_{\phi} \sin \frac{\pi}{m}.$$

### 4-3. Мощность многофазной цепи. Уравновешенные и неуравновешенные системы

Определим мгновенные напряжение и ток  $k$ -й фазы  $m$ -фазной цепи:

$$u_k = \sqrt{2} U \sin \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{m} \right]$$

$$i_k = \sqrt{2} I \sin \left[ \omega t - (k-1) \frac{2\pi}{m} - \varphi \right].$$

Мощность цепи для  $k = 1$ , например,

$$p_1 = 2UI \sin(\omega t - \varphi) \sin \omega t.$$

Это выражение было получено ранее, после преобразований можно написать выражение (2-32):

$$p_1 = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)],$$

где  $U, I$  — действующие напряжение и ток;  $\varphi$  — угол сдвига тока по фазе.

Первый член выражения — мощность, которая остается неизменной в течение времени наблюдения, второй член — мощность, изменяющаяся с двойной частотой; среднее значение этой мощности равно нулю. Для всех фаз симметричных систем первая составляющая мощности одинакова, а изменяющаяся с двойной частотой составляющая сдвинута относительно составляющей первой фазы на угол  $2(k-1) \frac{2\pi}{m}$  и равна ей по амплитуде.

Активная  $P$ , реактивная  $Q$  и полная  $S$  мощности симметричной  $m$ -фазной цепи определяются как

$$\left. \begin{aligned} P &= mU_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi; \\ Q &= mU_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi; \\ S &= mU_{\phi} I_{\phi} = \sqrt{P^2 + Q^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4-9)$$

Учетом выражения для линейных напряжений и токов: для звезды

$$U_{\text{л}} = 2U_{\phi} \sin \frac{\pi}{m} \quad \text{и} \quad I_{\text{л}} = I_{\phi};$$

для треугольника

$$U_{\text{л}} = U_{\phi} \quad \text{и} \quad I_{\text{л}} = 2I_{\phi} \sin \frac{\pi}{m}.$$

Для трехфазной цепи получим выражения для мощности симметричной системы:

$$\left. \begin{aligned} P &= \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi; \\ Q &= \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi; \\ S &= \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} = \sqrt{P^2 + Q^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4-10)$$

Эти выражения справедливы как для соединения звездой, так и для соединения треугольником.

Системы, мощность которых неизменна в течение всего времени наблюдения, называются *уравновешенными* в отличие от *неуравновешенных*, мощность которых изменяется во времени с двойной частотой системы. Примерами уравновешенных систем являются многофазные симметричные системы. Заметим, что в случае несимметричной системы можно соответствующим подбором напряжений и структуры цепи получить уравновешенную систему.

Важным свойством уравновешенных систем является отсутствие колебаний мощности, которые могут вызывать ряд нежелательных явлений: колебания частоты вращения электродвигателей, шумы в приемных устройствах и др.

Для несимметричной системы значения мощностей фаз будут различными, могут быть разными напряжения, токи и их сдвиги по фазе. В этом случае мощность цепи определяется суммированием мощностей отдельных фаз. При этом следует учитывать, что мощность некоторых фаз может не только передаваться приемнику, но и возвращаться обратно.

Для трехфазной цепи можно написать

$$\left. \begin{aligned} P &= U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C; \\ Q &= U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C; \\ S &= \sqrt{P^2 + Q^2}, \end{aligned} \right\} \quad (4-11)$$

где  $U, I$  с соответствующими индексами — действующие значения величин в различных фазах;  $\varphi$  — углы сдвига по фазе токов.

При наличии нейтрального провода, тока в нем  $I_0$  и напряжения между нейтральными точками источника энергии и приемника  $U_0$  нужно учесть мощность  $U_0 I_0 \cos \varphi_0$ . Эта мощность должна вычитаться из мощности сети или складываться с ней в зависимости от знака угла  $\varphi_0$ .

Можно написать различные выражения для мощности многофазной цепи, но основой для них являются выражения для мощности отдельных фаз.

#### 4.4. Расчет трехфазных цепей.

##### Понятия о разложении систем на симметричные составляющие

Основной задачей расчета цепи является *определение токов в ветвях цепи при заданном напряжении на зажимах приемни-*

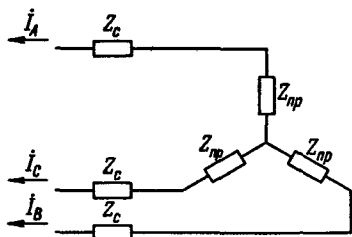


Рис. 4-8. Трехфазная сеть симметричного приемника

ка. После этого определяются при необходимости и напряжения на отдельных ветвях.

Мы не рассматриваем схемы и характеристики источника энергии. Для расчета должна быть задана система напряжений источника энергии, схема цепи, значения и тип сопротивлений ветвей и их характеристики. Расчеты обычно проводятся для комплексных значений.

Предположим, что фазы симметричного приемника соединены звездой и получают питание от симметричной системы напряжений, нейтральный провод отсутствует (рис. 4-8). В этом случае комплексные значения токов определяются как для однофазной цепи, например для фазы А:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A / Z_A, \quad (4-12)$$

где  $Z_A = Z_{пр}$ ;  $Z_{пр}$  — сопротивление приемника.

Если необходимо учесть сопротивление провода  $Z_c$ , соединяющего фазу приемника с источником энергии, сопротивление фазы определится как

$$Z = Z_{пр} + Z_c.$$

Для случая, когда фазы приемника соединены треугольником и в фазах включены сопротивления  $Z_c$ , целесообразно преобразовать соединение треугольником в соединение звездой. По известному выражению (1-26) определяются сопротивления лучей звезды  $Z_{пр \Delta}$  для заданных сопротивлений сторон треугольника  $Z_{пр \Delta}$ :

$$Z_{пр \Delta} = \frac{1}{3} Z_{пр \Delta}; \quad Z = Z_{пр \Delta} + Z_c.$$

В этом и состоит расчет цепи в простейшем случае. По результатам расчета определяются, если это необходимо, напряжения на отдельных ветвях, мощности и другие данные.

Заметим, что и для несимметричных приемников и несимметричных систем напряжения этот метод расчета цепей отдельных фаз справедлив в том случае, если жестко зафиксировано напряжение нейтральной точки относительно напряжений фаз источника.

Для несимметричных цепей необходимо отдельно рассмотреть расчеты трехпроводных и четырехпроводных цепей.

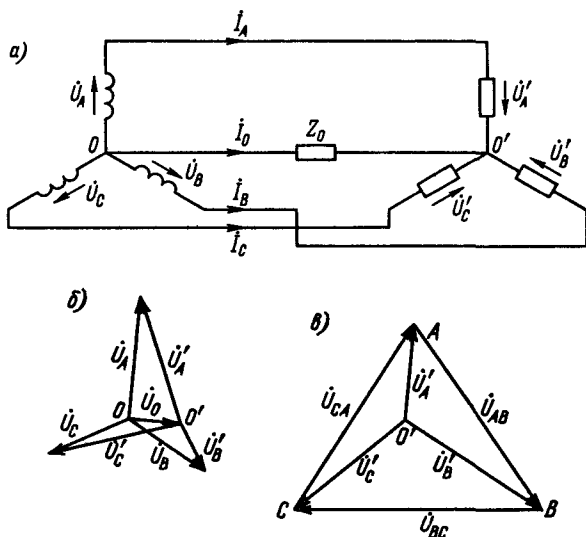


Рис. 4-9. Схема и векторные диаграммы к расчету несимметричной цепи: *а* – схема цепи; *б* – векторная диаграмма четырехпроводной цепи; *в* – векторная диаграмма трехпроводной цепи

В общем случае система напряжений, действующих на входе приемника, может быть и несимметричной, в нейтральном проводе может быть включено сопротивление  $Z_0$ .

Вначале рассмотрим расчет несимметричной *четырёхпроводной* цепи. Расчет обычно проводится для комплексных действующих напряжений и токов. В системе напряжений питания заданы напряжения  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$ , которые составляют звезду с нейтральной точкой  $O$ ; положение нейтральной точки  $O'$  приемника неизвестно и определяется из расчета (рис. 4-9). Заданы также комплексные сопротивления фаз приемника и нулевого провода:  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $Z_C$  и  $Z_0$ ; комплексные проводимости  $Y_A$ ,  $Y_B$ ,  $Y_C$  и  $Y_0$  – величины, обратные комплексным сопротивлениям.

В несимметричной системе имеет место напряжение  $\dot{U}_O$  между нейтральными точками  $O$  и  $O'$ , поэтому напряжения фаз приемника  $\dot{U}'_A$ ,  $\dot{U}'_B$  и  $\dot{U}'_C$  отличаются от напряжений фаз источника энергии (рис. 4-9).

Комплексный ток в нейтральном проводе определится как

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{U}'_A Y_A + \dot{U}'_B Y_B + \dot{U}'_C Y_C = \\ &= (\dot{U}_A - \dot{U}_O) Y_A + (\dot{U}_B - \dot{U}_O) Y_B + (\dot{U}_C - \dot{U}_O) Y_C, \end{aligned}$$

откуда находим выражение для комплексного напряжения  $\dot{U}_0$ :

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_0}. \quad (4-13)$$

После определения  $\dot{U}_0$  находятся напряжения фаз приемника:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_0; \quad \dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_0; \quad \dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_0. \quad (4-14)$$

Токи в фазах и другие интересующие нас величины рассчитываются после определения напряжений в фазах.

Точка  $O$  соединения концов фаз является физической нейтралью, расположение нейтральной точки  $O'$  на схеме не связано с положением точки  $O$ , и она может занимать любое место на схеме, перемещаясь при изменении сопротивлений фаз приемника.

В *трехпроводной* цепи нейтрального провода нет и сумма токов  $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ ; при расчете даны только линейные напряжения  $\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{BC}$  и  $\dot{U}_{CA}$  и сопротивления фаз приемника. Наметим предварительно положение нейтральной точки  $O'$  приемника на схеме, которое должно быть определено при расчете (рис. 4-9, в). Из векторной диаграммы следует  $\dot{U}'_B = \dot{U}'_A + \dot{U}_{AB}$ ;  $\dot{U}'_C = \dot{U}'_A - \dot{U}_{CA}$ ; поэтому

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= \dot{U}'_A Y_A + \dot{U}'_B Y_B + \dot{U}'_C Y_C = \\ &= \dot{U}'_A Y_A + (\dot{U}'_A + \dot{U}_{AB}) Y_B + (\dot{U}'_A - \dot{U}_{CA}) Y_C = 0. \end{aligned}$$

Из этого выражения определяем комплексное напряжение  $\dot{U}'_A$ :

$$\dot{U}'_A = \frac{\dot{U}_{CA} Y_C - \dot{U}_{AB} Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}.$$

Аналогично находятся

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}'_B &= \frac{\dot{U}_{AB} Y_A - \dot{U}_{BC} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}; \\ \dot{U}'_C &= \frac{\dot{U}_{BC} Y_B - \dot{U}_{CA} Y_A}{Y_A + Y_B + Y_C}. \end{aligned} \right\} \quad (4-15)$$

Как и в предыдущем случае, после определения фазных напряжений находятся все другие данные цепи.

Схему соединения фаз приемника треугольником можно преобразовать в схему соединения звездой и обратно, поэтому



к двум рассмотренным случаям можно привести расчет для любой схемы.

В ряде случаев употребляют понятие систем *прямого и обратного следования фаз*, считая системой прямого следования фаз такую, в которой чередование фаз напряжений происходит в условленном направлении. С этим направлением можно связать направление вращения двигателя, который вращается в условленном положительном (прямом) направлении. При переключении двух фаз источника энергии изменяется на обратный порядок чередования фаз приемника и двигатель будет вращаться в обратную сторону. Такое определение систем прямого и обратного чередования фаз является локальным.

В электромеханических симметричных системах может возникать несимметрия напряжений, а в ряде случаев необходимо получать несимметричные системы напряжений. Как можно показать, любую несимметричную систему трехфазных напряжений или токов можно считать составленной из трех симметричных систем — прямого, обратного и нулевого следования фаз (одна из систем может и отсутствовать). В прямой симметричной системе порядок чередования фаз совпадает с направлением вращения двигателя, в обратной — порядок чередования обратный, а в нулевой системе напряжения имеют одну и ту же фазу.

Расчет системы определяется решением задачи для всех трех составляющих.

В гл. 15 для примера показано разложение двухфазной несимметричной системы напряжений на две симметричные системы — прямую и обратную.

#### **4-5. Преобразования однофазных и трехфазных систем**

В ряде случаев необходимо преобразовывать системы переменного тока с одним числом фаз в системы с другим числом фаз, а также выполнять другие преобразования. Преобразование уравновешенных систем в уравновешенные или неуравновешенных в неуравновешенные производится относительно просто. При преобразовании неуравновешенной системы в уравновешенную или обратно в систему вводятся конденсаторы или катушки индуктивности, либо то и другое. В течение отрезков времени, когда мощность системы превышает среднюю, излишняя мощность запасается в конденсаторе или катушке индуктивности, а при мощности, меньшей средней, возвращается в систему.

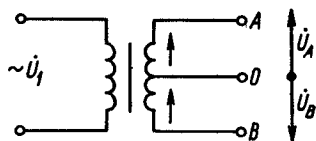


Рис. 4-10. Схема преобразования в двухфазную систему

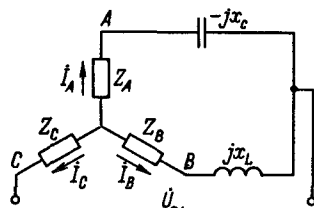


Рис. 4-11. Схема преобразования однофазной системы в уравновешенную трехфазную

Пример схемы преобразования неуравновешенной однофазной системы в неуравновешенную двухфазную показан на рис. 4-10. Вторичная обмотка однофазного трансформатора разделена на две одинаковые половины. В одной половине обмотки ЭДС действует, предположим, от 0 к А, а в другой от В к 0. Если считать положительным направление ЭДС от начала обмотки к концу, то при этом получим двухфазную систему, ЭДС половин обмотки которой сдвинуты по фазе относительно друг друга на угол  $\pi$  (рис. 4-10).

Однофазная система может быть преобразована в уравновешенную. Пример схемы преобразования однофазной системы в трехфазную приведен на рис. 4-11. Добавочные реактивные сопротивления  $x_C$  и  $x_L$  подобраны так, чтобы модули  $Z_A - jx_C$  и  $Z_B + jx_L$  были одинаковы (и равны модулю  $Z_C$ ), а аргументы равны  $-\pi/3$  и  $\pi/3$  соответственно. При этом получим трехфазную симметричную систему токов  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  и  $\dot{I}_C$  и соответствующую им трехфазную симметричную систему напряжений. Преобразование однофазной системы в любую многофазную можно выполнить и при помощи различных электронных и электромеханических устройств. Например, мы можем получить требуемую многофазную систему от многофазного электрического генератора, который приводится от однофазного двигателя. Дефицит и излишек мощности в этом случае покрываются за счет изменений кинетической энергии вращающегося двигателя.

Наибольшее распространение имеют преобразователи трехфазного переменного тока в системы многофазного переменного тока. Многофазные системы с числом фаз шесть, двенадцать и большим числом фаз служат для питания выпрямителей, регулируемых приводов и других целей.

Схема простейшего шестифазного преобразователя дана на рис. 4-12.

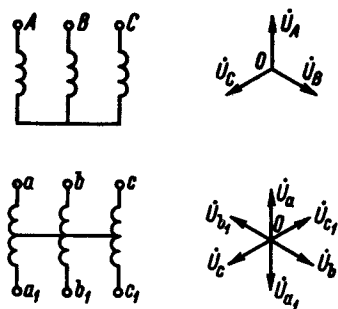


Рис. 4-12. Векторные диаграммы и схема преобразования трехфазной системы в шестифазную

Первичная обмотка трансформатора получает питание от трехфазного источника энергии. У каждой из трех вторичных обмоток имеются выводы из их середин. Выводы от середин вторичных обмоток соединяются вместе. В целом на стороне вторичных обмоток получаем шестифазную симметричную систему напряжений, образующих шестилучевую звезду и сдвинутых относительно друг друга на угол  $\pi/3$  (рис. 4-12). Для получения систем с большим числом фаз следует вводить добавочные ЭДС, обеспечивающие требуемые сдвиги фазных напряжений.

Путем преобразования могут быть получены и другие системы, например система из двух напряжений, сдвинутых относительно друг друга на угол  $\pi/2$ .

#### 4-6. Вращающееся магнитное поле

Важнейшим свойством многофазных систем является возможность получения вращающегося магнитного поля. Рассмотрим магнитное поле, образующееся в расточке статора электрической машины при питании обмотки от источника энергии переменного тока.

Поместим в пазах, выштампованных в тонких кольцевых листах стали, собранных в пакеты, обмотку из изолированного провода. В расточке неподвижного кольцевого *статора* поместим с зазором набранный из листов стали цилиндрический *ротор*. На рис. 4-13, *a* изображены сечения восьми проводников обмотки, образующих четыре катушки (соединения в лобовых частях обмотки на рисунке не показаны).

При протекании в проводниках тока создается магнитное поле, линии которого показаны для некоторого момента времени.

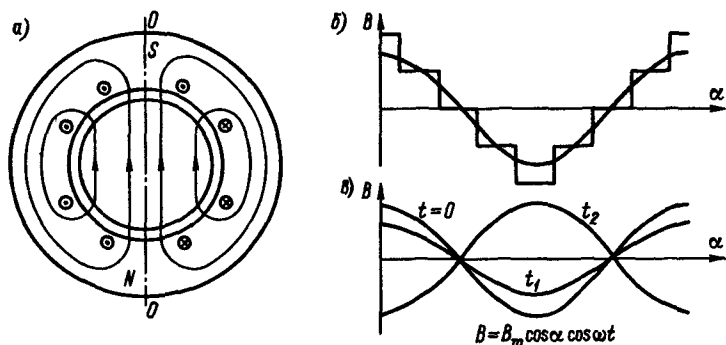


Рис. 4-13. Однофазное пульсирующее поле: *a* – магнитное поле в статоре; *б* – распределение магнитного поля по окружности статора; *в* – пульсирующее поле

Кривая распределения МДС по развернутой окружности статора, когда линии магнитного поля идут в зазоре снизу вверх и можно пренебречь магнитным сопротивлением участков пути в стали, имеет ступенчатый вид (рис. 4-13, б). МДС и пропорциональная ей магнитная индукция пульсирующего магнитного поля изменяются с частотой переменного тока от максимального значения в одном направлении до максимального – в другом (рис. 4-13, б). В ступенчатой кривой МДС магнитной индукции можно выделить первую гармоническую, которая приблизительно воспроизводит кривую магнитной индукции (рис. 4-13, в). Эта кривая будет мало отличаться от действительной при достаточно большом числе катушек. В дальнейшем будем рассматривать только магнитные поля, синусоидально распределенные по окружности статора. Для поля, имеющего амплитудное значение индукции  $B_m$ , пульсирующего с частотой  $\omega$  и синусоидально распределенного по окружности статора, можно написать выражение, определяющее значение магнитной индукции в зависимости от времени и расположения рассматриваемой точки:

$$B = B_m \cos \alpha \cos \omega t, \quad (4-16)$$

где  $\alpha$  – угловая координата, отсчитываемая от оси  $00$  (рис. 4-13, а).

Поместим в пазы статора три однофазные обмотки с началами  $A$ ,  $B$  и  $C$  и сдвинутые относительно друг друга на углы  $2\pi/3$  (рис. 4-14, а). Начало отсчета углов будем вести от середины катушки с началом  $A$ . В некоторый момент времени  $t = 0$  амплитуда магнитной индукции в середине катушки  $A$  будет

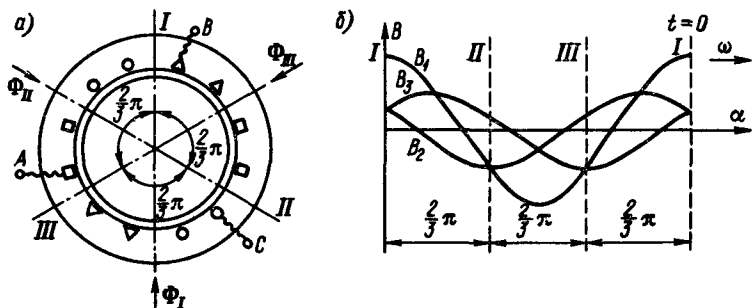


Рис. 4-14. Вращающееся поле в трехфазном статоре: а – эскиз статора с обмоткой; б – кривые распределения магнитного поля по фазам

$B_1 = B_m$ . Катушка  $B$  расположена относительно  $A$  под углом  $2\pi/3$ , а катушка  $C$  – под углом  $4\pi/3$  (в положительном направлении – отсчет углов ведется по часовой стрелке). Токи в катушках  $B$  и  $C$  отстают по фазе от тока в катушке  $A$  на углы  $2\pi/3$  и  $4\pi/3$ . При питании обмотки трехфазным переменным током создаются три магнитных поля с индукциями  $B_1, B_2$  и  $B_3$ , имеющие порядок чередования фаз  $A-B-C$ . Определим сумму трех магнитных полей с индукциями  $B_1, B_2$  и  $B_3$  в точке  $\alpha$ :

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = B_m \cos \alpha \cos \omega t + B_m \cos \left( \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) \times \\ \times \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + B_m \cos \left( \alpha - \frac{4\pi}{3} \right) \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Заменяя произведения косинусов полусуммами косинусов сумм и разностей аргументов, получим

$$B = \frac{B_m}{2} \left[ 3 \cos (\omega t - \alpha) + \cos (\omega t + \alpha) + \right. \\ \left. + \cos \left( \omega t + \alpha - \frac{4\pi}{3} \right) + \cos \left( \omega t + \alpha - \frac{8\pi}{3} \right) \right].$$

Учитывая, что три последних члена в сумме равны нулю, имеем

$$B = \frac{3}{2} B_m \cos (\omega t - \alpha). \quad (4-17)$$

При рассмотрении перемещения по окружности статора точки, имеющей неизменную магнитную индукцию, т. е. сохраняющей некоторый фазовый угол  $\psi_0$  кривой поля, имеем

$$\psi_0 = \omega t - \alpha = \text{const} \text{ и } \alpha = \omega t - \psi_0. \quad (4-18)$$

Координата  $\alpha$  будет увеличиваться со временем, т. е. магнитное поле будет равномерно вращаться в направлении чередования фаз.

Таким образом, полученное выражение (4-17) определяет *вращающееся магнитное поле, которое имеет неизменное распределение по окружности статора, неизменную амплитуду индукции и вращается с частотой вращения  $\omega$  в направлении чередования токов по фазам.*

Для изменения направления вращения поля необходимо изменить порядок чередования фаз, для чего достаточно переключить две фазы обмотки статора.

Можно просто, но не строго показать, как создается вращающееся поле, исходя из простых соображений.

Индукция магнитного поля по оси фазовой обмотки достигает максимальных значений, когда ток этой фазы имеет амплитудные значения. Амплитудные значения в фазах чередуются в заданном порядке, что и определяет вращение поля. Амплитудное значение индукции магнитного поля складывается из амплитуды индукции рассматриваемой фазы  $B_m$  и значений индукций двух других фаз. Учитывая их амплитуду в рассматриваемый момент времени  $B_m \sin \frac{\pi}{6}$  и сдвиг в пространстве, имеем

$$B = B_m + 2B_m \sin^2 \frac{\pi}{6} = \frac{3}{2} B_m.$$

## Глава 5. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

### 5-1. Основные понятия о переходных процессах и их исследовании

Процессы в электрических цепях постоянного и переменного тока в установившемся состоянии были нами рассмотрены в предшествующих главах. Эти *установившиеся режимы* характеризуются тем, что токи в ветвях и напряжения на участках цепи или остаются неизменными, или изменяются по одному и тому же закону в течение сколь угодно длительного времени. Процессы в цепях в этих случаях описываются при помощи алгебраических уравнений, решение которых определяет значения токов и напряжений. Эти режимы цепей называют также *вынужденными*.

Любая электрическая цепь может иметь множество различных состояний: выключенное состояние и состояния при различных токах и приложенных напряжениях.

Электрическая цепь, находящаяся в некотором состоянии, может перейти в другое состояние, например из выключенного состояния во включенное. Процесс перехода электрической цепи из одного режима в другой называется *переходным процессом*. Переходные процессы имеют место во всех случаях перехода материальных систем из одного состояния в другое. Например: процесс перехода материального тела из состояния покоя в состояние движения; пуск электродвигателя, заключающийся в переводе двигателя из состояния покоя в состояние равномерного вращения.

Задачей изложения основных понятий о переходных процессах является исследование этих процессов и выяснение физических представлений о них. Для исследования процессов широко применяются классический метод решения дифференциальных уравнений, описывающих процессы, и операторные методы, реже — частотные, а также векторно-матричные методы (см. § 1-6), особенно удобные для расчетов на цифровых вычислительных машинах.

Сведения об этих методах даются в курсах математики; методы нашли широкое применение в электротехнике и теории автоматического управления. Подобно тому как в механике движение материальных тел описывается при помощи дифференциальных или интегродифференциальных уравнений, а статическое состояние — при помощи алгебраических уравнений,

в электротехнике этими уравнениями описываются переходные и установившиеся процессы.

**Классический метод решения уравнений.** Рассмотрим для примера цепь, состоящую из резистора и катушки индуктивности  $L$ ; общее сопротивление цепи  $r$ . Цепь включается на напряжение постоянного тока  $U$  (рис. 5-1). По второму закону Кирхгофа сумма ЭДС, состоящая из напряжения  $U$  и ЭДС самоиндукции  $e_L = -L(di/dt)$ , будет равна падению напряжения  $ir$ . Следовательно,  $U + e_L = ir$  или

$$ir + L \frac{di}{dt} = U. \quad (5-1)$$

При рассмотрении переходных процессов будем обозначать изменяющиеся напряжения и токи малыми буквами, как и мгновенные значения переменных токов и напряжений.

На основании закона Ома ток цепи определится из уравнения  $ir = U$  и  $i = U/r = \text{const}$ . Но этот ток будет током установившегося режима (вынужденным током), который установится по истечении некоторого времени после включения цепи. Когда ток установится, ЭДС самоиндукции  $e_L$  будет равна нулю. Этот установившийся ток определяется частным решением  $i_{\text{ч}} = U/r$  уравнения (5-1) при  $di/dt = 0$ .

Полученное выражение  $i_{\text{ч}}$  не дает ответа на вопрос, как будет изменяться ток от момента включения цепи (рис. 5-1) до момента установления тока. Для того чтобы найти выражение для тока в течение времени переходного процесса, следует решить уравнение (5-1). Решение дифференциального уравнения состоит из частного решения, которое мы нашли, и общего решения однородного уравнения — уравнения (5-1) с правой частью, равной нулю. Общее решение определяет *свободный ток*  $i_{\text{св}}$ , который имеет место в течение времени протекания процесса. Следовательно, ток цепи

$$i = i_{\text{ч}} + i_{\text{св}}.$$

Оба тока в общем случае являются функциями времени.

Уравнение (5-1) можно решить и путем разделения переменных, не вводя понятий о частном и общем решениях.

**Операторный метод и передаточные функции.** В операторном методе находим изображение исследуемой величины путем простых алгебраических операций с уравнением в операторном виде. По операторному изображению с помощью формул разложения определяем оригинал функции — выражение исследуемой величины.

Рассмотрим операторное изображение по Лапласу функции времени  $f(t)$ :



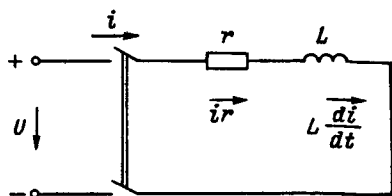


Рис. 5-1. Схема цепи с резистором и катушкой индуктивности

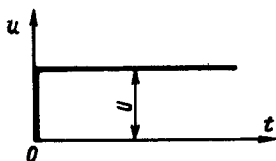


Рис. 5-2. Ступенчатая функция времени

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt;$$

при этом параметр  $p$  выбран так, чтобы  $f(t)e^{-pt}|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$ .

Полученное изображение будет функцией только параметра  $p$ .

Определим изображения некоторых функций времени.

При включении цепи на неизменное напряжение  $U$  происходит скачкообразное изменение напряжения от 0 до  $U$  при  $t=0$ . Такая функция времени называется *ступенчатой* (рис. 5-2). Изображение этой функции

$$U(p) = \int_0^{\infty} U e^{-pt} dt = -\frac{U}{p} e^{-pt} \Big|_0^{\infty}.$$

Учитывая, что

$$e^{-pt} \Big|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \text{ а } e^{-pt} \Big|_{t \rightarrow 0} \rightarrow 1,$$

получим  $U(p) = U/p$ .

Для экспоненциальной функции времени  $f(t) = e^{-p_k t}$ , где  $p_k$  — любое положительное число, получим

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-p_k t} e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(p_k + p)t} dt = -\frac{1}{p + p_k} e^{-pt} \Big|_0^{\infty},$$

откуда

$$F(p) = \frac{1}{p + p_k}.$$

В справочной литературе по математике и ряду дисциплин приводятся выражения функций, для которых можно определить операторные изображения. Заметим, что независимыми переменными могут быть любые величины, не только время.

Изображения производных и интегралов функций  $f(t)$ , изображения которых имеют вид  $F(p)$ , при нулевых начальных условиях определяются как  $\mathcal{L}[f'(t)] = pF(p)$ ;  $\mathcal{L}[f''(t)] = p^2 F(p)$  и т. д.;  $\mathcal{L}[\int f(t) dt] = F(p)/p$ ;  $\mathcal{L}[\int dt \int f(t) dt] = F(p)/p^2$  и т. д.

В этих выражениях  $\mathcal{L}[f'(t)]$ , например, определяет изображение по Лапласу  $f'(t)$ .

Уравнение (5-1) в операторном виде переписывается так:

$$ri(p) + Lpi(p) = U/p.$$

Из этого уравнения определяется операторное изображение тока цепи (см. рис. 5-1):

$$i(p) = \frac{U}{p(r + Lp)}. \quad (5-2)$$

Для полученного операторного изображения искомой функции по формулам разложения находим ее выражение — оригинал. В дальнейшем изложении рассмотрим применение метода.

Если рассматривать в качестве входной величины напряжение  $U$ , а в качестве выходной — ток  $i$ , то отношение их изображений будет являться *передаточной функцией*

$$H(p) = \frac{i(p)}{U(p)} = \frac{1}{r + Lp}. \quad (5-3)$$

Передаточные функции очень широко используются при исследовании процессов в системах. Как можно показать, из передаточной функции получаем амплитудно-фазовую характеристику цепи путем замены параметра  $p$  на  $j\omega$ :

$$H(j\omega) = \frac{1}{r + j\omega L}.$$

По амплитудно-фазовой характеристике определяются и другие частотные характеристики (см. § 2-11).

**Законы коммутации и начальные условия.** При исследовании процессов очень важное значение имеет определение начальных условий. Начальные условия для решения уравнений наиболее просто находятся из энергетических соображений.

Катушки индуктивности и конденсаторы в цепи обладают свойством запасать энергию, а при изменениях состояния цепи запас энергии в этих элементах изменяется. Энергия не может измениться на конечную величину в течение бесконечно малого промежутка времени, так как при этом мощность была бы бесконечно велика. Поэтому токи в катушках индуктивности и напряжения на конденсаторах, а следовательно, и начальные условия в самом начале процесса будут такими же, как и до начала процесса. Этим определяются *законы коммутации*.

По первому закону коммутации ток в цепи с катушкой индуктивности не может измениться скачком на конечную величину, так как при скачке тока ЭДС самоиндукции —  $L(di/dt)$  и мощность цепи были бы бесконечно велики.

По второму закону коммутации не может измениться скачком напряжение на конденсаторе, так как при этом ток цепи

$i = C(du_C/dt)$  и мощность также были бы бесконечно велики.

Отметим, что начальные условия определяются для момента времени, непосредственно следующего за началом процесса.

Для схемы на рис. 5-1 напряжение на зажимах цепи при отключенном рубильнике отсутствует, а после включения увеличивается скачком до  $U$ . Ток цепи и энергия магнитного поля до включения рубильника были равны нулю; следовательно, и в момент времени после включения ток останется равным нулю. Поэтому начальными условиями здесь являются  $U(0) = U$  и  $i(0) = 0$ .

В некоторых случаях для исследования процессов используются и частотные методы, основанные на представлении напряжений и токов, изменяющихся во времени по какому-либо закону, в виде дискретных или непрерывных гармонических функций; могут применяться графические и графо-аналитические методы.

## 5-2. Включение цепи с катушкой индуктивности и резистором на напряжение постоянного тока

Задачей исследования в данном случае является определение выражения для тока в течение времени переходного процесса от включения рубильника до установления тока в цепи (см. рис. 5-1). Частное решение уравнения (5-1), определяющее установившийся ток цепи, было найдено в виде  $i_y = i_q = U/r$ .

Общим решением однородного уравнения

$$i_{cb}r + L \frac{di_{cb}}{dt} = 0,$$

как известно, является выражение

$$i_{cb} = Ae^{\alpha t},$$

где  $e$  — основание натуральных логарифмов;  $A$  — произвольная постоянная и  $\alpha = -r/L$  — корень характеристического бинома  $r + \alpha L = 0$ .

Обозначим  $\tau = L/r$  и назовем эту величину электромагнитной постоянной времени. Размерность  $\tau = [L/r] = [\text{Ом} \cdot \text{с}/\text{Ом}] = [\text{с}]$ .

Переходный ток

$$i = i_q + i_{cb} = U/r + Ae^{-t/\tau}.$$

Произвольная постоянная  $A$  определится из начального условия — ток в начале процесса равен нулю:

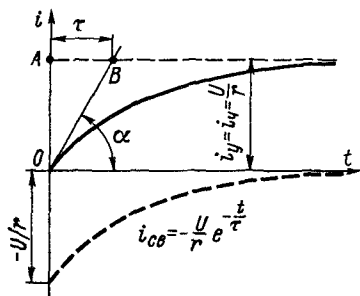


Рис. 5-3. Кривые токов при переходном процессе

$i(0) = i_{\text{ч}}(0) + i_{\text{св}}(0) = U/r + A = 0$ ,  
откуда  $A = -U/r$ .

Окончательно получим выражение для тока:

$$i = i_{\text{ч}} + i_{\text{св}} = \frac{U}{r} - \frac{U}{r} e^{-t/\tau} = \frac{U}{r} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (5.4)$$

Вынужденный ток, т. е. установившийся ток, определяется частным решением уравнения и является неизменным током (штриховая прямая на рис. 5-3). Свободный ток убывает по показательному или, как часто говорят, экспоненциальному закону

$$i_{\text{св}} = -\frac{U}{r} e^{-t/\tau}$$

(штриховая кривая на рис. 5-3). Ток в цепи в течение переходного процесса  $i = i_{\text{ч}} + i_{\text{св}}$  возрастает от  $i = 0$  при  $t = 0$  до  $i = U/r$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Рассмотрим более подробно процесс изменения тока в течение переходного процесса.

При  $t = \tau$  ток  $i = \frac{U}{r} (1 - e^{-1})$ ; при  $t = 2\tau$  ток  $i = \frac{U}{r} (1 - e^{-2})$  и т. д.

Ток  $i$  в различные моменты времени  $t$  имеет следующие значения:

$t$	0	$\tau$	$2\tau$	$3\tau$	$4\tau$	$5\tau$
$i$	0	$0,632 i_y$	$0,865 i_y$	$0,95 i_y$	$0,982 i_y$	$0,993 i_y$

Из приведенной таблицы следует, что электромагнитная постоянная времени численно равна времени, в течение которого ток достигает  $0,632$  установившегося значения. Теоретически ток цепи будет равен установившемуся, когда  $e^{-t/\tau} = 0$ , а зна-

чит, выражение в скобках (5-4) будет равно 1, т. е. при  $t \rightarrow \infty$ . Практически ток достигает установившегося значения по истечении времени  $t = (3...4)\tau$ , когда он отличается от этого значения на 5 – 1,8%.

Электромагнитная постоянная времени  $\tau = L/r$  является мерой инерционности цепи: чем больше индуктивность  $L$  и меньше сопротивление  $r$  цепи, тем медленнее изменяется ток цепи.

Любая цепь обладает некоторой индуктивностью, поэтому для каждой цепи можно определить значение электромагнитной постоянной. Эта постоянная может быть равной от долей микросекунды – для цепей без сосредоточенных индуктивностей до секунд – для обмоток магнитных полюсов крупных электрических машин. Электромагнитную постоянную можно определить разными путями. Укажем еще один способ определения этой постоянной.

Проведем касательную к кривой изменения тока в начальной точке  $t = 0$  (рис. 5-3). Тангенс угла  $\alpha$  наклона касательной пропорционален производной тока:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{U}{r} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \Big|_{t=0} = \frac{i_y}{\tau}.$$

Из рис. 5-3 определяем, что  $\operatorname{tg} \alpha = i_y/\tau = OA/AB$ , но отрезок  $OA$  в масштабе тока равен  $i_y$ , поэтому отрезок  $AB$  в масштабе времени дает значение постоянной времени  $\tau$ .

Как было указано в § 5-1, выражение для переходного тока может быть получено и путем интегрирования дифференциального уравнения с разделенными переменными.

Разделяя в уравнении (5-1) переменные  $i$  и  $t$ , получим

$$\frac{di}{U/r - i} = \frac{r}{L} dt.$$

Учтем, что если напряжение неизменно, то  $di = -d(U/r - i)$ ; поэтому

$$\frac{d(U/r - i)}{U/r - i} = -\frac{dt}{\tau}.$$

Интегрируя обе части уравнения, получим

$$\ln(U/r - i) = -t/\tau + C$$

или

$$U/r - i = e^{-t/\tau} e^C = A e^{-t/\tau}.$$

При  $t = 0$  ток  $i = 0$ , следовательно,  $A = U/r$ .

Окончательно

$$i = \frac{U}{r} (1 - e^{-t/\tau}).$$

Мы получили такое же решение уравнения (5-1), как и раньше.

### 5.3. Выключение катушки индуктивности

При отключении от источника питания постоянного тока цепи со значительной индуктивностью  $L$ , например обмотки возбуждения электрической машины постоянного тока, вследствие быстрого уменьшения тока в цепи индуктируется значительная ЭДС самоиндукции, действующая в сторону поддержания тока. В результате этого между расходящимися контактами выключателя возникает электрическая дуга, которая может быть достаточно мощной и вызвать оплавление контактов. Поэтому мощные выключающие аппараты обычно снабжаются специальными дугогасящими устройствами, обеспечивающими ускоренное гашение дуги. Кроме того, значительная ЭДС, индуктированная при отключении цепи, может вызвать повреждение изоляции проводов катушки и последующий пробой изоляции. Поэтому при отключении цепей со значительной индуктивностью параллельно отключаемой цепи включают разрядные резисторы, что существенно уменьшает ЭДС самоиндукции при отключении.

Применяют различные схемы включения разрядного резистора, примеры их показаны на рис. 5-4. На схеме рис. 5-4, *a* при отключении цепи контактом выключателя  $S$  включается разрядный резистор  $r_p$ ; при включении цепи этот разрядный резистор размыкается. На схеме рис. 5-4, *б* параллельно цепи постоянно включен разрядный резистор. В разрядном резисторе имеют место потери энергии при включенной цепи, что является недостатком этой простой схемы. Параллельно цепи включают также полупроводниковые диоды с тем, чтобы при отключении цепи через них протекал ток в проводящем направлении.

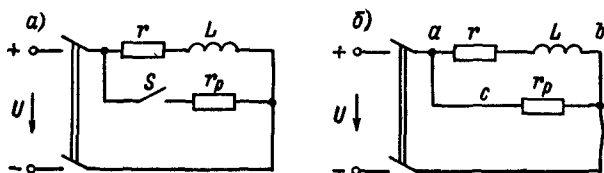
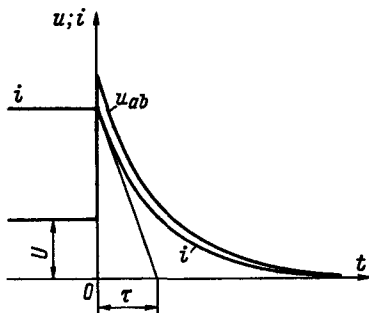


Рис. 5-4. Схемы включения разрядных резисторов: *a* — включение резистора при отключении цепи; *б* — постоянно включенный резистор

Рис. 5-5. Кривые тока и напряжения на зажимах катушки индуктивности при отключении цепи с разрядным резистором



Для схемы рис. 5-4, б, например, в идеальном случае мгновенного отключения цепи на основании второго закона Кирхгофа для контура *abc* составим уравнение

$$i(r + r_p) = -L \frac{di}{dt} \quad \text{или} \quad L \frac{di}{dt} + i(r + r_p) = 0. \quad (5-5)$$

Общее решение однородного уравнения

$$i = Ae^{-t/\tau},$$

где  $\tau = L/(r + r_p)$  — электромагнитная постоянная времени.

По первому закону коммутации ток цепи в момент времени непосредственно после отключения равен  $i(0) = Ae^0 = A = U/r_3$ . Следовательно, выражение для тока имеет вид

$$i = \frac{U}{r_3} e^{-t/\tau}; \quad r_3 = \frac{r r_p}{r + r_p}. \quad (5-6)$$

После отключения ток убывает по экспоненциальному закону. Напряжение на зажимах цепи *ab*

$$u_{ab} = i r_p = \frac{r_p}{r_3} U e^{-t/\tau}. \quad (5-7)$$

Напряжение на зажимах цепи вначале повышается до значения  $U r_p / r_3$ , а затем экспоненциально убывает. Кривые изменения тока и напряжения даны на рис. 5-5. Практически из-за наличия дуги между расходящимися контактами выключателя начальный пик напряжения будет несколько уменьшен. Для того чтобы начальный всплеск напряжения при отключении не превосходил 8–10-кратного напряжения питания, кратность сопротивления разрядного резистора  $r_p/r$  берется обычно не больше 7–9. Как и на рис. 5-3, касательная к начальной части кривой тока *i* или напряжения *u* отсекает на оси абсцисс отрезок, равный в масштабе времени электромагнитной постоянной  $\tau$ .

#### 5-4. Заряд и разряд конденсатора

**Заряд конденсатора.** В процессе заряда обкладкам конденсатора сообщаются равные по значению, но разные по знаку электрические заряды; между обкладками возникает электрическое поле. При появлении электрического поля в пространстве между обкладками запасается некоторое количество энергии электрического поля.

Предположим, что цепь, состоящая из незаряженного конденсатора емкостью  $C$  и последовательно соединенного с ним резистивного элемента  $r$ , включается на неизменное напряжение (рис. 5-6, *a*). Заметим, что всегда следует считаться с наличием некоторого сопротивления в цепи конденсаторов, даже если отсутствует добавочное сопротивление, так как соединительные провода обладают сопротивлением и сам конденсатор имеет потери.

При включении конденсатора в цепи начинает протекать ток  $i$ , ограниченный вначале только сопротивлением цепи. По мере накопления заряда на обкладках конденсатора увеличивается напряжение между обкладками  $u_C$ , и вследствие этого уменьшается зарядный ток в цепи, определяющийся выражением

$$i = \frac{U - u_C}{r},$$

где  $U$  — напряжение цепи;  $r$  — сопротивление цепи.

Следовательно, заряд конденсатора происходит при уменьшении зарядного тока. По мере заряда увеличиваются напряжение на зажимах конденсатора и энергия электрического поля.

Можно считать, что по истечении достаточно длительного промежутка времени напряжение на обкладках будет практически равно напряжению цепи и зарядный ток будет равен нулю — процесс закончится.

Как и в других переходных процессах, при заряде требуется некоторое время для его завершения, в течение которого происходит накопление энергии электрического поля.

Составим дифференциальное уравнение, описывающее протекание процесса. В соответствии со вторым законом Кирхгофа следует считать, что неизменное напряжение на зажимах цепи равно сумме напряжения  $ir$  на зажимах резистора и напряжения  $u_C$  на зажимах конденсатора:  $U = ir + u_C$ .

Напишем уравнение в операторном виде, учитывая, что неизменное напряжение на зажимах цепи  $U$  имеет операторное изображение



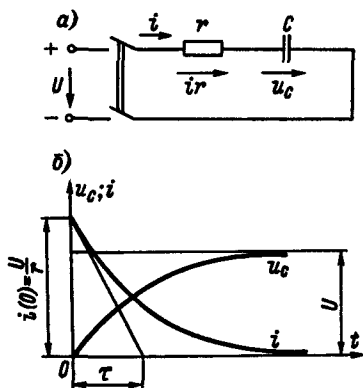


Рис. 5-6. Заряд конденсатора: а — схема включения; б — кривые тока и напряжения

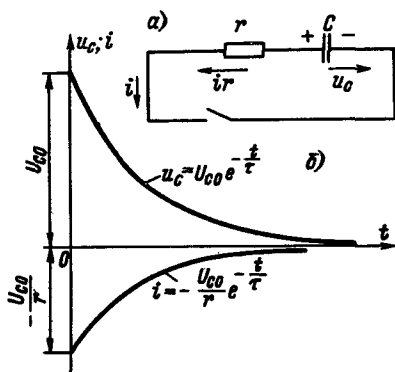


Рис. 5-7. Разряд конденсатора: а — схема цепи; б — кривые тока и напряжения

$U/p$ , а ток  $i = C \frac{du_C}{dt}$  — операторное изображение  $Cpu_C(p)$ :

$$U/p = rCpu_C(p) + u_C(p). \quad (5-8)$$

Величина  $rC$  измеряется в единицах времени и является постоянной времени цепи. Из выражения (5-8) определим изображение напряжения на конденсаторе  $u_C(p)$  (здесь  $u_C = 0$  при  $t = 0$ ) и передаточную функцию  $H(p)$ :

$$u_C(p) = \frac{U}{p(1 + \tau p)} \quad \text{и} \quad H(p) = \frac{u_C(p)}{U(p)} = \frac{1}{1 + \tau p}. \quad (5-9)$$

Выражения для оригиналов функций, соответствующих различным изображениям, приводятся в справочниках по операторному методу. Для выражений (5-9) с одним нулевым корнем в знаменателе вида  $F(p) = \frac{P(p)}{pG(p)}$ , где  $P(p)$  и  $G(p)$  — степенные полиномы параметра  $p$ , оригинал функции  $f(t)$  в соответствии с формулой разложения будет

$$f(t) = \frac{P(0)}{G(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{P(p_k)}{p_k G'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (5-10)$$

где  $P(0)$  и  $G(0)$  — значения полиномов при  $p = 0$ ;  $p_k$  — корни полинома  $G(p)$   $n$ -й степени;  $P(p_k)$  — значения полинома  $P(p)$  при  $p = p_k$ ;  $G'(p_k)$  — значение производной полинома  $G(p)$  по параметру  $p$  при  $p = p_k$ .

Применим это выражение для нахождения напряжения  $u_C$ . Учтем,

что  $P(0)/G(0) = U$ ; двучлен  $G(p) = 1 + \tau p$  имеет корень:

$$p_1 = -\frac{1}{\tau}; \quad P(p_1) = U \quad \text{и} \quad G'(p_1) = \left. \frac{dG(p)}{dp} \right|_{p=p_1} = \tau.$$

Исходя из этого, получим выражение для  $u_C$ :

$$u_C = \frac{P(0)}{G(0)} + \frac{P(p_1)}{p_1 G'(p_1)} e^{p_1 t} = U - U e^{-t/\tau} = U(1 - e^{-t/\tau}); \quad (5-11)$$

ток цепи определится как

$$i = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{U}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{U}{r} e^{-t/\tau}. \quad (5-12)$$

Ток цепи убывает, а напряжение на зажимах конденсатора возрастает экспоненциально. Кривые напряжения и тока приведены на рис. 5-6, б. Теоретически процесс заканчивается по истечении бесконечно длительного времени, практически его можно считать закончившимся по истечении времени  $t = (3 \dots 4)\tau$ ; определение постоянной времени было дано ранее (см. § 5-2). Здесь было показано, как при помощи операторного метода исследуется процесс в цепи. В дальнейшем преимущественно будем пользоваться более наглядными классическими методами.

**Разряд конденсатора.** Если замкнуть цепь, содержащую заряженный до напряжения  $U_{C0}$  конденсатор и резистивный элемент, при общем сопротивлении  $r$  (рис. 5-7, а), то в ней будет протекать разрядный ток  $i$ . Протекание разрядного тока будет обуславливать уменьшение заряда конденсатора и напряжения на его зажимах. Следовательно, процесс разряда проходит при постепенно уменьшающихся напряжениях на зажимах и разрядном токе. При разряде конденсатора запасенная энергия электрического поля переходит в электрическую и рассеивается как тепловая в резистивном элементе  $r$ .

Для цепи на рис. 5-7, а можно составить уравнение  $u_C + ir = 0$ . Преобразовывая это уравнение, получим

$$\int i dt + ir = 0 \quad \text{или} \quad r \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

Решение этого уравнения находится подобно решению уравнения (5-5):

$$i = A e^{-t/\tau}.$$

Для момента времени начала процесса  $t = 0$  напряжение на обкладках конденсатора равно  $U_{C0}$  и начальный ток  $i(0) = A = -U_{C0}/r$ .

Окончательно выражение для разрядного тока получим в виде

$$i = -\frac{U_{C0}}{r} e^{-t/\tau}. \quad (5-13)$$

Напряжение на зажимах конденсатора

$$u_C = -ir = U_{C0} e^{-t/\tau}. \quad (5-14)$$

На рис. 5-7, б даны кривые изменения разрядного тока и напряжения на зажимах конденсатора. Как следует из приведенных выражений, разрядный ток и напряжение конденсатора убывают по экспоненциальному закону, начиная от значений  $-U_{C0}/r$  и  $U_{C0}$  соответственно. В выражении (5-13) разрядный ток получился отрицательным. Это соответствует тому, что разрядный ток протекает в направлении, обратном зарядному току, протекавшему согласно действию напряжения в схеме рис. 5-6, а и принятому нами положительным [см. выражение (5-12)].

В отношении времени разряда конденсатора и определения постоянных времени следует учитывать замечания, сделанные при рассмотрении заряда конденсатора.

### 5-5. Разряд конденсатора в нелинейной цепи

Исследование переходных процессов в цепях, содержащих нелинейные элементы, например нелинейные резисторы, не может быть выполнено как для линейных цепей, когда для описания процесса служило одно линейное уравнение. Исследование процессов в нелинейных цепях является одной из наиболее сложных задач, для этой цели могут применяться различные методы. Одним из них является исследование протекания процесса для отдельных отрезков времени, в течение которых можно считать, что параметры цепи неизменны или примерно неизменны.

Рассмотрим для примера цепь (рис. 5-8), в которой на напряжение постоянного тока последовательно с резистором  $r$  включены соединенные параллельно друг с другом конденсатор  $C$  и лампа тлеющего разряда  $HL$ , например неоновая. При малых напряжениях через неоновую лампу протекает очень небольшой ток и ее сопротивление велико. Если повышать напряжение, то при некотором его значении  $U_2$  в лампе возникает ионизация, которая сопровождается свечением, ток в лампе резко возрастает и ее сопротивление уменьшается. В начале процесса ионизации ток через лампу  $i_1 = i_2$ , а напряжение  $U$

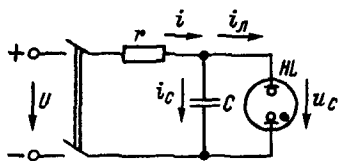


Рис. 5-8. Схема цепи с нелинейным элементом

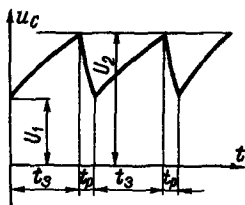
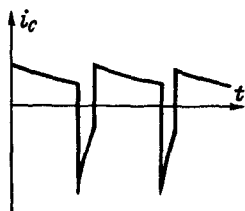


Рис. 5-9. Кривые тока и напряжения конденсатора при релаксационных колебаниях



равно сумме напряжения на лампе  $u_l = U_2$ , которое определяется характеристикой лампы, и напряжения на резисторе  $i r$ . В процессе разряда конденсатора уменьшаются разрядный ток конденсатора и напряжение на его зажимах. Когда напряжение конденсатора уменьшится до  $U_1$  и ток через лампу — до  $i_1$ , прекратятся разряд конденсатора и свечение лампы. После этого конденсатор начнет снова заряжаться и после достижения напряжением значения  $U_2$  (рис. 5-9) снова начнет разряжаться, затем снова происходит его заряд и т. д. В цепи имеют место *релаксационные колебания*.

Как можно показать, колебания возникают при выполнении некоторых условий:

$$U > U_2 \text{ и } (U - U_2)/i_2 > r > (U - U_1)/i_1.$$

Подобные колебания могут возникать только в нелинейных цепях. Если постоянная времени  $\tau_1 = rC$  достаточно велика, то можно считать, что в начале процесса заряда до уровня  $u_C = U_2$  напряжение возрастает примерно по линейному закону, а процесс разряда при малом сопротивлении лампы  $r_2$  протекает очень быстро. В этом случае кривая напряжения  $u_C = f(t)$  имеет вид пилы, а устройство может служить в качестве простейшего генератора пилообразного напряжения. Кривые напряжения  $u_C$  и тока  $i_C$  конденсатора приведены на рис. 5-9.

Исследование процесса можно производить для двух состояний цепи. Для заряда конденсатора от напряжения  $U_1$  до напряжения  $U_2$ , пренебрегая малым током лампы, получим выражение, подобное (5-11):

$$u_C = U_1 + (U - U_1)(1 - e^{-t/\tau_1}) = U - (U - U_1)e^{-t/\tau_1},$$

где  $\tau_1 = rC$  — постоянная времени при заряде.

Для разряда, считая неизменным сопротивление лампы  $r_n = r_2$  и пренебрегая небольшим током от источника питания, получим выражение, подобное (5-14):

$$u_C = U_2 e^{-t/\tau_2},$$

где  $\tau_2 = r_2 C$ .

Этими выражениями определяется вид кривых на рис. 5-9.

### 5-6. Включение цепи с катушкой индуктивности и резистором на напряжение переменного тока

Рассмотрим процесс при включении цепи с последовательно соединенными катушкой индуктивности  $L$  и резистором; общее сопротивление цепи  $r$  (рис. 5-10). Известно, что по истечении некоторого промежутка времени в цепи будет протекать установившийся переменный ток

$$i = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi), \quad (5-15)$$

где  $U_m$  — амплитудное значение напряжения на зажимах цепи;  $z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$  — полное сопротивление цепи;  $\psi_u$  — начальная фаза напряжения цепи;  $\varphi = \text{arctg}(\omega L/r)$  — угол сдвига по фазе тока относительно напряжения. Это выражение для тока не определяет процесса перехода цепи от выключенного состояния к состоянию при установившемся переменном токе. Процесс должен быть определен путем решения дифференциального уравнения для данной цепи.

По второму закону Кирхгофа можно написать уравнение, подобное уравнению (5-1), с тем отличием, что в правой части уравнения будет мгновенное значение напряжения на зажимах цепи:

$$ir + L \frac{di}{dt} = u = U_m \sin(\omega t + \psi_u). \quad (5-16)$$

Частное решение этого уравнения определяет известное нам выражение (5-15) для установившегося переменного тока, так как при подстановке выражения для тока (5-15) в уравнение (5-16) получаем тождество.

Для нахождения свободного тока следует решить уравнение (5-16) без правой части:

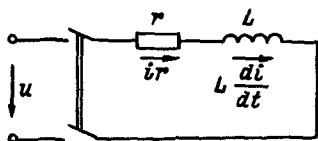


Рис. 5-10. Включение цепи с резистором и катушкой индуктивности на напряжение переменного тока

$$i_{\text{св}} r + L \frac{di_{\text{св}}}{dt} = 0.$$

Решение этого однородного уравнения, как было показано раньше, имеет вид

$$i_{\text{св}} = A e^{-t/\tau},$$

где  $i_{\text{св}}$  — свободный ток процесса;  $\tau = L/r$  — постоянная времени цепи;  $A$  — произвольная постоянная.

Постоянная  $A$  определяется из начального условия: в начальный момент времени, непосредственно следующий за включением рубильника ( $t = 0$ ), энергия магнитного поля и ток цепи равны нулю. Из этого условия

$$i(0) = i_{\text{ч}}(0) + i_{\text{св}}(0) = \frac{U_m}{z} \sin(\psi_u - \varphi) + A = 0,$$

откуда  $A = -\frac{U_m}{z} \sin(\psi_u - \varphi)$ . Поэтому выражение для тока цепи в течение времени переходного процесса, равного сумме токов частного  $i_{\text{ч}}$  и общего  $i_{\text{св}}$  решений однородного уравнения, имеет вид

$$i = i_{\text{ч}} + i_{\text{св}} = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - \frac{U_m}{z} e^{-t/\tau} \sin(\psi_u - \varphi). \quad (5-17)$$

Обратим внимание на то, что  $I_m = U_m/z$  представляет собой амплитуду переменного тока, а  $I_m \sin(\psi_u - \varphi) = I_0$  — значение переменного тока, которое имело бы место в момент времени  $t = 0$ . На основании этого выражение для тока может быть переписано:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - I_0 e^{-t/\tau}. \quad (5-18)$$

Кривые токов переходного процесса даны на рис. 5-11. Ток цепи в течение переходного процесса состоит из двух составляющих: установившегося переменного тока и свободного тока неизменного направления, затухающего по экспоненциальному закону. По истечении некоторого промежутка времени  $t =$

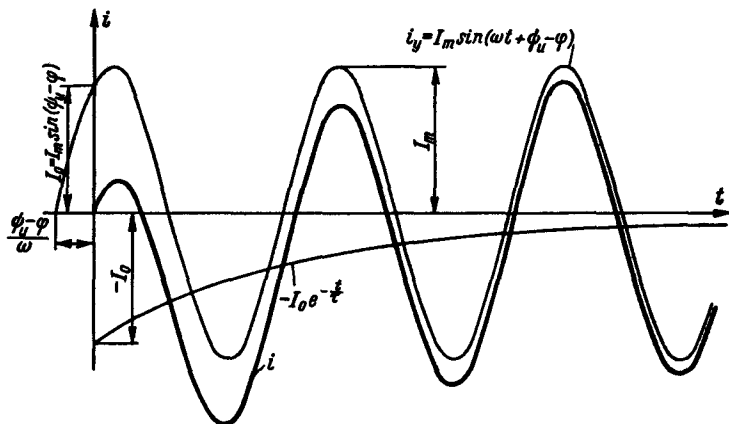


Рис. 5-11. Кривые тока цепи с катушкой индуктивности при включении на напряжение переменного тока

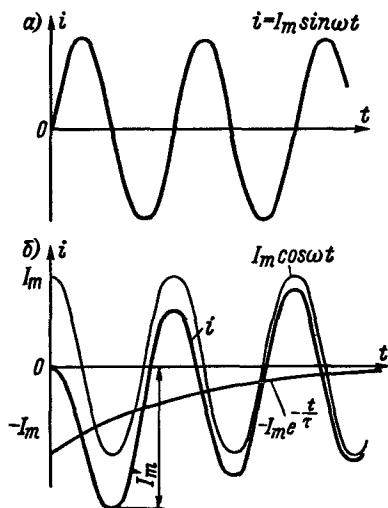


Рис. 5-12. Кривые тока цепи с катушкой индуктивности при включении на напряжение переменного тока: а — при включении в момент прохождения тока через нуль; б — при включении в момент прохождения тока через максимум

= (3...4)τ неизменная составляющая тока практически затухает и ток цепи будет установившимся переменным током.

Полученные результаты можно истолковать физически. Переменный ток в момент времени  $t = 0$  должен быть равен  $I_m \sin(\psi_u - \varphi)$ , но цепь не может мгновенно изменить свое состояние, существовавшее до начала процесса, когда ток, магнитный поток и энергия поля были равны нулю. Поэтому появляется составляющая тока  $-I_m \sin(\psi_u - \varphi)$ , дополняющая ток цепи так, что вначале переходный ток равен нулю. Эта составляющая тока и связанная с ее наличием энергия затухают во времени.

Обратим внимание на то, что в этом случае наибольший ток цепи при переходном процессе больше амплитуды переменного тока и его значение зависит от того, в какой момент времени будет включен рубильник. Рассмотрим два крайних случая включения цепи: включение цепи в момент времени прохождения переменного тока через нуль ( $\psi_u - \varphi = 0, \pi, 2\pi$  и т. д.) и в момент времени прохождения тока через амплитудное значение ( $\psi_u - \varphi = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$  и т. д.).

В первом случае  $I_0 = 0$  и ток цепи сразу устанавливается как переменный с начальным значением  $i(0) = 0$  (рис. 5-12, а):

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (5-19)$$

Во втором случае ток  $I_0 = \pm I_m$  и выражение для тока

$$i = I_m \cos \omega t \mp I_m e^{-t/\tau}. \quad (5-20)$$

Как видно из рис. 5-12, б, наибольший ток  $I'_m$  в течение процесса может почти удвоиться (с учетом затухания постоянной составляющей) по сравнению с амплитудным значением переменного тока.

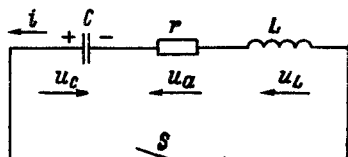
Часто в расчетах принимают, что наибольшее возможное значение тока в течение времени переходного процесса составляет  $I'_m = 1,8I_m$ .

### 5-7. Разряд конденсатора в цепи, содержащей катушку индуктивности

Рассмотрим процесс разряда конденсатора  $C$  в цепи, содержащей линейные элементы — катушку индуктивности  $L$ , резистор и другие элементы с сопротивлением  $r$  (рис. 5-13). Как будет показано, в такой линейной цепи при некоторых условиях могут возникнуть электрические колебания.



Рис 5-13 Схема цепи, содержащей резистор и катушку индуктивности при разряде конденсатора



Предположим, что в цепи с конденсатором  $C$ , заряженным до напряжения  $U_C$ , включается рубильник  $S$  и начинается разряд конденсатора. Вначале ток будет равен нулю, так как в цепь включена катушка индуктивности. Затем начинается разряд при увеличении разрядного тока. Начиная с некоторого значения, разрядный ток убывает.

Возможны два различных случая разряда конденсатора.

Если сопротивление цепи относительно велико, то разрядный ток после достижения наибольшего значения начинает уменьшаться. Процесс проходит при постепенном уменьшении напряжения и разрядного тока вплоть до нулевого значения. При этом энергия, запасенная в электрическом поле конденсатора, постепенно рассеивается в резистивных элементах с сопротивлением  $r$ , переходя в тепловую.

Процесс разряда называется аperiодическим и подобен движению отклоненного маятника в вязкой среде, когда маятник аperiодически приближается к положению устойчивого равновесия.

Принципиально другой характер имеет процесс при относительно небольшом сопротивлении  $r$  цепи. В этом случае ток при разряде и энергия магнитного поля, запасенная за счет уменьшения энергии электрического поля при разряде, могут быть настолько велики, что к моменту прохождения напряжения на зажимах конденсатора через нуль ток цепи не успеет уменьшиться до нулевого значения.

Протекание тока после завершения разряда в том же направлении, что и при разряде, обуславливает перезаряд конденсатора до некоторого напряжения другой полярности, меньшего по значению, чем начальное. Затем снова начинается разряд при другом направлении тока, происходит перезаряд до напряжения прежней полярности и т. д. — разряд сопровождается колебаниями.

Процесс разряда конденсатора в этом случае называется колебательным и подобен затухающим колебаниям отклоненного маятника.

При замыкании цепи (рис 5-13) сумма напряжений, действующих на отдельных участках цепи, равна нулю:

$$L \frac{di}{dt} + ir + Q/C = 0. \quad (5-21)$$

Дифференцируя уравнение по времени, учитывая, что  $dQ/dt = i$ , и разделив уравнение на индуктивность  $L$ , получим дифференциальное уравнение процесса:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0. \quad (5-22)$$

Общее решение этого линейного однородного уравнения второго порядка может быть представлено в виде

$$i = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}. \quad (5-23)$$

Коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  определяются из начальных условий. Коэффициенты  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  являются корнями характеристического полинома

$$\alpha^2 + \frac{r}{L} \alpha + \frac{1}{LC} = 0.$$

Корни полинома

$$\alpha_{1,2} = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{r}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Обозначим величину  $1/(LC)$ , измеряемую в секундах в минус второй степени ( $\text{с}^{-2}$ ), через  $\omega_0^2$ . Эта величина является квадратом собственной угловой частоты колебаний при относительно малом сопротивлении цепи. Величину  $r/(2L)$  обозначим  $\delta$ . В новых обозначениях

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}.$$

Если величина под корнем больше нуля, оба корня — вещественные отрицательные и имеет место апериодический разряд конденсатора. Если  $\omega_0 > \delta$ , то величина под корнем отрицательна и корни полинома — комплексные сопряженные, что определяет колебательный характер процесса.

В начале процесса разрядный ток цепи равен нулю, так как в цепь включена катушка индуктивности. Кроме того, из уравнения (5-21) следует, что при  $i(0) = 0$  напряжение на зажимах катушки индуктивности  $L(di/dt)$  равно напряжению на конденсаторе  $U_{C0}$  в начале процесса со знаком минус, т. е.  $\left. di/dt \right|_{t=0} = -U_{C0}/L$ .

Эти соображения определяют начальные условия, необходимые для решения дифференциального уравнения.

Рассмотрим отдельно апериодический и колебательный разряды.

**Апериодический разряд.** В этом случае оба корня  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — вещественные отрицательные. По известным начальным условиям определим коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  уравнения (5-23). В начальный момент времени  $t = 0$

$$i(0) = A_1 + A_2 = 0.$$

Из этого уравнения следует, что  $A_1 = -A_2 = A$ .

Для начального условия  $|di/dt|_{t=0} = -U_{C0}/L$

$$\alpha_1 A - \alpha_2 A = 2\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} A = -U_{C0}/L,$$

откуда

$$A = -\frac{U_{C0}}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}.$$

Следовательно, выражение для тока разряда  $i$  может быть записано так:

$$i = A(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}) = \frac{-U_{C0}}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} \times \\ \times [e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} - e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}].$$

Обозначая ток  $\frac{U_{C0}}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}$  через  $I_0$ , получим

$$i = -I_0 [e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} - e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}]. \quad (5-24)$$

Напряжение на зажимах катушки индуктивности

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -LI_0 [(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} - \\ - (\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}]. \quad (5-25)$$

Напряжение на зажимах конденсатора

$$u_C = -ir - L \frac{di}{dt} = \frac{U_{C0}}{2\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} \times \\ \times [(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} - (\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}]. \quad (5-26)$$

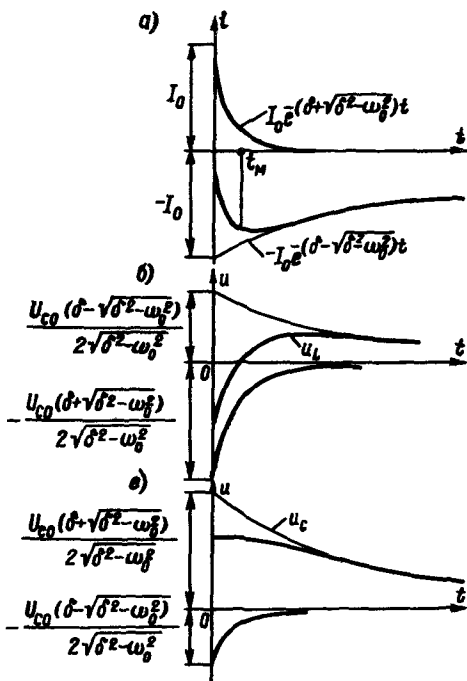


Рис. 5-14. Кривые тока и напряжений при аperiodическом разряде: *a* — токи при разряде; *б* — напряжения на зажимах катушки индуктивности; *в* — напряжения конденсатора

Выражение для тока  $i$  состоит из двух составляющих. В начале процесса при  $t = 0$  сумма составляющих равна нулю. Затем первая, отрицательная, составляющая убывает медленнее, чем вторая, положительная, так как по абсолютному значению показатель степени  $e$  у первой составляющей меньше, чем у второй:  $|\alpha_2| > |\alpha_1|$ .

Кривая изменения тока дана на рис. 5-14, *a*. Ток цепи при разряде, определяющийся суммой двух составляющих, сравнительно быстро увеличивается, достигает в момент времени  $t_m$  наибольшего значения, а затем начинает медленно убывать.

Напряжение на зажимах катушки индуктивности  $u_L$  складывается из отрицательной составляющей, большей по значению и относительно быстро затухающей, и положительной, меньшей по значению и затухающей медленнее. Напряжение  $u_L$  вначале равно напряжению на зажимах конденсатора с обратным

знаком  $-U_{C0}$ , затем быстро уменьшается, проходит через нуль в момент времени  $t_m$ , когда ток проходит через максимум, возрастает в положительном направлении и затем уменьшается (рис. 5-14, б).

Напряжение на зажимах конденсатора  $u_C$  складывается из положительной составляющей, большей по значению и затухающей относительно медленно, и второй (отрицательной) составляющей, меньшей по значению и затухающей быстрее. Вначале напряжение  $u_C = U_{C0}$ , затем убывает относительно медленно, когда ток невелик и малы рассеяние электрической энергии и энергия магнитного поля; затем напряжение конденсатора убывает практически по экспоненциальному закону, определяемому выражением первой составляющей (рис. 5-14, в).

При исследовании процессов заряда и разряда конденсаторов (см. § 5-4) мы принимали, что ток цепи при заряде и разряде в начале процесса мгновенно возрастает от нулевого значения до начального. Такое описание процесса является несколько идеализированным. На самом деле всякая цепь обладает некоторой, хотя бы и самой незначительной, индуктивностью. Поэтому ток цепи возрастает до максимального значения при заряде не мгновенно, а в течение некоторого времени, пусть самого малого. На рис. 5-15 показаны кривые тока при заряде без учета индуктивности цепи (тонкая линия) и с учетом индуктивности (жирная линия). Наибольший ток заряда  $I'_m$  имеет место в момент времени  $t_m$ , и его значение меньше значения идеализированного начального тока.

**Предельный случай аperiodического разряда:**  $\delta = \omega_0$ . При уменьшении сопротивления  $r$  уменьшается затухание  $\delta = r/(2L)$ . При некотором значении сопротивления  $r$ , когда  $r/(2L) = \omega_0$ , корни характеристического полинома равны:  $\alpha_1 = \alpha_2 = -r/(2L)$ . Как можно легко показать путем решения уравнения процесса, разряд при этом будет также аperiodическим.

Вместе с тем этот случай является предельным, так как при дальнейшем уменьшении затухания  $\delta$  и неизменной частоте собственных колебаний  $\omega_0$  разряд уже будет колебательным.

**Колебательный разряд конденсатора.** При  $\delta < \omega_0$  оба корня характеристического полинома будут комплексными сопряженными.

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta \pm \sqrt{-1} \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta \pm j\omega,$$

где  $j = \sqrt{-1}$  — мнимое число,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  — частота колебаний при разряде, как это будет показано ниже.

Для общего решения уравнения (5-22), как и раньше, может быть написано выражение (5-23).

Рис. 5-15. К сравнению токов при разряде конденсатора в цепи без индуктивности и с небольшой индуктивностью

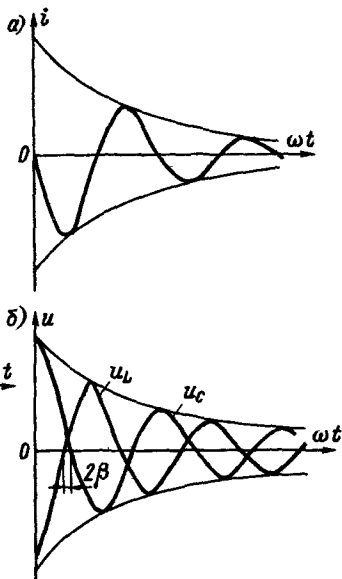
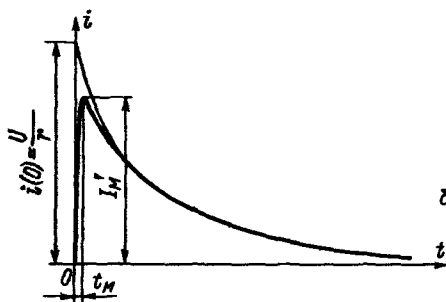


Рис. 5-16. Кривые тока (а) и напряжения (б) при колебательном разряде конденсатора

Исходя из начальных условий, можно написать

$$i(0) = A_1 + A_2 = 0 \text{ и } A_1 = -A_2 = A;$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 = A(\alpha_1 - \alpha_2) = -\frac{U_{C0}}{L},$$

откуда

$$A = -\frac{U_{C0}}{L(\alpha_1 - \alpha_2)} = -\frac{U_{C0}}{2j\omega L}.$$

Следовательно, ток цепи может быть выражен как

$$\begin{aligned} i &= -\frac{U_{C0}}{2j\omega L} [e^{(-\delta + j\omega)t} - e^{(-\delta - j\omega)t}] = \\ &= -\frac{U_{C0}}{\omega L} e^{-\delta t} \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}. \end{aligned}$$

По формуле Эйлера  $\frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} = \sin \omega t$ .

Окончательное выражение для тока

$$i = -\frac{U_{C0}}{\omega L} e^{-\delta t} \sin \omega t = -I_0 e^{-\delta t} \sin \omega t, \quad (5-27)$$

где  $I_0 = U_{C0}/(\omega L)$ .

Ток при разряде изменяется синусоидально с частотой  $\omega$ , убывая по экспоненциальному закону (рис. 5-16, а).

Напряжение на зажимах катушки индуктивности

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -LI_0 e^{-\alpha} (\omega \cos \omega t - \delta \sin \omega t).$$

Определим угол  $\beta$ :

$$\beta = \arcsin \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + \omega^2}} = \arcsin \frac{\delta}{\omega_0}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} u_L &= -LI_0 \omega_0 e^{-\alpha} (\cos \beta \cos \omega t - \sin \beta \sin \omega t) = \\ &= -I_0 \sqrt{L/C} e^{-\alpha} \cos(\omega t + \beta). \end{aligned}$$

Величина  $\sqrt{L/C}$  является волновым сопротивлением  $Z = \omega_0 L$ , и  $\cos(\omega t + \beta) = \sin(\omega t + \pi/2 + \beta)$ ; окончательно

$$u_L = -I_0 Z e^{-\alpha} \sin(\omega t + \pi/2 + \beta). \quad (5-28)$$

Напряжение на зажимах катушки индуктивности изменяется синусоидально, убывает по экспоненциальному закону и опережает ток на угол, больший  $\pi/2$  (рис. 5-16, б).

Путем подобных выводов можно получить выражение для напряжения на зажимах конденсатора:

$$u_C = -I_0 Z e^{-\alpha} \sin(\omega t - \pi/2 - \beta). \quad (5-29)$$

Кривая напряжения  $u_C$  приведена на рис. 5-16, б. Как следует из выражений (5-28) и (5-29), а также из рис. 5-16, б, напряжения  $u_L$  и  $u_C$  сдвинуты по фазе на угол  $\pi + 2\beta$ .

Если сопротивление цепи было бы очень мало и  $\beta = 0$ , то напряжения были бы сдвинуты по фазе на угол  $\pi$  и уравновешивали в каждый момент времени друг друга. Затухание  $\delta = 0$ , и поэтому колебания были бы незатухающими.

В процессе колебаний происходит непрерывный обмен энергией между катушкой индуктивности и конденсатором. В идеальном случае, при  $r = 0$ , энергия электрического поля изменялась бы от наибольшего значения, когда  $u_C = U_{C0}$  и  $i = 0$ , а энергия магнитного поля равна нулю, до нулевого значения, когда  $u_C = 0$  и  $i = I_0$ , а энергия магнитного поля — наибольшая.

Определим модуль отношения амплитуд тока или напряжения, следующих друг за другом через полупериод  $T/2$ , начиная с момента времени  $t_1$ . В момент времени  $t_1$  амплитуда тока  $I_0 e^{-\delta t_1}$ , а в момент времени  $t_1 + T/2$  амплитуда тока  $I_0 e^{-\delta(t_1 + T/2)}$ .

Модуль отношения амплитуд

$$\Delta = \left| \frac{I_0 e^{-\delta t_1}}{I_0 e^{-\delta(t_1 + T/2)}} \right| = e^{-\delta T/2} \quad (5-30)$$

называется декрементом колебаний и характеризует быстроту затухания колебаний.

Чаще для суждения о быстроте затухания пользуются значением логарифмического декремента колебаний:

$$\theta = \ln \Delta = \delta T/2. \quad (5-31)$$

Затухание будет тем больше, чем больше сопротивление цепи и период колебаний и чем меньше индуктивность цепи.

Если сопротивление цепи очень мало, т. е.  $r \approx 0$  и  $\delta \approx 0$ , то угловая частота колебаний определится из выражения для корней полинома:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (5-32)$$

Период колебаний

$$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (5-33)$$

Эти значения угловой частоты и периода колебаний называются угловой частотой и периодом собственных незатухающих колебаний.

Угловая частота колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (5-34)$$

и период колебаний

$$T = 2\pi/\omega \quad (5-35)$$

называются угловой частотой и периодом собственных затухающих колебаний.

Отметим, что при включении цепи на неизменное напряжение процесс заряда может быть также аperiodическим (см. рис. 5-15) или колебательным. Характер процесса и выражения для токов и напряжений определяются так же, как и для процесса разряда.

Электрические генераторы повышенной частоты, которые начали применяться в начале XX века (машины В. П. Вологди-



на и др.), не могут обеспечить получения частот свыше 20 кГц. Электрические колебания высокой частоты могут быть получены в цепях с индуктивностью и емкостью и широко используются в радиотехнике и высокочастотной технике.

Современные установки, служащие для получения высокочастотных незатухающих колебаний, выполняются обычно с электронными устройствами.

## 5-8. Понятия о моделировании

Определение характеристик реальных технических устройств и физических систем является сложной и трудоемкой операцией. Исследования нельзя выполнять, если данная система еще не создана и находится в стадии разработки. Для исследования можно создать физическую модель, которая воспроизводит в уменьшенном масштабе реальную систему. Параметры этой модели должны быть выбраны соответствующими параметрам реальной системы. Первые физические модели были созданы для исследования гидравлических машин; академик М. В. Кирпичев разработал теорию моделирования тепловых процессов, академик М. П. Костенко создал модель энергетической системы.

В. И. Ленин в своем труде «Материализм и эмпириокритицизм» писал: «Единство природы обнаруживается в „поразительной аналогичности“ дифференциальных уравнений, относящихся к различным областям явлений»\*.

Исходя из этого, можно создавать простые модели другой физической природы, которые имеют такое же математическое описание, ту же математическую модель, что и реальная система.

Могут выполняться модели различной физической природы: электрические, механические, гидравлические и др. Из всех этих моделей наиболее простыми и универсальными являются электрические модели. Они получили наиболее широкое распространение и применяются для моделирования как стационарных, так и переходных процессов. Идея моделирования состоит в том, что исследуются процессы в электрической цепи; аналогами исследуемых величин реальной системы являются напряжения, токи, мощности и другие величины.

Примером статической системы может служить простая система водоснабжения (рис. 5-17). От источника водоснабжения с напором  $H$  вода подается потребителям по магистрали. Сече-

---

\* Ленин В. И. Полн. собр. соч. — Т. 18. — С. 306.

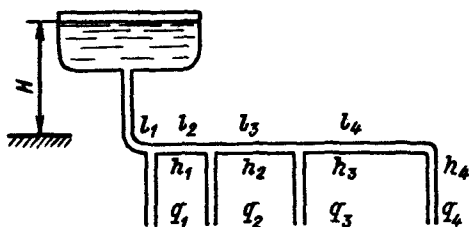


Рис. 5-17. Схема участка сети водоснабжения

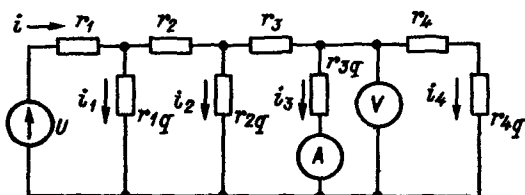


Рис. 5-18. Схема электрической цепи для моделирования участка водоснабжения

ния и длины отрезков труб известны. Требуется определить расходы воды  $q$ , подаваемые по трубам потребителям, и напоры  $h$  в начале ответвлений. Из условия несжимаемости воды следует, что для любого участка или узла трубопроводов алгебраическая сумма расходов равна нулю:  $\sum q = 0$ . При относительно малых скоростях протекания воды можно пренебречь скоростным напором и приближенно считать, что потеря напора  $h$  на любом участке определяется произведением расхода воды  $q$  на неизменное гидродинамическое сопротивление  $R$ , т. е.  $h = qR$ .

Следовательно, для этой системы справедливы выражения, аналогичные первому закону Кирхгофа и закону Ома. Поэтому аналогом системы является электрическая цепь (рис. 5-18), включенная на неизменное напряжение  $U$  постоянного тока. Сопротивления резисторов  $r_1, r_2, r_3, r_4$  и  $r_{1q}, r_{2q}, r_{3q}, r_{4q}$  воспроизводят гидродинамические сопротивления соответствующих участков, при этом в сопротивлениях участков трубопроводов, идущих к потребителям, включены и сопротивления на выходе. Предполагается, что все гидродинамические сопротивления  $R$  рассчитаны. Аналогами напоров являются напряжения на участках цепи, аналогами расходов — токи. Напряжения и токи можно измерить, как это показано для участка 3, и за-

дача исследования сводится к измерениям токов и напряжений участков.

Для реализации модели необходимо правильно выбрать масштабные коэффициенты измеряемых величин. Предположим, что масштабным коэффициентом расхода  $q$  в литрах в секунду, аналогом которого является ток  $i$  в амперах, служит  $m_q$  в секунда-амперах на литр; для напора  $h$  в метрах — масштабный коэффициент  $m_h$  в вольтах на метр и для гидродинамического сопротивления  $R$  — коэффициент  $m_R$  в ом-литрах на метр-секунду. В этом случае выражение, аналогичное закону Ома,  $u/m_h = ir/(m_q m_R)$  будет соответствовать выражению  $h = qR$  системы при условии, что  $m_h = m_q m_R$ . Два коэффициента могут быть выбраны произвольно, например  $m_h = 220/h$  — для напряжения 220 В и  $m_q$  — для токов порядка миллиампер; третий коэффициент  $m_R = m_h/m_q$ . По данным измерений находим интересующие нас величины, например  $h_1 = u_1/m_h$ . Если моделирующая цепь составлена только из резистивных элементов, то для ее питания можно использовать и напряжение переменного тока неизменной амплитуды.

Подобные модели можно применить для механических систем, систем вентиляции в шахтах и др.

Моделирование можно выполнить и для нелинейных систем, если использовать резисторы с требуемыми нелинейными вольт-амперными характеристиками, например с характеристикой, показанной на рис. 1-25. Нелинейная характеристика может быть приближенно воспроизведена цепочкой резисторов с параллельным включением в некоторых точках источников напряжения через диоды.

Модели переменного тока могут широко применяться для исследования режимов работы мощных энергетических систем, состоящих из источников энергии — электростанций, потребителей и электрических линий, имеющих определенные сопроти-

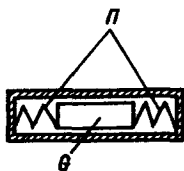


Рис. 5-19. Простейший измеритель ускорения

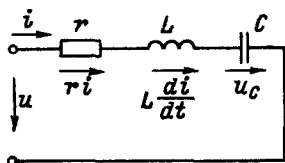


Рис. 5-20. Электрическая цепь для моделирования движения груза измерителя

вления и индуктивности, связывающих источники энергии друг с другом и потребителями. Для моделирования переходных, динамических, процессов служат электрические модели с резисторами, катушками индуктивности и конденсаторами или с теми и другими.

Прямолинейное движение материальных тел в ряде случаев описывается уравнением вида

$$F(t) = as + bv + mw,$$

где  $F(t)$  — сила, действующая на тело;  $s$  — путь, пройденный телом из начального положения;  $as$  — сила, противодействующая движению и пропорциональная удалению тела из начального положения;  $bv$  — сила сопротивления движению, пропорциональная скорости  $v = ds/dt$ ;  $m$  — масса тела;  $w = dv/dt$  — ускорение тела. Примером такой системы является груз  $G$ , который движется в закрытом цилиндре и при движении сжимает и растягивает пружины  $P$  (рис. 5-19). Подобное устройство может иметь простейший измеритель ускорения (акселерометр), в котором перемещение груза  $G$  пропорционально ускорению. При нелинейном законе изменения какой-либо силы выражение для нее можно линеаризовать для некоторого диапазона изменений.

Подобным уравнением описываются и процессы в цепи, состоящей из катушки индуктивности  $L$  и конденсатора  $C$ . Цепь имеет общее сопротивление  $r$  и включена на напряжение  $u(t)$ , изменяющееся по любому закону (рис. 5-20):

$$u(t) = u_C + ri + L \frac{di}{dt} = u_C + rC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2}.$$

Следовательно, такая цепь является моделью механической системы. Здесь аналогом силы  $as$  является напряжение конденсатора  $u_C$ , аналогом инерционной массы тела — индуктивность  $L$ , аналогом скорости движения — ток  $i$ , аналогами сил  $bv$  и  $m (dv/dt)$  — напряжения на резисторе  $r$  и катушке индуктивности  $L$ . Уравнение модели будет соответствовать уравнению системы при условии

$$\frac{u(t)}{m_F} = \frac{u_C}{m_F} + \frac{ri}{m_v m_b} + \frac{L \frac{di}{dt}}{m_m m_w},$$

где масштабные коэффициенты выражаются в следующих единицах:  $m_F$  в вольтах на ньютон;  $m_v$  — в ампер-секундах на метр;  $m_b$  — ом-метрах на секунду-ньютон;  $m_m$  — в генри-метрах на секунду в квадрате-ньютон;  $m_w$  — в ампер-секундах в квадрате на метр-секунду.

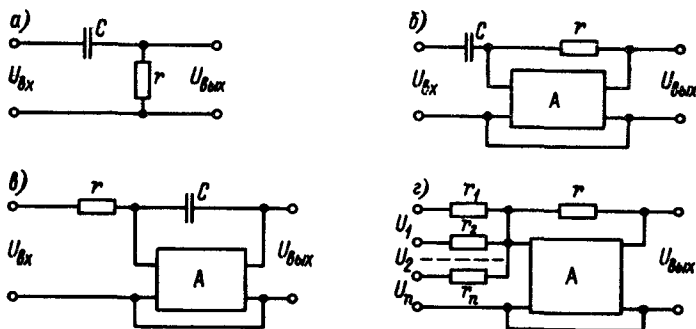


Рис. 5-21. Схемы моделирующих цепей: *а* – дифференцирующая цепь; *б* – дифференцирующая цепь с усилителем; *в* – интегрирующая цепь с усилителем; *г* – суммирующая цепь

Для приведенного выражения должны соблюдаться условия:  $m_F = m_v m_b$  и  $m_F = m_m m_w$ ; следовательно, из пяти коэффициентов можно произвольно (по соображениям простоты реализации модели) выбрать три коэффициента. Например, если наибольшее значение силы  $F_{\max}$ , а наибольшее располагаемое напряжение  $U_{\max}$ , то  $m_F = U_{\max}/F_{\max}$ .

Линейные технические системы часто состоят из элементов, которые можно рассматривать как дифференцирующие, интегрирующие, суммирующие, инвертирующие элементы и их комбинации. Эти элементы дают на выходе величины, пропорциональные производным по времени и интегралам входных величин, суммам входных величин, а также величины другого знака. Электрические модели должны состоять из перечисленных элементов. Примером дифференцирующей цепи служит цепь на рис. 5-21, *а*. Передаточная функция цепи

$$H(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{\tau p}{1 + \tau p},$$

где  $\tau = rC$ . При этом выходное напряжение цепи будет приблизительно пропорционально производной входного напряжения в сравнительно узком диапазоне угловых частот  $0 < \omega < 1/(rC)$ , а из условия для получения требуемого выходного напряжения значение  $\tau$  не может быть выбрано очень малым. Для расширения диапазона частот и получения мощного выходного сигнала в дифференцирующую цепь вводят усилитель напряжения *A* (рис. 5-21, *б*). Если коэффициент усиления усилителя высок, выходное напряжение  $U_{\text{вых}} = \tau(dU_{\text{вх}}/dt)$ , где  $\tau = rC$ . Усилитель низкой частоты в этих цепях обычно выполняется на транзи-

сторах. Подобно этим цепям выполняются и модели других элементов, как показано, например, для интегрирующей и суммирующей цепей (рис. 5-21, *в* и *г*).

Каждая из этих цепей и их комбинации могут быть моделями отдельных элементов технической системы, а при их соединении в том порядке, в каком они соединены в моделируемой системе, модель может воспроизводить процессы исследуемой системы.

АВМ, служащие для моделирования, состоят из набора подобных моделирующих цепей и других устройств. Исследование процессов производится путем визуального наблюдения или записи на экранах осциллографов кривых напряжения и тока. Широко применяется и моделирование на ЦВМ, когда при помощи численных методов решаются уравнения, описывающие процесс.

При построении модели системы составляется алгоритм работы, обеспечивающий выполнение функций системы в соответствии с поставленными задачами. На основании алгоритма составляется программа, по которой работает модель системы. Методы организации моделей рассматриваются в курсах по вычислительной технике. Некоторое представление о работе приводов при управлении с помощью ЦВМ дано в конце гл. 18.

## Часть 2. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

---

### Глава 6. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТОДВИЖУЩИМИ СИЛАМИ

#### 6-1. Исследование магнитных цепей

Расчет или исследование магнитной цепи состоит обычно в том, чтобы найти для заданного из условий работы магнитного потока требуемые МДС или ток в намагничивающей обмотке, решить обратную задачу, построить вебер-амперную характеристику (ВБАХ) цепи, определить другие характеристики.

Магнитные цепи могут быть однородными (см. приложение 1, § П1-2), исследование которых не требует дополнительных разъяснений, или неоднородными, разветвленными или неразветвленными, симметричными и несимметричными.

Применение выражения (П1-29) для исследования цепей ограничено. Чаще используется практический метод расчета, в котором по необходимому магнитному потоку определяется МДС намагничивающей обмотки, требуемая для проведения данного магнитного потока. В некоторых случаях для различных значений магнитного потока  $\Phi$  находятся необходимые МДС и строится кривая намагничивания  $\Phi = f(F)$ . Сущность метода состоит в разделении магнитной цепи на  $n$  участков, определении МДС  $H_k l_k$  для каждого участка в предположении неизменности напряженности магнитного поля на каждом участке и суммировании этих МДС для замкнутого контура магнитной цепи. Выражение закона полного тока в этом случае будет иметь вид

$$\sum_{k=1}^n H_k l_k = F. \quad (6-1)$$

Рассмотрим пример расчета неразветвленной магнитной цепи электромагнита с якорем (рис. 6-1), на который воздействует пружина. Для расчета магнитной цепи требуется иметь эскиз магнитной цепи и кривую намагничивания сердечников и якоря электромагнита.

Расчетная сила тяги якоря электромагнита должна быть

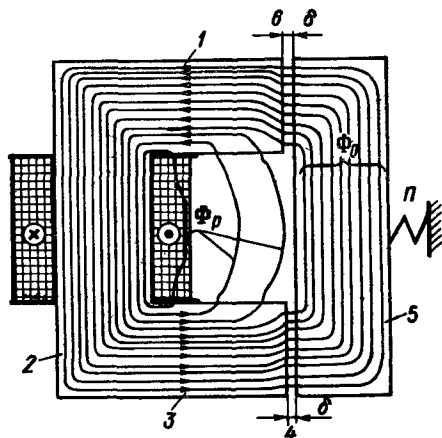


Рис 6-1 Магнитная цепь электромагнита с якорем

больше усилия пружины  $\Pi$ , противодействующей при растяжении силе тяги якоря. По формуле силы тяги электромагнита определяется необходимый магнитный поток  $\Phi$  в зазорах  $\delta$ .

Как видно из рисунка, кроме магнитных линий потока, замыкающихся через зазор и создающих необходимое тяжение, имеются еще магнитные линии, замыкающиеся помимо якоря. Эти магнитные линии составляют так называемый *поток рассеяния*  $\Phi_p$ , не участвующий в создании полезной силы тяги. Вместе с тем этот магнитный поток нагружает сердечники электромагнита и должен быть учтен при расчете. Магнитный поток рассеяния часто учитывается путем введения коэффициента рассеяния  $\sigma$ , равного

$$\sigma = \frac{\Phi_p}{\Phi + \Phi_p}.$$

Коэффициент рассеяния обычно находится в пределах 0,1–0,3. При необходимости после проведения предварительного расчета значение коэффициента рассеяния в последующем уточняется.

Разделим магнитную цепь (рис. 6-1) на шесть участков, из них два участка – зазоры.

На эскизе магнитной цепи начертим магнитные линии и выделим среднюю магнитную линию, проходящую посередине сечения. Измерим длины средних линий на каждом участке:  $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$ . Магнитный поток якоря равен  $\Phi$ , а магнитный по-



ток в сердечнике 2 будет  $\Phi_2 = \Phi + \Phi_p$ . Магнитные потоки участков 1 и 3 в среднем равны:

$$\Phi_1 = \Phi_3 = \left[ 1 + \frac{\sigma}{2(1-\sigma)} \right] \Phi.$$

Составим таблицу для расчета цепи (табл. 6-1).

Таблица 6.1. К расчету магнитной цепи

Номер участка	$\Phi$	$B$	$H$	$l$	$Hl$
1	$\Phi_1 = \left[ 1 + \frac{\sigma}{2(1-\sigma)} \right] \Phi$	$B_1 = \frac{\Phi_1}{s_1}$	$H_1$	$l_1$	$H_1 l_1$
2	$\Phi_2 = \frac{\Phi}{1-\sigma}$	$B_2 = \frac{\Phi_2}{s_2}$	$H_2$	$l_2$	$H_2 l_2$
3	$\Phi_3 = \left[ 1 + \frac{\sigma}{2(1-\sigma)} \right] \Phi$	$B_3 = \frac{\Phi_3}{s_3}$	$H_3$	$l_3$	$H_3 l_3$
4	$\Phi_4 = \Phi$	$B_4 = \frac{\Phi_4}{s_4}$	$H_4 = \frac{B_4}{\mu_0}$	$l_4$	$H_4 l_4$
5	$\Phi_5 = \Phi$	$B_5 = \frac{\Phi_5}{s_5}$	$H_5$	$l_5$	$H_5 l_5$
6	$\Phi_6 = \Phi$	$B_6 = \frac{\Phi_6}{s_6}$	$H_6 = \frac{B_6}{\mu_0}$	$l_6$	$H_6 l_6$
$F = Iw = \sum_{k=1}^n H_k l_k$					

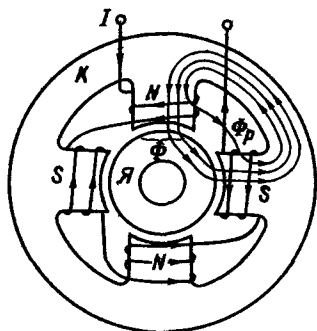


Рис. 6-2. Эскиз магнитной цепи четырехполюсной электрической машины  
 Я – якорь; S, N – полюсы, К – корпус (ярмо)

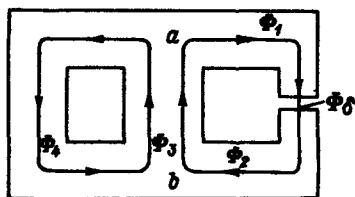


Рис. 6-3. Несимметричная магнитная цепь

В первом столбце выпишем значения магнитных потоков для различных участков, во втором столбце – значения магнитных индукций для всех участков, определенные по приведенным выражениям. При определении магнитных индукций  $B_4$  и  $B_6$  в зазорах считаем, что зазор относительно мал и магнитные линии идут параллельно граням сердечников 1 и 3. В третьем столбце записываем напряженности магнитного поля. Для участков 1, 2, 3 и 5 напряженности магнитного поля определяем по кривым намагничивания  $B = f(H)$  материала сердечников и якоря электромагнита. Для воздушного зазора  $\delta$  напряженности магнитного поля находим по выражению  $H = B/\mu_0$ , где  $\mu_0$  – магнитная постоянная. Затем определяем МДС участков:  $F_1 = H_1 l_1$ ;  $F_2 = H_2 l_2$  и т. д. Сумма МДС отдельных участков дает МДС  $F = Iw$  обмотки электромагнита, необходимую для получения расчетного магнитного потока в зазоре.

Если надо построить кривую  $\Phi = f(F)$ , этот расчет повторяем для каждой точки кривой. Обратную задачу – определение магнитного потока для данного значения тока  $I$  обмотки – выполняем путем использования полученного графика зависимости  $\Phi = f(I)$ .

В ряде случаев магнитные цепи могут быть разветвленными. На эскизе магнитной цепи четырехполюсной электрической машины (рис. 6-2) показано примерное распределение магнитных потоков цепи для двух половин одной пары полюсов. Расчетное значение магнитного потока  $\Phi$ , поступающего

в якорь  $Я$ , определяется по заданной ЭДС, индуктируемой в якоре при вращении. В якоре магнитный поток  $\Phi$  распределяется между двумя ветвями, и в каждой ветви поток равен  $\Phi/2$ . Средний магнитный поток одной пары полюсов равен сумме потока  $\Phi$  и двух потоков рассеяния  $\Phi_r$ . Магнитный поток  $(1 + \sigma)\Phi$  распределяется между двумя ветвями магнитной цепи корпуса  $K$  (ярма).

Для определения необходимой МДС обмоток пары смежных полюсов необходимо сложить МДС участков любой замкнутой магнитной линии потока  $\Phi$ .

На рис. 6-3 для примера дана несимметричная разветвленная цепь. Здесь для заданного значения магнитного потока  $\Phi_0$  в зазоре с учетом потока рассеяния определяем по выражению (6-1) МДС между сечениями  $a$  и  $b$ . Для этой МДС находим поток  $\Phi_4$  в левом сердечнике. МДС на проведение потока в среднем сердечнике определяем для потока  $\Phi_1 + \Phi_4$ .

## 6-2. Энергия магнитного поля и электромагнитные силы

В магнитном поле возникают электромагнитные силы. Это — силы, действующие на проводник с током в магнитном поле; силы взаимодействия между магнитами, проводниками с током и др.

Силы можно определить различными методами, например считая заданным экспериментально найденное выражение для силы, действующей на движущийся заряд. Универсальным является метод, основанный на энергетических соображениях.

Существование магнитного поля связано с наличием энергии поля в этой среде. Эта энергия может быть доставлена от источника энергии электрической цепи, с которой связано магнитное поле.

Сумма ЭДС цепи с неизменной индуктивностью равна падению напряжения на резистивном элементе  $r$ , т. е.  $U + e_L = Ir$ , где  $U$  — напряжение на зажимах цепи, или

$$U = L \frac{dI}{dt} + Ir.$$

При умножении обеих частей выражения на  $I dt$  получим

$$UI dt = LI dI + I^2 r dt.$$

Из этого выражения следует, что энергия, подводимая к цепи за элементарный промежуток времени  $dt$ , расходуется на нагрев проводов цепи ( $I^2 r dt$ ) и на увеличение энергии магнитного

поля, если отсутствуют потери энергии в среде и излучение электромагнитной энергии в окружающее пространство. Поэтому энергия магнитного поля цепи определяется выражением

$$W_m = \int_0^I LI \, dI = \frac{LI^2}{2}, \quad (6-2)$$

где потокосцепление  $\Psi = LI$ .

Как можно показать, энергия  $n$  контуров, обтекаемых токами  $I_k$ , определяется выражением

$$W_m = \sum_{k=1}^n \frac{\Psi_k I_k}{2}. \quad (6-3)$$

Для двух цепей, например,

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{\Psi_1 I_1}{2} + \frac{\Psi_2 I_2}{2} = \frac{(L_1 I_1 + M I_2) I_1}{2} + \frac{(L_2 I_2 + M I_1) I_2}{2} = \\ &= \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + M I_1 I_2. \end{aligned} \quad (6-4)$$

Энергия магнитного поля  $\Psi I$  измеряется в вольт-ампер-секундах – джоулях (Дж).

Энергия магнитного поля, определенная формально как энергия цепей, распределена в среде, где существует магнитное поле. Для простейшего случая – очень тонкого тороида (см. рис. П1-11) – энергия магнитного поля

$$W_m = \frac{\Psi I}{2} = \frac{w \Phi I}{2} = \frac{H l_{cp} B_s}{2} = \frac{HB}{2} s l_{cp}. \quad (6-5)$$

Считая справедливыми в общем случае выводы, полученные из рассмотрения выражения (6-5), определим для однородной изотропной среды энергию в единице объема (в джоулях на кубический метр):

$$W'_m = \frac{W_m}{V} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_a H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_a}, \quad (6-6)$$

где  $\mu_a$  – абсолютная магнитная проницаемость вещества.

Для неоднородной и анизотропной среды энергия в единице объема пространства, занятого полем, равна половине скалярного произведения векторов  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{H}$ . Энергия, заключенная

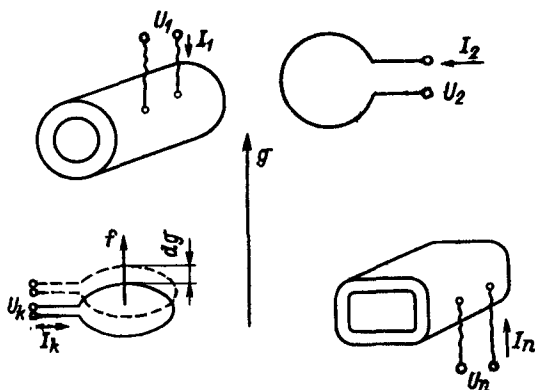


Рис. 6-4. Система  $n$  электрических цепей, обтекаемых токами

в пределах некоторого объема  $V$ , определится в общем случае как

$$W_m = \int_V \frac{\mathbf{B}\mathbf{H}}{2} dV. \quad (6-7)$$

Запас энергии  $W_m$  магнитного поля электрических цепей относительно невелик — обычно порядка единиц джоулей или долей джоуля. Вместе с тем влияние этой энергии на протекание процессов в цепях может быть очень велико.

При перемещении одной из совокупности  $n$  электрических цепей в направлении оси координат  $g$ , вдоль которой действует сила  $f$ , на элементарное расстояние  $dg$  совершается элементарная работа силы  $f dg$  (рис. 6-4). Если отсутствуют приток энергии извне к цепям, т. е.  $\Psi_k = \text{const}$ , а также потери энергии в среде и на излучение в окружающее пространство, то работа совершается за счет уменьшения энергии магнитного поля при изменении координаты  $g$ . Поэтому сила  $f$  определится из выражения

$$f dg + \frac{\partial W_m}{\partial g} dg = 0 \quad \text{и} \quad f = - \frac{\partial W_m}{\partial g}. \quad (6-8)$$

Сила, действующая в направлении координаты  $g$ , в предположении  $\Psi_k = \text{const}$  равна уменьшению энергии магнитного поля, рассчитанному на единицу пространственной координаты. При неизменных токах цепей  $f = \partial W_m / \partial g$ .

Выражения для сил получены для неподвижных или очень медленно движущихся цепей или материальных тел. Поэтому выбор выражения для определения силы связан только с большим удобством. Силы  $f$  и координаты  $g$  являются обобщенными.

Если величины в формулах (6-5) и (6-6) выражены в единицах системы СИ, то силы для пространственных координат  $g$  будут получены в ньютонах (Н). Определим выражения для некоторых электромагнитных сил.

**Сила тяги электромагнита** (рис. 6-5). Определим силу тяги электромагнита с двумя одинаковыми полюсами, т. е. силу притяжения якоря из ферромагнитного металла к полюсам. Как известно из повседневного опыта, якорь притягивается к полюсам магнита, так как магнитные линии в зазорах между электромагнитом и якорем стремятся сократиться.

При неизменном магнитном потоке  $\Phi$  в электромагните магнитные индукции  $B$  и напряженности магнитного поля  $H$  магнитной цепи остаются неизменными; следовательно, неизменны и удельные плотности энергии  $BH/2$  различных участков магнитной цепи. По выражению (6-8) механическая работа  $f dg$  может быть произведена в этом случае только за счет уменьшения энергии магнитного поля, что определяет движение якоря в сторону уменьшения объема, занятого магнитным полем в зазоре. Следовательно, сила действует в сторону уменьшения зазора (на рисунке — вверх).

При относительно небольших зазорах между полюсами электромагнита и якорем можно считать, что магнитные линии в зазорах параллельны друг другу и перпендикулярны поверхности якоря. Если сумма площадей поверхностей обоих полюсов  $s = s_1 + s_2$ , то при перемещении якоря вверх на расстояние

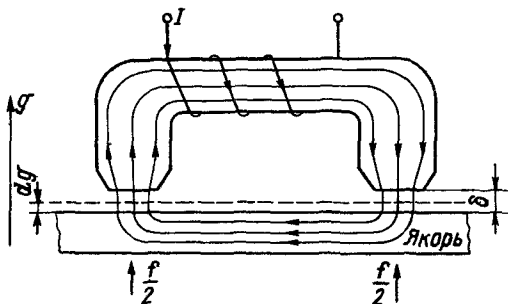


Рис. 6-5. Электромагнит с якорем

$dg$  уменьшение объема поля в зазорах составит  $dV = s dg$ , а уменьшение энергии магнитного поля будет  $dW_m = (BH/2) s dg$ .

Сила тяги  $f$ , равная сумме сил притяжения к каждому полюсу  $f/2$ , определится для электромагнита с воздушным зазором ( $\mu_a = \mu_0$ ) как

$$f = \frac{\partial W_m}{\partial g} = \frac{B^2}{2\mu_0} s.$$

При магнитной индукции, выраженной в теслах, площади поверхности  $s$  — в квадратных метрах и магнитной постоянной  $\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6}$  Гн/м получим силу тяги в ньютонах:

$$f = \frac{B^2 s}{2 \cdot 0,4\pi \cdot 10^{-6}} \approx 4B^2 s \cdot 10^5. \quad (6-9)$$

Если магнитная индукция  $B$  выражена в гауссах (1 Гс =  $10^{-4}$  Тл), а площадь поверхности  $s$  — в квадратных сантиметрах, то сила

$$f \approx 40 \left( \frac{B}{10000} \right)^2 s. \quad (6-10)$$

При наличии одного зазора между полюсом электромагнита и якорем, как в реле клапанного типа, следует учитывать площадь поверхности одного полюса.

**Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле.** Поместим проводник длиной  $l$ , по которому протекает ток  $I$ , перпендикулярно к линиям однородного магнитного поля с  $B = \text{const}$  (рис. 6-6). Проводник будет стремиться перемещаться в том направлении, в котором на него действует сила. Направление действия силы определяется из условия, что изменение энергии магнитного поля при перемещении проводника в этом направлении будет наибольшим.

Наибольшее элементарное изменение энергии поля  $Id\psi$  будет при перемещении проводника перпендикулярно магнитным линиям и параллельно самому себе, так как при этом число пересекаемых проводником магнитных линий будет наибольшим, т. е. будет наибольшим изменение потока в контуре, в состав которого входит проводник.

При перемещении проводника в направлении действия силы на расстояние  $dg$  изменение энергии магнитного поля контура, в состав которого входит проводник длиной  $l$ , равно

$$dW_m = Id\psi = IBl dg.$$

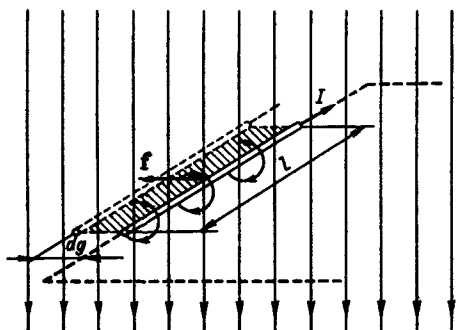


Рис. 6-6. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле

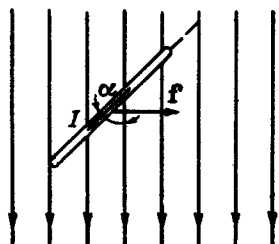


Рис. 6-7. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле при  $\alpha \neq \pi/2$

В соответствии с выражением (6-8) элементарное изменение энергии магнитного поля равно работе  $dA$ , произведенной силой  $f$ :

$$dA = f dg.$$

Сравнивая эти два выражения и определяя силу в ньютонах, получим

$$f = BI l, \quad (6-11)$$

где  $B$  — магнитная индукция однородного магнитного поля, Тл;  $l$  — длина проводника, м;  $I$  — ток проводника, А.

Если проводник расположен под углом  $\alpha \neq \pi/2$  к магнитным линиям (рис. 6-7), то направление силы будет по-прежнему перпендикулярным к плоскости, в которой лежат проводник и линии поля, а значение силы

$$f = BI l \sin \alpha. \quad (6-12)$$

Если магнитная индукция  $B$  выражена в гауссах, а длина проводника — в сантиметрах, то сила в ньютонах будет равна

$$f = BI l \cdot 10^{-6}; \quad f = BI l \sin \alpha \cdot 10^{-6}.$$

Направление силы, действующей на проводник, определится из условия, что при неизменном токе сила действует в направлении увеличения энергии контура. Из рис. 6-6 видно, что только при перемещении проводника влево увеличивается собственный магнитный поток контура за счет увеличения «захваченных» магнитных линий. Поэтому действие силы на проводник будет направлено влево.



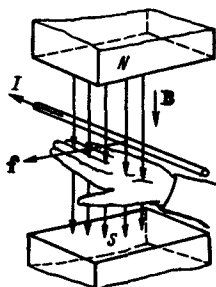


Рис. 6-8. Правило левой руки для определения направления силы, действующей на проводник с током

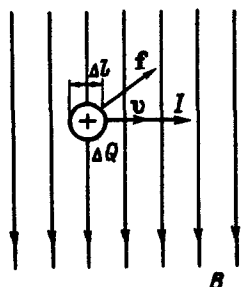


Рис. 6-9. Сила, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле

Способ определения направления силы путем рассуждений неудобен. Поэтому для нахождения направления силы обычно применяется более удобное *правило левой руки*, которое сформулировано на основании приведенных соображений.

*Если расположить ладонь левой руки перпендикулярно магнитным линиям так, чтобы магнитные линии входили в ладонь, а вытянутые пальцы ладони направить по течению тока, то отставленный в сторону большой палец укажет направление силы, действующей на проводник (рис. 6-8).*

В проводнике, который перемещается в магнитном поле, индуцируется ЭДС, и если цепь с входящим в нее проводником замкнута, то в цепи протекает ток. С другой стороны, на проводник с током, находящийся в магнитном поле, действует электромагнитная сила. В этом состоит общность и обратимость явлений электромагнитной индукции и воздействия электромагнитных сил на проводник с током в магнитном поле. Наиболее отчетливо эти общность и обратимость проявляются в электрических машинах.

Предположим, что цилиндрический якорь электрической машины вращается от первичного двигателя в магнитном поле. При этом в проводниках обмотки, уложенных в пазы якоря, будет индуцироваться ЭДС, а при замыкании обмотки на внешнее сопротивление в цепи будет протекать ток — электрическая машина будет работать в качестве генератора. Если по обмотке машины протекает ток того же направления, как и в случае работы генератором, то под действием сил, воздействующих на проводник с током, якорь стремится вращаться в обратном направлении — электрическая машина может вра-

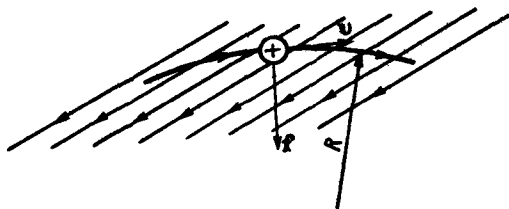


Рис. 6-10. Движение электрического заряда по дуге окружности в однородном магнитном поле

шать соединенный с ней механизм, работая электродвигателем.

**Сила, действующая на электрический заряд, движущийся в магнитном поле.** Предположим, что заряд  $\Delta Q$  движется в однородном магнитном поле ( $B = \text{const}$ ) перпендикулярно магнитным линиям со скоростью  $v = \text{const}$  (рис. 6-9). Предположим далее, что заряд проходит за время  $\Delta t$  расстояние  $\Delta l$ .

Перемещение электрического заряда на расстояние  $\Delta l$  за время  $\Delta t$  эквивалентно протеканию тока  $I = \Delta Q / \Delta t$  в данном месте. Если длина такого фиктивного проводника, на который действует сила, равна  $\Delta l$ , то значение силы в ньютонах по выражению (6-11) будет

$$f = BI\Delta l = B \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Delta l.$$

С другой стороны, величина  $\Delta l / \Delta t$  равна скорости  $v$  движения заряда. Поэтому сила воздействия на заряд

$$f = Bv\Delta Q. \quad (6-13)$$

Направление силы определяется по правилу левой руки (см. рис. 6-8).

Если заряд движется под углом  $\alpha \neq \pi/2$  к магнитным линиям, то, подобно случаю, показанному на рис. 6-7, сила направлена перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы магнитной индукции  $B$  и скорости  $v$ , и значение силы

$$f = Bv\Delta Q \sin \alpha. \quad (6-14)$$

**Управление движением заряженных частиц.** Посредством электрических и магнитных полей можно управлять движением электрически заряженных частиц, которыми могут быть ионы, электроны, протоны и другие материальные частицы, несущие электрические заряды. При помощи сил воздействия электрического поля производится управление пучком электронов в электронных осциллографах, в электронных микроскопах и ряде

других современных электронных приборов. Путем изменения электрического и магнитного полей или только магнитного поля осуществляется управление движущимися частицами в ускорителях заряженных частиц, служащих для получения частиц высоких энергий: бетатронах, циклотронах и синхрофазотронах.

При движении заряженной частицы со скоростью  $v$  в магнитном поле появляется сила, действующая на частицу и направленная перпендикулярно пути движения частицы и магнитным линиям; траектория движения искривляется. Если приравнять эту силу центростремительной силе, то получим уравнение для радиуса окружности  $R$ , по которой частица с массой  $m$  и зарядом  $\Delta Q$  движется в однородном магнитном поле (рис. 6-10). Плоскость траектории движения перпендикулярна магнитным линиям.

Из равенства  $mv^2/R = f = Bv \Delta Q$  получим

$$R = \frac{mv}{B\Delta Q}. \quad (6-15)$$

### 6-3. Исследование магнитной цепи с постоянным магнитом

В аппаратах и электрических машинах малой мощности широкое применение находят постоянные магниты. Для примера выполним упрощенный расчет магнитной цепи магнитоэлектрического измерительного прибора (рис. 6-11) с подковообразным магнитом  $M$ . Магнитный поток проходит через сердечники магнита, полюсные наконечники из мягкой стали, зазоры  $\delta$  и якорь  $Я$ . Длина средней магнитной линии в сердечниках  $l_m$ .

Предположим, что необходимая магнитная индукция в зазоре равна  $B_\delta$ . Тогда магнитный поток  $\Phi$ , проходящий через зазор, будет

$$\Phi = \alpha R_1 m B_\delta,$$

где  $R_1 = R + \delta$  — радиус расточки полюсных наконечников;  $\alpha$  — дуга окружности, занятая полюсами;  $m$  — ширина магнита в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка.

Пренебрегая рассеянием между полюсами и считая одинаковой ширину  $m$  магнита, сердечников и якоря, получим магнитную индукцию в полюсах магнита:

$$bmB = \alpha R_1 m B_\delta, \text{ откуда } B = \frac{\alpha R_1}{b} B_\delta,$$

где  $b$  — толщина сердечника магнита.

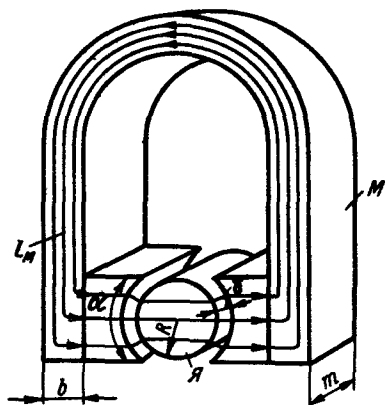


Рис. 6-11. Эскиз магнитной цепи магнитоэлектрического прибора

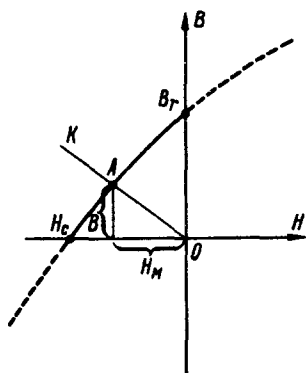


Рис. 6-12. Кривая размагничивания постоянного магнита

Пусть кривая на рис. 6-12 является частью петли гистерезиса металла магнита. Сплошная часть кривой в пределах от точки остаточной магнитной индукции  $B_r$  ( $H = 0$ ) до точки коэрцитивной силы  $H_c$  ( $B = 0$ ) называется *кривой размагничивания*.

Если бы магнитная цепь представляла собой кольцевой замкнутый магнит, то магнитная индукция в сердечнике при отсутствии намагничивания была бы равна остаточной индукции  $B_r$ . В разомкнутом подковообразном магните магнитная индукция  $B$  будет меньше  $B_r$ .

Если напряженность магнитного поля в сердечниках равна  $H_M$ , то в соответствии с законом полного тока при отсутствии внешней МДС

$$H_M l_M + 2 \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta = 0.$$

Отсюда, учитывая связь между индукциями  $B$  и  $B_\delta$ , полученную выше, находим

$$H_M = - \frac{2\delta}{l_M} \frac{b}{\alpha R_1} \frac{B}{\mu_0}.$$

Полученное уравнение определяет прямую  $OK$ , проходящую через начало координат. С одной стороны, магнитное состояние цепи может определяться только точками на прямой, с другой — эти точки должны находиться на кривой размагни-

чивания; поэтому точка  $A$ , определяющая магнитное состояние цепи, будет точкой пересечения прямой  $OK$  и кривой размагничивания. Координаты этой точки определяют напряженность поля  $H_m$  и магнитную индукцию  $B$ .

Для изготовления постоянных магнитов применяются сплавы с высокими остаточными магнитными индукциями и коэрцитивными силами. Качество материала постоянного магнита определяется значением максимальной энергии в единице объема материала  $(BH)_{\max}/2$  из кривой размагничивания.

## Глава 7. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛОЙ

### 7-1. Основные понятия о цепях

В рассматриваемых магнитных цепях переменный магнитный поток создается обмоткой магнитопровода, обтекаемой переменным током. В состав таких магнитных цепей обычно входят ферромагнитные сердечники, выполняемые, например, в промышленных установках из штампованных листов электротехнической стали, изолированных друг от друга. Примерами могут служить трансформаторы, катушки индуктивности, магнитопроводы электрических машин и другие.

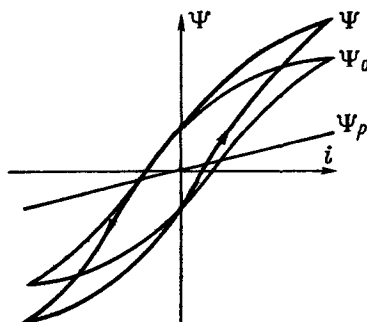
Для примера на рис. 6-1 была показана магнитная цепь электромагнита. В этой цепи, кроме полезного магнитного потока (обозначим его  $\Phi_0$ ), замыкающегося через зазор  $\delta$  и создающего необходимую силу тяжения, имеется магнитный поток рассеяния  $\Phi_p$ , который не проходит через зазор и не участвует в создании силы тяжения. Вместе с тем магнитные линии этого потока полностью или частично, как это показано на рисунке, связаны с витками намагничивающей катушки. Магнитные линии потока рассеяния на большей части длины проходят по воздуху, и магнитное сопротивление для них — это сопротивление участков пути по воздуху. Для воздуха магнитный поток пропорционален МДС, и вебер-амперные характеристики потока  $\Phi_p$  и потокосцепления  $\Psi_p$  являются прямыми. В этом случае магнитный поток и потокосцепление находятся в фазе с переменным током намагничивающей катушки. В отличие от линий потока рассеяния (см. рис. 6-1) линии полезного магнитного потока электромагнита проходят

в основном по ферромагнитному сердечнику. Поэтому график зависимости потока  $\Phi_0$  и соответствующего потокосцепления  $\Psi_0$  от тока или МДС при протекании переменного тока по обмотке будет подобен гистерезисной петле  $B = f(H)$  при переменном намагничивании, так как магнитный поток  $\Phi_0$  равен произведению магнитной индукции на площадь поперечного сечения сердечника. Для магнитомягких металлов с узкой петлей гистерезиса можно приближенно пользоваться основной кривой намагничивания. Как будет показано в дальнейшем, переменный магнитный поток по сердечнику отстает по фазе от намагничивающего переменного тока.

Следовательно, ЭДС самоиндукции, индуцированную в намагничивающей катушке, следует считать состоящей из ЭДС от потока  $\Phi_0$ , отстающей по фазе от него на угол  $\pi/2$ , и ЭДС от потока рассеяния  $\Phi_p$ , отстающей по фазе от него и от тока катушки также на угол  $\pi/2$ . При этом ток катушки и магнитный поток  $\Phi_p$  опережают на некоторый угол поток  $\Phi_0$ .

## 7-2. Ток катушки с ферромагнитным сердечником при синусоидальном напряжении

Предположим, что к катушке со стальным сердечником приложено гармонически изменяющееся напряжение. Обычно активное сопротивление катушки невелико, и им можно в первом приближении пренебречь. Тогда приложенное напряжение будет полностью уравновешиваться противодействующей ЭДС самоиндукции, которая является производной потокосцепления  $\Psi$ . Поэтому магнитный поток  $\Phi$  и потокосцепление  $\Psi$  должны также изменяться по гармоническому закону. Предположим, что  $\psi = \Psi_m \sin \omega t$ . Потокосцепление  $\Psi$  состоит из потокосцепления  $\Psi_0$ , график зависимости которого от переменного намагни-



чивающего тока подобен гистерезисной петле, и потокосцепления рассеяния  $\Psi_p$ , пропорционального току (см. § 7-1). На рис. 7-1 показаны зависимости потокосцеплений  $\Psi_0$  и  $\Psi_p$ , а также потокосцепления  $\Psi = \Psi_0 + \Psi_p$  от тока катушки. Как следует

Рис. 7-1. Зависимость потокосцеплений  $\Psi_0$  и  $\Psi_p$  от тока

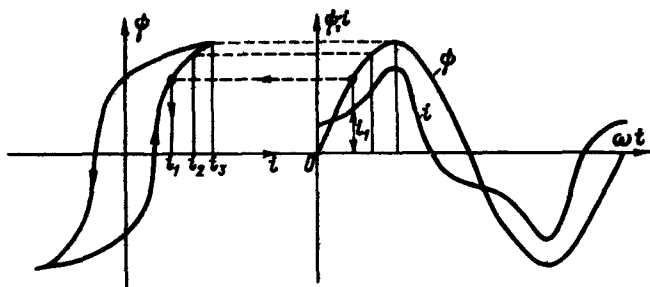


Рис. 7-2. Кривые потока  $\psi = f_1(i)$  и тока  $i = f_2(t)$  в цепи со сталью

из рисунка, кривая  $\Psi = f(i)$  имеет такой же вид, как и гистерезисная петля.

На рис. 7-2 приведены построения, по которым определяют токи  $i$  для каждого мгновенного значения потокосцепления  $\psi$  при данном графике зависимости  $\psi = f_1(i)$ . Кривая тока  $i = f_2(t)$  строится путем нахождения значений тока для различных значений потокосцепления  $\psi$  в соответствующие моменты времени, как это показано на рис. 7-2. Соединяя найденные из построения точки, получим кривую изменения тока во времени. Кривая тока несинусоидальна; при этом ток проходит через нуль раньше, чем потокосцепление, т. е. потокосцепление отстает по фазе от тока. Это обусловлено гистерезисом; вихревые токи, индуцированные в сердечнике, вызывают еще большее отставание по фазе переменного потока  $\psi$  от тока  $i$ .

### 7-3. Векторные диаграммы и схемы замещения

При практических исследованиях часто считают, что действие несинусоидального переменного тока можно определять как действие эквивалентного синусоидального тока (см. § 3-2). В этом случае можно построить векторные диаграммы и схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником. Учтем, что кроме магнитного потока, замыкающегося через стальной сердечник, витки катушки связаны еще с магнитным потоком рассеяния  $\Phi_r$ , проходящим в основном по воздуху и находящимся поэтому в фазе с током.

Построим сначала упрощенную векторную диаграмму цепи без учета потока рассеяния и падения напряжения в активном сопротивлении (рис. 7-3, а).

Вектор основного магнитного потока  $\Phi$  отстает по фазе от

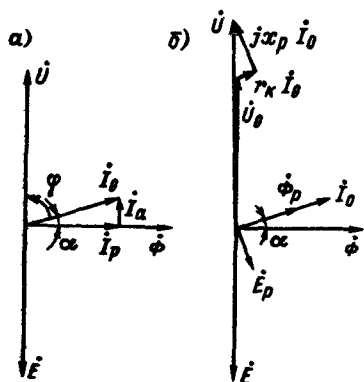


Рис. 7-3. Векторные диаграммы катушки с ферромагнитным сердечником: *а* – при очень малом сопротивлении катушки; *б* – при учете сопротивления катушки

тока цепи  $I_0$  на угол  $\alpha$ , определяющийся потерями в сердечнике. ЭДС, индуцированная в катушке с сердечником, отстает от магнитного потока на угол  $\pi/2$  и уравнивает приложенное напряжение  $\dot{U}$ . Угол  $\alpha$  между вектором тока и вектором основного магнитного потока называется *углом магнитных потерь* или *углом магнитного запаздывания*.

Угол магнитного запаздывания определяется из выражения

$$\alpha = \arcsin \frac{P_c}{U^2 y}, \quad (7-1)$$

где  $P_c$  – потери мощности в стали сердечника на гистерезис и вихревые токи;  $y = I_0/U$  – полная проводимость цепи.

Угол  $\alpha$  мал, и обычно  $I_0$  и  $I_p$  незначительно отличаются друг от друга; поэтому в расчетах значение тока  $I_0$  часто заменяется значением реактивного тока  $I_p$ , что практически не влияет на точность расчета.

При учете активного сопротивления цепи и потока рассеяния векторная диаграмма дополняется построением векторов, изображающих составляющие приложенного напряжения (рис. 7-3, б). В этом случае приложенное к зажимам катушки напряжение будет иметь, кроме составляющей  $U_0$ , уравнивающей ЭДС от основного потока, две другие составляющие, равные соответственно падению напряжения в активном сопротивлении катушки  $r_k I_0$  и падению напряжения в реактивном сопротивлении  $jx_p I_0$  от потока рассеяния  $\Phi_p$  катушки, опережающему ток  $I_0$  на угол  $\pi/2$ .

Реактивное сопротивление катушки  $x_p = \omega L_p$ , где  $L_p$  – индуктивность от потока рассеяния.

Активная  $I_a$  и реактивная  $I_p$  составляющие тока зависят от ЭДС  $E = -U_0$ , индуцированной основным потоком  $\Phi$ ; поэтому данные составляющие можно определить как произведения активной  $g$  и реактивной  $b_L$  проводимостей на напряжение  $U_0$ . Проводимости определяются как



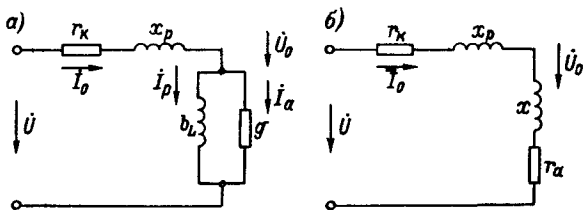


Рис. 7-4. Схемы, эквивалентные катушке с ферромагнитным сердечником: а — для параллельного соединения проводимостей; б — для последовательного соединения сопротивлений

$$b_L = \frac{I_p}{U_0} = \frac{I_p}{E}; \quad g = \frac{I_a}{U_0} = \frac{I_a}{E} = \frac{P_c}{U_0^2}. \quad (7-2)$$

Исходя из приведенных соображений, можно написать в символической форме:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_0 &= \dot{I}_a + \dot{I}_p = (g - jb_L) \dot{U}_0; \\ \dot{U} &= \dot{U}_0 + (r_k + jx_p) \dot{I}_0. \end{aligned} \right\} \quad (7-3)$$

В соответствии с этими выражениями построена векторная диаграмма на рис. 7-3, б.

На основании этих выражений может быть построена схема цепи, эквивалентной катушке с ферромагнитным сердечником, или, более кратко, эквивалентная схема (схема замещения). Процессы в такой эквивалентной цепи, распределение токов, напряжений и мощностей должны быть такими же, как и в реальном устройстве. Исследование схем цепей, эквивалентных различным реальным устройствам, во многом облегчает исследование этих устройств.

На рис. 7-4 показаны эквивалентные схемы, построенные в соответствии с выражениями (7-3), для параллельного включения проводимостей (рис. 7-4, а) и для последовательного включения сопротивлений (рис. 7-4, б). На схеме рис. 7-4, б

$$r_a = \frac{g}{b_L^2 + g^2} \quad \text{и} \quad x = \frac{b_L}{b_L^2 + g^2}.$$

Из эквивалентной схемы следует, что напряжение  $\dot{U}_0$  получается путем вычитания из приложенного комплексного напряжения  $\dot{U}$  комплексного падения напряжения  $\dot{I}_0(r_k + jx_p)$ . Ток  $\dot{I}_0$  складывается из реактивного тока  $\dot{I}_p$  проводимости  $b_L$  и активного тока  $\dot{I}_a$  проводимости  $g$  (рис. 7-4, а).

Путем измерений или расчета магнитной цепи может быть

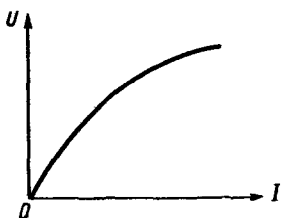


Рис. 7-5. Вольт-амперная характеристика цепи катушки со стальным сердечником

построена вольт-амперная характеристика цепи с катушкой. Это построение производится обычно для эквивалентного синусоидального тока. При увеличении напряжения на зажимах катушки, изменяющегося гармонически, должен увеличиваться ее магнитный поток. При насыщении сердечника ток катушки (эквивалентный и гармонические составляющие) будет возрастать быстрее, чем магнитный поток и напряжение. Электроизмерительные приборы, например, дают значения действующих измеряемых величин. Поэтому при экспериментальном снятии зависимости напряжения на зажимах катушки от тока в ней  $U = f(I)$  получим нелинейную характеристику (рис. 7-5). Произведя расчет магнитной цепи и определив для несинусоидального тока эквивалентный синусоидальный ток, получим такую же характеристику. При включении катушки на напряжение источника переменного тока ее полное сопротивление будет уменьшаться при увеличении напряжения.

Для построения векторной диаграммы, эквивалентной схемы и определения тока цепи при заданном напряжении должны быть известны величины  $r_k$ ,  $x_p$ ,  $b_L$  и  $g$ . Они могут быть определены путем измерений в цепи изготовленной катушки.

Определение этих величин путем расчета производится исходя из значения основного потока  $\Phi$ . Обычно можно принять сначала  $U_0 = (0,9 \dots 0,95) U$ ; значение  $U_0$  уточняется после проведения расчета в первом приближении. По закону электромагнитной индукции

$$u_0 = -e = \frac{d\psi}{dt} = w \frac{d\Phi}{dt} = w \frac{d(\Phi_m \sin \omega t)}{dt} = 2\pi f w \Phi_m \cos \omega t,$$

где  $\psi = w\Phi \sin \omega t$  — гармонически изменяющееся потокосцепление;  $\omega = 2\pi f$  — угловая частота;  $w$  — число витков катушки.

По известному действующему напряжению  $U_0$  определяется основной магнитный поток (в веберах):

$$\Phi_m = \frac{(0,9 \dots 0,95) U}{(2\pi/\sqrt{2})fw} = \frac{(0,9 \dots 0,95) U}{4,44fw}.$$

Амплитуды магнитных индукций на участках магнитопровода  $B_{km} = \Phi_m/s_k$ , где  $s_k$  — сечение  $k$ -го участка; напряженности

магнитного поля  $H_k$  берутся из кривых намагничивания (см. рис. П1-13). По этим данным производится расчет магнитной цепи, из которого определяется максимальное значение расчетного тока  $I_{p\max}$ . Из расчета магнитной цепи находится и поток рассеяния  $\Phi_p$ . Для расчетных значений  $B_{km}$  и заданной частоты  $f$  определяются потери мощности  $P_c$  в стали сердечника (см. § 7-4).

Расчетный действующий ток  $I_p$  можно найти по выражению (см. § 3-2)

$$I_p = I_{p\max}/k_A,$$

где  $k_A$  — коэффициент амплитуды, который берется из справочников.

Далее можно найти для эквивалентного синусоидального тока

$$b_L = I_p/U_0 \text{ и } g = P_c/U_0^2.$$

Активное сопротивление обмотки катушки  $r$  обычно мало отличается от сопротивления постоянному току. Реактивное сопротивление  $x_p = \omega L_p$ , где  $L_p$  — индуктивность от потока рассеяния.

Подобный метод расчета тока  $I_0$  значительно проще расчета, связанного с построением кривых  $\psi = f_1(i)$  и  $i = f_2(t)$  — см. рис. 7-2.

#### 7-4. Потери в стали магнитопроводов. Вихревые токи

Магнитопроводы электрических машин и аппаратов собираются обычно из стали, обладающей большой магнитной проницаемостью; для этой цели применяются и специальные сплавы, а также ферриты. Рассмотрим метод расчета потерь энергии и мощности в стальных магнитопроводах; расчет потерь в магнитопроводах из других материалов производится подобно приведенному ниже.

Изменения переменных магнитных потоков в магнитопроводах вызывают перемагничивание стали, что приводит к возникновению потерь энергии в стали на гистерезис. В стали индуцируются вихревые токи, тоже вызывающие потери.

Зависимость магнитной индукции  $B$  от напряженности  $H$  магнитного поля при циклическом изменении  $H$  изображается гистерезисной петлей. Для магнитной индукции  $B$  и напряженности поля  $H$  энергия в единице объема определяется по формуле (6-6):

$$W'_{im} = BH/2.$$

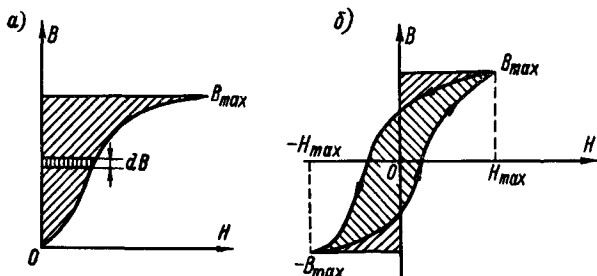


Рис. 7-6. Кривая намагничивания и гистерезисный цикл: *a* — к определению энергии магнитного поля при изменении магнитной индукции; *б* — гистерезисный цикл

При изменении магнитной индукции и напряженности магнитного поля на  $dB$  и  $dH$  изменяется энергия:

$$W'_{2m} = (B + dB)(H + dH)/2.$$

Элементарное приращение энергии магнитного поля

$$dW_m = W'_{2m} - W'_{1m} = \frac{BdH + HdB}{2} = \frac{\mu_a \cdot 2H dH}{2} = HdB,$$

если пренебречь малой величиной второго порядка  $dBdH$ .

Увеличение энергии магнитного поля при изменении магнитной индукции от нуля до  $B_{\max}$  изображено заштрихованной площадью на рис. 7-6, *a*. В процессе прохождения полного гистерезисного цикла в направлениях, показанных стрелками на рис. 7-6, *б*, затрата энергии определяется площадью между восходящей и нисходящей ветвями гистерезисного цикла.

Потеря энергии на гистерезис для единицы объема определяется как

$$\Delta W_m = \oint BdH,$$

где интегрирование производится по замкнутой гистерезисной петле. Следовательно, потеря энергии на единицу объема металла за один цикл перемагничивания (в джоулях на кубический метр) пропорциональна площади гистерезисной петли.

Потери мощности на гистерезис при частоте  $f$  численно равны потерям энергии за  $f$  циклов перемагничивания. Зависимость потерь энергии от наибольшей магнитной индукции более сложна. По формуле Штейнмеца потери энергии пропорциональны  $B_m^{1,6}$ ; по более распространенной формуле Рихтера потери энергии и мощности пропорциональны  $B_m^n$ , где  $1 < n <$

Рис. 7-7. Поверхностный эффект в листе стали магнитопровода

$< 2$ ; при больших магнитных индукциях  $n$  ближе к двум.

Обычно определяют потери мощности, отнесенные к единице массы стали. Учитывая приведенную зависимость потерь от частоты  $f$  и магнитной индукции, получим выражение для потерь мощности  $p_r$  на гистерезис (в ваттах на килограмм):

$$p_r = (aB_m + bB_m^2)f, \quad (7-4)$$

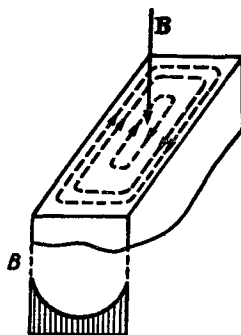
где  $a$  и  $b$  — коэффициенты, определяемые из опыта.

Магнитную индукцию обычно выражают в теслах ( $1 \text{ Тл} = 10000 \text{ Гс}$ ), так как расчетные магнитные индукции в стали находятся в пределах  $B_m = 0,5 \dots 1,8 \text{ Тл}$ , а частоты — в единицах, отнесенных к  $50 \text{ Гц}$ .

При изменении магнитного потока в стали магнитопровода индуцируются вихревые токи, замыкающиеся по путям внутри сечения магнитопровода (рис. 7-7). Вихревыми называются токи, индуцируемые в массе металла. Эти токи в соответствии с законом Ленца оказывают размагничивающее действие, поэтому распределение магнитного потока по сечению сплошного магнитопровода будет неодинаковым (рис. 7-7). В центральной части сплошного магнитопровода, где действие вихревых токов наибольшее, магнитная индукция будет наименьшей, а по краям — наибольшей. Примерное распределение магнитных индукций показано на рис. 7-7.

Это явление, представляющее собой как бы вытеснение потока к внешней поверхности магнитопровода, называется *магнитным поверхностным эффектом*.

Влияние поверхностного эффекта состоит в том, что поперечное сечение магнитопровода используется хуже, чем при неизменном потоке, за счет неравномерного распределения магнитного потока по сечению. При массивном магнитопроводе возрастают также потери энергии, обусловленные протеканием больших по значению вихревых токов. Отметим, что магнитные индукции по мере приближения к середине листа стали не только уменьшаются по значению, но и все больше сдвигаются по фазе в сторону отставания. Значение вихревых токов, а следовательно, и потерь энергии будет тем больше, чем боль-



ше сечение листов стали магнитопровода и больше электрическая проводимость стали. Поэтому для уменьшения потерь энергии листы стали, из которых обычно выполняется магнитопровод, имеют толщину 0,3–0,5 мм для машин и аппаратов с промышленной частотой и 0,05–0,2 мм — для частот порядка килогерц. Для уменьшения проводимости сталь изготавливается с присадкой кремния. Листы стали магнитопроводов изолируются друг от друга путем нанесения слоя лака на одну сторону или путем образования на поверхности непроводящей пленки в результате химического процесса.

Если распределение магнитной индукции по сечению тонкого листа приблизительно равномерное, то амплитуды ЭДС, индуктированных в листах стали, пропорциональны произведению частоты  $f$  на амплитуду магнитной индукции  $B_m$ , а токи пропорциональны ЭДС и площади поперечного сечения листа или, при неизменной ширине листа, толщине листов стали. Потери энергии и мощности  $p_v$  на единицу массы пропорциональны квадрату тока, поэтому для потерь мощности на вихревые токи (в ваттах на килограмм) получим

$$p_v = cB_m^2 f^2 \Delta^2, \quad (7-5)$$

где  $\Delta$  — толщина листов стали, мм;  $c$  — коэффициент.

Как и в выражении для потерь на гистерезис, частоту  $f$  часто выражают в единицах, отнесенных к 50 Гц; индукцию  $B_m$  — в теслах и толщину листа — в единицах, отнесенных к 0,5 мм.

Потери в стали на гистерезис и вихревые токи определяют суммой потерь  $p_r$  и  $p_v$ :

$$p_c = p_r + p_v = [(aB_m + bB_m^2)f + cB_m^2 f^2 \Delta^2]. \quad (7-6)$$

Удельные потери в стали при  $B_m = 1$  Тл,  $f = 50$  Гц и  $\Delta = 0,5$  мм составляют для стали с малой присадкой кремния 4 Вт/кг; для лучших сортов стали, со значительной присадкой кремния и подвергнутых специальной термической обработке, — около 1 Вт/кг.

Обычно пользуются значениями удельных потерь, взятыми из справочных таблиц для различных марок стали. По значениям удельных потерь рассчитываются потери в стали магнитопровода.

## 7-5. Практическое применение цепей со сталью

Цепи со сталью, т. е. цепи, содержащие катушки индуктивности со стальными сердечниками, находят широкое применение в технике. Это — регулируемые и нерегулируемые катушки индуктивности, трансформаторы, магнитные усилители, стабилизаторы, феррорезонансные умножители частоты и др. При высоких частотах сердечники обычно выполняются из ферритов.

Регулирование тока в цепи переменного тока может производиться при помощи дросселя — катушки с зазором в магнитной цепи, регулируемым вручную или при помощи привода (рис. 7-8).

Если замкнутый стальной сердечник катушки не имеет зазора, то его магнитное сопротивление будет наименьшим, а магнитный поток  $\Phi$  сердечника при данном токе катушки, индуктивность  $L$  и реактивное сопротивление катушки  $x$  — наибольшими. Если зазор в магнитной цепи можно изменять путем перемещения якоря  $Я$  (рис. 7-8), то с увеличением зазора  $\delta$  увеличивается магнитное сопротивление цепи  $R_m$ , уменьшаются магнитный поток  $\Phi$  при данном токе, индуктивность  $L$  и реактивное сопротивление  $x$ .

При включении катушки на напряжение источника переменного тока ее полное сопротивление будет уменьшаться с увеличением зазора, а ток в цепи — возрастать.

Рассмотрим простейший ферромагнитный стабилизатор напряжения (рис. 7-9). Стабилизатор напряжения должен обеспечить относительно малые колебания выходного напряжения при возможных значительных колебаниях напряжения сети.

Стабилизатор состоит из катушки с ферромагнитным сер-

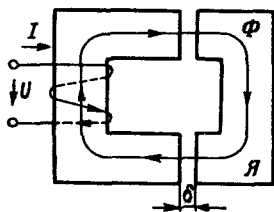


Рис. 7-8. Эскиз магнитной цепи с изменяемым зазором

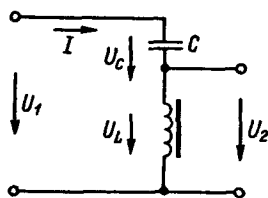


Рис. 7-9. Схема ферромагнитного стабилизатора

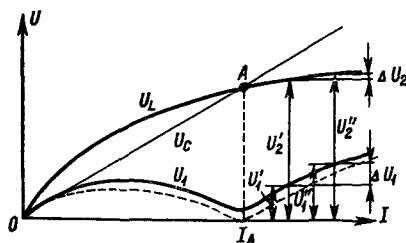


Рис. 7-10. Зависимости напряжений на зажимах цепи, на зажимах катушки индуктивности и конденсатора от тока нагрузки стабилизатора

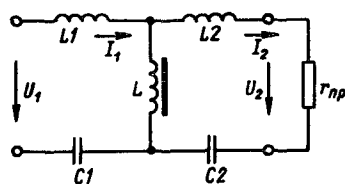


Рис. 7-11. Схема умножителя частоты

дечником и конденсатора, включенных последовательно на напряжение сети. Приемники включаются на напряжение катушки с сердечником.

Напряжение  $U_C$  на зажимах конденсатора пропорционально току  $I$  цепи, а напряжение на зажимах катушки индуктивности  $U_L$  — магнитному потоку катушки. При наличии ферромагнитного сердечника зависимость напряжения  $U_L$  от тока цепи будет иметь вид, подобный основной кривой намагничивания (рис. 7-10).

Напряжение на зажимах катушки индуктивности  $U_L$  находится в противофазе с напряжением на зажимах конденсатора  $U_C$ ; следовательно, напряжение на входных зажимах цепи  $U_1$  равно разности этих напряжений  $|U_1| = |U_L - U_C|$ , если не учитывать активного сопротивления цепи. На рис. 7-10 изображены зависимости от тока  $I$  напряжений  $U_L$  и  $U_C$  и штриховой линией — зависимость  $U_1$ . Зависимость  $U_1$  от тока  $I$  при учете активного сопротивления цепи показана на рисунке сплошной линией. В точке  $A$  имеет место резонанс напряжений; при токе  $I < I_A$  в цепи преобладает индуктивность, при  $I > I_A$  — емкость. Рабочей является ветвь характеристики для  $I > I_A$ .

Как следует из рисунка, при изменении напряжения сети на значительную величину  $\Delta U_1 = U''_1 - U'_1$  стабилизированное напряжение изменяется относительно мало — на  $\Delta U_2 = U''_2 - U'_2$ .

Цепь с катушкой, содержащей ферромагнитный сердечник, может служить в качестве умножителя частоты. Одна из схем умножителя частоты дана на рис. 7-11. Контур, включенный на напряжение сети, состоит из конденсатора  $C1$ , катушки индуктивности без сердечника  $L1$  и катушки индуктивности с ферромагнитным сердечником  $L$ . Контур настраивается в резонанс



с частотой сети, благодаря чему обеспечивается протекание значительного тока в цепи, при котором будет насыщен сердечник катушки  $L$  и в кривой тока будут сильно выражены токи кратных частот.

Второй контур, состоящий из катушек индуктивности  $L$ ,  $L_2$  и конденсатора  $C_2$ , настраивается в резонанс на требуемую частоту. Поэтому из спектра частот первого контура выделяется и подчеркивается напряжение требуемой частоты, кратной основной, которое подводится к приемнику энергии  $r_{пр}$ .

Приведенными примерами не исчерпывается широкое применение цепей со сталью в технике.

## Глава 8. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННОЙ И ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩИМИ СИЛАМИ

### 8-1. Основные понятия о цепях с подмагничиванием. Управляемые дроссели

Большое применение в разных областях техники получили цепи с катушками, имеющими ферромагнитные сердечники, подмагничиваемые постоянным током. Наиболее широко используются управляемые дроссели и магнитные усилители. Принцип работы их один и тот же.

Рассмотрим вначале управляемый дроссель. На рис. 8-1, *a* изображен дроссель с двумя обмотками, имеющий ферромагнитный сердечник, например из листовой стали. Обмотка 1 включена на синусоидальное напряжение  $U_{\sim}$ , частота и действующее значение которого неизменны. Обмотка 2 включена на напряжение постоянного тока  $U_{-}$ . Для того чтобы ограничить значение индуктированного тока, в цепь включена катушка индуктивности  $L$ .

Если сопротивление обмотки 1 относительно мало, то при синусоидальном напряжении  $U_{\sim}$  магнитный поток  $\Phi$  и магнитная индукция  $B$  сердечника будут изменяться синусоидально. Приложенное напряжение будет почти полностью уравновешиваться ЭДС самоиндукции:  $U_{\sim} \approx E = 4,44f w_1 \Phi$ , где  $w_1$  — число витков обмотки 1.

Будем считать, что гистерезисная петля стали сердечника достаточно узкая и можно пренебречь гистерезисом. Тогда за кривую намагничивания сердечника можно принять начальную

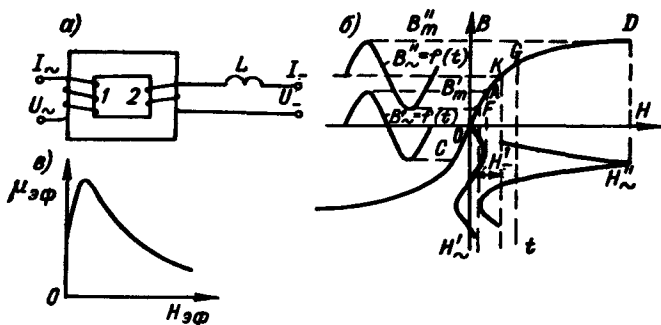


Рис. 8-1. Дроссель насыщения: а – схема включения; б – построение кривой  $H = f(t)$ ; в – кривая магнитной проницаемости  $\mu_{эф}$

кривую, которая проходит через начало координат (рис. 8-1, б). При отсутствии подмагничивания постоянным током начальное магнитное состояние стали определяется точкой кривой при  $H = 0$ , т. е. началом координат. Если начальная часть кривой намагничивания мало отличается от прямолинейной, то для заданного синусоидального закона изменения магнитной индукции  $B_{\sim} = f(t)$  кривая изменения напряженности магнитного поля  $H_{\sim}$ , построенная графически по точкам кривой намагничивания, также мало будет отличаться от синусоиды (рис. 8-1, б).

По найденным значениям напряженности  $H_{\sim}$  магнитного поля можно определить мгновенные значения  $i_{\sim}$  переменного тока в обмотке 1. Если сечение  $s$  сердечника дросселя по всей длине  $l$  одинаково и рассеяние между обмотками очень мало, то

$$i_{\sim} = Hl/w_1. \quad (8-1)$$

Если кривая  $H_{\sim}(t)$  мало отличается от синусоиды, действующий ток  $I$  определится через амплитудное значение  $H_m$ :

$$I = \frac{H_m l}{\sqrt{2} w_1}. \quad (8-2)$$

При синусоидальном изменении магнитного потока во времени его амплитуда может быть выражена через амплитуду магнитной индукции  $B_m$ , а именно  $\Phi_m = B_m s$ .

При линейной зависимости  $B = f(H)$  для магнитной проницаемости получим одно и то же значение как из отношения амплитуд индукции и напряженности  $\mu_{ам} = B_m/H_m$ , так и из отно-

шения их действующих значений  $\mu_{a\text{эф}} = B_{\text{эф}}/H_{\text{эф}} = B_m/H_m$ . При нелинейной зависимости  $B = f(H)$  эти значения будут разными. При расчетах чаще пользуются значением  $\mu_{a\text{эф}}$  для заданных зависимостей  $B = f(H)$  в диапазоне изменений магнитной индукции  $B$ .

С учетом этого замечания определим индуктивность (в генри) обмотки переменного тока при ненасыщенном сердечнике, пренебрегая ее активным сопротивлением:

$$L = \frac{U}{\omega I} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \frac{f w_1 B_m s}{2\pi f [H_m l / (\sqrt{2} w_1)]} = \frac{w_1^2 s}{l} \mu_{a\text{эф}}. \quad (8-3)$$

Для относительной проницаемости  $\mu_{\text{эф}}$

$$L = 0,4\pi \frac{w_1^2 s}{l} \mu_{\text{эф}} \cdot 10^{-6}.$$

Эти выражения могут служить и для определения индуктивности при нелинейной зависимости  $B = f(H)$ . Для данной кривой намагничивания при заданной зависимости  $B = f(H)$  в определенных диапазонах изменения  $B$  из расчета может быть найдена кривая  $\mu_{\text{эф}} = f(H_{\text{эф}})$  (рис. 8-1, в). Эта кривая подобна кривой  $\mu(H)$  для основной кривой намагничивания.

Теперь предположим, что в обмотке 2 протекает постоянный ток  $I_-$ . Сердечник подмагничивается, и от подмагничивания постоянным током возникает напряженность магнитного поля  $H'_-$ . Напряженности магнитного поля  $H'_-$  соответствует магнитное состояние, определяющееся, предположим, точкой  $K$  кривой намагничивания. Если теперь включить обмотку  $I$  на переменное напряжение  $U_-$ , то синусоидальные изменения магнитной индукции такого же диапазона, что и для  $I_- = 0$ , будут происходить в первом приближении около точки  $K$ . Если магнитная индукция в точке  $K$  равна  $B_k$ , то при включении обмотки на переменное напряжение  $U_-$  магнитная индукция будет изменяться по гармоническому закону в диапазоне от  $B_k - B''_m$  до  $B_k + B''_m$  по кривой  $B'_- = f(t)$  (рис. 8-1, б).

Для точек этой кривой по кривой намагничивания можно построить кривую напряженности магнитного поля  $H'_-(t)$ . По выражению (8-1) этой кривой соответствует подобная кривая  $i'_-(t)$ . Кривые  $H'_-(t)$  и  $i'_-(t)$  имеют значительно больший диапазон изменения по сравнению с кривыми при  $H_- = 0$  и расположены несимметрично относительно штриховой вертикальной прямой, проходящей через точку  $K$ .

При отсутствии составляющей постоянного тока в перемен-

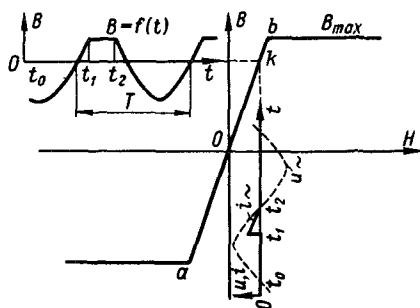


Рис. 8-2. К приближенному исследованию регулирования тока в цепи дросселя насыщения

ном токе обмотки 1 сумма электрических зарядов, переместившихся в цепи в одном направлении, определяющаяся площадью между осью времени и частью кривой  $i''(t)$  с положительными значениями токов, должна быть равна сумме зарядов, переместившихся в другом направлении, определяющейся площадью между осью времени и кривой  $i''(t)$  с отрицательными значениями токов. Поэтому кривые напряженности магнитного поля  $H''(t)$  и тока  $i''(t)$  следует относить к прямой  $Gt$ , выбранной так, чтобы площадки между положительной и отрицательной частями кривой тока  $i''(t)$  и прямой  $Gt$  были равны. Следовательно, кроме подмагничивания постоянным током, происходит *дополнительное подмагничивание*, обусловленное несимметрией кривой тока и определяющееся разностью абсцисс точек  $G$  и  $K$  (рис. 8-1, б). Кривая тока и действующий ток обмотки 1 определяются индуктивностью для  $\mu_{\text{эф}}$  при изменениях магнитной индукции около точки  $G$ . В кривых  $H''(t)$  и  $i''(t)$  имеются четные и нечетные гармонические.

Можно описать работу дросселя, заменив кривую намагничивания  $B = f(H)$  ломаной линией (рис. 8-2). Предположим, что магнитное состояние сердечника, подмагничиваемого постоянным током, определяется точкой  $k$ . При синусоидальном изменении напряжения по этому же закону должна изменяться и магнитная индукция  $B$  в сердечнике. Начиная с момента времени  $t_0$ , когда напряжение  $u$  становится положительным (штриховая кривая на рис. 8-2), магнитная индукция возрастает и в момент времени  $t_1$  достигает значения магнитной индукции насыщения  $B_{\text{max}}$ . Начиная с этого момента магнитная индукция остается неизменной, индуктивность становится равной нулю

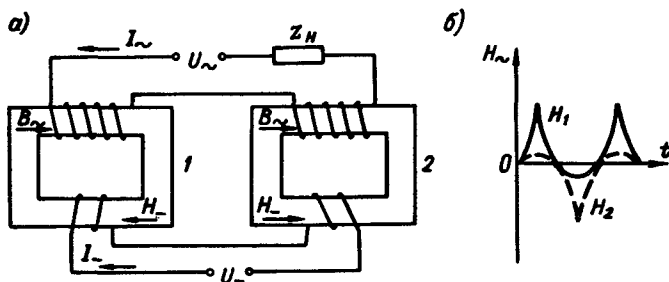


Рис. 8-3. Регулируемый дроссель: а — схема включения; б — кривые  $H = f(t)$

и ток в цепи определяется только сопротивлением нагрузки, например активным (рис. 8-2). В момент времени  $t_2$  изменяется знак напряжения, магнитная индукция начинает убывать по синусоидальному закону, затем — снова возрастать до значения  $B_{\max}$  и т. д. Напряженности поля и соответствующие им токи для участка  $ab$  невелики; при относительно малом активном сопротивлении нагрузки получим сплошную кривую тока  $i_{\sim}(t)$  (рис. 8-2). На этой кривой токи для участка  $ab$  приближенно считаем равными нулю. Следовательно, один раз в период дроссель проводит ток — в течение времени  $t_2 - t_1$ . Заметим, что приведенные для подмагничиваемых дросселей выводы справедливы в предположении достаточно большого сопротивления цепи постоянного тока.

При подмагничивании дросселя постоянным током изменяется его магнитное состояние, уменьшается индуктивность и возрастает ток рабочей обмотки переменного тока. Если в эту цепь включить нагрузку с сопротивлением  $r_H$ , то при изменениях относительно небольшого постоянного тока можно регулировать значительную мощность нагрузки — дроссель может служить для регулирования тока.

Дроссель, изображенный на рис. 8-1, непригоден для практического применения в основном потому, что в обмотке постоянного тока с большим числом витков индуктируется большая переменная ЭДС.

Рассмотрим устройство из двух одинаковых дросселей, включенных так, как показано на рис. 8-3. Обмотки дросселей включим так, чтобы в любой момент времени направления векторов переменной магнитной индукции  $B_{\sim}$  были одинаковы относительно обмоток переменного тока, а направления векторов напряженностей  $H_{\sim}$  магнитного поля подмагничивающих

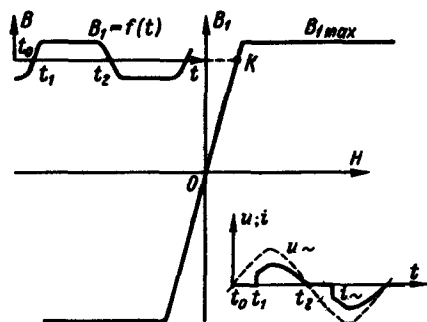


Рис. 8-4. Определение тока дросселя при идеализированной кривой намагничивания и малом сопротивлении обмотки управления

обмоток постоянного тока относительно тех же обмоток — разные. В ряде случаев можно считать, что сопротивление подмагничивающей обмотки мало. Для упрощения исследования заменим кривую намагничивания каждого сердечника, как на рис. 8-2, ломаной линией; например для сердечника 1 имеем  $B_1 = f_1(H)$  (рис. 8-4).

Начиная с момента времени  $t_0$ , когда  $u > 0$ , будет возрастать, предположим, магнитный поток сердечника 1 вплоть до момента времени  $t_1$ , когда достигается наибольшая возможная магнитная индукция сердечника  $B_{1 \max}$ . Ток  $i_{\sim}$  дросселя в течение времени  $t_1 - t_0$  невелик, будем считать его приблизительно равным нулю. Начиная с момента времени  $t_1$  магнитный поток сердечника 1 и индукция  $B_1$  возрастать не могут, магнитный поток сердечника будет поддерживаться неизменным, обмотка переменного тока сердечника 1 как бы замыкается накоротко. Тогда должен был бы возрастать магнитный поток другого сердечника (2), но это также невозможно, так как возрастающий магнитный поток охвачен обмоткой управления с малым сопротивлением и, при отсутствии встречной ЭДС в обмотке сердечника 1, практически замкнутой накоротко. Поэтому с момента времени  $t_1$  до момента времени  $t_2$ , когда напряжение  $u$  на зажимах дросселя становится отрицательным и начинает уменьшаться магнитный поток сердечников, индуктивное сопротивление обмоток дросселя становится равным нулю. Ток в цепи определяется сопротивлением приемника, в рассматриваемом случае активным, и активным сопротивлением обмоток. После прохождения через нуль магнитный поток увеличивается в другом направлении. При этом окажется как бы

замкнутой накоротко обмотка сердечника 2, когда будет достигнуто значение индукции  $B_{\max}$ . С увеличением тока управления перемещается вверх точка  $K$  (рис. 8-4), все раньше в цепи обмоток начинает протекать ток и увеличивается действующий ток  $I_{\sim}$ .

Дроссель в этом режиме работает подобно электронным приборам, на сетки которых подаются положительные импульсы напряжения в моменты открывания. Вследствие того что подмагничивающие обмотки постоянного тока двух дросселей включены встречно (см. рис. 8-3), ЭДС нечетных гармонических в обмотках взаимно уравниваются; поэтому в цепи постоянного тока эти ЭДС не действуют. В каждой же из обмоток ЭДС нечетных гармонических существуют. Можно показать, что в цепи обмоток постоянного тока индуктируются и четные гармонические, вызывающие токи в цепях подмагничивания.

Кривые токов и ЭДС в обмотках переменного тока в течение любого полупериода являются зеркальными изображениями кривых токов и ЭДС в течение предыдущего полупериода. Это определяет то, что в кривой ЭДС двух обмоток имеются только нечетные гармонические, из которых первая уравнивает приложенное напряжение. ЭДС каждой из обмоток содержит и четные гармонические, но эти ЭДС двух обмоток уравнивают друг друга.

Исследуем работу дросселя в предположении, что сопротивление обмотки подмагничивания очень велико и ее нельзя считать замкнутой накоротко.

Обычно дроссели выполняются с общей обмоткой подмагничивания (см. рис. 8-6, а), охватывающей сердечники двух дросселей; поэтому в обмотке индуктируется небольшая ЭДС четных гармонических. Сердечники разделены немагнитной прокладкой для того, чтобы значительные переменные магнитные потоки сердечников, сумма которых невелика, более интенсивно перемагничивали каждый из сердечников. Благодаря этому улучшаются характеристики дросселей.

Рассмотрим принцип построения кривой зависимости действующего переменного тока  $I$  в цепи нагрузки от тока подмагничивания для случая, когда сопротивление цепи обмотки подмагничивания велико. ЭДС обмоток переменного тока пропорциональна производной суммы магнитных индукций  $B_1 + B_2$  в сердечниках. Напряженность магнитного поля  $H_{\sim}$  от обмотки подмагничивания действует в одном сердечнике согласно, а в другом — встречно по отношению к переменной напряженности магнитного поля. Поэтому следует построить для

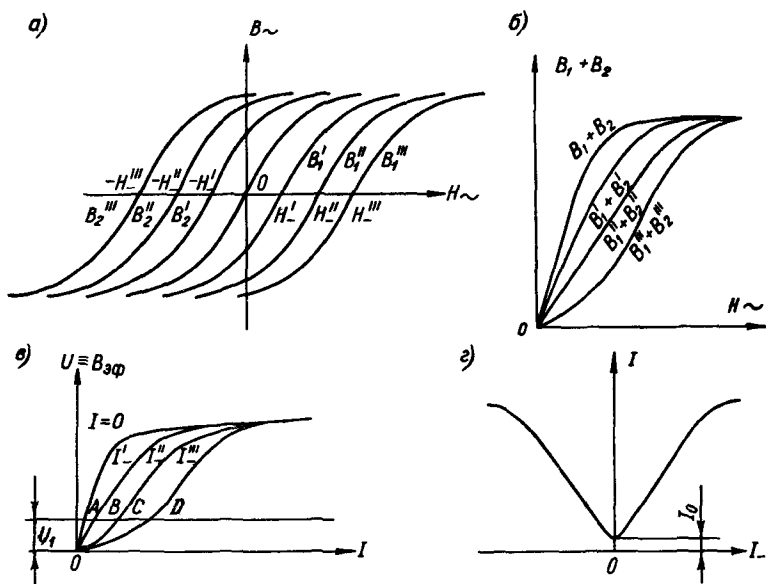


Рис. 8-5. Построение характеристики дросселя при большом сопротивлении обмотки управления: а – кривые  $B_{\sim} = f(H_{\sim})$  при различных  $H_{\sim}$ ; б – кривые  $(B_1 + B_2) = f(H_{\sim})$ ; в – кривые  $U = f(I)$ ; г – характеристика дросселя

каждой напряженности  $H_{\sim}$  две кривые зависимости переменной магнитной индукции  $B_{\sim}$  от переменной напряженности  $H_{\sim}$  магнитного поля: справа – для согласного действия, а слева – для встречного (рис. 8-5, а).

В качестве кривой намагничивания, как и раньше, берем основную. На рис. 8-5, а построены четыре серии кривых  $B_{\sim} = f(H_{\sim})$  для различных напряженностей  $H_{\sim}$  подмагничивания. Кривые получаются смещением основной кривой намагничивания вправо и влево на величины  $H'_{\sim}$ ,  $H''_{\sim}$  и  $H'''_{\sim}$ . На рис. 8-5, б в одном квадранте построены для этих же напряженностей  $H_{\sim}$  четыре кривые  $B_1 + B_2 = f(H_{\sim})$ .

Если сопротивление нагрузки и активное сопротивление обмотки переменного тока невелики, то в каждый момент времени  $u_{\sim} = -e_{\sim}$ . ЭДС, индуцированная в обмотках переменного тока, число витков каждой из которых  $w_{\sim}$  и сечение сердечника  $s$ , равна

$$e_{\sim} = -u_{\sim} = -w_{\sim} \frac{d\Phi}{dt} = -w_{\sim} s \frac{d(B_1 + B_2)}{dt},$$



откуда

$$B_1 + B_2 = \int \frac{u_{\sim}}{w_{\sim} s} dt.$$

Поэтому для заданного закона  $u_{\sim} = f_1(t)$  (обычно для гармонического) можно определить  $B_1 + B_2 = f_2(t)$ . Пользуясь этой зависимостью и кривыми  $B_1 + B_2 = f(H_{\sim})$  (рис. 8-5, б), построим кривые  $H_{\sim}(t)$  и, следовательно,  $i_{\sim}(t)$ . По полученным кривым  $i_{\sim}(t)$  определим действующие токи  $I$ . Эти построения можно провести для ряда значений приложенных напряжений  $U$  и соответствующих им значений  $(B_1 + B_2)_{\text{эф}}$ . В результате получим для разных значений тока подмагничивания четыре кривые  $U = f(I)$  (рис. 8-5, в). Для данного значения приложенного напряжения  $U_1$  действующие токи при разных значениях токов подмагничивания определяются точками  $A, B, C, D$  пересечения прямой с кривыми. Типичная характеристика дросселя  $I = f(I_{\sim})$  при  $U = U_1 = \text{const}$  приведена на рис. 8-5, г. Начальную часть этой характеристики можно с достаточной точностью считать отрезком прямой; ток  $I_0$  может быть мал, особенно при сердечниках из пермаллоя, обладающего большой проницаемостью при малых напряженностях  $H$  магнитного поля.

Приведенные выводы справедливы, как это было указано, при большом сопротивлении подмагничивающей управляющей обмотки.

Первая из рассмотренных нами моделей проста и наглядна, однако в ряде случаев сопротивление обмотки подмагничивания достаточно велико, и при расчетах обычно пользуются методом, изложенным для второй модели.

## 8-2. Магнитные усилители и их характеристики

Управляемый дроссель насыщения можно рассматривать как усилитель, наиболее характерным свойством которого является усиление мощности. Изменяя относительно небольшой ток в обмотке подмагничивания, а следовательно, и подводимую мощность, можно регулировать значительную мощность на выходе, т. е. мощность, подводимую к приемнику.

По такому же принципу, как управляемые дроссели, работают и магнитные усилители. В отличие от дросселей магнитные усилители имеют не одну, а ряд обмоток управления (обычно не более десяти), которые включаются на напряжение управления, напряжения обратных связей и другие; на выходе

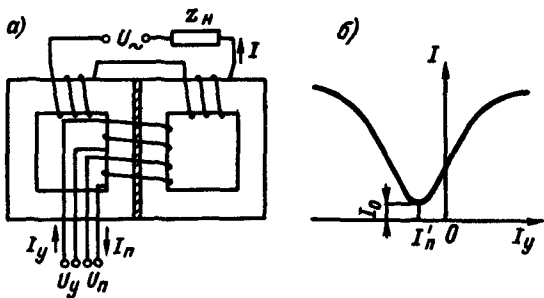


Рис. 8-6. Магнитный усилитель с начальным подмагничиванием: а — схема включения; б — характеристика усилителя

усилителя формируется требуемое управляющее воздействие.

При расчете усилителей особое внимание обычно обращается на обеспечение требуемого коэффициента усиления по мощности, так как магнитные усилители широко применяются в системах автоматики как усилители мощности. При включении на выходе приемника постоянного тока переменный ток обычно выпрямляется при помощи полупроводниковых диодов. Принципиально выполнение усилителей такое же, как и управляемых дросселей.

Как было показано, характеристика управляемого дросселя симметрична относительно оси тока  $I$ .

В ряде случаев требуется, чтобы при увеличении тока обмотки управления от нуля ток магнитного усилителя увеличивался, а при уменьшении — уменьшался в некотором диапазоне. Для получения такой характеристики производят начальное подмагничивание усилителя при помощи обмотки смещения, обтекаемой неизменным током  $I_n$ , как это показано на рис. 8-6.

Характеристика усилителя оказывается сдвинутой влево или вправо в зависимости от направления тока в обмотке смещения на величину, соответствующую току подмагничивания  $I'_n$ , приведенному к обмотке управления:

$$I'_n = I_n \frac{w_n}{w_{0,y}}$$

где  $w_n/w_{0,y}$  — отношение чисел витков обмоток смещения и управления.

Обычно усилители выполняются с положительными обратными связями, служащими для увеличения коэффициента усиления. Различают внешние и внутренние обратные связи.

На рис. 8-7 изображен усилитель с внешней обратной связью. Параллельно нагрузке на стороне постоянного тока  $r_n$

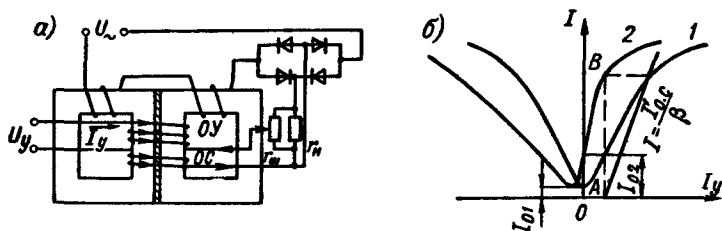


Рис. 8-7. Магнитный усилитель с положительной внешней обратной связью: а — схема включения; б — построение характеристики

включен по потенциометрической схеме шунтирующий резистор  $r_{ш}$ , от которого подается напряжение на обмотку  $OC$  положительной обратной связи. Напряжение обратной связи может регулироваться.

Ток обмотки  $I'_{oc}$ , приведенный к обмотке управления  $OY$ , пропорционален току  $I$  нагрузки при неизменной форме кривой тока:

$$I'_{oc} = \beta I,$$

где  $\beta$  — коэффициент положительной обратной связи.

Результирующий ток  $I_{рез}$  намагничивания равен сумме токов  $I_y$  и  $I'_{oc}$ :

$$I_{рез} = I_y + \beta I.$$

Следовательно, ток нагрузки для данного тока управления будет соответствовать точке пересечения характеристики без обратной связи с прямой  $I = I'_{oc}$ , проходящей через точку  $A$  (точка  $B$  характеристики 2).

На рис. 8-7,б показано графическое определение одной точки характеристики  $I = f(I_y)$  усилителя. В результате подобных построений для разных токов управления получим характеристику 2 усилителя с положительной обратной связью.

Из сравнения характеристик 1 и 2 следует, что ток нагрузки при наличии положительной обратной связи, а следовательно, и коэффициент усиления значительно больше, чем при отсутствии обратной связи.

Характеристика 2 может быть смещена в желательном направлении при помощи обмотки смещения, не показанной на рисунке.

Магнитные усилители с внутренней обратной связью подмагничиваются постоянной составляющей выпрямленного тока нагрузки (рис. 8-8). Для этой цели в каждую из обмоток пере-

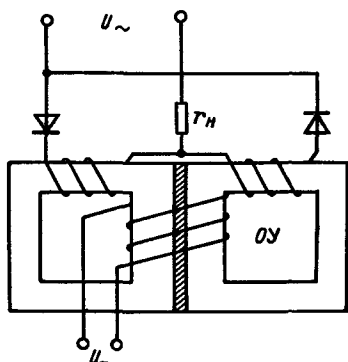


Рис. 8-8. Схема магнитного усилителя с внутренней положительной обратной связью

менного тока усилителя включают полупроводниковые диоды. При включении выпрямителей в обмотках будут протекать подмагничивающие токи, приблизительно равные средним значениям  $I_{cp}$  переменного тока за полупериод.

Обычно усилители выполняются с внутренней обратной связью. Коэффициентом усиления, наиболее полно характеризующим магнитный усилитель, является коэффициент усиления по току  $k_I$ .

С достаточной точностью для начальной ветви характеристики можно определить ток нагрузки (см. рис. 8-5, 2):

$$I = I_0 + k_I I_y.$$

Обычно ток усилителя  $I_0$  при  $I_y = 0$  относительно мал, в особенности для сердечников из сплавов типа пермаллоя. Поэтому коэффициент усиления по току  $k_I$  обычно определяется отношением

$$k_I = I/I_y. \quad (8-4)$$

Пользуясь понятием коэффициента обратной положительной связи по току  $\beta$ , можно вывести выражение для коэффициента усиления по току  $k_{o.c}$  при обратной связи:

$$k_{o.c} = \frac{k_I}{1 - k_I \beta}. \quad (8-5)$$

Усилитель не должен самопроизвольно возбуждаться, поэтому значение  $k_I \beta$  должно быть меньше единицы и прямая обратной связи  $I'_{o.c} = \beta I$  (рис. 8-7, б) должна проходить круче начальной части характеристики.

Коэффициент усиления по мощности  $k_P$  определяется отношением мощности в нагрузочном сопротивлении  $r_n$  при протекании управляемого тока  $k_I I_y$  к мощности цепи управления, имеющей сопротивление  $r_y$ .

Для усилителя без обратной связи

$$k_P = \frac{I^2 r_n}{I_y^2 r_y}. \quad (8-6)$$

Для усилителя с положительной обратной связью

$$k_p = k_{o.c}^2 \frac{r_n}{r_y} = \left( \frac{k_I}{1 - k_I \beta} \right)^2 \frac{r_n}{r_y}. \quad (8-7)$$

В первом приближении можно считать, что магнитные усилители являются инерционными элементами с постоянной времени, равной сумме постоянных времени всех обмоток управления. Сердечники усилителей сильно насыщены, поэтому индуктивности и постоянные времени обмоток обычно можно определить для узкого диапазона изменения магнитного потока. При возбуждении от начального, ненасыщенного, состояния можно учитывать в основном индуктивность и постоянную времени при ненасыщенных сердечниках.

Влияние переменных токов в обмотках управления и ряд других явлений могут существенно уменьшать постоянную времени, в особенности для усилителей с внутренней обратной связью.

Коэффициенты усиления магнитных усилителей по мощности лежат в пределах от десяти до десятков тысяч. Постоянные времени — от тысячных долей секунды у быстродействующих усилителей малой мощности до секунд — у мощных.

### 8-3. Схемы соединения и выполнение магнитных усилителей

Рассмотрим некоторые основные схемы соединения усилителей.

**Дифференциальный магнитный усилитель** состоит из двух одинаковых магнитных усилителей обычно с общими обмотками управления  $OY$ , включенных дифференциально. При дифференциальном включении ток в нагрузке  $z_n$  равен сумме выходных токов усилителей, сдвинутых по фазе на  $\pi$ . На рис. 8-9 представлена одна из возможных схем дифференциального усилителя с внешней положительной обратной связью и двумя обмотками управления, включенными последовательно.

Обмотки переменного тока усилителей включены на напряжения двух половин вторичной обмотки трансформатора  $T$ . Одинаковые характеристики  $1$  и  $3$  усилителей располагаются так, как показано на рис. 8-9, б, а ординаты кривой зависимости тока нагрузки от токов обмоток управления (характеристика 2) равны суммам ординат характеристик  $1$  и  $3$ :  $I = I_1 + I_2$ .

Характеристика  $I = f(I_y)$  проходит через начало координат, ее начальная часть с некоторым приближением является пря-

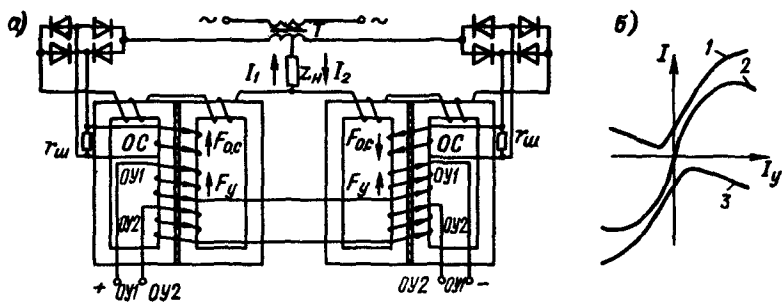


Рис. 8-9. Дифференциальный магнитный усилитель: а – схема включения; б – характеристика

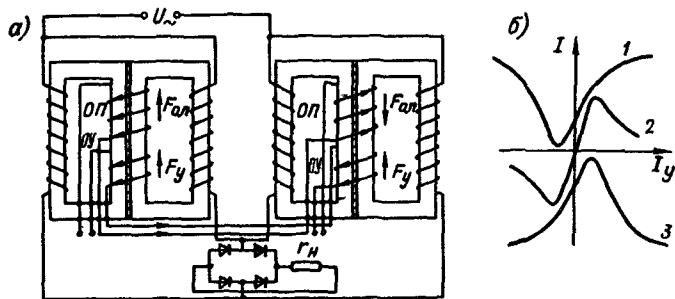


Рис. 8-10. Мостовой магнитный усилитель: а – схема включения; б – характеристика

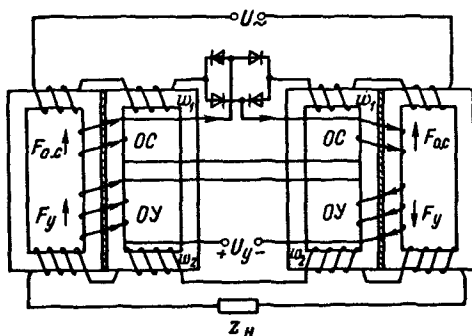


Рис. 8-11. Схема трансформаторного магнитного усилителя

мой. Фаза тока нагрузки при перемене знака тока управления изменяется на  $\pi$ , так как при токе управления одного знака преобладает нагрузочный ток одного усилителя, а при токе управления другого знака — ток другого усилителя.

**Мостовой магнитный усилитель** состоит из двух одинаковых магнитных усилителей обычно с общими обмотками управления и обмотками переменного тока, включенными в плечи неравновесного моста. В диагональ моста включена нагрузка. На рис. 8-10 дана схема усилителя без обратной связи, с одной обмоткой управления, с выходом на постоянном токе. Нагрузка  $r_n$  включена в цепь переменного тока через полупроводниковые выпрямители. Для получения несимметричных характеристик служит обмотка начального подмагничивания *ОП*.

Если ток управления отсутствует, то мост уравновешен и ток нагрузки равен нулю. Если по обмоткам протекает ток управления, МДС  $F_y$  обмотки управления одного усилителя действует согласно МДС  $F_{o.n}$  обмотки подмагничивания, а у другого — встречно. Равновесие плеч моста нарушается, и в цепи нагрузки протекает ток. Фаза переменного тока нагрузки изменяется на  $\pi$  при изменении направления тока управления. Характеристика 2 усилителя получается сложением ординат характеристик 1 и 3 двух усилителей (рис. 8-10, б).

**Трансформаторный магнитный усилитель** состоит из двух одинаковых магнитных усилителей с двумя комплектами обмоток переменного тока — первичных ( $w_1$ ) и вторичных ( $w_2$ ). Благодаря этому значение напряжения нагрузки не связано с напряжением источника питания и может быть выбрано в соответствии с имеющимися требованиями. Схема усилителя с включением по дифференциальной схеме представлена на рис. 8-11.

Приведенные схемы включения магнитных усилителей являются самыми простыми, существуют также трехфазные усилители, реверсивные усилители с изменением полярности на выходе постоянного тока и другие виды усилителей.

Магнитные усилители имеют мощность от долей вольт-ампера до нескольких киловольт-ампер. Сердечники усилителей малой мощности часто выполняются из листового пермаллоя, чем обеспечивается получение высокого коэффициента усиления, так как пермаллой быстро насыщается и требует малого подмагничивания. Магнитные индукции в сердечниках — десятые доли тесла (тысячи гауссов). Усилители большой мощности изготавливаются обычно с сердечниками из листовой электротехнической стали, магнитные индукции в сердечниках — до 1 Тл (10000 Гс). Применение повышенной частоты (до тыся

герц) позволяет иметь меньшие магнитные потоки в сердечниках, следовательно, уменьшать габариты усилителя.

Обычно усилители выполняются с Ш-образными или кольцевыми сердечниками. Сборка сердечников из штампованных листов производится подобно сборке сердечников малых трансформаторов. Обмотки управления обычно охватывают все сердечники, входящие в состав данного усилителя, например два сердечника дифференциального усилителя. Для уменьшения рассеяния обмотки управления, как правило, размещаются на сердечниках сверху обмоток переменного тока каждого сердечника.

Преимуществами магнитных усилителей являются их надежность и практически неограниченная долговечность. Усилители применяются в системах автоматического управления, для точных измерений магнитных полей, для измерений постоянных токов и в ряде других случаев.



## Часть 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

---

### Глава 9. ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

#### 9-1. Общие сведения об электрических измерениях

Измерения играют огромную роль в научных исследованиях, в промышленности, в сельском хозяйстве, медицине, транспорте и т. д. Научное изучение законов природы всегда связано с экспериментами, проведение которых невозможно без измерительной аппаратуры. Современные промышленные предприятия оснащены большим числом измерительных приборов, служащих для контроля работы машин и аппаратов, регулирования производственных процессов, измерения технических параметров веществ при контроле продукции.

В нашей стране имеется первоклассная электроприборостроительная промышленность, выпускающая свыше 1000 типов различных по назначению и принципу действия электроизмерительных приборов.

Измерения относятся к познавательной деятельности человека; результатом измерения являются не вещи, а знания (информация) об их свойствах. Измерением называется процесс сравнения физической величины  $X$  с ее единицей (воспроизводимой мерой)  $M$ , результат которого выражается числом  $N$ . Уравнение измерения имеет вид

$$X = NM,$$

где  $N$  — безразмерное число;  $X$  и  $M$  — величины одинаковой размерности.

Для выполнения измерения необходимы средства измерения, к которым относятся:

а) меры — технические средства, служащие для конкретного, вещественного воспроизведения единицы физической величины (вольт, ом, генри, фарад и т. д.);

б) измерительные приборы — технические средства, используемые для осуществления процесса измерения (вольтметры, омметры и т. д.);

в) измерительные преобразователи — технические средства,

служащие для расширения возможностей использования измерительных приборов (шунты, делители напряжения, трансформаторы, усилители, датчики для измерения неэлектрических величин и т. д.).

В зависимости от роли, которую выполняют средства измерений, их разделяют на две категории:

а) рабочие средства измерений — для использования в производственных и лабораторных условиях;

б) образцовые средства измерений — для градуировки и периодической поверки рабочих средств измерений.

Образцовые средства измерений, выполняемые с предельной точностью, достижимой при данном уровне науки и техники, и служащие для воспроизведения и хранения единиц физических величин, называются эталонами.

## 9-2. Меры электрических величины

**Меры электродвижущей силы.** В качестве меры постоянной ЭДС используются *нормальные элементы* — герметизированные ртутно-кадмиевые гальванические элементы специальной конструкции. При тщательном изготовлении нормальные элементы имеют при  $+20^{\circ}\text{C}$  ЭДС около 1,0186 В, остающуюся почти неизменной в течение нескольких десятков лет. По стабильности ЭДС нормальные элементы согласно ГОСТ 1954—82 делятся на семь классов точности. Нормальные элементы кл. 0,0002; 0,0005; 0,001; 0,002; 0,005 применяются в качестве образцовых мер при лабораторных измерениях. Элементы кл. 0,01 и 0,02 используются при технических измерениях.

**Меры электрического сопротивления.** Однозначная мера представляет собой резистор специальной конструкции. Сопротивление меры не должно по возможности зависеть от времени, температуры, частоты переменного тока и т. д. В настоящее время меры изготавливаются со значениями сопротивления  $10^{-5} - 10^{10}$  Ом. Конструкция меры существенно зависит от номинального значения сопротивления. Меры  $10^{-5} - 0,1$  Ом изготавливаются из манганиновой ленты, а меры 1 Ом и выше — из манганиновой проволоки. Манганин — сплав с высоким удельным сопротивлением ( $\rho = 0,47$  Ом·мм<sup>2</sup>/м), обладающий высокой стабильностью во времени и очень низким температурным коэффициентом сопротивления ( $\alpha = 0,0005 \dots 0,003$  %/К). Меры сопротивления от 100 Ом и выше выполняются двухзажимными, а меры ниже 100 Ом имеют четыре зажима: два зажима токовые и два — потенциальные. С помощью токовых зажимов мера включается в цепь тока,

и ее сопротивление определяется по падению напряжения между потенциальными зажимами. Меры выполняются так, чтобы они обладали весьма малыми индуктивностями и емкостями, что позволяет применять их также и в цепях переменных токов низкой частоты.

Согласно ГОСТ 23737—79 однозначные меры делятся на девять классов (кл. 0,0005; 0,001; 0,002; 0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2). Число, обозначающее класс, указывает допустимое изменение (в процентах) сопротивления меры за год.

Каждая однозначная мера воспроизводит одно значение сопротивления. Номинальные значения сопротивлений кратны 10, т. е. равны  $1 \cdot 10^n$ , где  $n$  — целое число.

На практике широко применяются многозначные меры сопротивления — магазины сопротивлений. Они представляют собой набор манганиновых мер сопротивлений, смонтированных в общем ящике так, чтобы с помощью переключающего устройства можно было по желанию изменять в определенных пределах значение магазина сопротивления.

**Меры индуктивности** выполняют из медного изолированного провода, намотанного на фарфоровый или пластмассовый каркас. Меры индуктивности изготавливаются со значениями  $10^{-9}$  — 10 Гн и согласно ГОСТ 21175—75 имеют семь классов точности — от кл. 0,01 до кл. 1,0. Катушки взаимной индуктивности по конструкции подобны катушкам индуктивности, но имеют две электрически изолированные, магнитно-связанные обмотки. Магазины индуктивности состоят из набора катушек индуктивности. Переключающие устройства позволяют скачкообразно и плавно изменять индуктивность магазина.

**Меры емкости** выполняются в виде конденсаторов с воздушным, слюдяным или стирофлексным диэлектриком со значениями емкости  $10^{-13}$  —  $10^{-3}$  Ф. Наиболее точными и стабильными являются конденсаторы с воздушным диэлектриком. Магазины емкостей комплектуются из конденсаторов с твердыми диэлектриками.

### 9-3. Электроизмерительные приборы. Классификация

Большое число видов и разновидностей приборов классифицируется для удобства выбора и эксплуатации по ряду признаков.

Возможности применения прибора определяются прежде всего принципом его действия (физическими явлениями, использованными в конструкции прибора), а затем уже конструк-

тивными особенностями. По принципу действия приборы делятся на системы (электромагнитная, магнитоэлектрическая и т. д.).

По роду измеряемой величины приборы делятся на измерители тока (амперметры), напряжения (вольтметры), сопротивления (омметры) и т. д.

Электроизмерительные приборы, показания которых являются непрерывными функциями изменений измеряемых величин, называются *аналоговыми* приборами. Приборы, автоматически вырабатывающие дискретные сигналы измерительной информации и показания которых представлены в цифровой форме, называются *цифровыми* приборами.

По способу выдачи измерительной информации приборы делятся на *показывающие* (допускающие считывание показаний с отсчетного устройства) и *регистрирующие* (допускающие регистрацию — запись показаний прибора в функции времени).

Среди показывающих и регистрирующих приборов различают приборы, дающие измерительную информацию о текущем значении измеряемой величины, и приборы *интегрирующие*, осуществляющие интегрирование измеряемой величины во времени (например, *счетчики* электрической энергии).

Существуют приборы, предназначенные для непосредственного сравнения измеряемой величины с величиной, значение которой известно. Такие приборы называются приборами *сравнения* (мосты, потенциометры).

По точности приборы делятся на классы. Число, характеризующее класс прибора, показывает допустимое значение погрешности прибора, выраженное в процентах. Кроме как по перечисленным признакам, приборы классифицируются по степени защищенности от внешних и магнитных полей, по характеру применения (стационарные, переносные, для подвижных установок) и т. д.

#### **9-4. Аналоговые электроизмерительные приборы. Основные сведения**

В аналоговых приборах электрическая энергия преобразуется в механическую энергию, под действием которой подвижная часть прибора вместе с указательной стрелкой поворачивается на некоторый угол. В простейшем случае электроизмерительный прибор состоит из измерительного механизма, осуществляющего это преобразование. Однако возможности такого прибора весьма ограничены, так как он позволяет производить измерения в сравнительно узкой области. Поэтому

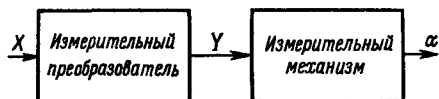


Рис. 9-1. Структурная схема показывающего электроизмерительного прибора

в приборах часто применяются измерительные преобразователи, которые расширяют области применения приборов (рис. 9-1). Измерительный преобразователь используется для преобразования измеряемой электрической величины  $X$  (ток, напряжение, мощность, частота, сопротивление и т. д.) в промежуточную электрическую величину  $Y$  (ток, напряжение, частота), непосредственно воздействующую на измерительный механизм. Последний преобразует величину  $Y$  во вращающий механический момент для поворота подвижной части на угол  $\alpha$ . Измерительные преобразователи (шунты, выпрямители, трансформаторы, усилители и т. д.) могут быть встроены внутрь прибора или присоединяться снаружи к его зажимам.

Большинство аналоговых электромеханических приборов имеют много общих узлов и деталей и построены по общей схеме преобразования  $X$  в угол поворота  $\alpha$  за счет создания механического момента. В качестве примера на рис. 9-2 показана схема устройства стрелочного прибора электромагнитной системы. Подвижная часть прибора состоит из оси 1, на которой смонтированы: устройство для создания вращающего момента (сердечник из ферромагнитного материала 7 и катушка

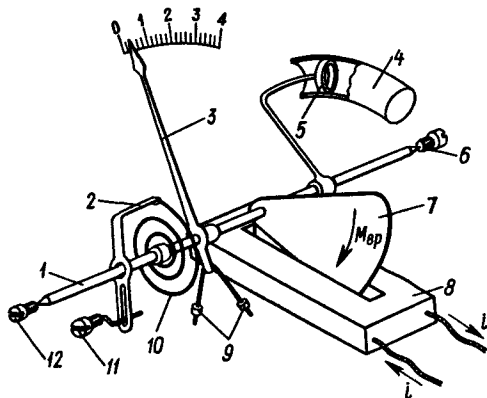


Рис. 9-2. Устройство прибора электромагнитной системы

с током 8), спиральная пружина 10 для создания противодействующего момента, стрелочный указатель 3. Один конец пружины 10 укреплен на оси 1 прибора, а другой соединен с поводком 2 корректора. Корректор служит для устранения небольших смещений стрелки с нулевой отметки шкалы. Поворот винта 11 корректора вызывает поворот поводка 2, что приводит к перемещению стрелки по шкале.

Спиральная пружина 10 изготавливается из немагнитных сплавов (фосфористая, бериллиевая, кадмиевая бронза). Момент, создаваемый при закручивании или раскручивании пружины, прямо пропорционален углу  $\alpha$  поворота оси, т. е.

$$M_{\text{пр}} = D\alpha, \quad (9-1)$$

где  $D$  — удельный противодействующий момент, зависящий от материала и размеров пружины.

Если центр тяжести подвижной части не лежит на оси вращения, то на показания прибора будет влиять момент сил тяжести, что может привести к появлению погрешности. Для исключения влияния момента этих сил подвижную часть уравнивают с помощью грузиков-противовесов 9. Для устранения колебаний подвижной части применяют воздушные или магнитоиндукционные успокоители. На рис. 9-2 показан воздушный успокоитель, состоящий из поршня 5, перемещающегося в закрытом с одной стороны цилиндре 4. Движение поршня, вызванное вращением оси 1, создает разность давлений воздуха. Перемещение воздуха через зазор между поршнем и цилиндром вызывает торможение движения поршня, в результате чего колебания подвижной части быстро затухают.

Оси приборов выполняют из стали диаметром 0,5–2 мм. Заостренные концы (керны) упираются в углубления подпятников 6 и 12. Так как давление в точке соприкосновения керна и подпятника довольно велико (до 2–3 ГПа), то подпятники часто выполняют из полудрагоценных камней (агат, сапфир, рубин), а керны — из высококачественных твердых сталей. В паре керн — подпятник неизбежный момент трения приводит к появлению погрешности от трения.

Показывающий измерительный прибор преобразует измеряемую величину  $X$  в угол поворота  $\alpha$  подвижной части прибора. Зависимость между этими двумя величинами  $\alpha = f(X)$  называется основным уравнением прибора. Характер этой зависимости определяет важнейшие свойства прибора.

Чувствительностью измерительного прибора в интересующей нас точке шкалы называется производная угла поворота

Рис. 9-3. Зависимость между относительной погрешностью измерения и приведенной погрешностью прибора

подвижной части по измеряемой величине

$$S = \frac{d\alpha}{dX} = f'(X).$$

Результат измерения, полученный с помощью любого измерительного прибора, всегда отличается от действительного значения измеряемой величины. Разность между показанием прибора и действительным значением измеряемой величины называется абсолютной погрешностью прибора. Эта погрешность представляет собой сумму погрешностей от влияния различных факторов: неправильной градуировки шкалы приборов, внешней температуры, самонагрева, частоты переменного тока и т. д.

Для оценки погрешности измерения используется понятие относительной погрешности  $\gamma$ , представляющей собой отношение абсолютной погрешности  $\Delta X$  к действительному значению измеряемой величины (в процентах)

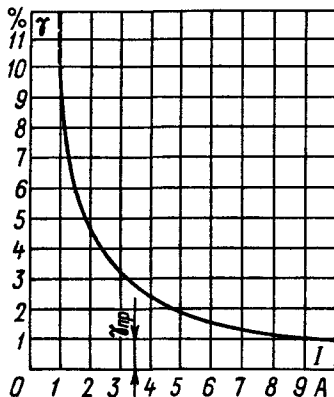
$$\gamma = \frac{\Delta X}{X} \cdot 100.$$

Для оценки погрешности показывающих приборов используется так называемая приведенная погрешность, представляющая собой отношение наибольшей абсолютной погрешности прибора к верхнему пределу измерения  $X_{\max}$ . Стандарт классифицирует приборы по классам точности в зависимости от допустимой приведенной погрешности.

Следует отметить, что относительная погрешность измерения  $\gamma$  может быть значительно больше, чем приведенная погрешность  $\gamma_{\text{пр}}$  используемого прибора. Зависимость между этими погрешностями имеет вид

$$\gamma = \gamma_{\text{пр}} \frac{X_{\max}}{X}.$$

В качестве примера на рис. 9-3 приведена зависимость  $\gamma$  от значения тока  $I$ , измеряемого амперметром класса 1, имеющим верхний предел 10 А. Такая зависимость типична для показы-



вающих приборов. Так как относительная погрешность в начальной части шкалы велика, то диапазон измерения приборов следует выбирать так, чтобы при измерениях использовалась по возможности последняя треть шкалы.

Электроизмерительные приборы весьма разнообразны по назначению, точности, конструктивному исполнению, техническим характеристикам, условиям эксплуатации. В ГОСТ 22261–82 приведены основные сведения о характеристиках приборов. На лицевой стороне прибора, чаще всего на шкале, при помощи условных знаков указываются основные данные, характеризующие его свойства.

### 9-5. Описание аналоговых приборов

**Электромагнитные приборы.** Приборы этой системы имеют наиболее простую конструкцию. Для создания вращающего момента используется силовое действие магнитного поля неподвижной катушки 8 (см. рис. 9-2) на подвижный ферромагнитный сердечник 7, выполненный в виде плоского лепестка. Под влиянием магнитного поля, созданного измеряемым током, магнитный сердечник 7 втягивается в щель катушки, поворачивая ось 1 с указательной стрелкой 3.

Вращающий момент, действующий на подвижную часть прибора, можно определить на основании выражения для электромагнитной силы (6-8) через первую производную энергии магнитного поля по углу поворота. Для неизменного тока

$$M_{\text{вр}} = \frac{dW_m}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{Li^2}{2} \right) = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\alpha},$$

где  $L$  — индуктивность катушки, зависящая от положения сердечника;  $i$  — измеряемый ток.

Противодействующий момент  $M_{\text{пр}} = D\alpha$  создается с помощью спиральной пружины 10. Подвижная часть прибора под действием вращающего момента поворачивается на такой угол  $\alpha$ , при котором вращающий и противодействующий моменты уравновесят друг друга:

$$\frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\alpha} = D\alpha,$$

откуда основное уравнение прибора

$$\alpha = ki^2, \quad (9-2)$$

где  $k = \frac{1}{2D} \frac{dL}{d\alpha}$  — коэффициент, зависящий от свойств катушки,



от материала и формы сердечника, его положения относительно катушки. В первом приближении можно принять коэффициент  $k$  постоянным.

Чувствительность прибора  $S = d\alpha/di = 2ki$  возрастает от начала к концу шкалы. Для получения более равномерной шкалы и примерно постоянной чувствительности форму ферромагнитного сердечника выбирают так, чтобы приращение индуктивности  $L$  катушки на единицу угла  $\alpha$  увеличилось при малых значениях тока и уменьшить для токов, близких к номинальному значению. Все же начальная часть шкалы (до 20%) получается очень сжатой и лежит вне диапазона измерений.

Приборы этой системы в основном применяются в цепях переменного тока с частотой до 10 кГц. При повышенных частотах появляется погрешность из-за уменьшения индуктивности катушки (вследствие размагничивающего действия вихревых токов в сердечнике) и из-за шунтирующего влияния собственных (паразитных) межвитковых емкостей катушки. Вращающий момент поэтому падает с ростом частоты тока. Из выражения (9-2) следует, что электромагнитный прибор по принципу действия является измерителем тока. Неподвижная катушка амперметра имеет сравнительно небольшое число витков из толстого медного провода. Электромагнитный прибор можно использовать и в качестве измерителя напряжения (вольтметра). Вольтметр имеет катушку с большим числом витков из тонкого медного провода. Для ограничения тока в катушке вольтметра последовательно с катушкой включается добавочный безреактивный резистор, обладающий очень малыми индуктивностью и емкостью.

Прибор пригоден для измерения как постоянного, так и переменного тока, так как изменение направления тока на обратный не меняет знака угла отклонения подвижной части  $\alpha$ . Шкала прибора из-за квадратичного характера зависимости между углом отклонения подвижной части  $\alpha$  и током  $i$  неравномерная — сжата в начале и растянута в конце. Прибор измеряет действующий переменный ток.

**Магнитоэлектрические приборы.** Вращающий момент в приборах этой системы создается за счет взаимодействия тока, протекающего по виткам подвижной катушки 4, с магнитным полем постоянного магнита 2 (рис. 9-4). Обмотка подвижной катушки из медного или алюминиевого провода (диаметром 0,03—0,1 мм) намотана на алюминиевую рамку прямоугольной формы. Рамка вместе со стрелочным указателем крепится на двух полуосях. Ток к обмотке подвижной катушки подводится через две спиральные пружинки, к которым припаяны концы

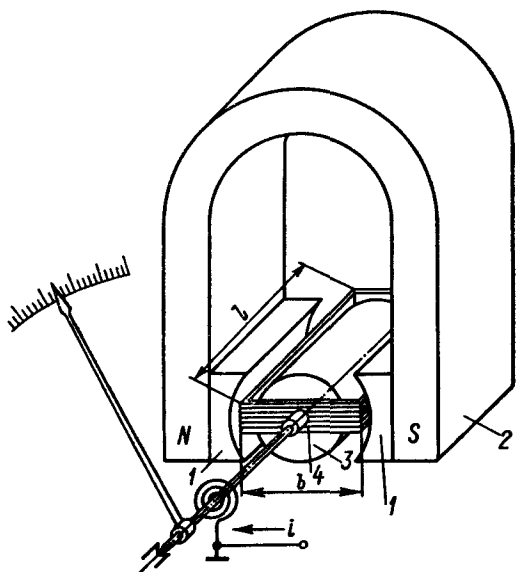


Рис. 9-4. Устройство прибора магнитоэлектрической системы

обмотки катушки. Рамка с обмоткой охватывает неподвижный железный сердечник 3 и может поворачиваться в узком (1–2 мм) кольцеобразном зазоре между сердечником и полюсными наконечниками 1. Магнитное поле в этом зазоре радиально и практически однородно.

При протекании по обмотке катушки тока  $i$  на каждую ее сторону действует сила

$$F = Blwi,$$

где  $B$  — магнитная индукция в воздушном зазоре.  $w$  — число витков обмотки;  $l$  — активная длина одной стороны витка. Вращающий момент, действующий на катушку шириной  $b$ ,

$$M_{\text{вр}} = 2 \frac{Fb}{2} = Blbwi.$$

При повороте подвижной части на некоторый угол  $\alpha$  вращающий момент станет равным противодействующему моменту спиральной пружины:

$$M_{\text{вр}} = M_{\text{пр}} \text{ или } Blbwi = D\alpha, \quad (9-3)$$

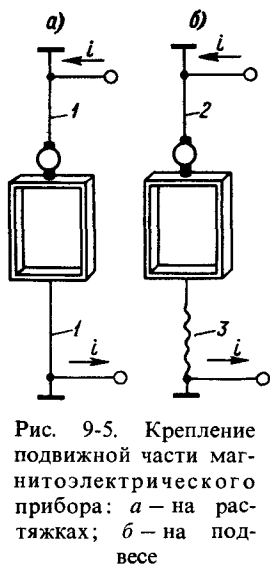


Рис. 9-5. Крепление подвижной части магнитоэлектрического прибора: *a* — на растяжках; *b* — на подвесе

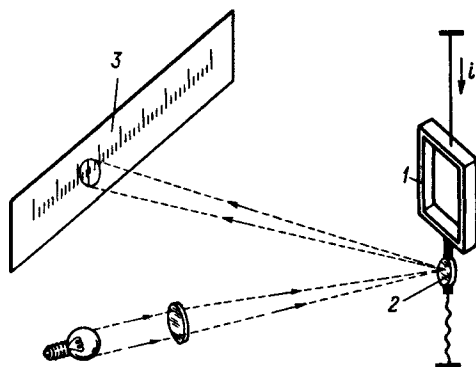


Рис. 9-6. Устройство зеркального гальванометра с креплением подвижной части на подвесе

откуда основное уравнение прибора

$$\alpha = Si, \quad (9-4)$$

где  $S = Blbw/D = \text{const}$  — чувствительность прибора.

Из уравнения (9-4) следует, что магнитоэлектрический прибор является измерителем тока. Так как чувствительность постоянна, то шкала прибора равномерная. При изменении направления тока в подвижной катушке изменяется и направление отклонения подвижной части. Поэтому магнитоэлектрические приборы пригодны только для измерений постоянных токов и напряжений. При включении прибора в цепь переменного тока (частота 10 Гц и выше) подвижная часть прибора, обладающая инерцией, не успевает реагировать на изменение значения и знака вращающего момента и стрелка прибора не отклоняется от нулевой отметки.

Чувствительность прибора весьма высока благодаря применению высококачественных постоянных магнитов из специальных сплавов, обеспечивающих в воздушных зазорах магнитную индукцию  $B = 0,2 \dots 0,3$  Тл.

В высокочувствительных приборах, служащих для измерения или обнаружения малых токов, момент трения между остриями оси и подпятниками может вызвать большую погрешность, поскольку вращающий момент невелик. Поэтому

подвижную часть таких приборов укрепляют или на растяжках 1 (рис. 9-5, а), или на подвесе 2 (рис. 9-5, б). Растяжки и подвесы изготавливаются из тех же материалов, что и спиральные пружины, и при закручивании создают противодействующий момент, пропорциональный углу закручивания  $\alpha$  [см. выражение (9-1)]. С помощью растяжек и подвеса ток с неподвижной части подается на подвижную катушку. В приборе с креплением на подвесе для этой цели используется также «безмоментный» проводник 3.

Магнитоэлектрические гальванометры предназначены для измерения и обнаружения очень малых токов ( $10^{-7} - 10^{-12}$  А). Высокая чувствительность приборов достигается применением высококачественных постоянных магнитов (для повышения значения магнитной индукции  $B$  в воздушном зазоре), использованием зеркального отсчета, креплением подвижной части на растяжках (в гальванометрах с  $S \leq 10^{10}$  дел/А) или на подвесе (при  $S > 10^{10}$  дел/А).

На рис. 9-6 показана схема устройства высокочувствительного гальванометра с подвижной частью на подвесе. Под действием постоянного тока  $i$  подвижная катушка 1 отклоняется на некоторый угол  $\alpha$ . Луч света, направленный от осветителя на зеркальце 2, отражается от него и падает на шкалу 3. Число делений, отсчитываемое по шкале, будет зависеть от тока  $i$ , расстояния между шкалой и зеркальцем и чувствительности гальванометра. Перед началом измерений необходимо определить цену деления или чувствительность гальванометра при данном расстоянии шкалы от зеркальца гальванометра. Погрешности гальванометра весьма велики и не нормируются. Гальванометры применяются в приборах сравнения (мосты, компенсаторы) в качестве нулевых индикаторов и предназначены отмечать отсутствие тока в одной из ветвей измерительной цепи.

**Электродинамические приборы.** В приборах электродинамической системы вращающий момент обусловлен взаимодействием катушек с токами. Измерительный механизм состоит из двух катушек: подвижной 1 и неподвижной 2 (рис. 9-7, а). Подвижная катушка, находящаяся внутри неподвижной, закреплена на оси 3. Ток к подвижной катушке подводится через спиральные пружины.

На основании формулы для электромагнитной силы (6-8) при неизменных токах определим вращающий момент, действующий на подвижную катушку:

$$M_{\text{вр}} = \frac{dW_m}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + M i_1 i_2 \right) = i_1 i_2 \frac{dM}{d\alpha},$$

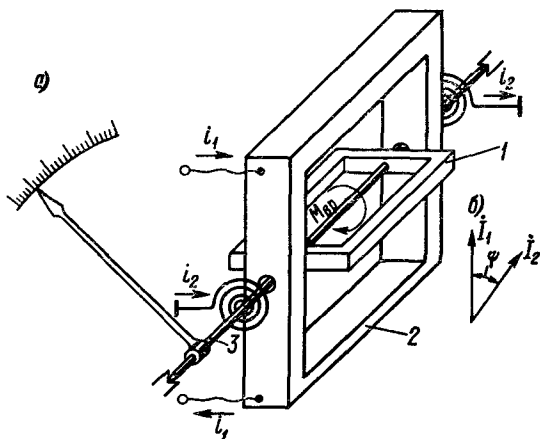


Рис. 9-7. Устройство прибора электродинамической системы

где  $L_1$  и  $L_2$  — индуктивности неподвижной и подвижной катушек;  $M$  — взаимная индуктивность двух катушек;  $i_1$  и  $i_2$  — токи, протекающие в катушках.

Так как токи и индуктивности катушек не зависят от угла  $\alpha$ , то  $\frac{d}{d\alpha} \left( \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} \right) = 0$ . В состоянии равновесия подвижной катушки имеем

$$i_1 i_2 \frac{dM}{d\alpha} = D\alpha,$$

откуда основное уравнение прибора в цепи постоянного тока

$$\alpha = k i_1 i_2, \quad (9-5)$$

где  $k = \frac{1}{D} \frac{dM}{d\alpha}$  — коэффициент, зависящий от упругих свойств спиральных пружин, параметров катушек и их взаимного расположения.

Момент вращения, развиваемый прибором, пропорционален произведению постоянных токов в катушках; следовательно, вращающий момент прибора переменного тока пропорционален для каждого момента времени произведению мгновенных токов. Если бы токи в катушках прибора находились в фазе, то среднее значение момента прибора за период было бы пропорционально произведению действующих токов, как это следует из определения действующего тока. Учитывая сдвиг по фазе токов, произведение токов нужно умножить на косинус угла

сдвига фаз между токами, поэтому

$$\alpha = k I_1 I_2 \cos \psi, \quad (9-6)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  — действующие токи в неподвижной и подвижной катушках;  $\psi$  — угол сдвига фаз между токами в катушках (рис. 9-7, б).

Приборы этой системы используются в основном как ваттметры. При этом неподвижную катушку, выполненную из небольшого числа витков толстого медного провода, включают последовательно с нагрузкой  $Z_n$  (рис. 9-8, а), а подвижную катушку с большим числом витков — параллельно нагрузке. Для ограничения тока в подвижной катушке последовательно с ней включают высокоомный резистор  $r_d$ .

При сравнительно низких частотах можно полагать, что ток  $I_2$  совпадает по фазе с напряжением  $U$  (рис. 9-8, б). Угол отклонения подвижной части будет пропорционален активной мощности, потребляемой в нагрузке:

$$\alpha = k I_1 I_2 \cos \psi = k I_1 \frac{U}{r_d} \cos \varphi = k_1 U I_1 \cos \varphi = k_1 P.$$

Здесь принимается, что индуктивное сопротивление подвижной катушки мало по сравнению с сопротивлением резистора  $r_d$ . Такое допущение нарушается при повышенных частотах, что приводит к появлению частотной погрешности.

Цена деления ваттметра зависит от выбранных пределов тока  $I_{\max}$  и напряжения  $U_{\max}$  и от числа делений шкалы  $\alpha_{\max}$ .

Электродинамический ваттметр — полярный прибор, т. е. направление отклонения подвижной части зависит от относительного направления  $I$  и  $U$  в катушках. Для правильного отклонения подвижной части прибора начальные зажимы катушек, обозначенные звездочкой, должны соединяться так, как показано на рис. 9-8. При последовательном или параллельном соединении катушек электродинамические приборы могут быть использованы в качестве вольтметров и амперметров.

Приборы этой системы являются наиболее точными из приборов переменного тока. Конструкция приборов сложна, и приборы относительно дороги.

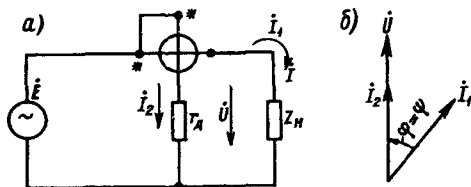


Рис. 9-8. Схема включения ваттметра в электрическую цепь

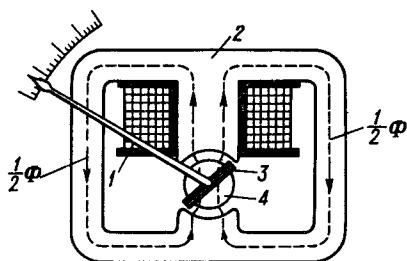


Рис. 9-9. Устройство прибора ферродинамической системы

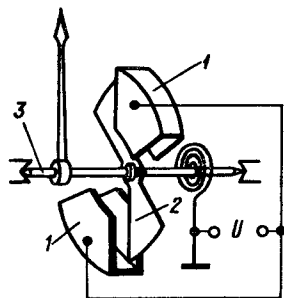


Рис. 9-10. Устройство прибора электростатической системы

**Ферродинамические приборы.** Приборы этой системы отличаются от электродинамических приборов тем, что для усиления магнитного поля, создаваемого неподвижной катушкой, используется магнитопровод из листовой электротехнической стали или пермаллоя. Неподвижная катушка 1 (рис. 9-9) укреплена на сердечнике магнитопровода 2, а подвижная катушка 3 вращается вокруг неподвижного цилиндрического сердечника 4. Преимущество этих приборов в том, что они лучше защищены от влияния внешних магнитных полей и имеют больший вращающий момент, чем приборы электродинамической системы. Благодаря последнему свойству эти приборы применяются в качестве самопишущих регистрирующих приборов, в которых требуется иметь значительный вращающий момент для преодоления трения о диаграммную бумагу.

**Электростатические приборы** (рис. 9-10). Принцип действия прибора основан на использовании сил взаимного притяжения (или отталкивания) между электрически заряженными проводниками. Между двумя неподвижными электродами 1 помещается подвижный электрод 2, укрепленный на оси 3 (рис. 9-10). При наличии постоянного или переменного напряжения  $U$  между подвижным и неподвижными электродами возникает электрическое поле. Под действием сил этого поля подвижный электрод стремится занять такое положение, при котором энергия электрического поля будет иметь максимальное значение. Вращающий момент, действующий на подвижный электрод,

$$M_{\text{вр}} = \frac{dW_e}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{CU^2}{2} \right) = \frac{U^2}{2} \frac{dC}{d\alpha}.$$

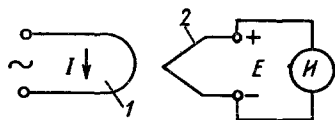


Рис. 9-11. Устройство прибора термоэлектрической системы

При равенстве вращающего и противодействующего моментов  $M_{вр} = M_{пр}$

$$\frac{U^2}{2} \frac{dC}{d\alpha} = D\alpha,$$

откуда основное уравнение прибора

$$\alpha = kU^2, \quad (9-7)$$

где  $k = \frac{1}{2D} \frac{dC}{d\alpha}$  — коэффициент, зависящий от размеров и формы электродов, их взаимного расположения и от свойств упругой пружины.

Из уравнений (9-7) следует, что электростатические приборы по принципу действия измеряют напряжение. Вращающий момент при напряжениях 10–30 В и ниже весьма мал, поэтому чувствительность прибора невелика. Промышленность выпускает вольтметры для измерения переменных напряжений от 30 до нескольких сотен тысяч вольт в широком диапазоне частот.

**Термоэлектрические приборы.** Приборы этой системы представляют собой сочетание магнитоэлектрического механизма с термоэлектрическим преобразователем. Термопреобразователь состоит из нагревателя 1, по которому проходит измеряемый ток  $I$ , и термопары 2 (рис. 9-11). Нагреватель выполняется из нихромовой или константановой проволоки, термопара состоит из двух разнородных сплавов, например копеля (55% меди, 45% никеля) и хромеля (10% хрома, 90% никеля). Под действием тепла, выделяемого током в нагревателе, на концах термопары возникает термоэлектродвижущая сила  $E$ , вызывающая ток в измерительном механизме  $И$ . ЭДС термопары пропорциональна выделяемой мощности в нагревателе, поэтому основное уравнение прибора имеет вид  $\alpha = kI^2$ .

Термопреобразователь обычно монтируется внутри прибора. Некоторые приборы имеют внешний термопреобразователь, который соединяется с прибором при помощи экранированного кабеля. Прибор пригоден для измерений на постоянном и переменном токе в очень широком диапазоне частот (до  $10^8$  Гц). Прибор обладает слабой перегрузочной способностью. Класс точности невысокий (1; 1,5).

**Выпрямительные приборы.** Приборы представляют собой сочетание полупроводникового выпрямителя и механизма магни-



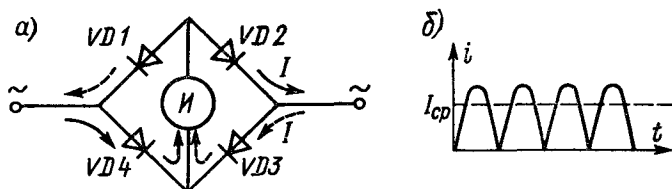


Рис. 9-12. Схема прибора и принцип действия выпрямительной системы

тоэлектрической системы (рис. 9-12, а). С помощью диодов  $VD1 - VD4$  переменный ток преобразуется в пульсирующий, среднее значение которого  $I_{cp}$  (рис. 9-12, б), измеряется магнитоэлектрическим измерителем  $И$ . Основное уравнение прибора  $\alpha = kI_{cp}$ . Однако выпрямительные приборы градуируются, как и большинство приборов переменного тока, в действующих значениях при синусоидальной (неискаженной) форме кривой переменного тока. Выпрямительные приборы широко применяются в виде переносных универсальных многопредельных ампервольтметров («тестеров») класса 1,0; 1,5; 2,5. Рабочий диапазон частот  $50 - 10^4$  Гц.

**Электронные приборы.** Приборы этой системы используются для построения вольтметров, ваттметров, омметров, нулевых индикаторов (указателей равновесия).

Электронный вольтметр представляет собой сочетание электронного преобразователя, выполненного на вакуумных лампах, полупроводниковых элементах, интегральных микросхемах и т. д., усилителя для повышения чувствительности и магнитоэлектрического измерителя. Характеристики электронных вольтметров определяются в основном параметрами электронных преобразователей и схемами их включения. На рис. 9-13 показаны схемы включения ламповых вакуумных преобразователей вольтметров различного назначения.

Простейший вольтметр можно построить, пользуясь вакуумным диодом (двухэлектродной лампой) в качестве выпрямителя (рис. 9-13, а). Через магнитоэлектрический микроамперметр протекают только положительные волны переменного тока, и показания вольтметра пропорциональны среднему значению измеряемого напряжения  $U_{cp}$  независимо от формы кривой напряжения.

Схема на рис. 9-13, б используется для измерения амплитудных значений измеряемого напряжения  $U_m$ . В первый положительный полупериод изменения напряжения  $u$  ламповый диод открыт (рис. 9-13, в) и конденсатор заряжается до амплитудного значения измеряемого напряжения  $U_m$ , соответствующую

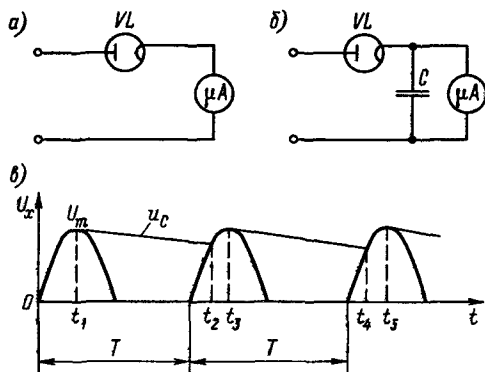


Рис. 9-13. Схемы и характеристики приборов электронной системы

щего моменту времени  $t_1$ . В течение времени от  $t_1$  до  $t_2$  напряжение  $u$  становится меньше напряжения  $u_C$  на зажимах конденсатора  $C$ , и диод закрывается. Конденсатор медленно разряжается, питая ток микроамперметр. Напряжение  $u$  за время от  $t_1$  до  $t_2$  несколько уменьшается, но остается достаточно близким к амплитудному значению  $U_m$  измеряемого напряжения. В момент времени  $t_2$  мгновенное значение напряжения  $u$  становится больше напряжения  $u_C$ , диод вновь открывается, происходит новый подзаряд конденсатора до амплитудного значения напряжения  $U_m$ , после чего весь процесс периодически повторяется.

Напряжение на конденсаторе получается пульсирующим, однако его среднее значение за период времени  $T$  оказывается близким к амплитудному значению независимо от формы кривой измеряемого напряжения  $u$ .

Существует большое число разновидностей электронных вольтметров для решения различных измерительных задач.

Основные достоинства электронных вольтметров — высокая чувствительность и удобство ее регулирования, высокое входное сопротивление и широкий частотный диапазон (от нуля до сотен мегагерц). Недостатки — большие погрешности, необходимость применения источников питания.

**Индукционные приборы.** Вращающий момент в подвижной части — диске создается двумя переменными магнитными потоками, взаимодействующими с вихревыми токами, индуцированными этими же магнитными потоками в подвижной части прибора. Если одну индукционную катушку включить в цепь тока (последовательно с нагрузкой), а другую катушку — в цепь

напряжения (т. е. параллельно нагрузке), то можно показать, что частота вращения диска будет пропорциональна мощности, потребляемой в нагрузке. Число оборотов диска, пропорциональное энергии, потребляемой нагрузкой за некоторое время, фиксируется счетным механизмом. Индукционные приборы используются в качестве счетчиков электрической энергии в цепях одно- и трехфазного тока.

Счетчики индукционной системы работают на фиксированной частоте 50 Гц. Приборы обладают большим вращающим моментом, мало чувствительны к внешним магнитным полям, стойки к перегрузкам, имеют прочную, долговечную конструкцию. Класс точности невысокий (2; 2,5).

## 9-6. Логометры

Логометрами называются показывающие приборы, положение подвижной части которых зависит от отношения двух токов. В каждом логометре совмещаются два измерительных механизма, к которым подводятся токи  $i_1$  и  $i_2$ , образующие измеряемое отношение  $i_1/i_2$ . Логометры применяются для измерения электрических (сопротивление, емкость, частота, угол сдвига фаз) и неэлектрических (температура, влажность, уровень жидкости и т. д.) величин.

**Магнитоэлектрический логометр** для измерения сопротивления  $r_x$  (рис. 9-14). В поле постоянного магнита помещаются две подвижные катушки 1 и 2, жестко скрепленные друг с другом и насаженные на одну ось с указательной стрелкой. Токи к катушкам подводятся через эластичные «безмоментные» токопроводы 3, выполненные из тонких золотых или серебряных ленточек. Магнитное поле в воздушных зазорах между полюсными наконечниками 5 и сердечником 4 неоднородно. Это достигается за счет неравномерности зазоров, в которых находятся обе катушки. Так как магнитные поля в зазорах неоднородны, то вращающие моменты, создаваемые подвижными катушками, оказываются зависимыми от положения подвижной части, т. е. зависят, и притом различным образом, от угла  $\alpha$ .

Используя те же обозначения, что и в выражении (9-3), с соответствующими индексами, получим моменты, создаваемые катушками, по которым протекают токи  $i_1$  и  $i_2$ :

$$M_{вр1} = B_1 l_1 b_1 w_1 i_1 = f_1(\alpha) i_1; \quad M_{вр2} = B_2 l_2 b_2 w_2 i_2 = f_2(\alpha) i_2.$$

Направление токов  $i_1$  и  $i_2$  выбирают так, чтобы вращающие моменты были направлены навстречу друг другу. Подвижная

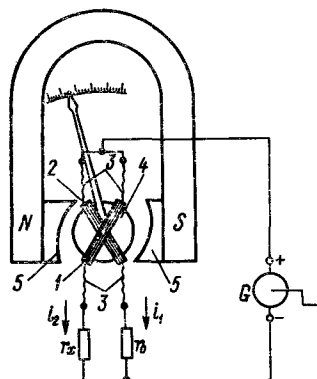


Рис. 9-14. Схема магнитоэлектрического логометра-омметра

часть будет находиться в покое при условии

$$M_{вр1} = M_{вр2} \text{ или } f_1(\alpha) i_1 = f_2(\alpha) i_2,$$

откуда

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{f_2(\alpha)}{f_1(\alpha)} = f(\alpha).$$

Выражение для обратной функции имеет вид

$$\alpha = F(i_1/i_2).$$

Это основное уравнение логометра. Оно показывает, что угол поворота подвижной части зависит лишь от отношения токов в катушках.

В случае применения логометра, например, в качестве омметра отношение токов зависит от отношения двух сравниваемых сопротивлений  $r_x$  и  $r_0$ . Если пренебречь сопротивлениями катушек 1 и 2 (рис. 9-14) по сравнению с сопротивлениями  $r_x$  и  $r_0$ , основное уравнение логометра-омметра запишется в виде

$$\alpha = F(r_x/r_0).$$

Как видно из этого уравнения, угол поворота подвижной части  $\alpha$  не зависит от приложенного напряжения. Это позволяет применять в омметрах рассматриваемого вида магнитоэлектрические генераторы  $G$  с ручным приводом, обладающие малостабильной ЭДС. В приборах для измерения сопротивле-

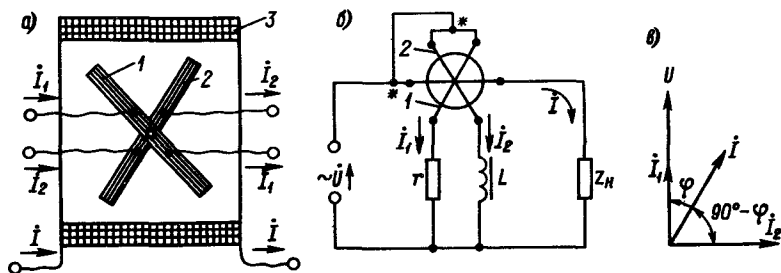


Рис. 9-15. Схема электродинамического логометра-фазометра

ния изоляции (мегомметрах), когда требуется достаточно высокое напряжение, используются генераторы с номинальным напряжением 500, 1000, 2000 В.

**Электродинамический логометр.** Логометр-фазометр этой системы (рис. 9-15, а) состоит из двух подвижных катушек 1 и 2, жестко скрепленных на одной оси и помещенных в магнитное поле неподвижной катушки 3. Ток  $I$  в неподвижной катушке сдвинут по фазе относительно напряжения  $U$  на угол  $\varphi$ . Взаимодействие неподвижной и подвижных катушек, включенных параллельно нагрузке  $Z_n$  через резистор  $r$  и дроссель  $L$  (рис. 9-15, б), создает два вращающих момента, под действием которых подвижная часть займет некоторое установившееся положение  $\alpha$ . Можно показать, что угол поворота подвижной части  $\alpha$  будет пропорционален измеряемому углу сдвига  $\varphi$  между током  $I$  и напряжением  $U$  (рис. 9-15, в).

### 9-7. Регистрирующие приборы

**Самопишущие приборы.** Эти приборы предназначены для наблюдения и записи измеряемой величины в течение длительного времени. Они осуществляют запись медленно изменяющихся величин, так как в них используются измерительные системы со сравнительно большой инерционностью.

Самопишущие приборы по сравнению с показывающими электромеханическими приборами имеют дополнительное устройство для записи измеряемой величины. Запись осуществляется чернилами или краской на бумажной ленте или диске.

На рис. 9-16 показано устройство магнитоэлектрического самописца. На одной оси с подвижной катушкой укреплен дугообразный держатель 1, на котором расположены указательная стрелка и перо. Перо скользит по бумажной ленте 2 и вычерчивает кривую, соответствующую изменению измеряемой величины во времени. Нижний конец пера находится в неподвижно укрепленной дугообразной чернильнице 3.

Диаграммная лента с помощью электрического синхронного двигателя перематывается с одного барабана на другой со скоростью от 10 мм/с до 10 мм/ч. Погрешность самопишущих амперметров, вольтметров и ваттметров постоянного и переменного тока лежит в пределах 0,5—1,5%.

**Осциллографы.** Для наблюдения и записи быстро протекающих процессов используются два основных типа осциллографов.

Электромеханический осциллограф (рис. 9-17) состоит из следующих узлов: вибраторов, оптической системы, приспособо-

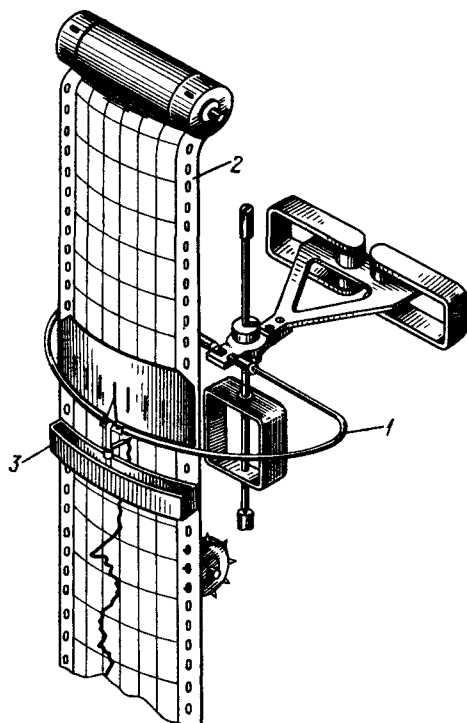


Рис. 9-16. Устройство самопишущего магнитоэлектрического прибора

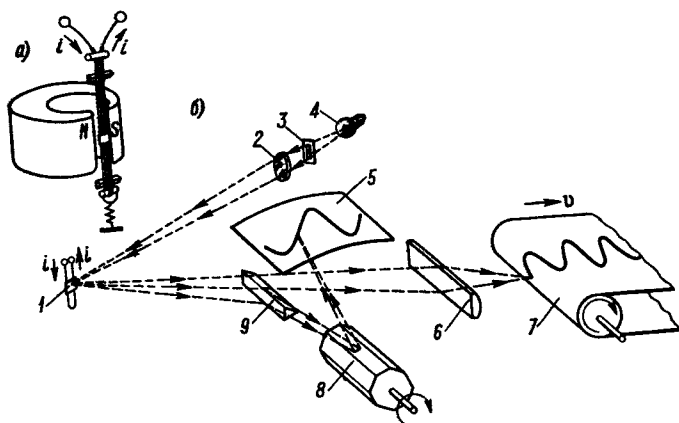


Рис. 9-17. Устройство электромеханического осциллографа

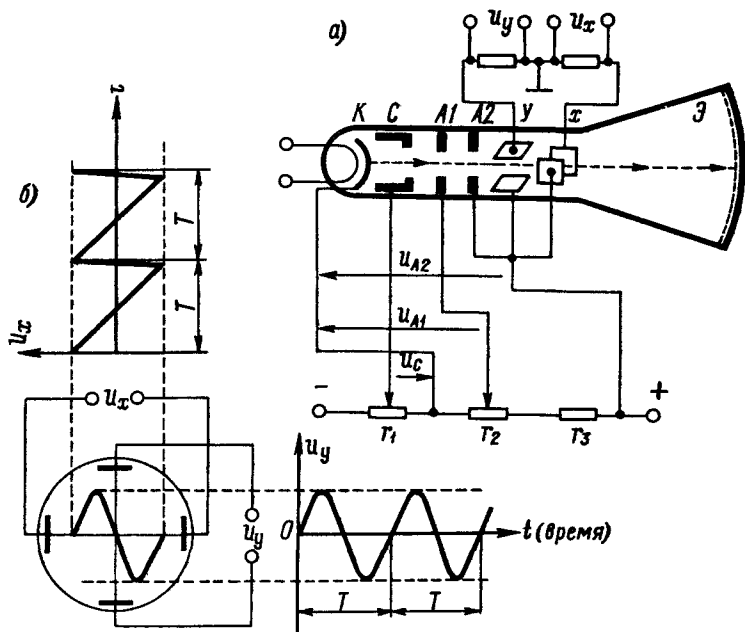


Рис. 9-18. Схема электронного осциллографа

блени для наблюдения и фотографирования исследуемого тока  $i(t)$ . Вибратор представляет собой натянутую бронзовую ленточку в виде петли и находится в поле постоянного магнита. Ток  $i(t)$ , проходящий по петле, взаимодействует с полем постоянного магнита, в результате чего появляется вращающий момент, под действием которого петля и прикрепленное к ней зеркальце 1 повернутся в ту или иную сторону в зависимости от направления тока в петле, а угол отклонения будет пропорционален мгновенному значению тока  $i(t)$ . Луч света от лампы 4 через диафрагму 3 и фокусирующую линзу 2 попадает на зеркальце 1 вибратора. Отраженный от него луч через фокусирующую линзу 6 падает на поверхность движущейся светочувствительной бумаги или киноплёнки 7. Часть луча света с помощью призмы 9 отбрасывается на вращающийся многогранный зеркальный барабан 8 и отражается от него на матовый экран 5. При одновременном движении луча света, отраженного от колеблющегося зеркальца 1, и равномерном вращении барабана 8 луч света вычертит на экране кривую исследуемого тока.

Осциллографы могут иметь несколько десятков вибраторов для одновременной записи нескольких различных процессов на фотобумаге (киноплёнке), скорость движения которой устанавливается в пределах от 1 до 5000 мм/с. Электромеханические осциллографы могут записывать процессы с частотой от нуля до 5–10 кГц.

Электронный осциллограф позволяет наблюдать периодические процессы с частотой до сотен мегагерц. Основной частью осциллографа является вакуумная электронно-лучевая трубка (рис. 9-18, а). Под действием тока накала катод  $K$  излучает электроны, которые с помощью сетки  $C$  и анодов  $A1$  и  $A2$  формируются в электронный луч и направляются на экран  $\mathcal{E}$ , покрытый слоем люминофора. Измеряемое напряжение  $u_y$ , прикладывается к паре горизонтально расположенных пластин  $y$ ; вторая пара пластин  $x$  расположена вертикально, и к ней приложено периодически изменяющееся во времени линейное напряжение «развертки»  $u_x$ . Если частоты периодических напряжений  $u_y$  и  $u_x$  совпадают, то световое пятно на экране за время  $T$  будет следовать с постоянной скоростью по горизонтали и одновременно смещаться по вертикали под действием напряжения  $u_x$ , прочерчивая в результате кривую исследуемого напряжения  $u_y(t)$  (рис. 9-18, б).

### 9-8. Цифровые электроизмерительные приборы. Основные сведения

В последние десятилетия появились и получили развитие автоматические цифровые приборы. В этих приборах измеряемые аналоговые величины преобразуются в соответствии с принятым кодом в комбинацию условных символов — цифр на отсчетном устройстве прибора. Код — это серия сигналов (чаще всего импульсов электрического тока), условно отображающих электрическую величину. Кодирование измеряемой величины в цифровых приборах осуществляется путем дискретного сравнения ее значения  $X$  со значением меры  $M$ , воспроизводящей единицу величины (см. § 9-1).

Для дискретного сравнения  $X$  и  $M$  необходимо измеряемую величину или меру разделить на ряд точно известных квантов  $X$  или  $M$ :

$$\Delta X = X/n_x \text{ или } \Delta M = M/n_m,$$

где  $n_x$  и  $n_m$  — число разбиений величин  $X$  и  $M$ . В цифровых приборах обычно квантуется мера, что более удобно при разработке приборов.



Цифровые приборы используются в качестве вольтметров, омметров, частотомеров, фазометров, счетчиков электрической энергии и т. д. Наибольшее распространение и развитие получили цифровые вольтметры постоянного тока, позволяющие измерять напряжения от 1 мВ до 1000 В с погрешностью 0,1–0,001% при быстроедействии до 2000 измерений в секунду. В настоящее время известно большое число принципов построения цифровых вольтметров. Ниже описываются принципы действия наиболее распространенных вольтметров.

### 9-9. Цифровые вольтметры постоянного тока

**Вольтметр со ступенчато возрастающим компенсирующим напряжением** (рис. 9-19). Измеряемое  $U_x$  и компенсирующее  $U_k$  напряжения подаются на входы сравнивающего устройства СУ. При условии  $u_x > u_k$  и при подаче старт-импульса от блока БАУ в момент времени  $t_1$  ключ открывается и счетные импульсы от генератора ГСИ начинают поступать на вход счетчика СИ. Импульсы фиксируются отсчетным устройством счетчика СИ и поступают на вход генератора ГСН. Генератор ГСН вырабатывает на выходе ступенчатое напряжение  $U_k$ , причем число ступенек равно числу импульсов, поступивших на его вход от счетчика СИ. В момент времени  $t_2$ , когда компенсирующее напряжение  $u_k$  станет больше  $u_x$ , ключ закрывается и счетчик фиксирует число импульсов  $N$ .

Если сделать ступень квантования  $\Delta U_k = 1 \cdot 10^m$  В, где  $m$  — целое положительное или отрицательное число, то в мо-

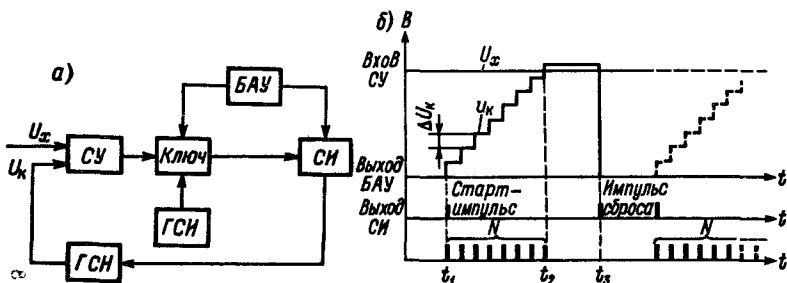


Рис. 9-19. Цифровой вольтметр со ступенчато возрастающим компенсирующим напряжением: а — структурная схема прибора; б — временная диаграмма

СУ — сравнивающее устройство; ГСИ — генератор счетных импульсов; ГСН — генератор ступенчатого напряжения; БАУ — блок автоматического управления; СИ — счетчик импульсов

мент  $t_2$  напряжение

$$u_k = 1 \cdot 10^m N$$

будет равно измеряемому  $u_x$  с погрешностью не более  $\Delta U_k$ . Результат измерения отсчитывается по отсчетному цифровому устройству, градуированному в вольтах.

Спустя некоторое время, в момент  $t_3$  блок автоматического управления *БАУ* пошлет в счетчик *СИ* импульс сброса показания счетчика, и прибор вновь готов к повторному циклу измерений. В рассмотренной схеме генератор *ГСН* представляет собой меру образцового напряжения, и для получения необходимой точности прибора нужно обеспечить высокую стабильность и равенство всех ступенек напряжения.

Прибор, показанный на рис. 9-19, можно разбить на два преобразователя: кодирующий (*СУ*, *Ключ*, *БАУ*, *ГСИ*, *ГСН*) и декодирующий (счетчик *СИ*). Первый преобразователь (аналога-цифровой) преобразует измеряемое напряжение  $U_x$  в число импульсов  $N$ , второй преобразователь (счетчик *СИ*) превращает  $N$  в визуально наблюдаемое число — результат измерения.

Вольтметры этого типа просты по устройству, но обладают низким быстродействием.

**Вольтметр поразрядного уравнивания** (рис. 9-20). Особенность этого прибора состоит в том, что генератор калиброванных напряжений *ГКН* вырабатывает ряд компенсирующих напряжений, значения которых изменяется по определенному закону, и затем эти напряжения последовательно сравниваются с измеряемым напряжением  $U_x$ . Компенсирующее напряжение  $U_k$  квантовано по определенному тетрадному двоично-десятичному коду, например коду 2-4-2-1. Тогда напряжение  $U_k$  будет изменяться в сторону увеличения ступеньками, например для вольтметра с верхним пределом измерения 99,9 В и тремя значащими цифрами на отсчетном устройстве по 20-40-20-10 В (1-я декада), 2-4-2-1 В (2-я декада), 0,2-0,4-0,2-0,1 В (3-я декада).

Пусть требуется измерить напряжение  $U_x = 56,7$  В. После нажатия кнопки «Пуск» или подачи старт-импульса с выхода блока *БАУ* в момент времени  $t_1$  генератор *ГКН* вырабатывает ступеньку напряжения 20 В. Так как  $U_x > U_k$  ( $56,7 > 20$ ), то напряжение  $u_{k1} = 20$  В поступает в ячейку памяти запоминающего устройства *ЗУ*. При втором такте (в момент времени  $t_2$ ) включается следующая ступень генератора *ГКН*, равная 40 В, в результате чего компенсирующее напряжение становится

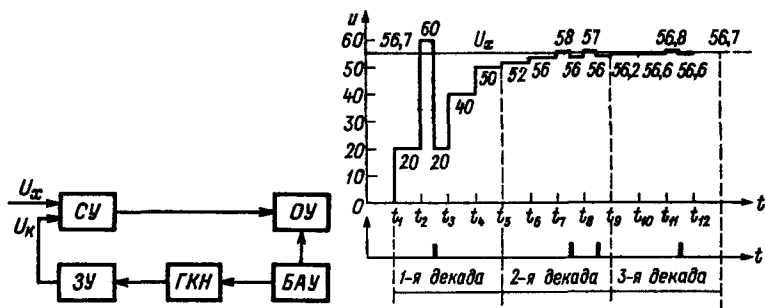


Рис. 9-20. Цифровой вольтметр поразрядного уравнивания  
 ОУ – отсчетное устройство; ЗУ – запоминающее устройство; ГКН – генератор калиброванных напряжений

равным 60 В. В этом случае  $u_k$  больше  $u_x$  ( $60 > 56,7$ ), и сравнивающее устройство вырабатывает сигнал сброса, который вернет ячейку памяти 40 В в нулевое положение. Напряжение  $u_k$  к концу второго такта вновь становится равным 20 В. В момент времени  $t_3$  включается третья ступень (20 В) и компенсирующее напряжение возрастает до 40 В и фиксируется устройством ЗУ. Затем включается последняя ступень (10 В) первой декады. Так как  $u_k < u_x$ , то результирующее напряжение (50 В) остается включенным вплоть до начала следующего цикла

Таблица 9-1. Уравнивание измеряемого напряжения компенсирующим

Номер такта	Включаемая ступень, В	Первоначальное напряжение, В	Сброс, В	Окончательное напряжение, В
1	20	20	—	20
2	40	60	40	20
3	20	40	—	40
4	10	50	—	50
5	2	52	—	52
6	4	56	—	56
7	2	58	2	56
8	1	57	1	56
9	0,2	56,2	—	56,2
10	0,4	56,6	—	56,6
11	0,2	56,8	0,2	56,6
12	0,1	56,7	—	56,7

уравновешивания. Подобные операции повторяются при каждом такте на протяжении всего цикла измерения. Процесс уравновешивания напряжения  $U_x = 56,7$  В компенсирующим напряжением показан в табл. 9-1.

Таким образом, для уравновешивания напряжения  $U_x = 56,7$  В потребовалось при применении кода 2-4-2-1 всего 12 ступенек  $\Delta U_k$  вместо 567 ступенек по 0,1 В при использовании простейшего единичного кода 1-1-1... (см. рис. 9-19). Спустя время уравновешивания ( $t > t_{13}$ ) показания прибора не сбрасываются, а следуют за изменениями измеряемого напряжения  $u_x$  как при увеличении, так и при уменьшении его значения. Таким образом, прибор осуществляет не циклическое, а следящее уравновешивание.

Погрешность этих приборов составляет 0,005–0,01 % при быстродействии до 2000 измерений в секунду.

В заключение отметим, что цифровые приборы обеспечивают высокую точность измерений, высокое быстродействие, объективный отчет результата измерений в цифровой форме, возможность ввода результата измерений в цифровые вычислительные машины. К числу их недостатков относятся сложность и связанные с ней сравнительно низкая надежность, высокая стоимость.

## Глава 10. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

### 10-1. Измерения в цепях постоянного тока

Для измерения в цепях постоянного тока могут применяться магнитоэлектрические, электродинамические, ферродинамические, электромагнитные, электростатические, термоэлектрические приборы. Если есть возможность выбора, то предпочтительны приборы магнитоэлектрической системы. Каждый из этих приборов можно использовать в качестве амперметра и вольтметра. Принципиального различия между амперметром и вольтметром нет, различны лишь требования к их входным сопротивлениям. Амперметр должен иметь возможно меньшее сопротивление  $r_A$  во избежание искажения значения измеряемого тока и уменьшения мощности  $p = I^2 r_A$ , потребляемой амперметром. Сопротивление амперметра должно быть тем меньше, чем больше значение измеряемого тока. Вольтметр, включаемый параллельно испытываемому объекту, должен, наоборот,

обладать возможно бóльшим сопротивлением  $r_V$  с тем, чтобы его включение не оказывало заметного шунтирующего действия и не снижало значения измеряемого напряжения. Сопротивление вольтметра должно быть тем больше, чем выше значение измеряемого напряжения  $U$ , чтобы мощность потерь  $p = U^2/r_V$  в вольтметре была невелика.

Мощность в цепях постоянного тока можно определить, одновременно измеряя ток и напряжение и умножая их значения. Такое косвенное измерение мощности связано с неудобством отсчета показаний двух приборов. Это неудобство устраняется применением прямопоказывающих ваттметров. В цепях постоянного тока обычно применяются электродинамические ваттметры.

Измерение энергии в цепях постоянного тока производится счетчиками электродинамической системы. Схемы включения счетчиков в измерительную цепь не отличаются от схем включения ваттметров.

## 10-2. Измерения в цепях переменного тока

Переменные токи и напряжения промышленной и низкой частоты (50–400 Гц) обычно измеряются электромагнитными амперметрами и вольтметрами. Расширение пределов измерения достигается с помощью безреактивных шунтов и добавочных резисторов, а также измерительных трансформаторов (рис. 10-1 и 10-2). Значение тока в нагрузке  $Z_N$  определяется умножением показания амперметра  $I_A$  на коэффициент трансформации трансформатора тока:  $I = K_I I_A$ . Напряжение на зажимах

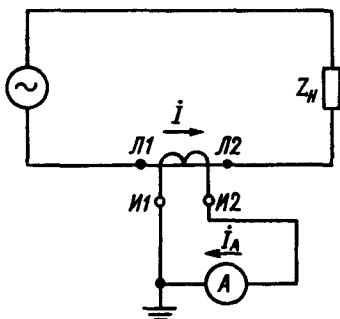


Рис. 10-1. Схема включения амперметра переменного тока с трансформатором тока

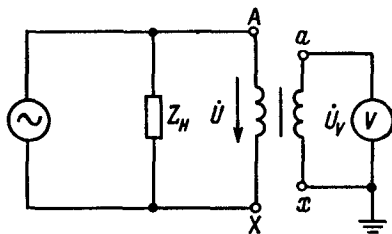


Рис. 10-2. Схема включения вольтметра переменного тока с трансформатором напряжения

нагрузки (рис. 10-2) определяется произведением показания вольтметра  $U_V$  на коэффициент трансформации трансформатора напряжения:  $U = K_U U_V$ .

Зажимы измерительных трансформаторов тока и напряжения маркируются так, как показано на рис. 10-1 и 10-2. По значению допустимых погрешностей измерительные трансформаторы делятся на классы (0,2; 0,5; 1,0; 3,0). Один из зажимов вторичной цепи трансформаторов по соображениям безопасности заземляется.

В цепях звуковой частоты (до 10–20 кГц) применяются выпрямительные и электромагнитные приборы. Для измерений в еще более широком диапазоне частот (до 100 МГц) используются электронные, термоэлектрические и электростатические приборы.

Класс точности приборов выбирается в соответствии с требуемой точностью измерений. Для производственных измерений обычно применяются приборы классов 1,0; 1,5; 2,5. При лабораторных измерениях используются приборы более высоких классов точности (0,05; 0,1; 0,2).

Измерение мощности в цепях переменного тока осуществляется электродинамическими и ферродинамическими ваттметрами (см. § 9-5). Расширение пределов измерения ваттметров по току и напряжению достигается с помощью измерительных трансформаторов.

Некоторые особенности имеет измерение мощности в цепях трехфазного тока. При этом используются различные схемы включения ваттметров в зависимости от характера нагрузки (симметричная или несимметричная), от схемы электрической цепи (трех- или четырехпроводная).

**Цель трехфазного тока с нейтральным проводом.** В общем случае мощность в нагрузках  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $Z_C$  можно измерить тремя ваттметрами (рис. 10-3), измеряющими активные мощности ( $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$ ) отдельных фаз. Активная мощность, потребляемая всей нагрузкой,

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C.$$

При симметричной нагрузке ( $Z_A = Z_B = Z_C$ ) и симметричной системе напряжений ( $U_A = U_B = U_C$ ) достаточно включить один ваттметр для измерения активной мощности одной из фаз. Тогда мощность, потребляемая нагрузкой,

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \phi, \quad (10-1)$$

где  $U_\phi$ ,  $I_\phi$  — фазные напряжение и ток.

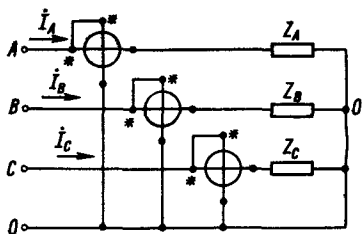


Рис. 10-3. Схема измерения мощности в цепи трехфазного тока с нейтральным проводом

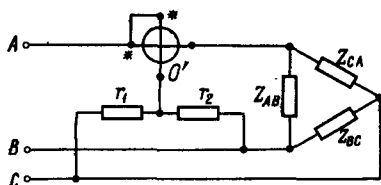


Рис. 10-4. Схема измерения мощности при симметричной нагрузке и недоступной нейтральной точке

**Цепь трехфазного тока без нейтрального провода. Нагрузка симметричная.** Ваттметр включается в цепь вместе с двумя резисторами, создающими искусственную нейтральную точку  $O'$  (рис. 10-4). Сопротивления резисторов  $r_1$  и  $r_2$  в этом случае берутся равными сопротивлению параллельной цепи ваттметра  $r_{\text{пар}}$ . Мощность, потребляемая нагрузкой, определяется по формуле (10-1).

**Общий случай нагрузки.** Последовательные обмотки двух ваттметров включаются в любые два линейных провода, а концы параллельных обмоток, не обозначенные звездочкой, подключаются к третьей фазе (рис. 10-5, а). Докажем, что два ваттметра, включенные согласно схеме рис. 10-5, а, измеряют мощность в нагрузке трехфазной цепи. Мгновенная активная мощность, потребляемая в нагрузке, равна сумме мгновенных мощностей отдельных фаз:

$$p = p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C.$$

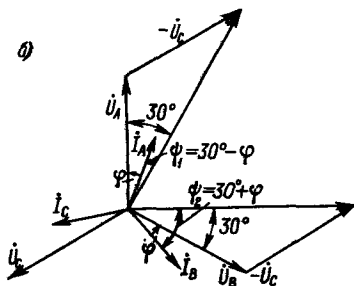
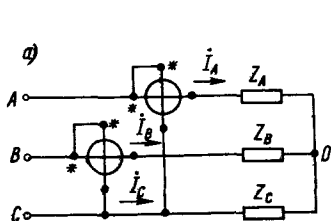


Рис. 10-5. Схема измерения мощности трехфазного тока методом двух ваттметров

Если, например, приемники  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $Z_C$  соединены звездой, то в нейтральной точке 0 (рис. 10-5) сумма всех линейных токов равна нулю:

$$i_A + i_B + i_C = 0,$$

откуда ток

$$i_C = -i_A - i_B.$$

Подставляя последнее выражение в формулу (10-1), получим

$$p = i_A(u_A - u_C) + i_B(u_B - u_C) = i_A u_{CA} + i_B u_{CB}, \quad (10-2)$$

где  $u_{CA}$  и  $u_{CB}$  — мгновенные линейные напряжения.

Таким образом, мощность, потребляемая в резисторах трехфазной цепи, может быть определена как сумма двух слагаемых в виде произведений линейных напряжений и токов. С помощью двух ваттметров можно измерять мощность в цепи трехфазного тока (без нейтрального провода) независимо от соединения (звезда или треугольник), от характера нагрузки (симметричная или несимметричная), от симметричности линейных и фазных напряжений.

Активная средняя мощность цепи трехфазного тока  $P$  определяется интегрированием выражения (10-2):

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 = \frac{1}{T} \int_0^T u_{CA} i_A dt + \frac{1}{T} \int_0^T u_{CB} i_B dt = \\ &= U_{CA} I_A \cos \psi_1 + U_{CB} I_B \cos \psi_2, \end{aligned}$$

где  $U_{CA} I_A \cos \psi_1$  и  $U_{CB} I_B \cos \psi_2$  — показания первого и второго ваттметров;  $\psi_1$  и  $\psi_2$  — углы сдвига фаз между линейными напряжениями и токами (соответственно  $U_{CA}$  и  $I_A$ ,  $U_{CB}$  и  $I_B$ ).

Из векторной диаграммы, построенной для симметричной трехфазной цепи (рис. 10-5, б), видно, что  $\psi_1 = 30^\circ - \varphi$  и  $\psi_2 = 30^\circ + \varphi$ , и сумма показаний двух ваттметров

$$P = U_{л} I_{л} \cos(30^\circ - \varphi) + U_{л} I_{л} \cos(30^\circ + \varphi).$$

При активной нагрузке ( $\varphi = 0$ ,  $\cos \varphi = 1$ ) оба ваттметра показывают одинаковую мощность. По мере увеличения фазового угла нагрузки  $\varphi$  показания одного ваттметра увеличиваются, а другого — уменьшаются. При  $\varphi = 60^\circ$  показание второго ваттметра равно нулю, а вся мощность, потребляемая в цепи, учитывается первым ваттметром. При  $\varphi > 60^\circ$  показания одного ваттметра отрицательны.



В заключение отметим, что промышленность выпускает ваттметры, представляющие собой сочетание двух (для трехпроводной цепи — рис. 10-5) и трех (для четырехпроводной цепи — рис. 10-3) измерительных механизмов, подвижные части которых расположены на общей оси вместе с указателем. В таких приборах автоматически производится суммирование показаний, и ваттметр непосредственно измеряет общую мощность трехфазной цепи.

Схемы включения счетчиков для измерения энергии в цепях переменного трехфазного тока не отличаются от соответствующих схем включения ваттметров.

### 10-3. Измерение электродвижущих сил компенсаторами

Для измерения ЭДС используются приборы сравнения, называемые *компенсаторами* (потенциометрами). Компенсатор постоянного тока (рис. 10-6) состоит из источника  $GB$  рабочего тока  $i_p$ , двух магазинов сопротивлений:  $r_y$  (установочного) и  $r_k$  (компенсационного), нулевого индикатора — гальванометра  $G$ , высокоточной меры ЭДС — нормального элемента с ЭДС  $e_N$ .

Измерение ЭДС  $e_x$  включает в себя два этапа.

1. *Калибровка рабочего тока.* Для удобства отсчета значения измеряемой величины рабочий ток выбираем кратным десяти (0,01 или 0,0001 А). Переключатель  $S$  переводим в положение  $K$  («Контроль») и, регулируя рабочий ток  $i_p$  с помощью реостата  $r_p$ , добиваемся нулевого отклонения гальванометра  $G$ , что возможно при условии

$$e_N = i_p r_y. \quad (10-3)$$

Если, например, взять нормальный элемент с ЭДС  $e_N = 1,01865$  В и установочное сопротивление  $r_y = 10186,5$  Ом, то получим при калибровке рабочий ток

$$i_p = e_N / r_y = 1,01865 / 10186,5 = 1,00000 \cdot 10^{-4} \text{ А.}$$

2. *Измерение ЭДС.* Переключатель  $S$  переводим в положение  $I$  («Измерение»). Под действием разности потенциалов ( $e_x - i_p r_k$ ) через гальванометр потечет некоторый ток. Перемещая движок реостата  $r_k$  (при неизменном значении рабочего тока  $i_p$ ), вновь устанавливаем указатель гальванометра на нулевую отметку шкалы. При этом напряжение  $i_p r_k$  компенсирует измеряемую ЭДС.

Используя формулу (10-3), получим выражение для вычисления ЭДС:

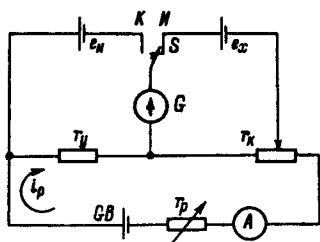


Рис. 10-6. Схема компенсатора постоянного тока

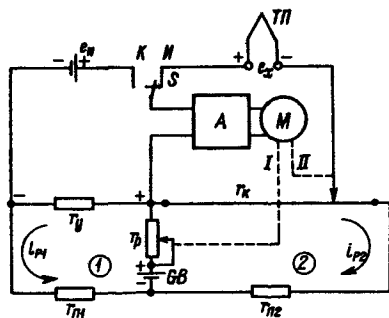


Рис. 10-7. Схема автоматического компенсатора

$$e_x = e_N \frac{r_k}{r_y}$$

Таким образом, компенсатор сравнивает измеряемую ЭДС  $e_x$  с ЭДС нормального элемента  $e_N$  с помощью двух резисторов  $r_k$  и  $r_y$ .

В нашем примере ток  $i_p$  выбран равным  $1,00000 \cdot 10^{-4}$  А. Подставляя его значение в формулу (10-4), получим весьма простое выражение для вычисления измеряемой величины (в вольтах):

$$e_x = 1,00000 \cdot 10^{-4} r_k,$$

что позволяет градуировать магазин сопротивлений  $r_k$  в вольтах.

Погрешность измерения  $e_x$  — порядка нескольких тысячных или сотых процента и зависит, как видно из выражения (10-4), от погрешностей величин  $e_N$ ,  $r_k$  и  $r_y$ .

Компенсаторы переменного тока служат для измерения переменных ЭДС синусоидальной формы. Вследствие низкой точности и сложности конструкции они не получили широкого распространения.

Автоматические компенсаторы постоянного тока используются для непрерывного измерения и записи измеряемой ЭДС. Одна из схем, поясняющая принцип действия компенсатора, показана на рис. 10-7. В двух контурах 1 и 2 протекают два рабочих тока  $i_{p1}$  и  $i_{p2}$ . Определенное соотношение (1:1, 1:10 и т. д.) между этими токами устанавливается с помощью подгоночных резисторов  $r_{n1}$  и  $r_{n2}$ .

Требуемое значение рабочего тока  $i_{p1}$  устанавливается пу-

тем установки переключателя  $S$  в положение  $K$  («Контроль»). Разность потенциалов  $e_N - r_y i_{p1}$  усиливается усилителем  $A$  и подается на реверсивный двигатель  $M$ . Ротор двигателя приводится во вращение и посредством механической связи  $I$  и реостата  $r_p$  вызывает изменение тока  $i_{p1}$  до тех пор, пока разность  $e_N - r_y i_{p1}$  не станет равной нулю. Затем переключатель  $S$  автоматически перебрасывается в положение  $И$  («Измерение»). Двигатель расцепляется с движком реостата  $r_p$  и сцепляется с движком реохорда  $r_k$ . Под действием разности потенциалов  $e_x - r_k i_{p2}$  двигатель  $M$  перемещает движок реохорда  $r_k$  (связь  $И$ ) до состояния компенсации  $e_x$  напряжением  $r_k i_{p2}$ . С движком реохорда  $r_k$  связаны указатель показывающего и перо самопишущего устройств.

Автоматические компенсаторы применяются обычно для измерения, записи и регулирования температуры и других неэлектрических величин. В этом случае к входным зажимам присоединяется термopара  $TП$  и другой преобразователь (датчик), преобразующий измеряемую величину в постоянное напряжение. Погрешность автоматических компенсаторов 0,2–1%.

#### 10-4. Измерение сопротивлений, индуктивностей и емкостей

**Измерение сопротивлений омметрами.** Омметры – приборы для прямого измерения сопротивления. Омметр постоянного тока представляет собой, по существу, миллиамперметр магнитоэлектрической системы со шкалой, градуированной в омах. В состав омметра (рис. 10-8) входят источник с регулируемым выходным напряжением  $U$ , измерительный прибор  $И$ , добавочный резистор  $r_d$  для ограничения тока и ключ  $K$ . Перед началом измерения ключом замыкают накоротко резистор  $r_x$  и, регулируя напряжение  $U$  источника, устанавливают стрелку прибора  $И$  на нулевую отметку шкалы. Затем размыкают ключ  $K$ . При неизменном значении напряжения  $U$  (а также сопротивлений  $r_n$  и  $r_d$ ) через измеритель протекает ток

$$i = U / (r_n + r_d + r_x),$$

зависящий от значения  $r_x$ . Шкала прибора неравномерная и градуируется в значениях сопротивления от 0 до  $\infty$ . Схема на рис. 10-8 широко используется в универсальных измерительных приборах (тестерах) для грубых измерений сопротивлений от единиц до сотен тысяч ом.

**Измерение сопротивлений при помощи мостов.** Мосты получили широкое распространение. Они позволяют с высокой точ-

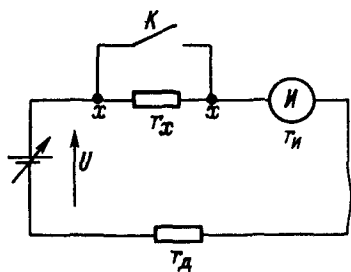


Рис. 10-8. Схема однофазного омметра

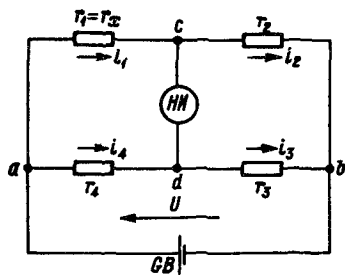


Рис. 10-9. Схема моста постоянного тока

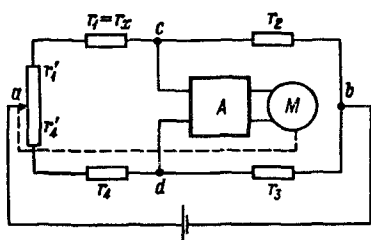


Рис. 10-10. Схема автоматического моста

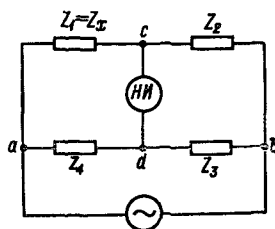


Рис. 10-11. Схема моста переменного тока

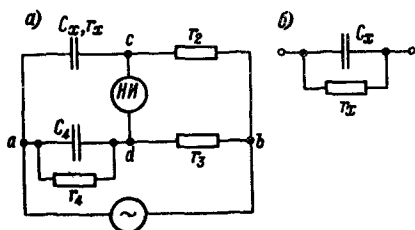


Рис. 10-12. Схема моста для измерения емкости и сопротивления потерь конденсатора

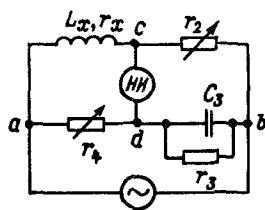


Рис. 10-13. Схема моста для измерения индуктивности и активного сопротивления

ностью измерять активные сопротивления на постоянном и переменном токе, реактивные сопротивления на переменном токе, что дает возможность определять значения различных физических величин, функционально связанных с сопротивлениями (индуктивность, емкость, частота, температура, скорость движения газов, жидкостей и т. д.).

Схема моста постоянного тока показана на рис. 10-9. В плечо  $r_1$  включен резистор с измеряемым сопротивлением  $r_x$ , остальные плечи ( $r_2, r_3, r_4$ ) состоят из мер и магазинов сопротивлений. Если сопротивления плеч подобрать так, что

$$i_1 r_1 = i_4 r_4 \text{ и } i_2 r_2 = i_3 r_3,$$

то разность потенциалов узлов  $c$  и  $d$ , между которыми включен нулевой индикатор *НИ*, станет равной нулю. Мост, работающий в режиме нулевого отклонения указателя индикатора *НИ*, называется уравновешенным. Равновесия моста достигают, изменяя сопротивление плеч  $r_2$  или  $r_4$ . При равновесии моста токи  $i_1 = i_2$  и  $i_3 = i_4$ . Подставляя эти равенства в выражение (10-3), получим основное уравнение уравновешенного моста

$$r_1 r_3 = r_2 r_4 \text{ или } r_x = r_1 = \frac{r_2 r_4}{r_3}. \quad (10-4)$$

Погрешность измерения уравновешенными мостами постоянного тока лежит в пределах 0,001—0,5%.

В неуравновешенных мостах при определенном значении напряжения источника питания  $U$  и сопротивлений плеч  $r_2, r_3, r_4$  ток в приборе *НИ* зависит только от значения измеряемого сопротивления  $r_x$ . Это позволяет градуировать шкалу прибора в омах или в единицах физических величин (температура, давление, деформация), функционально связанных с величиной  $r_x$ . Неуравновешенные мосты обладают невысокой точностью измерений (0,5—2%) и используются для измерения незлектрических величин.

В производственной практике для измерения незлектрических величин широко применяются автоматические мосты (рис. 10-10). В два плеча ( $r_1$  и  $r_4$ ) моста включены части  $r_1'$  и  $r_4'$  реохорда, движок которого связан механической передачей с осью реверсивного двигателя  $M$ . Если мост уравновешен, то напряжение между узлами  $c$  и  $d$  равно нулю и ротор двигателя неподвижен. При изменении сопротивления  $r_x$  между точками  $c$  и  $d$  появляется напряжение  $U_{cd}$ , которое усиливается усилителем  $A$  и подается на двигатель  $M$ . Ротор двигателя приходит во вращение и в зависимости от полярности напряжения  $U_{cd}$

перемещает движок реохорда в сторону достижения нового равновесия моста. С движком реохорда связан указатель, а также перо, записывающее на диаграммной бумаге значение измеряемого сопротивления  $r_x$ . Погрешность автоматических мостов лежит в пределах 0,2–1%.

Мосты переменного тока используются для измерения индуктивности, емкости, частоты. Схема моста с комплексными сопротивлениями  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  показана на рис. 10-11. В качестве нулевого индикатора НИ используется электронный милливольтметр или осциллограф. Условие равновесия моста по аналогии с выражением (10-4)

$$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4 \quad (10-5)$$

или

$$Z_1 e^{j\varphi_1} Z_3 e^{j\varphi_3} = Z_2 e^{j\varphi_2} Z_4 e^{j\varphi_4}.$$

Приравнивая порознь действительную и мнимую части, получим два условия равновесия моста переменного тока:

$$z_1 z_3 = z_2 z_4 \text{ и } \varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_4.$$

Первое условие требует определенного соотношения модулей полных сопротивлений плеч при равновесии моста. Второе условие определяет характер сопротивления плеч (активный, индуктивный, емкостный), при которых принципиально возможно достичь равновесия моста.

Схема моста, например для измерения емкостей конденсаторов с твердым диэлектриком, показана на рис. 10-12, а. Так как в диэлектрике имеют место потери энергии, то конденсатор можно представить в виде эквивалентной схемы (рис. 10-12, б), где  $C_x$  — измеряемая емкость;  $r_x$  — активное сопротивление, определяющее потери в конденсаторе. Полные сопротивления плеч моста:

$$Z_1 = \frac{r_x}{1 + j\omega C_x r_x}; \quad Z_2 = r_2; \quad Z_3 = r_3; \quad Z_4 = \frac{r_4}{1 + j\omega C_4 r_4}.$$

Подставляя эти значения в условие равновесия моста и приравнивая порознь действительную и мнимую части, получим

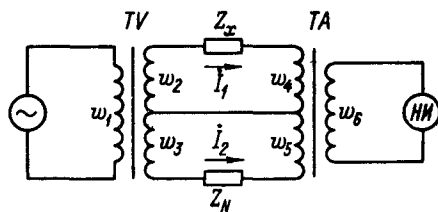
$$r_x = r_2 r_4 / r_3 \text{ и } C_x = C_4 r_3 / r_2.$$

Таким образом, мост (рис. 10-12) позволяет одновременно измерять емкость и сопротивление активных потерь конденсатора.

Измерение индуктивности мостом переменного тока осуществляется сравнением с мерой индуктивности или емкости.

Рис. 10-14. Схема трансформаторного моста

Схема моста для измерения индуктивности  $L_x$  путем сравнения с мерой емкости  $C_3$  показана на рис. 10-13. Полные сопротивления плеч моста:



$$Z_x = r_x + j\omega L_x; \quad Z_2 = r_2; \quad Z_3 = \frac{r_3}{1 + j\omega C_3 r_3}; \quad Z_4 = r_4.$$

Подставляя эти величины в условие равновесия моста (10-5), получим два уравнения для вычисления неизвестных:

$$r_x = r_2 r_4 / r_3 \quad \text{и} \quad L_x = C_3 r_2 r_4.$$

Погрешность измерения мостов переменного тока лежит в пределах 0,05–2%.

Для точных измерений параметров электрических цепей, неэлектрических и магнитных величин электрическими методами используются трансформаторные мосты с тесной индуктивной связью между катушками трансформаторов.

Мост (рис. 10-14) содержит два трансформатора, работающих при различных режимах. Первичная обмотка с числом витков  $w_1$  трансформатора напряжения  $TV$  подключена к источнику питания, а вторичная обмотка, состоящая из двух катушек  $w_2$  и  $w_3$ , через сравниваемые комплексные сопротивления  $Z_N$  и  $Z_x$  (образцовое и измеряемое) соединена с катушками первичной обмотки  $w_4$  и  $w_5$  трансформатора тока  $TA$ , работающего в режиме компаратора токов  $I_1$  и  $I_2$ . Ко вторичной обмотке трансформатора  $TA$  подключен нулевой индикатор  $НИ$ . Направление ЭДС катушек  $w_2$  и  $w_3$  трансформатора  $TV$  согласное, направление ЭДС катушек  $w_4$  и  $w_5$  трансформатора  $TA$  встречное.

Уравновешивание моста можно получить изменением параметров (активного и реактивного) образцового комплексного сопротивления  $Z_N$  или отношений чисел витков трансформаторов  $TV$  и  $TA$ . При равновесии моста ток  $I_0$  через нулевой индикатор равен нулю, что возможно при полной компенсации магнитных потоков в магнитопроводе трансформатора  $TA$ , создаваемых токами  $I_1$  и  $I_2$  в катушках  $w_4$  и  $w_5$ . При равновесии моста

$$I_1 w_4 = I_2 w_5 \text{ или } \frac{U_x}{Z_x} w_4 = \frac{U_N}{Z_N} w_5.$$

Так как  $U_x/U_N = w_2/w_3$ , то измеряемое сопротивление  $Z_x$  определяется из уравнения

$$Z_x = \frac{w_2 w_4}{w_3 w_5} Z_N. \quad (10-6)$$

Мост, показанный на рис. 10-14, пригоден, как видно из уравнения (10-6), для сравнения комплексных сопротивлений  $Z_x$  и  $Z_N$  с одинаковыми по характеру реактивными составляющими.

Пусть, например, требуется измерить тангенс угла потерь конденсатора, эквивалентная схема которого показана на рис. 10-12, б. В качестве образцового комплексного сопротивления необходимо использовать резистор  $r_N$  и конденсатор  $C_N$ . Для параллельно включенных резистора и конденсатора можно записать

$$Z_x = \frac{r_x}{1 + j\omega C_x r_x} \text{ и } Z_N = \frac{r_N}{1 + j\omega C_N r_N}.$$

При равновесии моста (рис. 10-14) имеет место комплексное равенство

$$\frac{r_x}{1 + j\omega C_x r_x} = \frac{w_2 w_4}{w_3 w_5} \frac{r_N}{1 + j\omega C_N r_N},$$

которое распадается на два равенства:

$$r_x = \frac{w_2 w_4}{w_3 w_5} r_N \text{ и } C_x = \frac{w_3 w_5}{w_2 w_4} C_N. \quad (10-7)$$

Тангенс угла потерь характеризует активные потери в конденсаторе и для схемы параллельного соединения  $r_x$  и  $C_x$  (см. рис. 10-12, б) равен отношению активной проводимости  $1/r_x$  к реактивной проводимости  $\omega C_x$ :

$$\operatorname{tg} \delta_x = \frac{1/r_x}{\omega C_x} = \frac{1}{\omega r_x C_x}.$$

Подставляя в это уравнение выражение (10-7), получим окончательно уравнение для вычисления искомого значения:

$$\operatorname{tg} \delta_x = \frac{1}{\omega r_N C_N}.$$



Достоинства трансформаторных мостов — широкий частотный диапазон (до десятков мегагерц), высокая точность (0,001—0,1%), хорошая защищенность от влияния внешних электромагнитных полей.

### 10-5. Понятие о магнитных измерениях

Задача магнитных измерений состоит в измерении величин, характеризующих магнитное поле и магнитные свойства материалов.

Для измерения магнитного потока используются магнитоэлектрические веберметры. Особенность этих приборов состоит в том, что в них отсутствует противодействующий момент и подвод тока к подвижной катушке 2 (рис. 10-15) осуществляется с помощью безмоментных проводников 3, электрически связанных с переключателем S2.

Рассмотрим применение веберметра для определения кривой намагничивания  $B = f(H)$  материала. На испытуемый образец 1, выполненный в виде тороида, наматываются две обмотки. К намагничивающей обмотке с числом витков  $w_1$  подключены источник GB намагничивающего тока  $i$ , реостат  $r_p$  для регулирования этого тока, амперметр A, переключатель S1. К измерительной обмотке подключен веберметр с корректором. Корректор служит для установки стрелки веберметра на нуль перед каждым измерением. Если переключатель S2 уста-

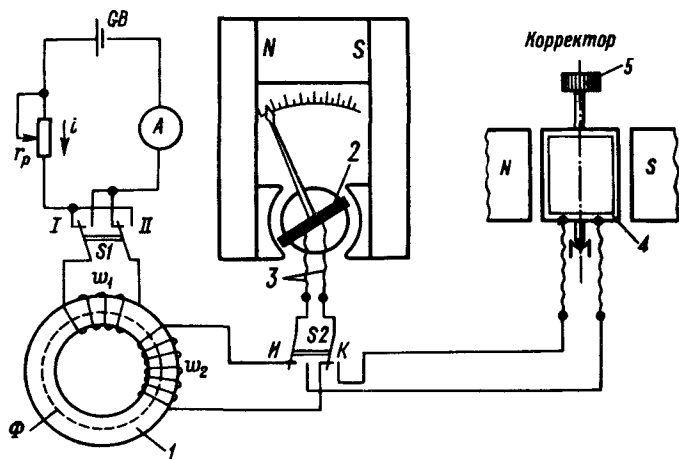


Рис. 10-15. Схема устройства и включения веберметра

новить в положение  $K$  («Корректор») и повернуть рукой головку 5 подвижной части корректора, то в его катушке 4 будет индуцироваться ЭДС и протекать ток, под действием которого подвижная катушка 2 веберметра повернется в ту или иную сторону.

Кривая намагничивания определяется в следующем порядке.

1. Переключатель  $S_2$  устанавливают в положение  $K$  и корректором устанавливают указатель веберметра на нулевую отметку.

2. Устанавливают в катушке  $w_1$  ток, равный  $i$ . Тогда на основании закона полного тока напряженность магнитного поля внутри тороида будет равна

$$H = w_1 i / l_{\text{ср}},$$

где  $l_{\text{ср}}$  — средняя длина магнитной линии в тороиде.

3. Переключатель  $S_2$  переводят в положение  $И$  («Измерение»), а затем перебрасывают переключатель  $S_1$  из положения  $I$  в положение  $II$ . При этом ток в катушке изменяет свое направление на обратное (с  $+i$  на  $-i$ ), что приводит к изменению магнитного потока в тороиде на величину  $2\Phi$ . Под действием тока, индуцированного в обмотке  $w_2$ , рамка веберметра повернется на некоторый угол  $\alpha$ . В соответствии с законом электромагнитной инерции Ленца замкнутая электрическая цепь стремится сохранить неизменным связанное с ней магнитное потокосцепление. Поэтому подвижная катушка отклонится на такой угол, при котором приращение ее потокосцепления с потоком постоянного магнита веберметра станет равным уменьшению потокосцепления  $2\Phi w_2$  измерительной катушки, т. е.

$$\alpha = 2\Phi w_2 / C,$$

где  $C$  — цена деления веберметра.

Значение магнитной индукции определится по формуле

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{C}{2Sw_2} \alpha,$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения тороида.

По найденному экспериментально значению  $B$  и расчетному значению напряженности  $H$  определяется магнитная проницаемость материала тороида:

$$\mu = B/H.$$

Повторяя опыты при различных значениях тока  $i$ , можно

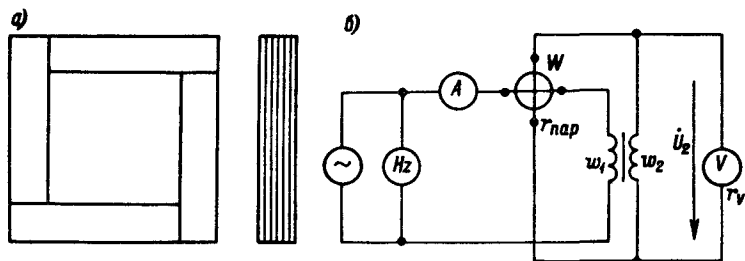


Рис. 10-16. Схема определения потерь в стали

найти зависимости  $B = f_1(H)$  и  $\mu = f_2(H)$ . Этим же прибором можно снять петлю гистерезиса испытуемого ферромагнитного образца, измерить магнитный поток постоянного магнита и т. д. Погрешность веберметра 1–4%.

Для расчета магнитопроводов, трансформаторов, электрических машин и аппаратов необходимо иметь данные о потерях на вихревые токи и гистерезис. Определение потерь в ферромагнитных материалах выполняется по схеме, показанной на рис. 10-16, б.

Исследуемый материал, например листовая электротехническая сталь в форме четырех пакетов, образует замкнутую магнитную цепь (рис. 10-16, а). На пакеты стали наматываются две обмотки с числами витков  $w_1$  и  $w_2$ . Намагничивающая обмотка питается от источника энергии через амперметр  $A$  и токовую обмотку ваттметра  $W$ . Обмотки напряжения ваттметра  $W$  и вольтметра  $V$  подключены к измерительной обмотке с числом витков  $w_2$ . Если числа витков  $w_1$  и  $w_2$  не равны, то для получения действительного значения мощности показания ваттметра  $P_W$  необходимо умножить на отношение  $w_1/w_2$ . Мощность потерь в испытуемом образце

$$P = P_W \frac{w_1}{w_2} - \frac{U_2^2}{r_V} - \frac{U_2^2}{r_{\text{пар}}},$$

где  $U_2$  — напряжение на зажимах вторичной обмотки;  $r_V$  и  $r_{\text{пар}}$  — сопротивления вольтметра и параллельной обмотки ваттметра.

Удельные потери в испытуемом образце (в ваттах на килограмм) получим, разделив мощность  $P$  на массу образца  $m$ :

$$P' = P/m.$$

Удельная мощность потерь зависит от амплитуды магнит-

ной индукции  $B_m$ . Если пренебречь падением напряжения на вторичной обмотке и принять напряжение  $U_2$  равным ЭДС, индуцируемой в обмотке  $w_2$ , то амплитуда магнитной индукции определится по формуле

$$B_m = \frac{U_2}{4,44fSw_2},$$

где  $f$  — частота переменного тока источника энергии;  $S$  — площадь поперечного сечения испытуемого образца. Погрешность метода измерения 2–5%.

### 10-6. Сведения об измерениях неэлектрических величин

Измерения неэлектрических величин электрическими методами получили очень широкое распространение. Удобство и простота измерения, возможность непрерывного измерения, регистрации и передачи на большие расстояния значений измеряемой величины, высокая чувствительность и широкий диапазон измерений являются основными преимуществами этих методов.

Преобразование неэлектрической величины в электрическую осуществляется измерительным преобразователем (датчиком). Преобразователи делятся на две группы: параметрические и генераторные.

В *параметрических* преобразователях измеряемая величина вызывает изменение одного из параметров элемента электрической цепи: сопротивления, индуктивности или емкости. К этим преобразователям относятся:

а) реостатные преобразователи — сопротивление реостата зависит от перемещения движка; преобразователи применяются для измерения уровня жидкостей, линейных и угловых перемещений и т. д.

б) термисторные преобразователи — сопротивление термочувствительного резистора зависит от температуры окружающей среды или от условий конвективного рассеяния тепла, выделяемого током в резисторе; преобразователи служат для измерения температуры, скорости движения газов или жидкостей, давления газов, определения состава газовых смесей и т. д.

в) тензометрические преобразователи — сопротивление тензодатчиков изменяется при его деформации; преобразователи используются при измерении деформаций и усилий, действующих на детали конструкции.

г) индуктивные преобразователи – индуктивность датчика меняется в зависимости от перемещения ферромагнитного сердечника в поле катушки индуктивности; преобразователи применяются для измерения механических усилий, давления, линейных и угловых перемещений.

д) емкостные преобразователи – емкость преобразователя меняется под действием измеряемой величины; преобразователи используются для измерения малых перемещений, механических усилий, давления, влажности, толщины тонких пленок и т. д.

е) фоторезисторные преобразователи – сопротивление преобразователя меняется в зависимости от интенсивности падающего на него светового потока; преобразователи служат для измерения температуры, прозрачности и мутности газов и жидкостей.

В генераторных преобразователях измеряемая неэлектрическая величина преобразуется в ЭДС. Наиболее распространены следующие преобразователи:

а) термоэлектрические преобразователи – в зависимости от разности температур в цепи термопары возникает термо-ЭДС;

б) индукционные преобразователи – измеряемая величина в генераторе преобразуется в ЭДС; например, для измерения частоты вращения применяются тахогенераторы – магнитоэлектрические генераторы;

в) пьезоэлектрические преобразователи – под действием механических сил в кристаллах возникает ЭДС; преобразователи используются для измерения давлений, амплитуды низкочастотных колебаний, шероховатости поверхности и т. д.

Погрешности преобразователей лежат в пределах 0,01 – 2 % и зависят от принципа действия, конструкции и условий применения преобразователей. Для измерения выходной величины параметрических преобразователей применяются логометры и мосты. Выходная ЭДС генераторных преобразователей измеряется вольтметрами и компенсаторами. В производственных условиях часто используются регистрирующие автоматические мосты и компенсаторы.

## Часть 4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

---

### Глава 11. ТРАНСФОРМАТОРЫ

#### 11-1. Назначение и принцип действия трансформатора

Трансформатором называется статический электромагнитный аппарат, служащий для преобразования электрической энергии переменного тока с одними параметрами (напряжение, ток, их форма и начальная фаза) в электрическую энергию с другими параметрами при сохранении частоты переменного тока неизменной.

Чем выше напряжение, тем при той же передаваемой мощности будет меньше значение тока и тем меньше получается требуемое сечение проводов линии передачи. Поэтому в месте производства электрической энергии — на электрических станциях — выгодно повышать напряжение до десятков, сотен тысяч вольт и выше, а затем передавать энергию по проводам к расположенным в районах потребления энергии понижающим подстанциям, где напряжение понижается до 3; 6 или 11 кВ. Эти напряжения используются при питании мощных электродвигателей и приемников, а также трансформаторов, понижающих напряжение до 500, 380, 220 В и ниже. Повышенные напряжения до линии передачи и понижение его после линии передачи осуществляются трансформаторами. Примерная схема передачи электрической энергии на большое расстояние приведена на рис. 11-1, где  $T1$  — повышающий и  $T2$  — понижающий трансформаторы.

В трансформаторах электрические цепи связаны только общим магнитным потоком, но при этом изолированы друг от друга.

Устройство трансформатора схематично показано на рис. 11-2. На замкнутом магнитопроводе, собранном из листовой стали или навитом из стальной ленты, помещены две изолированные обмотки с числами витков  $w_1$  и  $w_2$ . Обмотка, к зажимам которой подводится электрическая энергия, называется первичной; обмотка, на зажимы которой включаются потребители, называется вторичной.



Рис. 11-1. Схема передачи электрической энергии на большое расстояние

Протекающий по первичной обмотке переменный ток вызывает появление в стальном магнитопроводе переменного магнитного потока  $\Phi$ . Этот поток сцеплен с обеими обмотками и вызывает в каждой из них переменную ЭДС. Поэтому вторичная обмотка может рассматриваться как источник переменного напряжения. Если вторичная цепь будет замкнута, то по ней потечет ток.

Трансформатор, изображенный на рис. 11-2, является двух-обмоточным. Однако на магнитопроводе можно поместить несколько вторичных обмоток с различными числами витков и получить соответственно несколько различных вторичных напряжений. Такие трансформаторы называются многообмоточными. В дальнейшем изложении будем рассматривать только двухобмоточные трансформаторы.

Из принципа действия трансформатора ясно, что он может работать только на переменном токе, так как при постоянном магнитном потоке ЭДС в обмотках возникать не будут.

Значение ЭДС, индуцируемой в одном витке первичной и вторичной обмоток, находится на основании закона электромагнитной индукции:

$$e = -d\Phi/dt.$$

Для гармонически изменяющегося магнитного потока

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t, \quad (11-1)$$

где  $\Phi$  и  $\Phi_m$  — мгновенное и амплитудное значения потока. Отсюда имеем

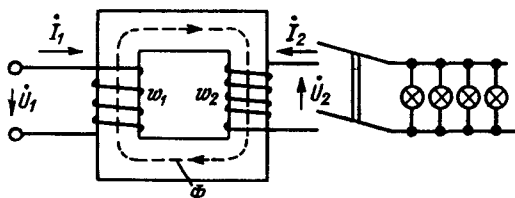


Рис. 11-2. Схема устройства трансформатора

$$e = -d\Phi/dt = -\Phi_m \omega \cos \omega t = \omega \Phi_m \sin(\omega t - \pi/2).$$

Обозначим амплитудное значение ЭДС в одном витке

$$E_m = \omega \Phi_m,$$

тогда

$$e = E_m \sin(\omega t - \pi/2). \quad (11-2)$$

Таким образом, индуцированная ЭДС отстает по фазе от потока на  $\pi/2$ .

Найдем действующую ЭДС в одном витке, разделив максимальное значение ЭДС на  $\sqrt{2}$ :

$$E = \omega \Phi_m / \sqrt{2} = 2\pi f \Phi_m / \sqrt{2} = 4,44 f \Phi_m$$

Если в первичной обмотке  $w_1$  витков, а во вторичной —  $w_2$  витков, то действующая ЭДС (в вольтах) каждой обмотки будет

$$E_1 = 4,44 w_1 f \Phi_m; \quad (11-3)$$

$$E_2 = 4,44 w_2 f \Phi_m. \quad (11-4)$$

Отношение ЭДС первичной и вторичной обмоток или отношение их чисел витков называется *коэффициентом трансформации*:

$$K = E_1/E_2 = w_1/w_2. \quad (11-5)$$

Для понижающих трансформаторов  $w_1 > w_2$  и  $K > 1$ . Для повышающих  $w_1 < w_2$  и  $K < 1$ .

Первичная активная мощность, т. е. средняя мощность, потребляемая трансформатором из сети,

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \phi_1.$$

Вторичная активная мощность, или мощность, отдаваемая потребителю,

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \phi_2.$$

Если не учитывать потери в трансформаторе, то приближенно можно положить

$$P_1 \approx P_2.$$

Как будет показано в дальнейшем,  $\phi_1 \approx \phi_2$  и напряжения первичной и вторичной обмоток мало отличаются от ЭДС обмоток. Тогда

$$U_1 I_1 \approx U_2 I_2 \text{ и } I_1/I_2 \approx U_2/U_1 \approx E_2/E_1 = 1/K. \quad (11-6)$$



При понижении напряжения вторичной обмотки в  $K$  раз вторичный ток будет больше тока первичной обмотки в  $K$  раз, и наоборот.

Трансформатор был изобретен в 1876 г. знаменитым русским электротехником П. Н. Яблочковым. В дальнейшем он был усовершенствован другим русским изобретателем П. Ф. Усагиным.

Современные трансформаторы весьма разнообразны по исполнению. Они изготавливаются для мощностей от долей ватта до сотен тысяч киловатт и могут быть однофазными, трехфазными и многофазными. Рабочая частота может быть в пределах от нескольких единиц до миллионов герц; наибольшее распространение имеют трансформаторы, предназначенные для работы при промышленной частоте 50 Гц.

На каждом трансформаторе помещается шиток или табличка с указанными на них номинальными значениями величин и характеристиками. К ним относятся: а) полная мощность в вольт-амперах или киловольт-амперах; б) линейные напряжения в вольтах или киловольтах; в) линейные токи при номинальной мощности в амперах; г) частота в герцах; д) число фаз; е) схема и группа соединений. Для крупных трансформаторов, кроме того, могут указываться дополнительные характеристики, например напряжение короткого замыкания, режим работы (длительный или кратковременный), способ охлаждения, масса и др.

## 11-2. Холостой ход трансформатора

Холостым ходом (ХХ) называется режим работы трансформатора, когда его первичная обмотка присоединена к сети переменного тока, а вторичная — разомкнута (рис. 11-3). По первичной обмотке протекает ток ХХ  $I_0$ , который создает магнитный поток, имеющий две составляющие. Первая составляющая  $\Phi$  представляет собой поток, замыкающийся по магнитопроводу и сцепленный как с первичной, так и со вторичной обмотками. Этот переменный поток индуцирует в обмотках ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  в соответствии с формулами (11-3) и (11-4). Вторая составляющая потока  $\Phi_{1p}$  проходит частично по магнитопроводу и частично по воздуху. Она называется потоком рассеяния. Поток рассеяния сцеплен только с первичной обмоткой и вызывает появление в ней дополнительной ЭДС, которую обычно учитывают посредством введения понятия *индуктивного сопротивления рассеяния* первичной обмотки  $x_1$ .

Магнитное сопротивление для потока рассеяния в основном

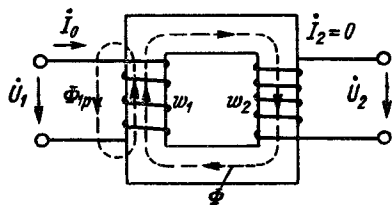


Рис. 11-3. Холостой ход трансформатора

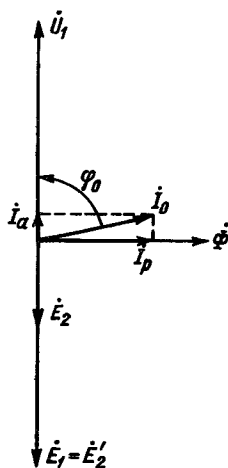


Рис. 11-4. Векторная диаграмма для холостого хода

определяется сопротивлением пути потока по воздуху, поэтому поток рассеяния  $\Phi_{1p}$  пропорционален току  $I_0$  (рис. 11-4) и совпадает с ним по фазе. Векторная диаграмма для холостого хода подобна векторной диаграмме катушки со стальным сердечником.

Построение векторной диаграммы (рис. 11-4) начинается с откладывания вектора магнитного потока  $\Phi$ . Затем проводится отстающий на  $\pi/2$  вектор ЭДС первичной обмотки  $\dot{E}_1$ . Вектор ЭДС во вторичной обмотке совпадает по направлению с вектором  $\dot{E}_1$ , но значение его может быть как больше, так и меньше  $\dot{E}_1$ . Для удобства построения векторной диаграммы обычно откладывается так называемое приведенное значение вторичной ЭДС

$$E'_2 = KE_2 = \frac{w_1}{w_2} E_2 = E_1, \quad (11-7)$$

которое равно первичной ЭДС. Поэтому векторы  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}'_2$  сливаются в один.

Ток ХХ имеет две составляющие — реактивную (намагничивающую)  $I_p$  и активную  $I_a$ . Составляющая  $I_p$  является намагничивающим током, который совпадает по фазе с потоком. Значение намагничивающего тока по закону магнитной цепи связано с амплитудой потока соотношением

$$\Phi_m = \sqrt{2} w_1 I_p / R_m, \quad (11-8)$$

где  $R_m$  — магнитное сопротивление стального магнитопровода.

Полный ток ХХ

$$I_0 = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}. \quad (11-9)$$

Ток ХХ силовых трансформаторов мал и обычно не превышает нескольких процентов от номинального первичного тока  $I_{\text{ном}}$ .

Падение напряжения в первичной обмотке от небольшого тока ХХ невелико. Поэтому с большой степенью точности можно написать  $\dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1$  и  $U_1 \approx E_1$ . На векторной диаграмме откладывается вектор  $U_1$ , равный и противоположный вектору  $\dot{E}_1$ .

Составляющая тока ХХ  $I_a$  определяется потерями в стальном магнитопроводе:  $I_a = p_c / E_1$ . Сдвиг фаз  $\varphi_0$  близок к  $90^\circ$ . На этом заканчивается построение векторной диаграммы. У трансформаторов малой мощности (радиотехнические, например) ток  $I_0$  может составлять (0,3...0,5)  $I_{\text{ном}}$ .

Так как первичное напряжение сети обычно поддерживается неизменным, то, учитывая равенство  $U_1 \approx E_1$ , приходим к заключению, что амплитуда основного потока при ХХ есть тоже величина неизменная. Из выражения (11-3) амплитуда потока

$$\Phi_m = \frac{E_1}{4,44w_1f} \approx \frac{U_1}{4,44w_1f}. \quad (11-10)$$

Значительное увеличение первичного напряжения по сравнению с номинальным является недопустимым, так как при этом вследствие насыщения резко увеличивается ток ХХ.

Во вторичной цепи при холостом ходе ток не протекает. Поэтому напряжение на зажимах вторичной обмотки равно ее ЭДС. Следовательно, при холостом ходе отношение первичного и вторичного напряжений равно с достаточной точностью коэффициенту трансформации:

$$U_1/U_2 \approx E_1/E_2 = w_1/w_2 = K. \quad (11-11)$$

### 11-3. Нагрузка трансформатора

Рассмотрим режим нагрузки трансформатора (рис. 11-5), когда вторичная цепь замкнута на нагрузочное сопротивление  $z_n$  и по ней проходит ток  $I_2$ .

В этом случае можно выделить три потока: основной поток  $\Phi$ , сцепленный как с первичной, так и с вторичной обмотками, поток рассеяния первичной обмотки  $\Phi_{1p}$  и поток рассеяния вторичной обмотки  $\Phi_{2p}$ . Дополнительные ЭДС, индукти-

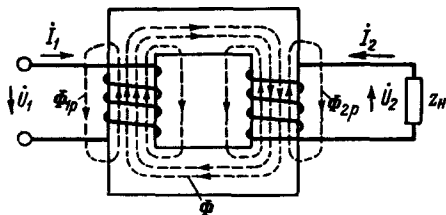


Рис. 11-5. Трансформатор под нагрузкой

руемые в обмотках потоками рассеяния  $\Phi_{1p}$  и  $\Phi_{2p}$ , учитываются обычно при помощи индуктивных сопротивлений рассеяния первичной и вторичной обмоток  $x_1$  и  $x_2$ .

Потоки рассеяния обмоток  $\Phi_{1p}$  и  $\Phi_{2p}$  пропорциональны первичному  $I_1$  и вторичному  $I_2$  токам и находятся с ними в фазе. Эти потоки рассеяния индуцируют в обмотках ЭДС  $E_{1p}$  и  $E_{2p}$ , отстающие по фазе от потоков, а следовательно, и токов  $I_1$  и  $I_2$  на  $\pi/2$ .

ЭДС от потоков рассеяния уравновешиваются составляющими напряжения:

$$jx_1 \dot{I}_1 = -\dot{E}_{1p} \quad \text{и} \quad jx_2 \dot{I}_2 = -\dot{E}_{2p},$$

где  $jx_1 = j\omega L_{1p}$  и  $jx_2 = j\omega L_{2p}$  — реактивные сопротивления рассеяния обмоток;  $L_{1p} = \Psi_{1p}/I_1$  и  $L_{2p} = \Psi_{2p}/I_2$  — индуктивности рассеяния первичной и вторичной обмоток;  $\Psi_{1p}$ ,  $\Psi_{2p}$  — потокосцепления рассеяния первичной и вторичной обмоток;  $\omega$  — угловая частота переменного тока.

Составляющие напряжения  $x_1 I_1$  и  $x_2 I_2$  опережают токи  $I_1$  и  $I_2$  на  $\pi/2$ .

Запишем уравнения по второму закону Кирхгофа в комплексном виде для первичной и вторичной цепей:

$$\dot{U}_1 + \dot{E}_1 = \dot{I}_1 Z_1; \quad (11-12)$$

$$\dot{E}_2 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_2, \quad (11-13)$$

где  $U_2$  — напряжение на нагрузочном сопротивлении (вторичное напряжение);  $Z_1 = r_1 + jx_1$  — комплексное полное сопротивление первичной обмотки;  $Z_2 = r_2 + jx_2$  — то же вторичной обмотки.

Падения напряжения в обмотках  $I_1 z_1$  и  $I_2 z_2$  составляют обычно не более нескольких процентов от напряжений  $U_1$  и  $U_2$ . Поэтому с некоторым приближением можно считать, что и в нагруженном трансформаторе сохраняются приближенные равенства  $U_1 \approx E_1$  и  $U_2 \approx E_2$ . Следовательно, при нагрузке трансформатора амплитуда основного магнитного потока при-

близительно постоянна и равна амплитуде потока в режиме холостого хода (при  $U_1 = \text{const}$ ). Постоянной должна быть и МДС как при нагрузке, так и на холостом ходу. В режиме нагрузки результирующая МДС равна сумме МДС первичной и вторичной обмоток:

$$w_1 \dot{I}_1 + w_2 \dot{I}_2 = w_1 \dot{I}_0. \quad (11-14)$$

Разделив все члены последнего равенства на  $w_1$ , получим

$$\dot{I}_1 + \frac{1}{K} \dot{I}_2 = \dot{I}_0.$$

Введем понятие приведенного вторичного тока:

$$\dot{I}'_2 = \dot{I}_2 / K. \quad (11-15)$$

Окончательно

$$\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_0. \quad (11-16)$$

На холостом ходу  $\dot{I}'_2 = 0$  и, следовательно,  $\dot{I}_1 = \dot{I}_0$ . Если нагрузить трансформатор, то во вторичной обмотке появится ток  $\dot{I}_2$ . Этот ток по закону Ленца препятствует причине, его вызвавшей. Поэтому ток  $\dot{I}_2$  так направлен, чтобы размагнитить магнитопровод, т. е. действие его противоположно действию тока  $\dot{I}_1$ . Это вызывает увеличение тока  $\dot{I}_1$  в соответствии с выражением (11-16).

Перейдем к построению векторной диаграммы нагруженного трансформатора. Для удобства будем откладывать на векторной диаграмме приведенные вторичные напряжения и токи. При этом вторичное напряжение, как и ЭДС, должно умножаться на коэффициент трансформации  $K$ .

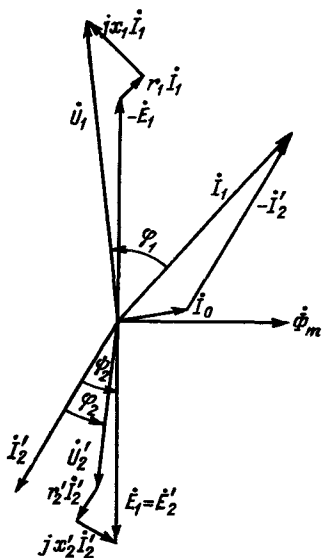
Построение диаграммы начинаем с откладывания вектора потока  $\Phi_m$  (рис. 11-6). Далее со сдвигом  $\pi/2$  откладываем вектор ЭДС  $\dot{E}_1$ , который совпадет с вектором  $\dot{E}'_2 = K\dot{E}_2$ . Затем строим вектор тока холостого хода  $\dot{I}_0$  в соответствии с выражением (11-9). Для построения вектора приведенного вторичного тока  $\dot{I}'_2 = \dot{I}_2 / K$  необходимо определить значение этого тока:

$$I'_2 = \frac{1}{K} \frac{E_2}{\sqrt{(r_2 + r_n)^2 + (x_2 + x_n)^2}}, \quad (11-17)$$

где  $r_2, r_n$  — активное сопротивление вторичной обмотки и приемника;  $x_2, x_n$  — реактивное сопротивление вторичной обмотки и приемника.

Сдвиг фаз между вторичным током  $I_2$  и ЭДС  $E_2$

Рис. 11-6. Векторная диаграмма нагруженного трансформатора



$$\psi_2 = \arctg \frac{x_2 + x_n}{r_2 + r_n}. \quad (11-18)$$

Для нахождения вектора приведенного вторичного напряжения  $U'_2$  необходимо на основании формулы (11-13) из ЭДС  $E'_2$  вычесть падение напряжения во вторичной обмотке.

При введении понятия о приведенных ЭДС, напряжениях и токах вторичной обмотки следует найти приведенные сопротивления вторичной обмотки, определяемые отношением приведенных напряжений к приведенным токам. Для активных и реактивных составляющих напряжения имеем

$$U'_{2a} = KU_{2a} = Kr_2 I_2 = K^2 r_2 I'_2 = r'_2 I'_2; \quad (11-19)$$

$$U'_{2p} = KU_{2p} = Kx_2 I_2 = K^2 x_2 I'_2 = x'_2 I'_2, \quad (11-20)$$

где  $r'_2 = K^2 r_2$  и  $x'_2 = K^2 x_2$  — приведенные активное и реактивное сопротивления вторичной обмотки.

На векторной диаграмме из вектора  $E'_2$  вычитаем вектор  $jx'_2 I'_2$ , опережающий ток  $I'_2$  на  $\pi/2$ , и вектор  $r'_2 I'_2$ , совпадающий с током  $I'_2$  по фазе. В результате определяем вектор приведенного вторичного напряжения:

$$\dot{U}'_2 = \dot{E}'_2 - r'_2 \dot{I}'_2 - jx'_2 \dot{I}'_2. \quad (11-21)$$

Для построения вектора первичного тока  $I_1$  необходимо в соответствии с выражением (11-16) из вектора тока холостого хода  $I_0$  вычесть вектор приведенного вторичного тока  $I'_2$ .

Построение вектора первичного напряжения  $U_1$  выполняем в соответствии с равенством (11-12). Для этого строим вектор  $-\dot{E}_1$  и к нему прибавляем вектор  $r_1 I_1$ , совпадающий по фазе с током  $I_1$ , и вектор  $jx_1 I_1$ , опережающий ток  $I_1$  на  $90^\circ$ . Угол  $\varphi_1$  между векторами  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$  является сдвигом фаз в первичной цепи.

Из векторной диаграммы нагруженного трансформатора видно, что увеличение тока  $I_2$  во вторичной цепи вызывает увеличение тока  $I_1$ , потребляемого из сети первичной обмоткой. Для ясности чертежа на векторной диаграмме (рис. 11-6) активные и индуктивные падения напряжения в первичной и вторичной обмотках показаны преувеличенно большими. На самом деле они составляют обычно не более нескольких процентов от  $U_1$  и  $U_2$  соответственно.

#### 11-4. Понятие о схеме замещения трансформатора

Расчеты токов и напряжений в трансформаторе могут быть сведены к обычным расчетам цепей переменного тока. Для этой цели составляется так называемая эквивалентная схема, или схема замещения, трансформатора, процессы в которой описываются теми же уравнениями, как и процессы в трансформаторе.

При составлении схемы замещения удобно применять прием, который использован при переходе к упрощенной векторной диаграмме (рис. 11-7). Он заключается в том, что фазы ЭДС в первичной и вторичной обмотках изменяются на  $\pi$ , т. е. вводится вектор  $\dot{E}_0 = -\dot{E}_1 = -\dot{E}'_2$ . Фазы вторичного тока и напряжения тоже меняются на  $\pi$  и вводятся векторы  $\dot{I}'_2 = -\dot{I}_2$  и  $\dot{U}'_2 = -\dot{U}_2$ . Тогда уравнения трансформатора (11-12), (11-21) и (11-16) могут быть записаны в следующем виде:

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_0 + \dot{I}_1 Z_1; \quad (11-22)$$

$$\dot{U}'_2 = \dot{E}_0 - \dot{I}'_2 Z_2; \quad (11-23)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}'_2. \quad (11-24)$$

По этим уравнениям составлена схема замещения, изображенная на рис. 11-8. На схеме, кроме сопротивлений первичной обмотки  $r_1$  и  $x_1$  и приведенных вторичных  $r'_2$  и  $x'_2$ , изображены нагрузочное сопротивление  $z'_n$ , приведенное к первичной обмотке, т. е.  $z'_n = K^2 z_n$ , и так назы-

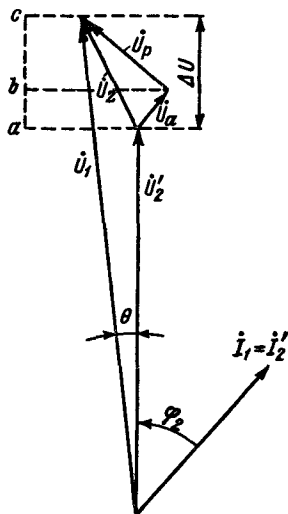


Рис. 11-7. Упрощенная векторная диаграмма нагруженного трансформатора

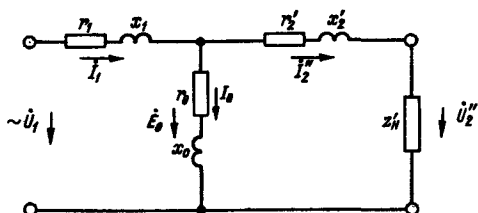


Рис. 11-8. Схема замещения трансформатора

ваемое сопротивление контура намагничивания  $Z_0 = r_0 + jx_0$ . Сопротивление контура намагничивания имеет активную и индуктивную составляющие и определяется так, чтобы выполнялось условие

$$\dot{E}_0 = -\dot{E}_1 = \dot{I}_0 Z_0.$$

### 11-5. Внешняя характеристика трансформатора и процентное изменение его напряжения

Активные и индуктивные падения напряжения в первичной и вторичной обмотках зависят от протекающих по обмоткам токов  $I_1$  и  $I_2$  и от активных и индуктивных сопротивлений обмоток трансформатора.

Алгебраическая разность между первичным и приведенным вторичным напряжением, называется *изменением напряжения* в трансформаторе, зависит не только от значений токов  $I_1$  и  $I_2$ , но и от рода нагрузки (угла  $\varphi_2$ ). Для нахождения изменения напряжения в трансформаторе видоизменим и упростим векторную диаграмму, изображенную на рис. 11-6. Для этого повернем всю нижнюю часть диаграммы в плоскости чертежа так, чтобы вектор  $\dot{E}_1 = \dot{E}_2'$  совпал с равным ему по величине вектором  $-\dot{E}_1$ . Пренебрегая относительно малым током холостого хода  $\dot{I}_0$ , получим совпадение приведенного вторичного тока с первичным током, т. е.  $\dot{I}_2 \approx \dot{I}_1$ .

В этом случае приведенное вторичное напряжение  $\dot{U}'_2$  можно рассматривать как геометрическую разность между вектором первичного напряжения  $\dot{U}_1$  и вектором  $\dot{U}_z$ , называемым полным падением напряжения в трансформаторе, т. е.  $\dot{U}'_2 = \dot{U}_1 - \dot{U}_z$  (см. рис. 11-7). В свою очередь, напряжение  $\dot{U}_z$  складывается из активного падения напряжения

$$U_a = r_1 I_1 + r_2' I_2' = (r_1 + K^2 r_2) I_1 = r_k I_1 \quad (11-25)$$

и индуктивного падения напряжения



$$U_p = x_1 I_1 + x_2' I_2' = (x_1 + K^2 x_2) I_1 = x_k I_1. \quad (11-26)$$

В последние формулы введены так называемые сопротивления короткого замыкания трансформатора: активное  $r_k = r_1 + K^2 r_2$  и индуктивное  $x_k = x_1 + K^2 x_2$ .

Полное падение напряжения в трансформаторе

$$U_z = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = I_1 \sqrt{r_k^2 + x_k^2} = I_1 z_k. \quad (11-27)$$

При изменении нагрузки можно считать постоянным первичное напряжение сети  $U_1$ . На холостом ходу приведенное вторичное напряжение  $U_{20}' \approx U_1$ . При увеличении нагрузки падение напряжения растет, а вторичное напряжение уменьшается. Это положение справедливо для нагрузки, носящей индуктивный характер. Случай для емкостной нагрузки рассматривать не будем.

Изменение приведенного вторичного напряжения равно алгебраической разности между его значениями при холостом ходе и нагрузке, т. е.

$$\Delta U = U_{20}' - U_2' = U_1 - U_2'. \quad (11-28)$$

Поскольку угол  $\theta$  (см. рис. 11-7) очень мал, можно с достаточной степенью точности положить, что  $\Delta U$  равно сумме отрезков  $ab$  и  $bc$ :

$$\Delta U = U_a \cos \varphi_2 + U_p \sin \varphi_2.$$

Относительное процентное изменение напряжения

$$\begin{aligned} \Delta U\% &= \frac{\Delta U}{U_1} 100 = \frac{U_a \cos \varphi_2 + U_p \sin \varphi_2}{U_1} 100 = \\ &= \frac{(r_k \cos \varphi_2 + x_k \sin \varphi_2) I_1}{U_1} 100. \end{aligned} \quad (11-29)$$

В трансформаторах относительно большой мощности (десятки киловольт-ампер и больше) индуктивное падение напряжения обычно в несколько раз превосходит активное падение напряжения. Поэтому в формуле (11-29) при  $\varphi_2 \neq 0$  второе слагаемое обычно больше первого. В результате этого изменение напряжения возрастает с ростом угла сдвига фаз  $\varphi_2$ . Таким образом, реактивная нагрузка вызывает большие изменения напряжения, чем активная нагрузка. На рис. 11-9, а приведены внешние характеристики  $U_2 = f(I_2)$  трансформатора относительно большой мощности при различных значениях  $\cos \varphi_2$ . В трансформаторах относительно небольшой мощности (еди-

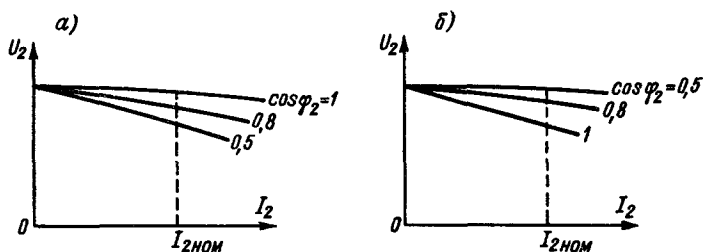


Рис. 11-9. Внешние характеристики нагруженного трансформатора

ницы киловольт-ампер и меньше) активное падение напряжения обычно больше, чем реактивное. Поэтому здесь часто с уменьшением  $\cos \varphi_2$  внешние характеристики проходят выше (рис. 11-9, б).

В стандартах на трансформаторы нормируется не изменение напряжения, которое будет различным для различных  $\cos \varphi_2$ , а падение напряжения при номинальном токе  $I_2 = I_{2\text{НОМ}}$ . Относительное значение полного падения напряжения определяется (в процентах) как

$$e_{\text{к}\%} = \frac{U_{z\text{НОМ}}}{U_1} 100 = \frac{z_{\text{к}} I_{1\text{НОМ}}}{U_1} 100. \quad (11-30)$$

Величина  $e_{\text{к}\%}$  называется относительным напряжением короткого замыкания трансформатора, которое для трансформаторов большой мощности обычно составляет 5–10%.

## 11-6. Короткое замыкание трансформатора

Различают опыт короткого замыкания и режим аварийного короткого замыкания трансформатора.

Под *опытом короткого замыкания* трансформатора понимается такой режим, при котором его вторичная обмотка при испытании замкнута накоротко (рис. 11-10, а), а к первичной обмотке подведено пониженное напряжение  $U_{1\text{к}}$ . Этому режиму соответствует схема замещения, изображенная на рис. 11-10, б. На схеме замещения исключен контур намагничивания, так как ток холостого хода при пониженном напряжении очень мал и можно положить  $I_0 = 0$ .

Опыт короткого замыкания обычно проводится при токах первичной и вторичной обмоток, равных номинальному, или при других значениях токов, например 75, 100 и 125% от но-

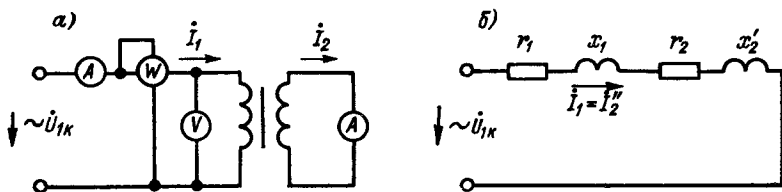


Рис. 11-10. Опыт короткого замыкания и схема замещения

минального. Нужное значение тока устанавливается регулированием напряжения.

В соответствии со схемой замещения можно записать

$$U_{1к} = I_{1ном} z_k = I_{1ном} \sqrt{r_k^2 + x_k^2}, \quad (11-31)$$

где  $z_k, r_k = r_1 + r_2'$  и  $x_k = x_1 + x_2'$  — полное, активное и индуктивное сопротивление короткого замыкания.

Опыт короткого замыкания используется для экспериментального определения напряжения короткого замыкания и активной мощности короткого замыкания:

$$P_k = U_{1к} I_{1ном} \cos \varphi_k = r_k I_{1ном}^2, \quad (11-32)$$

где  $\varphi_k = \arctg \frac{x_k}{r_k}$  — сдвиг фаз при коротком замыкании.

В режиме короткого замыкания напряжение первичной обмотки равно номинальному напряжению:  $U_1 = U_{1ном}$ . После окончания кратковременного переходного процесса в обмотках будут протекать большие установившиеся токи короткого замыкания  $I_{1к}$  и  $I_{2к}$ .

В соответствии со схемой замещения трансформатора (рис. 11-10, б) ток короткого замыкания в первичной обмотке

$$I_{1к} = \frac{U_{1ном}}{z_k} = \frac{U_{1ном}}{U_{1к}} I_{1ном} = \frac{100}{e_{к\%}} I_{1ном}, \quad (11-33)$$

где  $e_{к\%}$  — относительное напряжение короткого замыкания, определяемое формулой (11-30). Таким образом, если, например,  $e_{к\%} = 5\%$ , то аварийный установившийся ток короткого замыкания будет равен двадцатикратному значению номинального тока.

Ток короткого замыкания во вторичной обмотке определяется через коэффициент трансформации:

$$I_{2к} = K I_{1к} = \frac{w_1}{w_2} I_{1к} = \frac{100}{e_{к\%}} I_{2ном}. \quad (11-34)$$

## 11-7. Потери мощности и КПД трансформатора

В отличие от двигателей и ряда других приемников энергии трансформаторы нормируются не по активной, а по полной мощности. Это происходит потому, что размеры трансформаторов при данной частоте определяются в основном двумя величинами — *номинальным напряжением* и *номинальным током*. Номинальный, т. е. допустимый по нагреву, ток определяет сечение проводов обмоток трансформатора. От напряжения, приходящегося на один виток обмотки, зависят магнитный поток, а следовательно, и размеры магнитопровода. Поэтому основной паспортной величиной трансформатора является его номинальная полная мощность

$$S_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} I_{\text{ном}}. \quad (11-35)$$

При трансформации электрической энергии в трансформаторе возникают потери. Они разделяются на постоянные и переменные, зависящие от нагрузки. Постоянные потери мощности состоят из потерь в стальном магнитопроводе на гистерезис и вихревые токи. Потери в стали определяются значением потока и частотой и не зависят от нагрузки, так как при неизменном первичном напряжении и частоте амплитуда потока практически неизменна. Потери в стали можно принять равными активной мощности, потребляемой трансформатором на холостом ходу.

Переменные потери представляют собой потери в меди обмоток:

$$P_{\text{м}} = p_{1\text{м}} + p_{2\text{м}} = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2. \quad (11-36)$$

Так как в первом приближении  $I_2' \approx I_1$  (при  $I_0 \approx 0$ ), то

$$P_{\text{м}} = (r_1 + r_2) I_1^2 = r_k I_1^2. \quad (11-37)$$

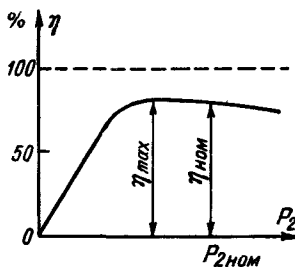
Из этого равенства вытекает, в частности, что потери в обмотках при номинальной нагрузке ( $I_1 = I_{\text{ном}}$ ) равны активной мощности в опыте короткого замыкания для номинального тока  $I_{\text{ном}}$ .

КПД трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - p_c - p_{\text{м}}}{P_1} = 1 - \frac{p_c + p_{\text{м}}}{P_1}, \quad (11-38)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  — потребляемая и отдаваемая активные мощности трансформатора.

Рис. 11-11. Кривая КПД трансформатора



На холостом ходу  $P_2 = 0$  и  $\eta = 0$ . Далее с ростом отдаваемой мощности КПД растет, достигает некоторого максимального значения и затем начинает уменьшаться. Уменьшение КПД при больших нагрузках объясняется сильным увеличением потерь в обмотках в этом случае, так как они растут пропорционально квадрату тока. Типичная зависимость  $\eta = f(P_2)$  изображена на рис. 11-11. Можно показать, что максимум КПД имеет место при  $p_c = p_m$ .

Трансформатор конструируется так, чтобы максимальное значение КПД достигалось при наиболее вероятной нагрузке, равной примерно  $(0,5 \dots 0,75) P_{2ном}$ . Номинальное значение КПД (при  $P_2 = P_{2ном}$ ) близко к максимальному значению  $\eta_{ном} \approx \eta_{max}$  и достигает в крупных трансформаторах 98–99%. В трансформаторах малой мощности (несколько ватт) КПД может снижаться до 50–70%.

### 11-8. Трехфазные трансформаторы

Трансформация трехфазного тока может осуществляться тремя однофазными трансформаторами (рис. 11-12). Вместо группы из трех трансформаторов может быть применен один трехфазный трансформатор (рис. 11-13). Трехфазный трансформатор был изобретен в 80-х годах прошлого века русским электротехником М. О. Доливо-Добровольским.

На каждом из трех стержней, набранных из листовой стали и объединенных сверху и снизу ярмом, расположены первичная и вторичная обмотки одной фазы. Начальные выводы обмотки высшего напряжения обозначаются буквами  $A, B, C$  (или  $C1, C2$  и  $C3$ ), конечные выводы — буквами  $X, Y, Z$  (или  $C4, C5$  и  $C6$ ). Для выводов обмоток низшего напряжения применяются обозначения малыми буквами, например  $a, b, c$  и  $x, y, z$ .

Магнитные потоки трех фаз  $\Phi_1, \Phi_2$  и  $\Phi_3$  сдвинуты относительно друг друга во времени на одну треть периода или по фазе на  $120^\circ$ . Мгновенное значение их суммы равно нулю. Поэтому поток в любом из стержней в каждый момент времени равен алгебраической сумме потоков двух других стержней. Магнитные сопротивления путей для двух крайних потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_3$  больше, чем для среднего потока  $\Phi_2$ , что вызывает неко-

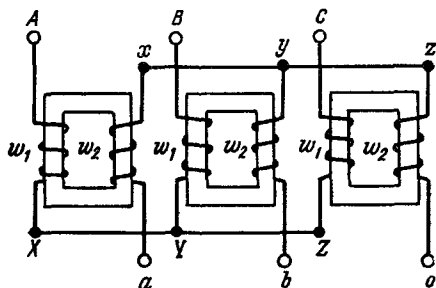


Рис. 11-12. Трехфазная группа однофазных трансформаторов (соединение  $\Upsilon/\Upsilon$ )

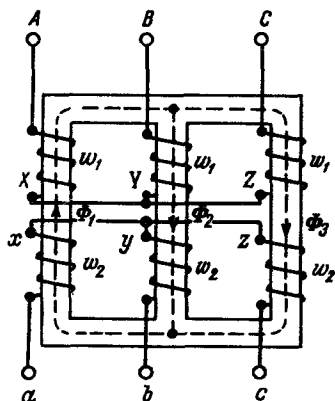


Рис. 11-13. Трехфазный трансформатор

торую несимметрию намагничивающих токов различных фаз. Однако эта несимметрия не имеет практического значения.

Трехфазный трансформатор меньше по массе и габаритам группы из трех однофазных трансформаторов. Однако один однофазный трансформатор из трехфазной группы меньше по массе и габаритам и легче транспортируется, чем трехфазный трансформатор на полную мощность. Кроме того, при группе однофазных трансформаторов в качестве резерва достаточно иметь один запасной трансформатор (1/3 общей мощности), в то время как при одном трехфазном трансформаторе для резерва нужно иметь другой трансформатор на полную мощность. Преимущества группы однофазных трансформаторов сказываются при больших мощностях. Наоборот, трансформаторы средней и малой мощности выполняются обычно как трехфазные (трехстержневые).

Как первичные, так и вторичные обмотки трансформаторов могут быть соединены звездой (символ  $\Upsilon$  или  $\Upsilon_0$  при выведенной нейтральной точке) или треугольником (символ  $\Delta$ ). Таким образом, могут быть соединения  $\Upsilon/\Upsilon$ ,  $\Upsilon/\Delta$ ,  $\Delta/\Delta$  и  $\Delta/\Upsilon$ . Существуют и другие, более сложные соединения, например соединения типа «зигзаг».

В СССР обычно применяются группы соединений  $\Upsilon/\Upsilon_0$ ,  $\Upsilon/\Delta$  и  $\Upsilon_0/\Delta$ , которые являются основными.

Для групп  $\Upsilon/\Upsilon$  и  $\Delta/\Delta$  отношение линейных напряжений

на сторонах первичной и вторичной обмоток равно коэффициенту трансформации  $K = w_1/w_2$ , т. е.  $U_{1л} = KU_{2л}$ . При соединении  $Y/\Delta$

$$U_{1л} = \sqrt{3}KU_{2л}$$

и при соединении  $\Delta/Y$

$$U_{1л} = \frac{K}{\sqrt{3}}U_{2л}.$$

Кроме способа соединения обмоток, на щитке трансформаторов обычно указывается и условное обозначение группы соединений трансформаторов, например  $Y/Y - 12$  или  $Y/\Delta - 11$ . Цифры 12 и 11 означают, что углы между векторами первичных и вторичных линейных ЭДС равны углам между часовой и минутной стрелками часов в указанное время. При цифре 12 угол сдвига  $0^\circ$ , а при 11 — угол сдвига  $30^\circ$ .

### 11-9. Параллельная работа трансформаторов

В некоторых случаях приходится соединять несколько трансформаторов параллельно, приключая их первичные обмотки к общей питающей сети, а вторичные — к общей сети потребления. Такой случай может быть при расширении существующей установки или при больших колебаниях нагрузки, когда выгодно подключать или отключать отдельные трансформаторы, чтобы обеспечить оптимальную нагрузку включенных трансформаторов для получения максимального КПД.

На рис. 11-14 показаны два однофазных трансформатора, включенные параллельно. Вторичные обмотки этих трансформаторов вместе с отрезками шин  $bc$  и  $de$  образуют короткозамкнутую цепь. Условием отсутствия тока в этой цепи является равенство коэффициентов трансформации, так как при этом равные по значению ЭДС двух вторичных обмоток направлены в любой момент времени навстречу друг другу. Для контроля равенства нулю суммарной ЭДС служит показанный на схеме вольтметр. Рубильник  $Q$  может быть включен только в том случае, если вольтметр показывает нуль, что соответствует выполнению сформулированного выше условия.

Для трехфазных трансформаторов необходима, кроме того, принадлежность трансформаторов к одной и той же группе соединений с одинаковым условным обозначением групп (12, 11 и др.), так как только при выполнении этого условия не будет сдвига фаз между ЭДС трансформаторов, включаемых параллельно.

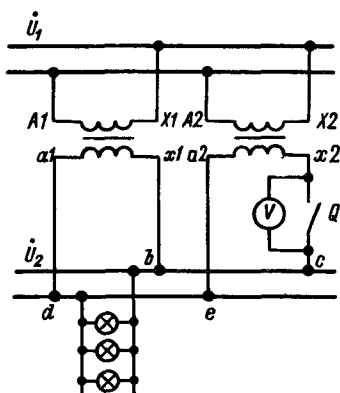


Рис. 11-14. Параллельная работа трансформаторов

По отношению к внешней цепи ЭДС вторичных обмоток трансформаторов, включенных параллельно, действуют согласно. При этом ток нагрузки будет распределяться между отдельными трансформаторами обратно пропорционально сопротивлениям  $z_k$ . При равенстве напряжений короткого замыкания распределение тока нагрузки между трансформаторами будет происходить пропорционально их номинальным мощностям. Если коэффициенты трансформации включаемых параллельно трансформаторов будут различными, обмотки трансформаторов будут нагружены уравнивающим током. Значение вторичного тока, например, при включении двух трансформаторов будет равно разности ЭДС вторичных обмоток, деленной на сумму сопротивлений двух обмоток. Ток первичной обмотки будет в  $k$  раз меньше.

Практически при включении трансформаторов на параллельную работу допускается расхождение в коэффициентах трансформации до 0,5% и в напряжениях короткого замыкания — до 10%.

### 11-10. Конструкция трансформаторов

Магнитопровод трансформатора для уменьшения потерь на вихревые токи собирается из листовой электротехнической стали толщиной 0,35 или 0,5 мм. Сталь имеет сравнительно высокое содержание кремния — до 4%. Обычно применяется сталь 1511, 1512, 3411, 3412.

Магнитопровод однофазного трансформатора может быть стержневым (рис. 11-15, а) или броневым (рис. 11-15, б). Стержневой магнитопровод может собираться из штампованных листов прямоугольной или Г-образной формы. Для уменьшения влияния зазоров сборка листов магнитопровода производится внахлестку (рис. 11-16). Первичная и вторичная цилиндрические обмотки трансформаторов значительной мощности помещаются на двух стержнях магнитопровода отдельно друг от друга, или на каждом магнитопроводе помещаются половинки пер-



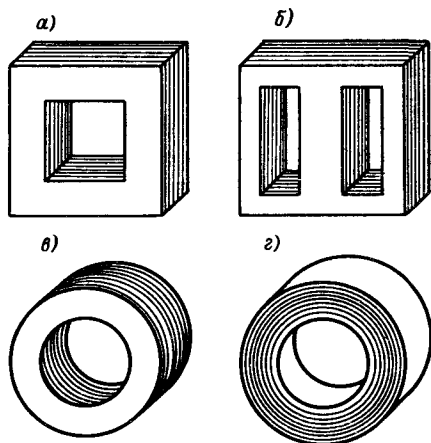


Рис. 11-15. Магнитопроводы однофазных трансформаторов: *а* — стержневого типа; *б* — бронзового типа; *в* — кольцевой из листов стали; *г* — кольцевой из стальной ленты

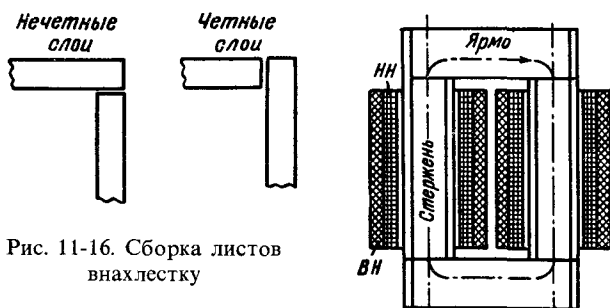


Рис. 11-16. Сборка листов внахлестку

Рис. 11-17. Однофазный стержневой трансформатор

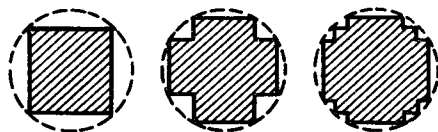


Рис. 11-18. Формы сечений стержней

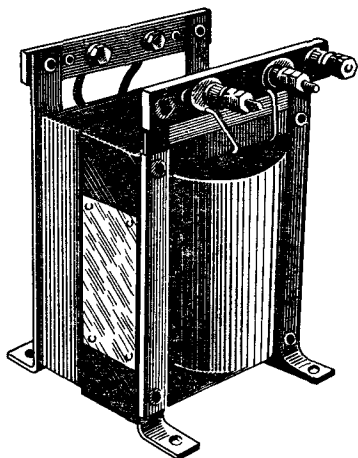


Рис. 11-19. Трансформатор броневое типа

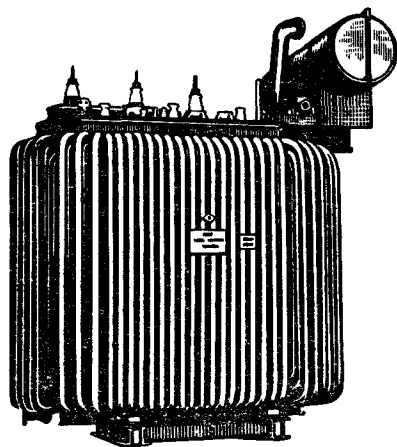


Рис. 11-20. Масляный трансформатор

вичной и вторичной обмоток, соединяемых последовательно (рис. 11-17). Первичная и вторичная обмотки трансформаторов малой и средней мощности иногда состоят из ряда катушек в виде дисков. Катушки высшего (ВН) и низшего (НН) напряжения, соединяемые в каждой из обмоток параллельно или последовательно, чередуются по высоте магнитопровода.

В трансформаторах большой мощности сечение стержней стараются приблизить к кругу (рис. 11-18), так как из всех геометрических фигур при данной площади наименьший периметр, определяющий длину витков, имеет окружность.

Броневой трансформатор собирается обычно из листов Ш-образной формы. Обе обмотки помещаются на среднем стержне (рис. 11-19), по которому проходит основной поток, замыкающийся через два крайних стержня. Сечение каждого крайнего стержня делается равным половине сечения среднего.

В трансформаторах малой мощности (сотни вольт-ампер и менее) в настоящее время часто используются кольцевые магнитопроводы, собираемые из штампованных колец (рис. 11-15, в) или навиваемые из длинной ленты холоднокатаной текстурованной электротехнической стали (рис. 11-15, г). У трансформаторов с такими магнитопроводами отсутствуют воздушные зазоры, что значительно уменьшает ток холостого хода.

Трансформаторы небольшой мощности (десятки киловольт-

ампер и меньше) выполняются обычно с воздушным охлаждением и называются сухими.

Трансформаторы большой мощности выполняются с масляным охлаждением. Магнитопровод трансформатора с обмотками помещается в специальном баке, заливаемом минеральным трансформаторным маслом (рис. 11-20), которое одновременно является хорошим изолятором. Для лучшего отвода тепла от масла в крупных трансформаторах снаружи имеется радиатор, омываемый естественным или искусственным потоком воздуха. Иногда применяется искусственная циркуляция масла с охлаждением в специальных охладителях. Так как в процессе работы трансформаторное масло от нагревания расширяется, то сверху трансформатора устанавливается специальный бак (расширитель), соединяемый с внутренней полостью трансформатора. При расширении масло переходит в расширитель.

Кроме того, на мощных трансформаторах устанавливается стальная выхлопная труба, также соединенная с основным баком трансформатора и сверху закрытая стеклянной мембраной толщиной 3—5 мм. При внутренних повреждениях обмоток трансформатора вследствие испарения и разложения масла образуются газы, которые выдавливают мембрану и выходят наружу. Выхлопная труба, таким образом, предохраняет основной бак от деформации. Масляные трансформаторы значительно более надежны в работе и имеют меньшие габариты по сравнению с сухими трансформаторами.

### 11-11. Автотрансформаторы

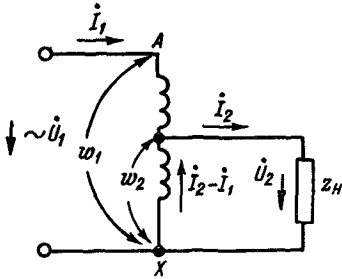
Автотрансформатором называется трансформатор, у которого обмотка низшего напряжения является частью обмотки высшего напряжения. Электрическая схема автотрансформатора изображена на рис. 11-21. Автотрансформатор обратим и может использоваться для повышения и понижения напряжения.

К первичной обмотке, имеющей  $w_1$  витков, подводится напряжение  $U_1$ . Напряжение  $U_2$  берется от части витков  $w_2$  первичной обмотки. Обмотка автотрансформатора, так же как и у обычного трансформатора, расположена на стальном замкнутом магнитопроводе.

Основные выражения, выведенные для трансформаторов, справедливы и для автотрансформатора.

При нагрузке можно приближенно считать, что отношение токов

Рис. 11-21. Схема автотрансформатора



$$I_1/I_2 = 1/K. \quad (11-39)$$

Так как первичный и вторичный токи сдвинуты по фазе почти на  $180^\circ$ , то по общей части обмотки (нижняя часть обмотки на схеме) будет протекать разность токов

$$I' = I_2 - I_1 = (K - 1)I_1 = \frac{K - 1}{K}I_2. \quad (11-40)$$

Это позволяет выполнить общую часть обмотки меньшего сечения по сравнению со вторичной обмоткой обычного трансформатора. Выгода получается тем больше, чем ближе коэффициент трансформации к единице.

Верхняя часть обмотки, по которой протекает первичный ток, содержит число витков

$$w_1 - w_2 = \frac{K - 1}{K}w_1. \quad (11-41)$$

По сравнению с первичной обмоткой обычного трансформатора и здесь расход обмоточной меди получается меньше в  $(K - 1)/K$  раз.

Уменьшение объема обмоток определяет также и уменьшение массы стали. Кроме этого, автотрансформаторы имеют меньшие потери по сравнению с трансформаторами.

Экономия обмоточной меди и стали, а также увеличение КПД являются преимуществами автотрансформаторов.

Вместе с тем применение автотрансформаторов недопустимо при больших коэффициентах трансформации, так как цепь высокого напряжения электрически связана с цепью низкого напряжения. Это может вызвать появление в цепи низкого напряжения высоких потенциалов (напряжений относительно земли), которые могут привести к несчастным случаям. Кроме этого, при больших коэффициентах трансформации в соответствии с формулами (11-40) и (11-41) выгода от использования автотрансформатора становится ничтожной и применять его нецелесообразно.

Трехфазные автотрансформаторы выполняются подобно трехфазным трансформаторам. Трехфазные автотрансформаторы могут состоять также из трех однофазных.

## 11-12. Измерительные трансформаторы

Измерительные трансформаторы служат для включения измерительных приборов в цепях переменного тока. Прежде всего эти трансформаторы нужны для того, чтобы в сетях высокого напряжения электрически изолировать измерительный прибор от высокого напряжения. Это необходимо для защиты обслуживающего персонала, а также для сохранения изоляции измерительного прибора. Кроме того, измерительные трансформаторы дают возможность расширить пределы измерения и осуществлять дистанционные измерения.

Измерительные трансформаторы напряжения служат для включения вольтметров, а также других приборов, которые должны реагировать на значение напряжения, например катушек напряжения ваттметров, счетчиков, фазометров и т. п.

Измерительные трансформаторы тока служат для включения амперметров, а также токовых катушек любых приборов.

На рис. 11-22 показана схема включения вольтметра через трансформатор напряжения. Напряжение  $U_1$  понижается до стандартного значения  $U_2$ , на которое рассчитан вольтметр, например до 100 В при номинальном стандартном напряжении источника энергии 6000 В. Так как сопротивление обмотки вольтметра велико, то измерительный трансформатор напряжения практически всегда работает в режиме холостого хода. Этим обеспечивается определенное неизменное соотношение между первичным и вторичным напряжениями, равное коэффициенту трансформации, что необходимо для уменьшения погрешности измерения. Показания вольт-

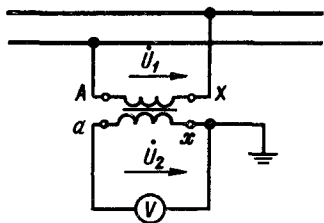


Рис. 11-22. Схема включения трансформатора напряжения

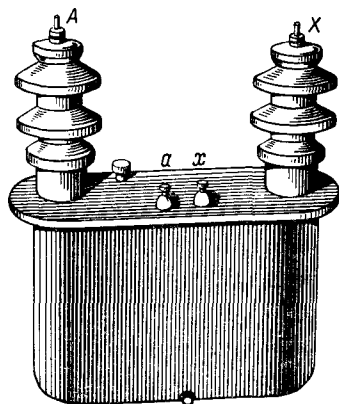


Рис. 11-23. Измерительный трансформатор напряжения

метра должны умножаться на коэффициент трансформации, или же шкала прибора должна градуироваться с учетом его. Число приборов, включаемых параллельно во вторичную цепь трансформатора, ограничивается определенным значением, допустимым при заданной точности трансформатора.

Для безопасности обслуживания вторичная обмотка трансформатора, кроме ее тщательной изоляции от первичной, заземляется с целью получения достаточно низкого напряжения относительно земли.

В остальном устройство измерительного трансформатора напряжения мало отличается от устройства обычного силового трансформатора. Внешний вид однофазного трансформатора напряжения для  $U_1 = 15$  кВ изображен на рис. 11-23. Изготавливаются также трехфазные измерительные трансформаторы напряжения.

Измерительный трансформатор тока, схема включения которого изображена на рис. 11-24, работает в других условиях. Первичная обмотка трансформатора тока включается последовательно с приемником энергии, и ток в ней равен току нагрузки. Вторичная обмотка трансформатора замкнута на амперметр, имеющий очень малое сопротивление. Следовательно, трансформатор тока практически работает в режиме короткого замыкания, и с большой степенью точности отношение вторичного тока к первичному равно коэффициенту трансформации. Это условие выполняется тем точнее, чем меньше требуемая намагничивающая МДС трансформатора, т. е. чем меньше магнитная индукция в магнитопроводе. Для получения малой погрешности измерения трансформаторы тока рассчитываются так, чтобы их магнитопроводы были не насыщены.

В отличие от всех рассмотренных ранее трансформаторов первичный ток в этом случае, равный току нагрузки, не зависит от сопротивления вторичной цепи. Поэтому при увеличении сопротивления цепи вторичной обмотки увеличиваются напряжение обмотки и магнитный поток магнитопровода, режим работы трансформатора отдаляется от режима короткого замыкания и точность его работы уменьшается. Следовательно, общее сопротивление измерительных приборов, включаемых последовательно во вторичную цепь трансформатора тока, не должно превышать определенных допустимых значений, указанных в паспорте трансформатора. Номинальный ток амперметров, применяемых для включения с трансформаторами тока, обычно имеет стандартное значение 5 А.

Разрыв вторичной цепи трансформатора тока (холостой ход) недопустим и является для него аварийным режимом. При

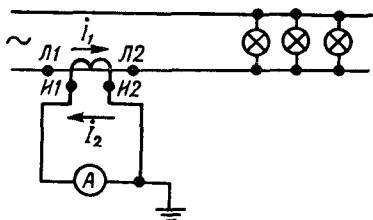


Рис. 11-24. Схема включения трансформатора тока

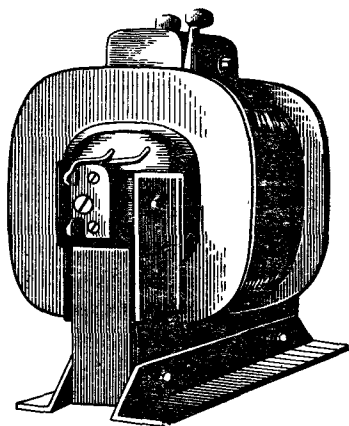


Рис. 11-25. Трансформатор тока

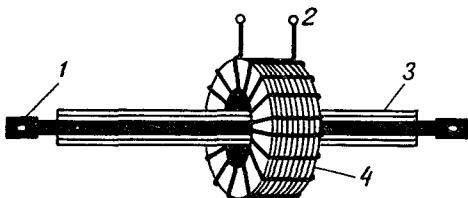


Рис. 11-26. Одновитковый трансформатор

1 — первичная обмотка, 2 — зажимы вторичной обмотки, 3 — изолирующий цилиндр, 4 — магнитопровод

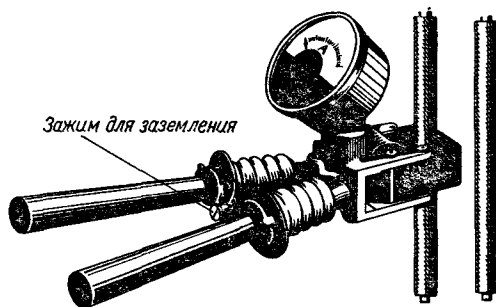


Рис. 11-27. Измерительные клещи

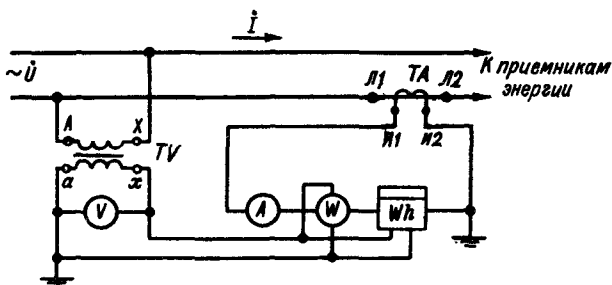


Рис. 11-28. Схема включения приборов через измерительные трансформаторы

отсутствии вторичного тока во много раз возрастают магнитный поток и тепловые потери в стали магнитопровода. Возрастают вторичные ЭДС и напряжение, что может привести к пробое изоляции и представляет опасность для обслуживающего персонала.

Внешний вид трансформатора тока показан на рис. 11-25. При больших первичных токах на основании выражения (11-34) можно иметь малое число витков первичной обмотки. В этих случаях часто используют так называемые одновитковые трансформаторы тока, первичная обмотка которых представляет собой стержень, продетый сквозь замкнутый стальной магнитопровод (рис. 11-26). Разновидностью одновиткового трансформатора тока являются измерительные клещи (рис. 11-27), выполненные в виде разъемного магнитопровода со вторичной обмоткой, замкнутой на амперметр. При охватывании магнитопроводом провода, по которому течет переменный ток, получается, по существу, одновитковый трансформатор тока, позволяющий измерять ток в проводе без его разрыва.

На рис. 11-28 показано включение для однофазной цепи вольтметра, амперметра, ваттметра и счетчика при помощи трансформатора напряжения *TV* и трансформатора тока *TA*. Для трехпроводной трехфазной цепи необходимо применять два трансформатора тока и два трансформатора напряжения. Вместо последних возможно включение одного трехфазного трансформатора напряжения. В четырехпроводной трехфазной цепи необходима установка трех трансформаторов тока.

Для таких измерительных приборов, как вольтметр и амперметр, важно, чтобы измерительный трансформатор давал точное значение напряжения или тока, что определяется точ-



ностью коэффициента трансформации. Фазовый сдвиг, вносимый трансформатором, в этом случае не играет никакой роли. В измерительных приборах типа ваттметра или счетчика важно не только значение, но и фаза напряжения или тока. В этом случае приходится учитывать также дополнительный сдвиг фаз, вносимый измерительными трансформаторами.

По точности измерительные трансформаторы делятся на классы, которые в основном определяются наибольшей допустимой погрешностью в коэффициенте трансформации в процентах. Так, например, для трансформатора напряжения класса точности 0,5 допустимая погрешность коэффициента трансформации составляет  $\pm 0,5\%$ , а допустимый дополнительный фазовый сдвиг  $\pm 20'$  при первичном напряжении 80–120% номинального значения.

## Глава 12. АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

### 12-1. Основные понятия об асинхронной машине и ее принцип действия

Асинхронная машина является машиной переменного тока, ее устройство схематично показано на рис. 12-1.

Статор 1 представляет собой полый цилиндр, составленный, как и магнитопровод трансформатора, из листов электротехнической стали; листы имеют форму колец со штампованными пазами. В пазах 2, находящихся на внутренней поверхности цилиндра, укладывается статорная обмотка, не показанная на рисунке. Эта обмотка выполняется так, что при включении ее в сеть переменного тока в расточке статора (внутри цилиндра) образуется магнитное поле, вращающееся вокруг оси статора с постоянной скоростью. Принцип создания неподвижной обмоткой вращающегося магнитного поля рассмотрен в гл. 4.

Ротор 3 машины имеет вид цилиндра, набранного из круглых листов стали. У поверхности ротора вдоль его образующих расположены проводники 4, составляющие обмотку ротора. Обмотка ротора не связана с внешней электрической сетью. Токи в ней возникают в результате того, что ротор при вращении отстает от вращающегося поля. Значение этих токов определяется скоростью вращения магнитного поля относительно ротора.

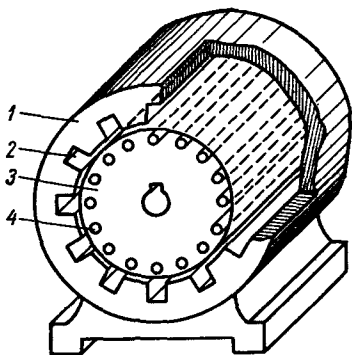


Рис. 12-1. Устройство асинхронной машины

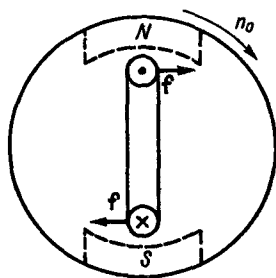


Рис. 12-2. Направление сил, действующих на проводники ротора

Для оценки этой скорости вводится понятие *скольжения* асинхронной машины:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0}, \quad (12-1)$$

где  $n_0$  — скорость вращения магнитного потока, или *синхронная скорость*;  $n$  — скорость вращения ротора, об/мин\*.

Можно записать также

$$n = n_0(1 - s). \quad (12-2)$$

Поскольку условием возникновения токов в роторе является неравенство скоростей  $n \neq n_0$ , ротор асинхронного двигателя не может вращаться со скоростью, равной синхронной, чем и объясняется название — *асинхронный* («а» — отрицание). Таким образом,  $0 < n < n_0$  и  $1 > s > 0$ .

Асинхронная машина используется обычно как двигатель, но может работать также в качестве генератора или тормоза.

У асинхронного двигателя движущий момент возникает в роторе как результат взаимодействия вращающегося магнитного потока с индуцируемыми им в роторе токами. Этот момент увлекает ротор в сторону вращения магнитного потока. Образование вращающегося момента, действующего на ро-

\* В соответствии с ГОСТ СТ СЭВ 1052–78 скорость вращения в оборотах в минуту (секунду) именуется частотой вращения.

тор асинхронного двигателя, можно проследить по рис. 12-2. Полюсы магнитного поля статора, вращающиеся со скоростью  $n_0$ , показаны штриховыми линиями, чтобы подчеркнуть, что статор не имеет конструктивно оформленных полюсов. Проводники ротора показаны кружками; указанные в них направления ЭДС и токов можно определить по правилу правой руки. Направления сил  $f$ , действующих на проводники ротора в результате взаимодействия токов в проводниках ротора с магнитным полем статора, могут быть найдены по правилу левой руки.

Применяются трехфазные, двухфазные и однофазные асинхронные машины. В промышленности наиболее широко используются трехфазные асинхронные двигатели, поэтому далее им уделяется основное внимание. В конце главы рассматриваются однофазные асинхронные двигатели, о двухфазных асинхронных — см. в гл. 15.

Первыми асинхронными машинами были двухфазные двигатели. Решающим этапом в развитии асинхронных машин явилось создание в 1888—1891 гг. трехфазных асинхронных двигателей М. О. Доливо-Добровольским. Простой, надежный и дешевый трехфазный асинхронный двигатель стал находить все более широкое применение в промышленности. В настоящее время советская промышленность выпускает ряд различных типов трехфазных асинхронных двигателей мощностью от десятков ватт до тысяч киловатт.

## 12-2. Обмотки статора и ротора

Статор с двенадцатью пазами, в каждый из которых уложено по одному проводнику, схематично показан на рис. 12-3, а. Соединения между проводниками, уложенными в пазах, указаны только для одной из трех фаз; начала фаз  $A, B, C$  обмотки обозначены  $C1, C2, C3$ ; концы —  $C4, C5, C6$ . Части обмотки, уложенные в пазах (*активная часть обмотки*), условно показаны в виде стержней, а соединения между проводниками, находящимися в пазах (*лобовые соединения*), — сплошной линией.

Сердечник статора имеет вид полого цилиндра, представляющего собой пакет или ряд пакетов (разделенных вентиляционными каналами) из листов электротехнической стали. Для машин малой и средней мощности каждый лист штампуются в виде кольца с пазами вдоль внутренней окружности. На рис. 12-3, б дан лист статора с пазами одной из применяемых форм.

Пусть мгновенное значение тока  $i_A$  первой фазы в неко-

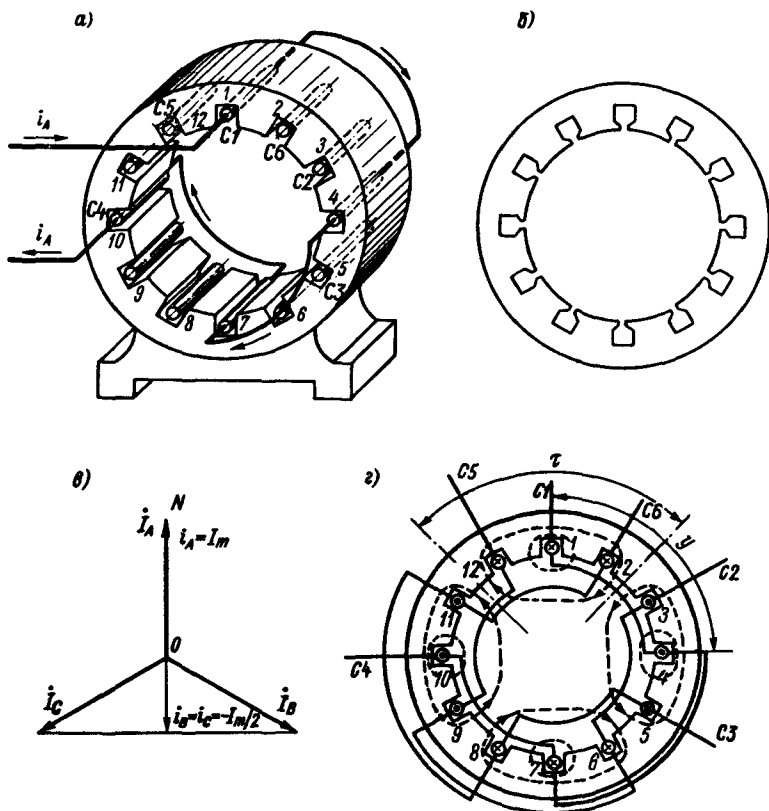


Рис. 12-3. Расположение обмотки в пазах статора и распределение токов в проводниках

торый момент времени максимально и ток направлен от начала  $C1$  фазы к ее концу  $C4$ . Будем считать такой ток положительным.

Определяя мгновенные токи в фазах как проекции вращающихся векторов на неподвижную ось  $ON$  (рис. 12-3, в), получим, что токи фаз  $B$  и  $C$  в данный момент времени отрицательны, т. е. направлены от концов фаз к началам.

Проследим по рис. 12-3, г образование вращающегося магнитного поля. В рассматриваемый момент времени ток фазы  $A$  направлен от ее начала к концу, т. е. если в проводниках  $4$  и  $7$  он идет от нас за плоскость чертежа, то в проводниках  $1$  и  $10$  он идет из-за плоскости чертежа к нам (см. рис. 12-3, а и г).

В фазе *B* ток в этот момент времени идет от конца фазы к ее началу. Соединив проводники второй фазы по образцу первой, можно получить, что ток фазы *B* проходит по проводникам 12, 9, 6, 3; при этом по проводникам 12 и 6 ток идет от нас за плоскость чертежа, а по проводникам 9 и 3 — к нам. Картины распределения токов в фазе *C* получим по образцу фазы *B*.

Направления токов даны на рис. 12-3, 2; штриховыми линиями показаны магнитные линии поля, создаваемого токами статора; направления линий определены по правилу правого винта. Из рисунка видно, что проводники образуют четыре группы с одинаковыми направлениями тока и число полюсов  $2p$  магнитной системы получается равным четырем. Участки статора, где магнитные линии выходят из него, представляют собой северные полюсы, а участки, где магнитные линии входят в статор, — южные полюсы. Дуга  $\tau$  окружности статора, занятая одним полюсом, называется *полюсным делением*.

Магнитное поле в различных точках окружности статора различно. Картина распределения магнитного поля вдоль окружности статора повторяется периодически через каждое двойное полюсное деление  $2\tau$ ; угол дуги  $2\tau$  принимается за 360 *электрических градусов*. Так как вдоль окружности статора размещается  $p$  двойных полюсных делений, то 360 геометрических градусов равны  $360p$  электрическим градусам, а один геометрический градус равен  $p$  электрическим градусам.

На рис. 12-3, 2 показаны магнитные линии для некоторого фиксированного момента времени. Если же рассмотреть картину магнитного поля для ряда последовательных моментов времени, можно убедиться в том, что поле вращается с постоянной скоростью.

Найдем скорость вращения поля. По истечении времени, равного половине периода переменного тока, направления всех токов изменяются на обратные, поэтому магнитные полюсы меняются местами, т. е. за половину периода магнитное поле поворачивается на часть оборота, равную  $1/(2p)$ . За один период переменного тока поле поворачивается на  $1/p$  оборота. Тогда за одну секунду поле совершает  $f/p$  оборотов, где  $f$  — частота переменного тока. Следовательно, скорость вращения магнитного поля статора, т. е. синхронная скорость, равна (в оборотах в минуту)

$$n_0 = 60f/p. \quad (12-3)$$

Число  $p$  пар полюсов может быть только целым, поэтому при частоте, например, 50 Гц синхронная скорость может равняться 3000; 1500; 1000 об/мин и т. д.

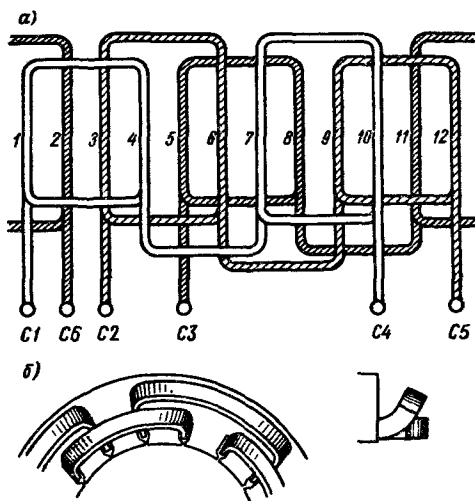


Рис. 12-4. Развернутая схема трехфазной однослойной обмотки

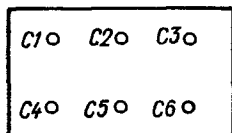
Характерной величиной, определяющей выполнение обмотки, является число пазов на полюс и фазу, т. е. число пазов, занимаемых обмоткой каждой фазы в пределах одного полюсного деления:  $q = z / (3 \cdot 2p)$ , где  $z$  — число пазов статора.

Обмотка, приведенная на рис. 12-3, а, имеет следующие данные:  $z = 12$ ;  $2p = 4$ ;  $q = 1$ .

Даже для этой простейшей обмотки пространственный чертёж проводников и их соединений получается сложным, поэтому он обычно заменяется *развернутой схемой*, где проводники обмотки изображаются расположенными не на цилиндрической поверхности, а на плоскости (цилиндрическая поверхность с пазами и обмоткой «развертывается» в плоскость). На рис. 12-4, а дана развернутая схема рассмотренной обмотки статора.

На предыдущем рисунке было для простоты показано, что часть фазы А обмотки, уложенная в пазах 1 и 4, состоит всего из двух проводников, т. е. из одного витка. В действительности же каждая такая часть обмотки, приходящаяся на один полюс, состоит из  $w$  витков, т. е. в каждой паре пазов помещается по  $w$  проводников, объединенных в одну катушку. Поэтому при обходе по развернутой схеме, например, фазы А от пазу 1 нужно  $w$  раз обойти пазы 1 и 4, прежде чем перейти к пазу 7. Расстояние между сторонами витка одной катушки, или *шаг об-*

Рис. 12-5. Щиток асинхронной машины



мотки, у показан на рис. 12-3, г; он обычно выражается в числах пазов.

Приведенная на рис. 12-3 и 12-4 обмотка статора называется *однослойной*, так как она укладывается в каждом пазу в один слой. Для того чтобы разместить лобовые части, пересекающиеся на плоскости, их изгибают по разным поверхностям (рис. 12-4, б). Однослойные обмотки выполняются с шагом, равным полюсному делению:  $y = \tau$  (рис. 12-4, а), или этот шаг равен в среднем полюсному делению для разных катушек одной фазы, если  $y \leq 1$ . В настоящее время более распространены *двухслойные* обмотки.

Начало и конец каждой из трех фаз обмотки выводятся на щиток машины, где имеется шесть зажимов (рис. 12-5). К верхним зажимам  $C1, C2, C3$  (начала фаз) подводятся три линейных провода от трехфазной сети. Нижние зажимы  $C4, C5, C6$  (концы фаз) либо соединяются в одну точку двумя горизонтальными перемычками, либо каждый из этих зажимов соединяется вертикальной перемычкой с лежащим над ним верхним зажимом. В первом случае три фазы статора образуют соединение звездой, во втором — треугольником. Если, например, одна фаза статора рассчитана на напряжение 220 В, то линейное напряжение сети, в которую включается двигатель, должно быть 220 В в случае включения статора треугольником; при включении его звездой линейное напряжение сети должно быть  $\sqrt{3} \cdot 220 = 380$  В. При соединении статора звездой нейтральный провод не подводится, так как двигатель является для сети симметричной нагрузкой.

Ротор асинхронной машины набирается из штампованных листов изолированной электротехнической стали на валу или на специальной несущей конструкции. Радиальный зазор между статором и ротором делается возможно меньшим для обеспечения малого магнитного сопротивления на пути магнитного потока, пронизывающего обе части машины. Наименьший зазор, допустимый по технологическим требованиям, составляет от десятых долей миллиметра до нескольких миллиметров в зависимости от мощности и габаритов машины. Проводники обмотки ротора располагают в пазах вдоль образующих ротора непосредственно у его поверхности с тем, чтобы обеспечить наибольшую связь обмотки ротора с вращающимся полем.

Асинхронные машины выпускаются как с фазным, так и с короткозамкнутым ротором.

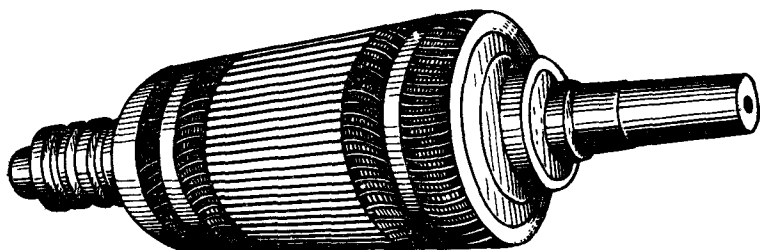


Рис. 12-6. Фазный ротор

Фазный ротор имеет, как правило, трехфазную обмотку, выполняемую, подобно статорной, с тем же числом полюсов. Обмотка соединяется звездой или треугольником; три конца обмотки выводятся на три изолированных контактных кольца, вращающихся вместе с валом машины. Через щетки, укрепленные на неподвижной части машины и скользящие по контактным кольцам, в ротор включается трехфазный пусковой или регулировочный реостат, т. е. в каждую фазу ротора вводится активное сопротивление. Внешний вид фазного ротора представлен на рис. 12-6, на левом конце вала видны три контактных кольца. Асинхронные двигатели с фазным ротором применяются там, где требуется плавное регулирование скорости приводимого в движение механизма, а также при частых пусках двигателя под нагрузкой.

Конструкция короткозамкнутого ротора значительно проще, чем фазного. Для одной из конструкций на рис. 12-7, а показана форма листов, из которых набирается сердечник ротора. При этом отверстия вблизи наружной окружности каждого листа составляют в сердечнике продольные пазы. В эти пазы заливается алюминий, после его затвердения в роторе образуются продольные токопроводящие стержни. По обоим торцам ротора заодно отливаются алюминиевые кольца, замыкающие накоротко алюминиевые стержни. Полученная при этом токо-

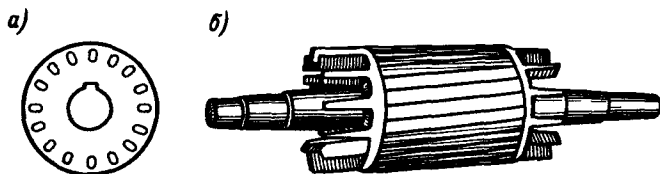


Рис. 12-7 Короткозамкнутый ротор



проводящая система обычно называется беличьей клеткой. Короткозамкнутый ротор с беличьей клеткой представлен на рис. 12-7, б. На торцах ротора видны вентиляционные лопатки, отливаемые заодно с короткозамыкающими кольцами. В данном случае пазы скошены на одно пазовое деление вдоль ротора. Беличья клетка проста, не имеет скользящих контактов, поэтому трехфазные асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором наиболее дешевы, просты и надежны; они наиболее распространены.

### 12-3. Распределение магнитного потока в зазоре между статором и ротором

Рассмотрим распределение магнитного потока, создаваемого токами статора по окружности статора, в зазоре машины. Возьмем однослойную статорную обмотку (см. рис. 12-3, з), для которой  $z = 12$ ,  $2p = 4$ ,  $q = 1$ . Проводники этой обмотки условно изображены на рис. 12-8, а расположенными на развернутой окружности статора.

Проводники, относящиеся к фазе  $A$ , показаны сплошной линией, к фазе  $B$  — штриховой линией с длинными штрихами и к фазе  $C$  — штриховой линией с короткими штрихами. Направления токов в проводниках указаны для такого момента времени, когда ток в фазе  $A$  положителен и максимален:  $i_A = I_m$ . Тогда согласно векторной диаграмме на рис. 12-3, в токи в фазах  $B$  и  $C$  отрицательны и равны половине амплитуды:

$$i_B = -0,5I_m.$$

На рис. 12-8, а два крестика (или две точки) обозначают ток, равный амплитудному, а один крестик (или точка) — ток, равный половине амплитудного.

Магнитные линии, показанные на рисунке, охватывают один или три проводника с одинаковым направлением токов. МДС каждого замкнутого контура, образуемого магнитными линиями, равна согласно закону полного тока алгебраической сумме токов, охватываемых контуром. МДС в стали можно обычно пренебречь по сравнению с МДС в зазоре. Кроме того, поскольку зазор  $\delta$  мал по сравнению с полюсным делением  $\tau$ , можно считать, что магнитные линии направлены в зазоре радиально, так как они перпендикулярны поверхности стали. Тогда для каждой линии, учитывая, что она дважды пересекает зазор, можно написать

$$2H\delta = \sum_{k=1}^n i_k,$$

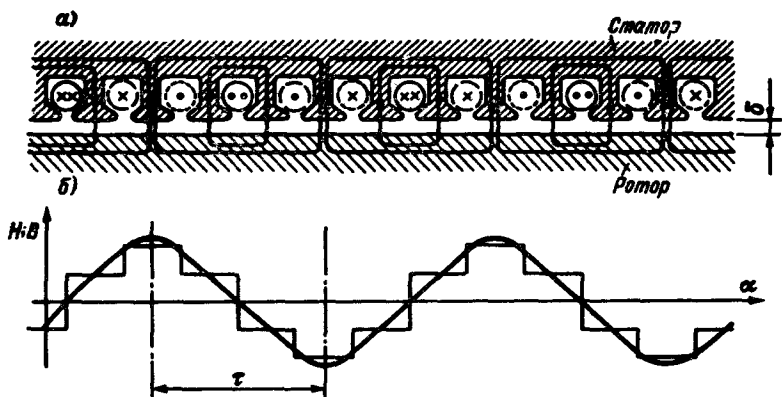


Рис. 12-8. Кривые напряженности и магнитной индукции в зазоре между статором и ротором

где правая часть уравнения — сумма токов, охватываемых контуром;  $H$  — напряженность магнитного поля в той части зазора, где проходит данная магнитная линия.

Щели пазов статора, обращенные к его внутренней поверхности, можно считать очень узкими. Тогда, пользуясь приведенной картиной распределения токов по окружности статора и замкнутых контуров магнитных линий, получим кривую распределения напряженности  $H$  магнитного поля по окружности статора (рис. 12-8, б). На этом рисунке  $\alpha$  — угол, отсчитываемый от произвольной радиальной плоскости, проведенной через ось машины. Кривая  $H = f(\alpha)$  получается ступенчатой, теоретически скачки  $H$  имеют место на оси пазов; каждый скачок пропорционален мгновенному току в соответствующем проводнике, направление скачка определяется знаком тока.

Магнитная индукция  $B$  в зазоре пропорциональна напряженности  $H$  магнитного поля, поэтому построенная ступенчатая кривая  $H = f(\alpha)$  является в другом масштабе также кривой  $B = f_1(\alpha)$ . Площадь, ограниченная осью абсцисс и любой полуволной магнитной индукции, пропорциональна магнитному потоку одного полюса. Поэтому ось абсцисс проводится так, чтобы она делила кривую магнитной индукции на две равные половины.

Рассмотренная кривая относится к машине с двумя парами полюсов:  $p = 2$ . В общем случае при  $p \neq 2$  кривая магнитной индукции  $B$  имеет  $p$  пар положительных и отрицательных полуволн. Кривая распределения магнитной индукции вдоль зазо-

ра получается периодической, с периодом, равным двойному полюсному делению. Эта кривая отлична от синусоиды, т. е. содержит высшие гармоники. Обмотки асинхронных машин выполняются в настоящее время так, чтобы распределение магнитной индукции в зазоре было возможно ближе к синусоидальному; поэтому в дальнейшем рассматривается только основная гармоника кривой  $B(\alpha)$ .

#### 12-4. Электродвижущие силы в обмотках статора и ротора

Магнитный поток, вращающийся относительно статора со скоростью  $n_0$ , индуцирует переменные ЭДС в статорной обмотке. Частота этих ЭДС, как легко показать,

$$f_1 = pn_0/60. \quad (12-4)$$

Подстановка формулы (12-3) в формулу (12-4) показывает, что частота ЭДС, индуцируемых в обмотке статора, равна частоте сети  $f$ . Предположим, что вращающийся магнитный поток  $\Phi$  для любого момента времени распределен в зазоре по гармоническому закону. Тогда каждый виток статорной обмотки пронизывается магнитным потоком, изменяющимся во времени по гармоническому закону с амплитудой, равной  $\Phi$ . Действующая ЭДС витка  $E_v = 4,44f\Phi$  [см. выражение (11-3)].

Каждая фаза обмотки состоит из  $w$  витков, поэтому ЭДС фазы складывается из ЭДС в отдельных витках. Если число  $q$  пазов на полюс и фазу больше единицы, то ЭДС, индуцируемые в проводниках, принадлежащих одной фазе обмотки, но лежащих в соседних пазах, взаимно сдвинуты по фазе. Это показано на рис. 12-9, где  $E_1, E_2, E_3$  — векторы ЭДС проводников одной и той же фазы обмотки, лежащих в соседних пазах 1, 2 и 3; суммарная ЭДС  $E$  меньше арифметической суммы отдельных ЭДС.

Приведенное выше выражение для ЭДС  $E_v$  одного витка относится к обмотке с диаметральной шаг  $y = \tau$ , когда виток пронизывается полным потоком одного полюса.

В случае когда  $y < \tau$ , виток пронизывается магнитным потоком, несколько

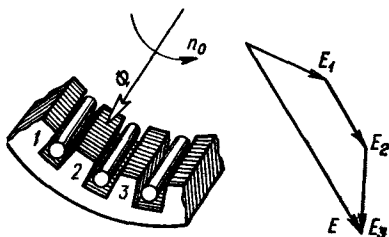


Рис. 12-9. К определению понятия обмоточного коэффициента

меньшим потока одного полюса; поэтому и ЭДС витка обмотки с укороченным шагом меньше ЭДС витка обмотки с диаметральной шагом.

ЭДС одной фазы обмотки статора записывается в виде

$$E_1 = 4,44k_1w_1f\Phi, \quad (12-5)$$

где  $k_1 < 1$  — обмоточный коэффициент, учитывающий уменьшение ЭДС вследствие пространственного распределения обмотки (рис. 12-9) и укорочения шага. Обычно  $k_1 = 0,92 \dots 0,98$ .

Формула (12-5), пригодная для каждой из трех фаз обмотки статора, аналогична формуле (11-3) для ЭДС первичной обмотки трансформатора, но отличается от нее множителем  $k_1$ . Аналогия между асинхронной машиной и трансформатором далее рассматривается более подробно. В первом приближении ЭДС фазы статора может считаться равной фазному напряжению сети, если пренебречь падениями напряжения в обмотках.

Вращающееся магнитное поле индуцирует переменные ЭДС также и в обмотке ротора. Частоту этих ЭДС можно найти в соответствии с (12-4):

$$f_2 = pn'/60, \quad (12-6)$$

где  $n'$  — скорость вращения магнитного потока относительно ротора, причем

$$n' = n_0 - n. \quad (12-7)$$

Используя формулы (12-1), (12-4), (12-6) и (12-7), находим частоту ЭДС в обмотке ротора:

$$f_2 = sf. \quad (12-8)$$

По аналогии с (12-5) напишем формулу для ЭДС одной фазы обмотки ротора:

$$E_{2s} = 4,44k_2w_2f_2\Phi, \quad (12-9)$$

где  $k_2$  — обмоточный коэффициент обмотки ротора;  $w_2$  — число витков одной фазы.

Из (12-9), учитывая (12-8), находим ЭДС в заторможенном роторе, т. е. для  $n = 0$  ( $s = 1$ ):

$$E_2 = 4,44k_2w_2f\Phi. \quad (12-10)$$

При заторможенном роторе аналогия асинхронной машины с трансформатором очевидна, так как частота ЭДС, индуцированных в роторе, равна частоте ЭДС в статоре, т. е. частоте сети, в которую включена асинхронная машина.

Действующую ЭДС вращающегося ротора (12-9) можно выразить через ЭДС заторможенного ротора (12-10):

$$E_{2s} = sE_2. \quad (12-11)$$

Отношение ЭДС статора и заторможенного ротора

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1 w_1}{k_2 w_2} = K_E \quad (12-12)$$

называется *коэффициентом трансформации ЭДС* асинхронной машины.

Аналогично тому, как это делается для трансформатора, введем понятие об ЭДС заторможенного ротора, приведенной к статору:

$$E_2' = K_E E_2 = E_1. \quad (12-13)$$

### 12-5. Поток рассеяния и индуктивные сопротивления асинхронной машины

При выводе формул для ЭДС статора и ротора учитывалось, что обе части машины пронизываются одним и тем же вращающимся магнитным потоком. Однако, кроме магнитного потока, общего для обмоток статора и ротора, имеются сравнительно небольшие магнитные потоки рассеяния, один из которых охватывает только проводники обмотки статора, а другой — только проводники обмотки ротора. На рис. 12-10, а схематично показан участок статора и ротора с магнитными линиями основного потока (сплошные линии) и магнитными линиями потоков рассеяния (штриховые линии). Кроме показанных на рис. 12-10, а потоков рассеяния, охватывающих части обмоток, уложенные в пазах (активные части обмоток), в машине всегда имеются также потоки рассеяния, связанные с лобовыми соединениями. В дальнейшем в каждом случае рассматривается суммарный поток рассеяния.

Пусть амплитуда потока рассеяния одной фазы статора равна  $\Phi_{p1}$ , тогда ЭДС самоиндукции, индуцируемая потоком в этой фазе,

$$E_{p1} = 4,44k_1 w_1 f \Phi_{p1}. \quad (12-14)$$

Составляющая напряжения сети, соответствующая ЭДС самоиндукции, является индуктивным падением напряжения в обмотке статора:

$$\dot{U}_{x1} = -\dot{E}_{p1} = jx_1 \dot{I}_1. \quad (12-15)$$

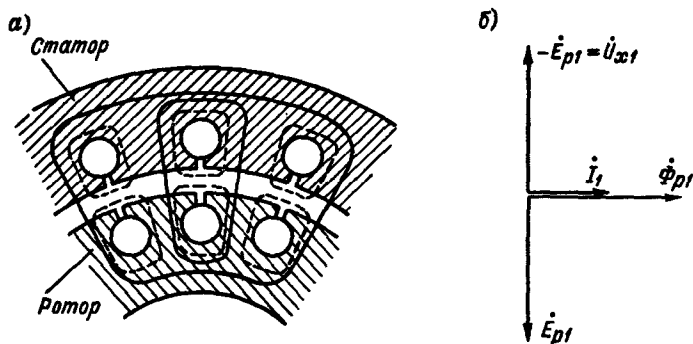


Рис. 12-10. Потоки рассеяния статора и ротора

Здесь  $x_1 = \omega L_{p1}$  — индуктивное сопротивление от потоков рассеяния одной фазы статорной обмотки, где  $\omega = 2\pi f$ ;  $L_{p1} = \Psi_{p1}/I_1$  — индуктивность от потока рассеяния одной фазы.

Аналогично можно показать, что поток рассеяния  $\Phi_{p2}$  одной фазы роторной обмотки индуцирует в ней ЭДС

$$E_{p2s} = 4,44k_2w_2f_2\Phi_{p2} = 4,44k_2w_2sf\Phi_{p2}. \quad (12-16)$$

Это выражение для ЭДС рассеяния вращающегося ротора может быть также записано в виде

$$E_{p2s} = sE_{p2}, \quad (12-17)$$

где  $E_{p2} = 4,44k_2w_2f\Phi_{p2}$  — ЭДС от потоков рассеяния заторможенного ротора.

Напряжение, которое уравнивает ЭДС рассеяния  $E_{p2s}$ ,

$$\dot{U}_{x2s} = -\dot{E}_{p2s} = jx_{2s}\dot{I}_2,$$

является индуктивным падением напряжения в фазе роторной обмотки. В этом выражении

$$x_{2s} = \omega_2 L_{p2} = s\omega L_{p2} \quad (12-18)$$

представляет собой индуктивное сопротивление от потоков рассеяния одной фазы обмотки вращающегося ротора;  $L_{p2}$  — индуктивность от потоков рассеяния одной фазы ротора и  $\omega_2 = 2\pi f_2$ .

Из предыдущего следует

$$x_{2s} = sx_2, \quad (12-19)$$

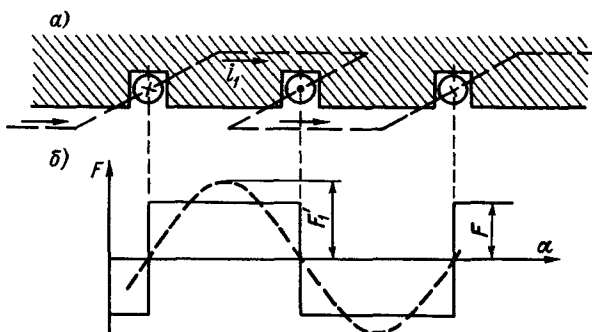


Рис. 12-11. Кривая МДС однофазной обмотки

где  $x_2 = \omega L_{p2}$  — индуктивное сопротивление рассеяния заторможенного ротора.

Магнитное сопротивление для потоков рассеяния асинхронной машины, как и трансформатора, определяется в основном сопротивлением пути в воздухе, изоляции и проводниках. Поэтому потоки рассеяния совпадают по фазе с создающими их токами, а индуктивные сопротивления  $x_1$  и  $x_2$  обмоток, соответствующие этим потокам, могут считаться не зависящими от токов.

На рис. 12-10, б представлена векторная диаграмма потока, ЭДС рассеяния и индуктивного падения напряжения в фазе статора. Аналогично строится диаграмма для потока, ЭДС рассеяния и индуктивного падения напряжения в фазе ротора.

### 12-6. Магнитодвижущие силы статора и ротора асинхронной машины

В § 12-3 рассмотрено распределение магнитодвижущей силы статора по окружности зазора машины. Для однофазной обмотки, два витка которой показаны на рис. 12-11, а, кривая распределения МДС по окружности статора представляет собой периодическую прямоугольную функцию (рис. 12-11, б). Согласно § 12-3 скачок на кривой МДС в точках, соответствующих серединам пазов,

$$2F = 2N\delta = i_1,$$

где  $i_1$  — ток в проводнике.

Высота  $F$  прямоугольной полуволны достигает максимума в момент, когда ток равен максимальному:

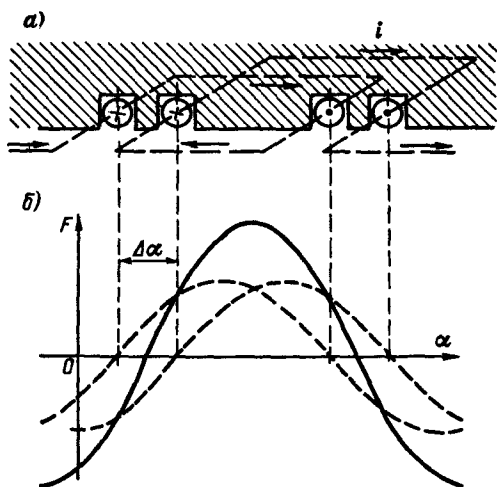


Рис. 12-12. Кривая МДС однофазной обмотки с витками в различных пазах

$$i_1 = I_{1m} = \sqrt{2} I_1.$$

Это максимальное значение, т. е. амплитуда пульсирующей МДС,

$$F_m = \frac{1}{2} I_{1m} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_1,$$

где  $I_1$  — действующий ток.

В дальнейшем рассматривается только первая гармоника (штриховая кривая на рис. 12-11,б) прямоугольной функции. Согласно правилам разложения периодической кривой в ряд Фурье, для прямоугольной функции с амплитудой  $F_m$  получаем, что амплитуда каждой гармоники, имеющей номер  $k$ ,

$$F'_k = 4F_m / (\pi k).$$

Отсюда следует, что амплитуда  $F'_1$  первой гармоники МДС на рис. 12-11,б равна

$$F'_1 = \frac{4}{\pi} F_m = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_1. \quad (12-20)$$

Пусть теперь рассматриваемая однофазная обмотка состоит из двух витков (рис. 12-12,а), каждый из которых лежит в со-



седних пазах; эти витки взаимно сдвинуты по окружности статора на угол  $\Delta\alpha$ . В этом случае основная волна МДС катушки (сплошная кривая на рис. 12-12, б) складывается из основных волн МДС каждого витка (штриховые кривые на рис. 12-12, б), но амплитуда суммарной МДС меньше удвоенной амплитуды МДС каждого витка, так как МДС складываются геометрически. В общем случае, когда число витков одной фазы, приходящееся на полюс, равно  $w_k$ , амплитуда суммарной МДС этих витков

$$F_{11} = k_1 F_1' w_k; \quad (12-21)$$

здесь  $k_1$  — обмоточный коэффициент, при помощи которого, как и в формуле (12-5), учитывается не только смещение по окружности статора катушек, входящих в одну фазу, но и укорочение шага обмотки при  $y < \tau$ .

Пусть обмотка одной фазы состоит из  $w_1$  последовательно соединенных витков, тогда число витков фазы, приходящееся на пару полюсов,

$$w_k = w_1/p, \quad (12-22)$$

и из выражений (12-20) и (12-21) получаем, что МДС однофазной обмотки, приходящаяся на один полюс,

$$F_{11} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{k_1 w_1}{p} I_1. \quad (12-23)$$

Три однофазные обмотки, оси которых взаимно сдвинуты на  $120^\circ$ , создают при питании их трехфазным током вращающуюся МДС; ее амплитуда постоянна и равна  $3/2$  амплитуды МДС каждой обмотки. Аналогично можно показать, что  $m_1$  симметричных однофазных обмоток, сдвинутых на угол  $360/m_1$  электрических градусов, создают суммарную МДС с амплитудой основной волны

$$F_1 = \frac{m_1}{2} F_{11}. \quad (12-24)$$

Это соотношение позволяет перейти от МДС  $F_{11}$ , приходящейся на один полюс статора с однофазной обмоткой, к МДС  $F_1$ , приходящейся на один полюс статора, имеющего обмотку с числом фаз  $m_1$ . Учитывая (12-23) и (12-24), получим

$$F_1 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_1 k_1 w_1}{p} I_1 = 0,45 m_1 k_1 \frac{w_1}{p} I_1, \quad (12-25)$$

где  $I_1$  — действующий ток в каждой фазе статорной обмотки.

Аналогично формуле (12-25) напишем выражение для МДС, приходящейся на один полюс обмотки ротора:

$$F_2 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_2 k_2 w_2}{p} I_2 = 0,45 m_2 k_2 \frac{w_2}{p} I_2, \quad (12-26)$$

где  $m_2$  — число фаз;  $k_2$  — обмоточный коэффициент обмотки ротора;  $w_2$  — число витков в фазе роторной обмотки;  $I_2$  — действующий ток в обмотке.

Определим МДС, получающуюся в результате сложения МДС статора и ротора. Токи статорной обмотки создают МДС, вращающуюся относительно статора со скоростью

$$n_0 = 60f/p,$$

а токи ротора — МДС, вращающуюся относительно ротора со скоростью

$$n' = 60f_2/p_2,$$

где  $p_2$  — число пар полюсов ротора.

Ротор асинхронной машины всегда выполняется с числом пар полюсов, равным числу пар полюсов статора:  $p_2 = p$ . Поэтому, учитывая (12-8), можно написать

$$n' = 60f_2/p = s \cdot 60f/p = sn_0.$$

Скорость вращения ротора относительно статора равна  $n$ , следовательно, скорость вращения поля ротора относительно статора определяется суммой  $n' + n$  или

$$n' + n = sn_0 + n_0(1 - s) = n_0,$$

т. е. поле ротора вращается относительно статора со скоростью  $n_0$ , равной скорости вращения поля статора.

Таким образом, волны МДС статора и ротора неподвижны

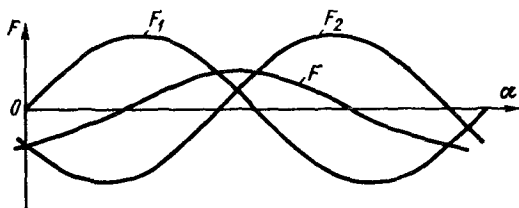


Рис. 12-13. Кривые распределения МДС статора и ротора по окружности

относительно друг друга, т. е. они вращаются синхронно. При этом основные гармоники МДС статора и ротора складываются геометрически.

Суммарная МДС  $F$  представляет собой гармоническую функцию угла  $\alpha$ , так как она складывается из двух гармонических слагаемых — МДС статора  $F_1$  и МДС ротора  $F_2$ . На рис. 12-13 построены примерные кривые распределения МДС статора и ротора по окружности машины для некоторого момента времени. Кривые построены для дуги, равной двойному полюсному делению. Поскольку магнитное поле машины вращается, синусоиды МДС  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F$ , показанные на рис. 12-13, движутся вдоль окружности статора машины с постоянной скоростью, сохраняя неизменным взаимное расположение. Поэтому каждая из этих МДС, взятая для какой-либо неизменной точки на окружности, например для  $\alpha = 0$ , является гармонической функцией времени. МДС асинхронной машины как гармонические функции угла  $\alpha$  складываются геометрически:

$$\dot{F} = \dot{F}_1 + \dot{F}_2. \quad (12-27)$$

Значение суммарной МДС  $F$  асинхронной машины может считаться приблизительно неизменным, т. е. не зависящим от токов  $I_1$  и  $I_2$  статора и ротора. Это утверждение аналогично рассмотренному в гл. 11 положению о примерном постоянстве суммарной МДС трансформатора. Если  $F = \text{const}$ , то

$$F \approx F_0, \quad (12-28)$$

где  $F_0$  — МДС машины на холостом ходу, когда скорость вращения  $n$  ротора мало отличается от скорости вращения  $n_0$  поля, т. е. скольжение  $s \approx 0$ . При этом ток в роторе незначителен, так как ЭДС, индуцируемые в роторе, малы. Поэтому МДС  $F_0$  равна МДС статора при токе статора, равном току  $I_0$  холостого хода, т. е. согласно формуле (12-25)

$$F_0 = 0,45m_1k_1 \frac{w_1}{p} I_0. \quad (12-29)$$

Подставляя (12-28) в (12-27), получим уравнение МДС асинхронной машины

$$\dot{F}_1 + \dot{F}_2 = \dot{F}_0,$$

которое с использованием формул (12-25), (12-26) и (12-29) может быть также записано в виде

$$m_1k_1w_1\dot{I}_1 + m_2k_2w_2\dot{I}_2 = m_1k_1w_1\dot{I}_0. \quad (12-30)$$

В асинхронной машине, как и в трансформаторе, ток холостого хода примерно равен намагничивающему току.

Режим холостого хода асинхронной машины можно осуществить принудительно, вращая ротор машины каким-либо посторонним двигателем с постоянной скоростью  $n = n_0$ . Практически он имеет место у двигателя при условии, что момент нагрузки на валу отсутствует. При этом условии скольжение машины очень мало, ЭДС в роторе незначительна и ток в роторе настолько мал, что МДС ротора намного меньше МДС  $F_0$  холостого хода, т. е.  $\dot{F}_1 \approx \dot{F}_0$ .

### 12-7. Токи в обмотках статора и ротора асинхронной машины

Определим вначале ток ротора. Ток  $I_2$  в роторе создается ЭДС  $F_{2s}$ , индуктируемой в обмотке ротора вращающимся магнитным потоком. Обмотка короткозамкнутого или фазного ротора представляет собой замкнутую цепь, поэтому ток в фазе роторной обмотки равен ЭДС, деленной на ее сопротивление:

$$i_2 = \frac{\dot{E}_{2s}}{r_2 + jx_{2s}},$$

где  $r_2$  — активное сопротивление ротора;  $x_{2s}$  — индуктивное сопротивление вращающегося ротора.

Используя формулы (12-11) и (12-19), можно ток ротора выразить через ЭДС  $E_2$  и индуктивное сопротивление  $x_2$  заторможенного ротора, не зависящие от скольжения:

$$i_2 = \frac{s\dot{E}_2}{r_2 + jsx_2} = \frac{\dot{E}_2}{r_2/s + jx_2}. \quad (12-31)$$

Действующий ток ротора

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{(r_2/s)^2 + x_2^2}} = \frac{sE_2}{\sqrt{r_2^2 + (sx_2)^2}}. \quad (12-32)$$

Здесь предполагается, что активное сопротивление ротора  $r_2$  не зависит от частоты тока в роторе  $f_2$ , пропорциональной скольжению  $s$ . Равенство (12-31) выражает замену вращающегося ротора заторможенным при сохранении значения тока в роторе, равного значению тока во вращающемся роторе. Однако это равенство имеет формальный характер в том смысле, что частота тока во вращающемся роторе не равна частоте тока  $f$  в заторможенном роторе (см. § 12-4).

Поскольку ротор обладает не только активным, но и индуктивным сопротивлением, ток в роторе отстает от ЭДС на некоторый угол, равный

$$\psi_2 = \arctg \frac{sx_2}{r_2} = \arccos \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + (sx_2)^2}}. \quad (12-33)$$

При условной замене вращающегося ротора заторможенным следует согласно выражению (12-31) считать индуктивное сопротивление ротора равным  $x_2$ , а активное сопротивление ротора — равным  $r_2/s$ .

Перейдем к определению тока статора, используя уравнение (12-30):

$$\dot{I}_1 + \frac{m_2 k_2 w_2}{m_1 k_1 w_1} \dot{I}_2 = \dot{I}_0.$$

Можно также записать

$$\dot{I}_1 + \frac{1}{K_I} \dot{I}_2 = \dot{I}_0,$$

где  $K_I = m_1 k_1 w_1 / (m_2 k_2 w_2)$  является коэффициентом трансформации токов асинхронной машины.

Как и для трансформатора, введем понятие приведенного тока  $\dot{I}'_2$  роторной обмотки, создающего ту же МДС, что и ток  $\dot{I}_2$ , но при обмотке ротора, подобной обмотке статора (с тем же числом фаз, обмоточным коэффициентом и числом витков):

$$\dot{I}'_2 = \frac{1}{K_I} \dot{I}_2. \quad (12-34)$$

Ток статора в этом случае

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}'_2. \quad (12-35)$$

Обычно ток  $\dot{I}_0$  холостого хода в 3–4 раза меньше тока статора при номинальной нагрузке; поэтому для режимов работы асинхронной машины, близких к номинальному, можно с грубым приближением записать  $\dot{I}_1 \approx -\dot{I}'_2$ .

## 12-8. Схемы замещения асинхронной машины

Как и для трансформатора, при анализе работы асинхронной машины удобно использовать ее схемы замещения. На рис. 12-14, а дана схема замещения машины, в которой между цепями статора и ротора имеется только электромагнитная

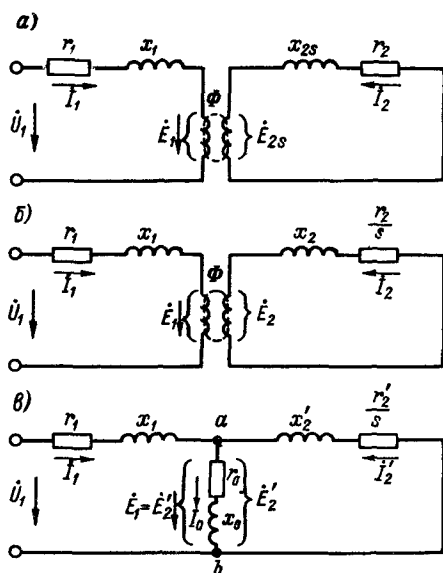


Рис. 12-14. Схемы замещения асинхронной машины

связь через основной поток  $\Phi$ . Схема замещения, изображенная на рис. 12-14, б, отличается тем, что здесь вращающаяся обмотка ротора заменена эквивалентной электрической цепью, обладающей индуктивным сопротивлением  $x_2$  и активным сопротивлением  $r_2/s$ . При этом ЭДС, индуцируемая в роторе, равна  $E_2$ , а угол отставания тока  $I_2$  от ЭДС равен  $\psi_2$ .

Приведенной схеме, а также формуле (12-31) соответствует следующее уравнение напряжений для цепи ротора:

$$\dot{E}_2 = \frac{r_2}{s} I_2 + jx_2 I_2. \quad (12-36)$$

Умножим это уравнение на коэффициент трансформации ЭДС  $K_E$ :

$$K_E \dot{E}_2 = K_E \frac{r_2}{s} I_2 + jK_E x_2 I_2;$$

затем, подставив  $E'_2 = K_E E_2$  и  $I_2 = K_I I'_2$ , получим

$$\dot{E}'_2 = \frac{K_E K_I r_2}{s} I'_2 + jK_E K_I x_2 I'_2$$

или

$$\dot{E}'_2 = \frac{r'_2}{s} \dot{I}'_2 + jx'_2 \dot{I}'_2, \quad (12-37)$$

где

$$r'_2 = K_E K_I r_2 = \frac{m_1}{m_2} \left( \frac{k_1 w_1}{k_2 w_2} \right)^2 r_2$$

— приведенное активное сопротивление фазы ротора;

$$x'_2 = K_E K_I x_2 = \frac{m_1}{m_2} \left( \frac{k_1 w_1}{k_2 w_2} \right)^2 x_2$$

— ее приведенное индуктивное сопротивление.

Используя уравнение (12-37), перейдем к такой схеме замещения асинхронной машины (рис. 12-14, в), в которой электромагнитная связь между цепями статора и ротора заменена электрической связью. На схеме показана намагничивающая цепь с сопротивлениями  $r_0$  и  $x_0$ , где активное сопротивление  $r_0$  соответствует потерям в стали машины, а  $x_0$  — индуктивное сопротивление одной фазы статора, обусловленное основным магнитным потоком в зазоре машины. В этой схеме ток намагничивающей цепи согласно (12-35)

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2.$$

Можно считать, как указывалось ранее, что намагничивающий ток машины равен току холостого хода.

В асинхронной машине индуктивное сопротивление намагничивающей цепи значительно меньше, чем в трансформаторе, а намагничивающий ток — значительно больше. Это связано с тем, что из-за наличия зазора между статором и ротором сопротивление магнитной цепи, по которой замыкается основной поток машины, значительно больше сопротивления магнитной цепи трансформатора.

Напряжение между точками  $a$  и  $b$  намагничивающей цепи равно  $E'_2 = E_1$ , и уравнение напряжений для цепи статора может быть написано аналогично уравнению напряжений первичной цепи трансформатора:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1. \quad (12-38)$$

Приведенная на рис. 12-24, в схема замещения называется Т-образной, так как элементы схемы располагаются в виде буквы Т.

## 12-9. Векторная диаграмма асинхронного двигателя

Векторные диаграммы асинхронной машины рассмотрим только для основного режима ее работы, т. е. для работы машины в качестве двигателя. Электромагнитная энергия передается со статора на ротор аналогично тому, как в трансформаторе энергия передается из первичной цепи во вторичную.

Векторная диаграмма (рис. 12-15) строится согласно Т-образной схеме замещения; все величины, относящиеся к ротору, берутся приведенными. ЭДС ротора равна сумме активного падения напряжения  $\frac{r_2'}{s} I_2'$  и индуктивного падения напряжения  $jx_2' I_2'$  в роторе. Вектор магнитного потока  $\Phi$  опережает векторы ЭДС  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}_2'$  статора и ротора на угол  $\pi/2$ . Ток  $\dot{I}_0$  холостого хода опережает магнитный поток на угол  $\alpha$  потерь в стали. Ток статора определяется по выражению (12-35):  $\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}_2'$ .

Напряжение  $\dot{U}_1$  сети, в которую включен статор асинхронного двигателя, определяется уравнением (12-38):  $\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1$ ; действующее напряжение неизменно.

Практически активное и индуктивное сопротивления  $r_1$  и  $x_1$  статора таковы, что активное и индуктивное падения напряжений  $r_1 I_1$  и  $x_1 I_1$  в статоре при токах  $I_1$ , не превышающих номинального, невелики сравнительно с напряжением сети  $U_1$ .

В связи с этим ЭДС  $E_1$  и  $E_2'$  статора и ротора мало отличаются от напряжения  $U_1$  при изменении тока  $I_1$  от тока холостого хода до номинального:  $\dot{E}_1 = \dot{E}_2' \approx -\dot{U}_1 = \text{const}$ .

Вследствие этого можно, как указывалось ранее, считать, что амплитуда магнитной индукции и поток машины примерно постоянны, т. е.  $\Phi \approx \text{const}$ .

В некоторых пределах скольжение асинхронного двигателя примерно пропорционально моменту нагрузки на его валу. Из уравнения (12-32) можно видеть, что при увеличении момента нагрузки на валу, а следовательно, и скольжения

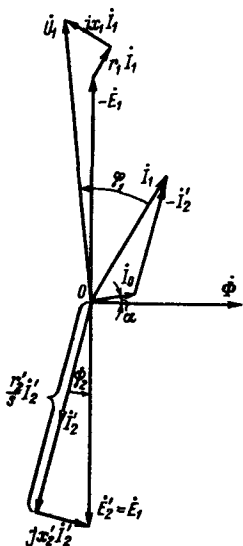


Рис. 12-15. Векторная диаграмма асинхронного двигателя



возрастает ток ротора  $I_2$ . Из векторной диаграммы следует, что тогда возрастает и ток  $I_1$  статора, а сдвиг по фазе  $\phi_1$  этого тока относительно напряжения  $U_1$  сети уменьшается. Уменьшение  $\phi_1$  происходит до тех пор, пока падения напряжения в статоре остаются незначительными по сравнению с  $U_1$ , что имеет место, если ток  $I_1$  не больше номинального или только немного превосходит его. При дальнейшем увеличении момента нагрузки на валу, а следовательно, и тока  $I_1$  падение напряжения  $r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1$  в статоре становится соизмеримым с  $U_1$ ; из диаграммы видно, что при этом угол  $\phi_1$  начинает вновь возрастать.

Из диаграммы следует также, что при отсутствии нагрузки на валу, когда скольжение мало и можно считать  $I_2 \approx 0$ , угол сдвига  $\phi_1$  тока статора относительно напряжения сети близок к  $\pi/2$ .

### 12-10. Вращающий момент асинхронной машины

В результате взаимодействия вращающегося магнитного потока с токами, индуцированными им в проводниках роторной обмотки, возникают силы, действующие на эти проводники в тангенциальном направлении. Найдем значение момента, создаваемого этими силами на валу машины.

На рис. 12-16, а представлена кривая распределения магнитной индукции  $B(\alpha)$  по окружности ротора машины для некоторого фиксированного момента времени. Здесь же показана кривая распределения ЭДС  $e_2$ , индуцированных в проводниках ротора, при пересечении их линиями поля. ЭДС в каждом проводнике пропорциональна магнитной индукции поля в той точ-

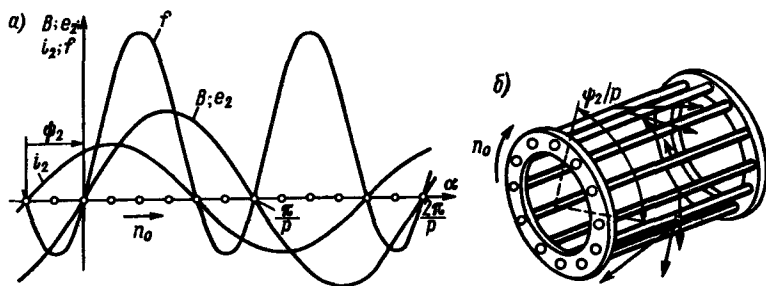


Рис. 12-16. Распределение окружных сил, действующих на проводники ротора

ке на окружности ротора, в которой находится проводник; поэтому кривая ЭДС  $e_2(\alpha)$  имеет такие же форму и пространственное распределение, как и кривая  $B(\alpha)$ .

Ток в каждом проводнике ротора отстает по фазе от ЭДС на угол  $\psi_2$ . Поэтому на рис. 12-16, *а* кривая распределения тока  $i_2$  в проводниках ротора сдвинута относительно кривой распределения ЭДС на угол  $\psi_2$  (в электрических градусах) в направлении, противоположном направлению вращения магнитного поля.

На рис. 12-16, *а* показаны кривые для участка ротора, соответствующего двойному полюсному делению; на последующих участках кривые повторяются. Изображение кривых ЭДС и тока как непрерывных является условным. В действительности в каждый момент времени имеют место лишь те значения ЭДС и токов, которые соответствуют расположению проводников ротора относительно поля.

Сила, действующая на каждый проводник,

$$f = Bi_2l, \quad (12-39)$$

где  $l$  — активная длина проводника, т. е. длина его части, находящейся в зоне действия магнитного потока машины. Кривая распределения магнитной индукции по окружности ротора может быть представлена в виде гармонической функции угла

$$B = B_m \sin \alpha. \quad (12-40)$$

Тогда для кривой тока  $i_2$  получим

$$i_2 = I_{2m} \sin(\alpha + \psi_2), \quad (12-41)$$

так как отставанию по фазе тока  $I_2$  относительно ЭДС  $E_2$  соответствует сдвиг в пространстве на угол  $\psi_2$ .

Подстановка выражений (12-40) и (12-41) в (12-39) дает переменную силу, действующую на проводник ротора:

$$\begin{aligned} f &= B_m I_{2m} l \sin \alpha \sin(\alpha + \psi_2) = \\ &= \frac{B_m I_{2m} l}{2} [\cos \psi_2 - \cos(2\alpha + \psi_2)]. \end{aligned} \quad (12-42)$$

Из этой формулы, а также из графика функции  $f(\alpha)$  на рис. 12-16, *а* видно, что в различных проводниках ротора возникают силы, различные по значению, причем имеются участки обмотки ротора, в которых сила  $f$  отрицательна, т. е. действует против вращения. На рис. 12-16, *б* изображена картина распределения сил по окружности ротора, приложенных к его провод-

никам. Протяженность участков, где сила отрицательна, т. е. является тормозящей, а не движущей, составляет  $\psi_2$  электрических градусов в пределах каждого полюсного деления.

Представленная картина распределения сил по окружности ротора относится к некоторому фиксированному моменту времени; с течением времени сила в каждом проводнике изменяется с частотой  $f_2$ , но общая картина распределения сил по окружности ротора сохраняется.

Электромагнитная мощность, передаваемая ротору вращающимся магнитным полем, равна

$$P_{\text{эм}} = M_{\text{эм}} \frac{\pi n_0}{30} = M_{\text{эм}} \frac{2\pi f}{p}, \quad (12-43)$$

где  $M_{\text{эм}}$  — электромагнитный момент, действующий на ротор.

Пользуясь выражениями (12-40) и (12-43), следовало бы найти выражение для сил, действующих на проводники, а затем результирующую силу, действующую по окружности ротора, как их алгебраическую сумму (интеграл этих сил). Электромагнитный момент равен произведению результирующей силы на радиус окружности, по которой расположены проводники. Но такой вывод достаточно громоздок, поэтому ниже приведен вывод, основанный на использовании схемы замещения одной фазы (см. рис. 12-14).

В соответствии со схемой замещения одной фазы машины (рис. 12-14, а) имеем

$$P_{\text{эм}} = m_2 \frac{r_2}{s} I_2^2. \quad (12-44)$$

Из выражений (12-43) и (12-44) найдем

$$M_{\text{эм}} = \frac{pm_2}{2\pi f} \frac{r_2}{s} I_2^2.$$

Учитывая (12-10), (12-32) и (12-33), получим

$$\begin{aligned} M_{\text{эм}} &= \frac{pm_2}{2\pi f} \frac{r_2}{s} I_2 \frac{sE_2}{\sqrt{r_2^2 + (sx_2)^2}} = \\ &= \frac{pm_2}{2\pi f} \cos \psi_2 I_2 \cdot 4,44k_2 w_2 f \Phi. \end{aligned}$$

Вводя постоянную  $c = \frac{2,22}{\pi} pm_2 k_2 w_2$  и пренебрегая моментом трения, представим выражение момента на валу в виде

$$M \approx M_{\text{эм}} = c \Phi I_2 \cos \psi_2. \quad (12-45)$$

Если магнитный поток  $\Phi$  выражен в веберах, ток  $I_2$  — в амперах, то вращающий момент получится в ньютон-метрах (Н·м).

Вращающий момент машины зависит от изменяющихся при нагрузке  $\Phi$ ,  $I_2$  и  $\cos \psi_2$ , но его можно представить в виде функции одной переменной. В качестве такой переменной для асинхронного двигателя наиболее удобно выбрать скольжение  $s$ .

Согласно полученным ранее формулам (12-31), (12-33), (12-5) и (12-12) можно написать

$$\left. \begin{aligned} I_2 &= \frac{sE_2}{\sqrt{r_2^2 + (sx_2)^2}}; \quad \Phi = \frac{E_1}{4,44k_1w_1f}; \\ \cos \psi_2 &= \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + (sx_2)^2}}; \quad E_2 = \frac{E_1}{K_E}. \end{aligned} \right\} \quad (12-46)$$

Используя эти соотношения, из (12-45) получим следующее выражение для вращающего момента:

$$M = \frac{c}{4,44k_1K_Ew_1f} \frac{E_1^2sr_2}{r_2^2 + (sx_2)^2}.$$

Полагая, что частота сети  $f$  неизменна, и вводя постоянный коэффициент  $c_M = \frac{c}{4,44k_1K_Ew_1f}$ , получим

$$M = c_M \frac{E_1^2sr_2}{r_2^2 + (sx_2)^2}. \quad (12-47)$$

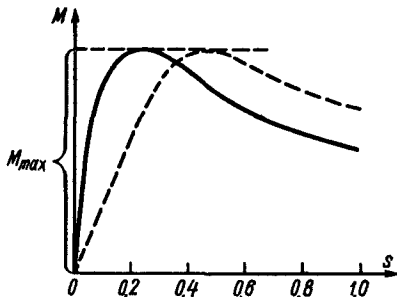
Эта формула выведена для работы асинхронной машины в режиме двигателя, т. е. для  $0 \leq s \leq 1$ , но так как при выводе (12-47) скольжение  $s$  не ограничивалось, формула справедлива и для других режимов работы.

В § 12-9 было показано, что при работе машины в обычных условиях ЭДС  $E_1$  статора и напряжение  $U_1$  сети приблизительно равны, поэтому для дальнейшего изложения примем  $E_1 \approx U_1$ . Тогда вместо (12-47) получим

$$M \approx c_M U_1^2 \frac{sr_2}{r_2^2 + (sx_2)^2}. \quad (12-48)$$

В этой формуле единственной переменной является скольжение  $s$ .

Рис. 12-17. Вращающий момент двигателя в функции скольжения



Кривая  $M(s)$  для двигателя, т. е. для работы асинхронной машины при  $0 \leq s \leq 1$ , дана на рис. 12-17 сплошной линией.

Из выражения (12-48) видно, что при малых скольжениях вращающий момент двигателя растет примерно пропорционально скольжению. При значительном увеличении скольжения момент начинает убывать, так как знаменатель растет быстрее числителя. При увеличении скольжения растет ток ротора  $I_2$ , но одновременно уменьшается  $\cos \psi_2$ , т. е. растет угол  $\psi_2$ , в пределах которого расположены проводники, тормозящие движение ротора (см. рис. 12-16). Поэтому при достаточно больших значениях  $\psi_2$  вращающий момент будет уменьшаться, несмотря на увеличение тока ротора  $I_2$ .

Момент вращения, получаемый на валу двигателя, меньше момента  $M$ , развиваемого двигателем, из-за потерь на трение при вращении ротора и некоторых добавочных потерь, которые здесь не рассматриваются. Однако все эти потери невелики, и в дальнейшем момент на валу двигателя считается равным моменту, развиваемому двигателем.

Найдем из выражения (12-48) производную от момента по скольжению

$$\frac{dM}{ds} \approx c_M U_1^2 r_2 \frac{r_2^2 - (sx_2)^2}{[r_2^2 + (sx_2)^2]^2}$$

и, приравняв ее нулю, определим критическое скольжение  $s_{кр}$ , при котором вращающий момент  $M$  наибольший:

$$s_{кр} \approx \pm r_2/x_2. \quad (12-49)$$

При работе машины в режиме двигателя  $s > 0$ ; подставляя положительное значение критического скольжения в выражение (12-48), получим максимальный момент двигателя:

$$M_{\max} \approx c_M U_1^2 \frac{1}{2x_2}. \quad (12-50)$$

Максимальный момент пропорционален квадрату напряже-

ния сети, т. е. асинхронные двигатели чувствительны к понижению напряжения сети; например, при его понижении на 10% вращающий момент уменьшается на 19%.

Из формулы (12-50) следует, что максимальный момент машины не изменяется при изменении активного сопротивления ротора; однако при этом меняется критическое скольжение [см. выражение (12-49)]. Зависимость  $M(s)$  при увеличенном активном сопротивлении ротора показана штриховой кривой на рис. 12-17. Практически увеличение активного сопротивления  $r_2$  осуществляется включением трехфазного реостата в цепь фазного ротора; короткозамкнутые роторы иногда выполняются с повышенным сопротивлением клетки ротора.

Выражения (12-48)–(12-50) являются приближенными, так как получены в предположении  $E_1 \approx U_1$ .

### 12-11. Механическая характеристика асинхронной машины

На рис. 12-18 представлен график, связывающий между собой две механические величины – вращающий момент, развиваемый асинхронным двигателем, и скорость вращения. Это – *механическая характеристика* асинхронного двигателя. Она получается из кривой  $M(s)$ , представленной на рис. 12-17, либо из формулы (12-48), если учесть, что скольжению  $s = 1$  соответствует скорость  $n = 0$ , а скольжению  $s = 0$  – скорость  $n_0$ . Механическая характеристика, т. е. зависимость вида  $n(M)$ , является основной характеристикой любого электрического двигателя, определяющей его эксплуатационные возможности.

Для каждого асинхронного двигателя может быть определен *номинальный режим*, т. е. режим длительной работы, при котором двигатель не перегревается сверх установленной температуры. Момент  $M_{\text{ном}}$ , соответствующий номинальному режиму, называется *номинальным моментом*. Соответствующее ему *номинальное скольжение* составляет для асинхронных двигателей средней мощности  $s_{\text{ном}} = 0,02 \dots 0,06$ , т. е. номинальная скорость  $n_{\text{ном}}$  находится в пределах

$$n_{\text{ном}} = n_0 (1 - s_{\text{ном}}) = (0,94 \dots 0,98) n_0.$$

Отношение максимального момента к номинальному  $k_m = M_{\text{max}}/M_{\text{ном}}$  называется *перегрузочной способностью* асинхронного двигателя. Обычно  $k_m = 1,8 \dots 2,5$ .

Отношение пускового момента  $M_{\text{п}}$ , развиваемого двигателем в неподвижном состоянии, т. е. при  $n = 0$ , к номинальному моменту  $k_{\text{п}} = M_{\text{п}}/M_{\text{ном}}$  называется *кратностью пускового мо-*

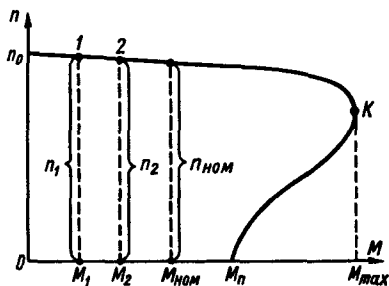


Рис. 12-18. Механическая характеристика двигателя

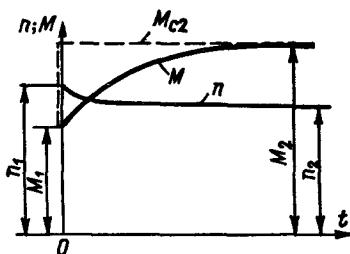


Рис. 12-19. Процесс изменения скорости и момента двигателя при увеличении момента нагрузки на валу

мента. Для двигателей с короткозамкнутым ротором, например,  $k_n = 1,1 \dots 1,8$ .

Определим область устойчивой работы асинхронного двигателя. Пусть двигатель работает в точке 1 механической характеристики (рис. 12-18), развивая скорость  $n_1$  и вращающий момент  $M_1$ . В установившемся режиме, т. е. при равномерном вращении, этот момент равен статическому моменту  $M_{c1}$  сопротивления нагрузки, например металлорежущего станка. Пусть теперь момент нагрузки увеличился до  $M_{c2}$ . Это вызовет торможение машины, так как момент сопротивления станет больше движущего момента. Скорость начинает уменьшаться, что влечет за собой увеличение момента, развиваемого двигателем. Этот процесс закончится, когда момент, развиваемый двигателем, станет равным  $M_2 = M_{c2}$ ; при этом установится скорость  $n_2$  (точка 2), меньшая, чем  $n_1$ . Свойство автоматического установления равновесия между статическим моментом сопротивления и преодолевающим его моментом двигателя называется *саморегулированием*. На рис. 12-19 показан характер изменения скорости и момента двигателя во времени при ступенчатом увеличении момента нагрузки. Длительность этого переходного процесса обычно составляет десятые или сотые доли секунды.

Легко видеть, что саморегулирование и устойчивая работа двигателя обеспечивается для всей верхней ветви механической характеристики, т. е. от момента  $M = 0$  до момента, близкого к максимальному. Наклон этой ветви характеристики незначителен, т. е. здесь скорость мало изменяется при изменении момента нагрузки. Подобная механическая характеристика

с малым изменением скорости при изменении нагрузки называется *жесткой*.

Точка *K* (см. рис. 2-18) механической характеристики соответствует положению неустойчивого равновесия, так как при любом малом снижении скорости, обусловленном незначительным увеличением момента нагрузки, момент двигателя не растет, а падает, в результате чего двигатель останавливается. Вся нижняя часть механической характеристики, лежащая ниже точки *K*, является областью неустойчивой работы двигателя. Максимальный момент  $M_{\max}$  называется *опрокидывающим моментом* асинхронной машины. Работа машины на верхней, устойчивой, части механической характеристики с моментом, превышающим номинальный, возможна лишь кратковременно; в противном случае срок службы машины сокращается из-за ее перегрева.

## 12-12. Пуск в ход асинхронных двигателей с короткозамкнутым и фазным ротором

При пуске в ход, т. е. при трогании с места и при разгоне, асинхронный двигатель находится в условиях, существенно отличающихся от условий нормальной работы. Момент, развиваемый двигателем, должен превышать момент сопротивления нагрузки, иначе двигатель не сможет разогнаться. Таким образом, с точки зрения пуска двигателя важную роль играет его пусковой момент.

Другой важной пусковой характеристикой является пусковой ток. Как показано ранее, значения тока ротора, а следовательно, и тока статора растут с увеличением скольжения, т. е. с уменьшением скорости двигателя. В начальный момент пуска, когда скорость двигателя равна нулю, а скольжение — единице, пусковой ток  $I_{\text{п}}$  значительно превышает номинальный ток. *Кратность пускового тока*  $u_{\text{п}} = I_{\text{п}}/I_{\text{ном}}$  для двигателей с короткозамкнутым ротором достигает 5—7. Зависимость между скоростью двигателя и током статора для таких двигателей представлена на рис. 12-20.

Большой пусковой ток может быть недопустим для сети, питающей асинхронный двигатель, и для самого двигателя. Кроме того, в отдельных случаях может иметь значение плавность пуска (например, для подъемных механизмов).

**Пуск в ход двигателей с фазным ротором.** Схема пуска двигателя с фазным ротором дана на рис. 12-21, где показан пусковой трехфазный реостат, каждая фаза  $r_{\text{п}}$  которого включена через щетки и кольца в одну из фаз ротора. В начале пуска ре-





Рис. 12-20. Зависимость между скоростью и током, потребляемым двигателем от сети

остат введен полностью, т. е. его движок находится в положении «Пуск»; к концу пуска реостат полностью выводится, т. е. его движок ставится в положение «Работа», в котором все три фазы ротора замкнуты накоротко через движок реостата.

Явления, происходящие в процессе пуска двигателя с фазным ротором, наиболее удобно рассмотреть, пользуясь механическими характеристиками двигателя (рис. 12-22). Характеристики даны для одного и того же двигателя, но при различных сопротивлениях пускового реостата; максимальный момент  $M_{max}$  не зависит от активного сопротивления ротора, а критическое скольжение пропорционально этому сопротивле-

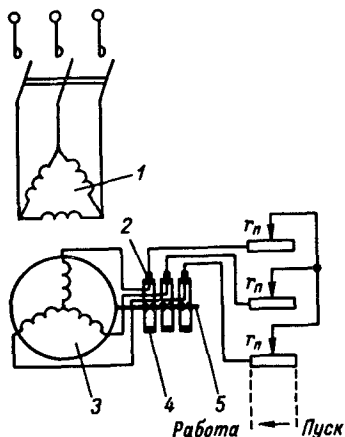


Рис. 12-21. Схема пуска двигателя с фазным ротором  
1 — статор; 2 — щетки; 3 — ротор; 4 — контактные кольца; 5 — вал

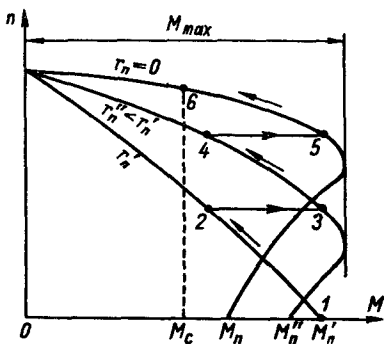


Рис. 12-22. Механические характеристики двигателя при включении реостата в цепь ротора

нию [см. выражения (12-49) и (12-50)]. Полное сопротивление реостата  $r_n$  выбирается из условия ограничения пускового тока допустимым значением, равным примерно  $(1,6...2,2)I_{ном}$ .

При тяжелых условиях пуска, когда нагрузочный момент велик, сопротивление пускового реостата выбирается из условия получения пускового момента  $M_n$ , близкого к максимальному  $M_{max}$  (рис. 12-22).

Разгон двигателя начинается в точке 1 и происходит вначале по нижней характеристике. После достижения некоторой скорости, соответствующей, например, точке 2, часть пускового реостата выводится и его сопротивление уменьшается до  $r_n''$ . Двигатель переходит на вторую характеристику — в точку 3. При этом момент двигателя возрастает, но скорость в течение короткого времени перевода рукоятки реостата сохраняется неизменной благодаря инерции двигателя и связанного с ним механизма. Далее происходит разгон от точки 3 до точки 4, затем пусковой реостат выводится и дальнейший разгон продолжается от точки 5 по верхней механической характеристике двигателя, называемой *естественной* (при  $r_n = 0$ ). Разгон заканчивается в точке 6, определяемой моментом сопротивления нагрузки  $M_c$ .

На рис. 12-22 показаны только две *искусственные* характеристики, соответствующие  $r_n \neq 0$ . В действительности число ступеней пускового реостата обычно берется больше двух; оно, как и моменты переключений реостата, определяется из условия получения относительно небольших изменений момента двигателя при разгоне, т. е. из условия получения быстрого, но плавного пуска. Пусковой реостат рассчитывается по заданным наибольшему моменту при пуске (точки 1, 3 и 5) и наименьшему моменту (точки 2 и 4). По окончании пуска пусковой реостат полностью выводится, так как секции реостата могут перегореть при длительном нагреве из-за того, что реостат рассчитан только на кратковременное включение при пуске. Процесс переключений реостата при пуске обычно автоматизирован.

Введение активных сопротивлений в цепь фазного ротора не только увеличивает момент и делает пуск плавным, но и ограничивает пусковой ток, так как при введении реостата уменьшается ток в роторе, а следовательно, и в статоре. Ограничение пускового тока при значительных пусковых моментах особенно важно, если двигатель работает в режиме частых пусков, когда значительные пусковые токи могут чрезмерно перегреть двигатель.

Рассматриваемый способ пуска обладает рядом достоинств, но применим только для двигателей с фазным ротором, ко-

торые дороже и менее надежны, чем двигатели с короткозамкнутым ротором.

**Пуск в ход двигателей с короткозамкнутым ротором.** Введение сопротивлений в короткозамкнутый ротор невозможно, поэтому пусковая характеристика двигателя с короткозамкнутым ротором остается неизменной в течение всего времени пуска. При этом вращающий момент на неустойчивой части характеристики должен быть больше нагрузочного момента.

Наиболее распространен пуск двигателя при непосредственном включении его в сеть рубильником или другим пусковым устройством, без каких-либо устройств, понижающих пусковой ток; схема пуска изображена на рис. 12-23, а. Этот способ пуска применяется в тех случаях, когда не требуется плавности пуска и мощность двигателя относительно невелика сравнительно с мощностью сети.

При соблюдении этого последнего условия пусковой ток не вызывает недопустимого падения напряжения сети и перегрева проводов.

В случаях, когда мощность двигателя соизмерима с мощностью питающей сети, применяются различные схемы понижения напряжения, подводимого к двигателю при пуске, за счет чего уменьшается пусковой ток. Понижение напряжения при пуске вызывает нежелательное уменьшение пускового момента.

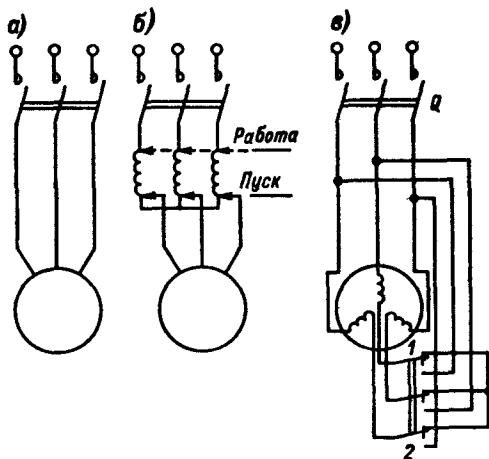


Рис. 12-23. Схема пуска двигателей с короткозамкнутым ротором

Одна из таких схем — схема *автотрансформаторного пуска* — дана на рис. 12-23, б. Рубильник включается после того, как переключатель автотрансформатора устанавливается в положение «Пуск». При этом на двигатель подается в начале пуска пониженное напряжение  $U_d \approx \frac{1}{K_a} U_c$ , где  $U_c$  — напряжение сети;  $K_a$  — коэффициент трансформации автотрансформатора. Тогда пусковой ток в сети получается равным

$$I_c = \frac{1}{K_a} I_d = \frac{U_d}{z_d} \frac{1}{K_a} \approx \frac{U_c}{z_d} \frac{1}{K_a^2}, \quad (12-51)$$

где  $I_d$  — пусковой ток двигателя;  $z_d$  — полное сопротивление двигателя.

Из формулы (12-51) видно, что ток в сети при пуске двигателя через автотрансформатор снижается по сравнению с током  $I'_c = U_c/z_d$ , получаемым при непосредственном включении двигателя в сеть, в  $K_a^2$  раз.

По мере разгона двигателя переключатель автотрансформатора переводится в положение «Работа», в котором на двигатель подается полное напряжение сети. Недостатком автотрансформаторного пуска является резкое снижение пускового момента в  $K_a^2$  раз, т. е. во столько же раз, во сколько уменьшается пусковой ток в сети.

Другой недостаток схемы состоит в необходимости наличия громоздкого автотрансформатора. Этот недостаток может быть устранен при пуске двигателя по схеме переключения его со звезды на треугольник (рис. 12-23, в). Схема применима в том случае, когда при нормальной работе двигателя обмотка статора включается треугольником.

Рубильник  $Q$  включается в сеть, когда переключатель установлен в положение 1 и обмотка двигателя соединена звездой. При скольжении  $s = 0,5 \dots 0,6$  переключатель переводится в положение 2, при котором обмотка двигателя соединяется треугольником. Пусковой ток  $I_{n\Upsilon}$  двигателя при включении его звездой равен

$$I_{n\Upsilon} = \frac{U_{d\Upsilon}}{z_d} = \frac{U_c}{\sqrt{3} z_d},$$

где  $U_c$  — линейное напряжение сети;  $U_{d\Upsilon}$  — фазное напряжение двигателя при соединении звездой;  $z_d$  — сопротивление фазы двигателя.

Пусковой ток в сети при этом

$$I_{cY} = I_{nY} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_c}{z_d}. \quad (12-52)$$

Если бы двигатель включался в сеть при установке переключателя в положение 2, то пусковой ток в фазе двигателя был бы

$$I_{n\Delta} = U_{n\Delta}/z_d = U_c/z_d.$$

В этом случае линейный пусковой ток в сети

$$I_{c\Delta} = \sqrt{3} I_{n\Delta} = \sqrt{3} U_c/z_d. \quad (12-53)$$

Сравнение выражений (12-52) и (12-53) показывает, что пуск двигателя с предварительным включением его звездой и последующим переключением на треугольник дает трехкратное уменьшение пускового тока в сети. Пусковой момент уменьшается в такой схеме в три раза, так как напряжение, подаваемое на фазу двигателя при пуске, снижается в  $\sqrt{3}$  раз.

### 12-13. Пуск в ход асинхронных двигателей с двухклеточным и глубокопазым ротором

Как показано выше, двигатели с фазным ротором имеют хорошие пусковые качества. Двигатели с короткозамкнутым ротором значительно дешевле, но их пусковые характеристики значительно хуже. Стремление к объединению достоинств этих двух типов двигателей привело к созданию асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором специального исполнения — двигателей с вытеснением тока в роторной обмотке. Статор подобных двигателей имеет обычное исполнение.

Первый такой двигатель был создан М. О. Доливо-Добровольским и имел на роторе двойную короткозамкнутую клетку. Паз ротора с двойной клеткой показан в сечении на рис. 12-24, а. В фигурных пазах ротора, непосредственно возле его поверхности, помещаются проводники пусковой клетки, выполняемые из материала с повышенным удельным сопротивлением, например из латуни или бронзы; в этих же пазах, дальше от поверхности ротора, помещаются проводники рабочей клетки из материала с малым удельным сопротивлением (медные).

На рис. 12-24, а показаны магнитные линии потоков рассеяния, связанных с обеими клетками ротора. Магнитные сопротивления для этих потоков определяются в основном сопротивлениями путей в верхней части ротора, иад пазами, так как магнитное сопротивление стали невелико. Из рис. 12-24, а следует, что поток рассеяния, связанный с верхней, пусковой, клет-

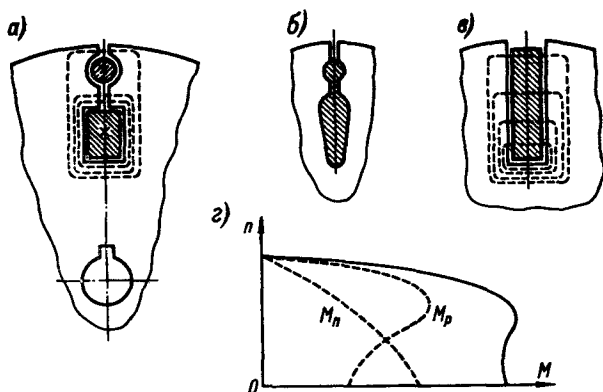


Рис 12-24. Форма пазов и механические характеристики двухклеточных и глубокопазных двигателей

кой, меньше потока рассеяния, связанного с нижней, рабочей, клеткой. Следовательно, индуктивность от потоков рассеяния нижней, рабочей, клетки, значительно больше индуктивности от потоков рассеяния верхней, пусковой, клетки.

В начале пуска двигателя, при  $n = 0$  ( $s = 1$ ), частота тока в роторе равна частоте сети, т. е. имеет наибольшее значение. При этом индуктивные сопротивления клеток велики по сравнению с активными сопротивлениями. Особенно велико индуктивное сопротивление нижней, рабочей, клетки, связанной с наибольшим потоком рассеяния. Поэтому в начале пуска, при больших скольжениях, полное сопротивление нижней клетки велико и ток в ней относительно мал. Ток проходит в основном по проводникам верхней, пусковой, клетки. Активное сопротивление этих проводников, как уже указывалось, велико, благодаря чему уменьшается пусковой ток и увеличивается пусковой момент.

По мере разгона двигателя частота тока ротора уменьшается в десятки раз, так как скольжение уменьшается от единицы до сотых долей ее. Следовательно, индуктивное сопротивление ротора, пропорциональное частоте, также уменьшается и становится незначительным не только для пусковой, но и для рабочей обмотки. При этом ток ротора, распределяющийся между обеими его клетками обратно пропорционально их сопротивлениям, начинает протекать в основном в рабочей обмотке. Поэтому к концу пуска вращающий момент двигателя создается практически только рабочей обмоткой, чем и объяс-

няется ее название; активное сопротивление ротора по окончании разгона становится в несколько раз меньше, чем при пуске. Таким образом, процесс пуска двухклеточного двигателя имеет сходство с процессом реостатного пуска двигателя с фазным ротором (см. рис. 12-22), когда в начале пуска в ротор вводится добавочное активное сопротивление, а по мере разгона это сопротивление выводится.

Вращающий момент  $M$  двухклеточного двигателя равен сумме двух моментов  $M_n$  и  $M_p$ , создаваемых пусковой и рабочей обмотками (рис. 12-24, з). Кривые зависимостей между скоростью и моментами  $M_n$  и  $M_p$  подобны искусственной и естественной механическим характеристикам (см. рис. 12-22). Зависимость скорости вращения  $n$  от суммарного момента  $M$  на рис. 12-24, з представляет собой механическую характеристику двухклеточного двигателя. В двухклеточном двигателе не только обеспечивается повышенный пусковой момент, но и ограничивается пусковой ток за счет увеличения сопротивления ротора при пуске.

Имеются и другие конструкции ротора с двойной клеткой. На рис. 12-24, б показан фигурный паз ротора с заливкой алюминием. Здесь повышенное активное сопротивление клетки при пуске обеспечивается только за счет вытеснения тока в верхние части проводников, так как материал обеих клеток одинаков. Такая конструкция двойной клетки дешевле и технологически проще первой, но пусковые свойства двигателя хуже.

Кроме двухклеточных двигателей, широко применяются также глубокопазные двигатели. Такие двигатели имеют короткозамкнутый ротор с глубоким пазом, т. е. высота паза ротора во много раз больше ширины (рис. 12-24, в). Проводник, обычно медный, сильно вытянут по высоте.

При пуске двигателя, когда частота тока в роторе наибольшая, индуктивное сопротивление нижних слоев проводника настолько велико, что ток в проводнике вытесняется в верхнюю часть его сечения. Следовательно, используется только небольшая часть площади сечения проводника, что равноценно уменьшению сечения проводника и увеличению активного сопротивления ротора. По мере разгона двигателя частота тока в роторе уменьшается, и к концу пуска вытеснение тока в проводниках ротора становится практически незаметным. Пусковые характеристики глубокопазных двигателей примерно такие же, как и у двухклеточных двигателей.

Преимущество глубокопазного двигателя перед двухклеточным состоит в большей простоте конструкции и меньшей опасности перегрева проводников ротора, так как теплота, вы-

деляющаяся при пуске в проводнике, распределяется по всему его сечению, а не только по его верхней части. Преимуществом двухклеточного двигателя является возможность придания его характеристикам наиболее благоприятной формы подбором размера сечений и различных материалов для пусковой и рабочей клеток. Применяются также двигатели с тремя клетками в роторе.

Вытеснение тока в верхние части короткозамкнутых клеток при пуске и при пониженной скорости, характерное для двухклеточных и глубокопазных двигателей, принципиально имеет место и в двигателях с короткозамкнутым ротором обычного исполнения, однако в них оно мало заметно.

#### 12-14. Работа асинхронной машины в качестве генератора и тормоза

Полученная ранее приближенная зависимость момента машины от скольжения (12-48) была представлена в виде графика только для  $0 \leq s \leq 1$ , что соответствует работе асинхронной машины в качестве двигателя. Однако выражение для вращающегося момента (12-48) справедливо и для других режимов работы, когда  $s < 0$  и  $s > 1$ . На рис. 12-25 на основании выражения (12-48) построена зависимость скольжения от момента для всех перечисленных областей изменения скольжения  $s$ ; для этих же областей построена и механическая характеристика  $n(M)$ .

Рассмотрим работу машины при  $s > 1$ . В этом случае ротор вращается навстречу вращающемуся полю (рис. 12-26, а). При этом вращающий момент, направленный, как и в случае работы машины двигателем, в сторону вращения поля, оказывается здесь действующим против вращения ротора; ротор тормозится, и машина работает в режиме электромагнитного тормоза. Это практически возможно, например, в подъемнике при спуске груза, если момент от

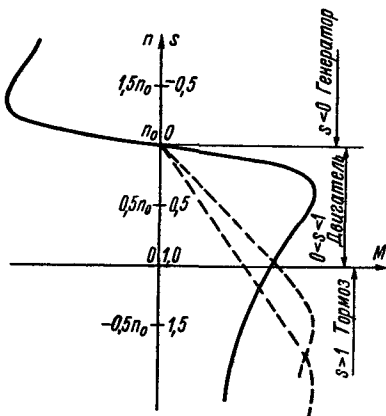


Рис. 12-25. Механические характеристики асинхронной машины, работающей в режимах двигателя, тормоза и генератора



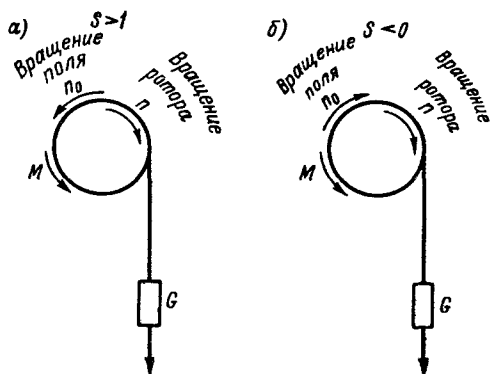


Рис. 12-26. Направление вращающего момента машины при работе в режиме электромагнитного тормоза и в режиме генератора

груза  $G$  заставляет ротор двигателя вращаться против вращения поля. В тормозном режиме в цепь фазного ротора вводится добавочное активное сопротивление, чтобы получить одну из механических характеристик, показанных на рис. 12-25 штриховыми линиями. Как видно из рисунка, на этих характеристиках возможна устойчивая работа машины при  $s > 1$ .

Работа машины в качестве тормоза возможна и в другом случае, когда машина, работающая как двигатель, выключается и сразу включается в обратном направлении. При этом двигатель вследствие собственной инерции и инерции связанных с ним вращающихся частей сохраняет некоторое время прежнее направление вращения, которое после переключения является вращением против поля, когда  $s > 1$ .

Работа машины при отрицательном скольжении ( $s < 0$ ) возможна при условии, что ее ротор приводится принудительно во вращение в направлении вращения магнитного поля со скоростью  $n > 0$ , когда

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} < 0.$$

Так как при этом ротор вращается быстрее поля, то направление, в котором линии магнитного поля пересекают проводники ротора, изменяется на обратное по сравнению со случаем, когда машина работает как двигатель. Следовательно, направление ЭДС и токов ротора также изменяется на обратное. Изменение направления токов ротора вызывает изменение знака вращающего момента, который оказывается действующим

против направления вращения ротора (рис. 12-26, б). Изменение знака момента и направления тока ротора, а следовательно, и направления соответствующей составляющей тока статора означает переход машины в режим работы генератором, когда механическая энергия, поступающая извне на вал ротора, преобразуется в машине в электрическую энергию и отдается в сеть (за вычетом потерь в машине). Как промышленные источники электрической энергии асинхронные генераторы обычно не применяются, так как имеют ряд недостатков, в частности низкий коэффициент мощности.

### 12-15. Реверсирование и электрическое торможение асинхронных двигателей

Для изменения направления вращения, *реверсирования*, асинхронного двигателя необходимо поменять местами два любых линейных провода, соединяющих трехфазную сеть со статором машины. При таком переключении порядок чередования токов в фазах изменяется на обратный, что вызывает изменение направления вращения поля и направления вращения двигателя. Схема реверсирования двигателя представлена на рис. 12-27; положения 1 и 2 рубильника соответствуют различным порядкам чередования токов в фазах и, следовательно, противоположным направлениям вращения двигателя.

Включение неподвижного двигателя в том или другом направлении производится путем включения рубильника в положение 1 или 2. При реверсировании двигателя на ходу путем переключения рубильника вначале происходит торможение от данной скорости до нулевой, а затем разгон в другом направлении. Такое торможение может быть использовано также для торможения при так называемом *противовключении*. При таком реверсировании или торможении у асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором имеют место значительные токи. Поэтому исходя из условий нагрева для этих двигателей допустимо число реверсирований в час не более десятков. Для ограничения токов и увеличения вращающих моментов в цепь фазного ротора асинхронного двигателя вводят сопротивление (соответствующие характеристики показаны штриховыми кривыми на рис. 12-25).

Рассмотрим три основных способа электрического торможения асинхронных двигателей.

*Торможение по способу противовключения*, как было указано, производится при переключении двигателя на ходу. Магнитное поле при этом вращается в другую сторону относитель-

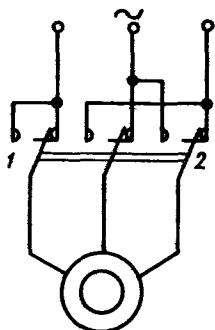


Рис. 12-27. Схема реверсирования двигателя

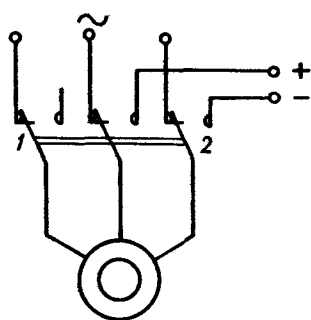


Рис. 12-28. Схема динамического торможения

но направления вращения двигателя, и вращающий момент двигателя является тормозным — действует против направления вращения.

*Генераторное торможение* имеет место при переключении многоскоростного двигателя на ходу с большей скорости на меньшую, т. е. при переключении машины с меньшего числа полюсов на большее. В первый момент переключения скорость двигателя оказывается намного больше скорости его поля, т. е. скольжение получается отрицательным и машина переходит в режим работы генератором. Торможение происходит с превращением кинетической энергии вращающихся частей в электрическую энергию, которая за вычетом потерь в машине отдается в сеть. Генераторное торможение может быть также в подъемнике при спуске тяжелого груза, разгоняющего двигатель до скорости, превышающей синхронную; тогда машина начинает отдавать в сеть энергию, сообщаемую ей опускающимся грузом.

Торможение в режиме работы генератором возможно только при сверхсинхронной скорости. Если двигатель в конце торможения должен быть остановлен, то к концу торможения следует перейти на механическое торможение или на другой вид электрического (динамическое, противовключение). Фиксация положения в конце при необходимости производится только с помощью механического тормоза.

При *динамическом торможении* обмотка статора двигателя отключается от трехфазной сети и включается в сеть постоянного или однофазного переменного тока. При этом возможны

различные способы соединения фаз обмотки статора (например, рис. 12-28).

Обмотка статора, питаемая постоянным током, создает неподвижное магнитное поле. Аналогично тому, как при нормальной работе двигателя его вращающееся поле увлекает за собой ротор, неподвижное поле при динамическом торможении заставляет ротор быстро останавливаться. Кинетическая энергия вращающихся частей переходит в теплоту, выделяющуюся в цепи ротора за счет токов, индуцированных в ней неподвижным полем статора. Плавность торможения обеспечивается регулированием напряжения на зажимах статора. Тормозной момент двигателя с фазным ротором может регулироваться также реостатом в цепи ротора. Недостатком динамического торможения является необходимость наличия источника постоянного тока с низким напряжением.

### 12-16. Потери энергии и КПД асинхронных двигателей

В электрической машине при преобразовании одного вида энергии в другой часть энергии теряется в виде теплоты, рассеиваемой в различных частях машины. Во вращающихся электрических машинах имеются потери энергии трех видов: *потери в обмотках, потери в стали и механические потери*. Кроме того, имеются незначительные *добавочные потери*.

Потери энергии в асинхронном двигателе рассмотрим при помощи его энергетической диаграммы (рис. 12-29). На диаграмме  $P_1$  — мощность, подводимая к статору из сети. Основная часть  $P_{эм}$  этой мощности, за вычетом потерь в статоре, передается электромагнитным путем на ротор через зазор;  $P_{эм}$  называется *электромагнитной мощностью*.

Потери мощности в статоре складываются из потерь мощности в его обмотке  $p_{об1} = m_1 r_1 I_1^2$  и потерь в стали  $p_{с1}$ ; мощность  $p_{с1}$  является потерями на вихревые токи и на перемагничивание сердечника статора.

Потери в стали имеются и в сердечнике ротора, но они невелики и могут не приниматься во внимание. Это объясняется тем, что скорость вращения магнитного потока относительно статора  $n_0$  во много раз больше скорости вращения магнитного потока относительно ротора  $n_0 - n$ , если скорость вращения ротора  $n$  соответствует устойчивой части естественной механической характеристики.

*Механическая мощность*  $P_{мх}$ , развиваемая на валу ротора, меньше электромагнитной мощности  $P_{эм}$  на значение мощно-

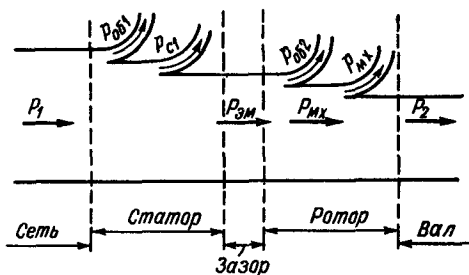


Рис. 12-29. Энергетическая диаграмма двигателя

сти  $p_{об2}$  потерь в обмотке ротора:

$$P_{мх} = P_{эм} - p_{об2}. \quad (12-54)$$

Мощность на валу двигателя

$$P_2 = P_{мх} - p_{мх},$$

где  $p_{мх}$  — мощность механических потерь, равная сумме потерь на трение в подшипниках, на трение вращающихся частей о воздух (вентиляционные потери) и на трение щеток о кольца (для двигателей с фазным ротором).

Электромагнитная и механическая мощности равны:

$$P_{эм} = \omega_0 M; \quad P_{мх} = \omega M, \quad (12-55)$$

где  $\omega_0$  и  $\omega$  — синхронная скорость и скорость вращения ротора;  $M$  — момент, развиваемый двигателем, т. е. момент, с которым вращающееся магнитное поле действует на ротор.

Из выражений (12-54) и (12-55) следует, что мощность потерь в обмотке ротора

$$p_{об2} = P_{эм} - P_{мх} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} P_{эм} = \frac{n_0 - n}{n_0} P_{эм}$$

или

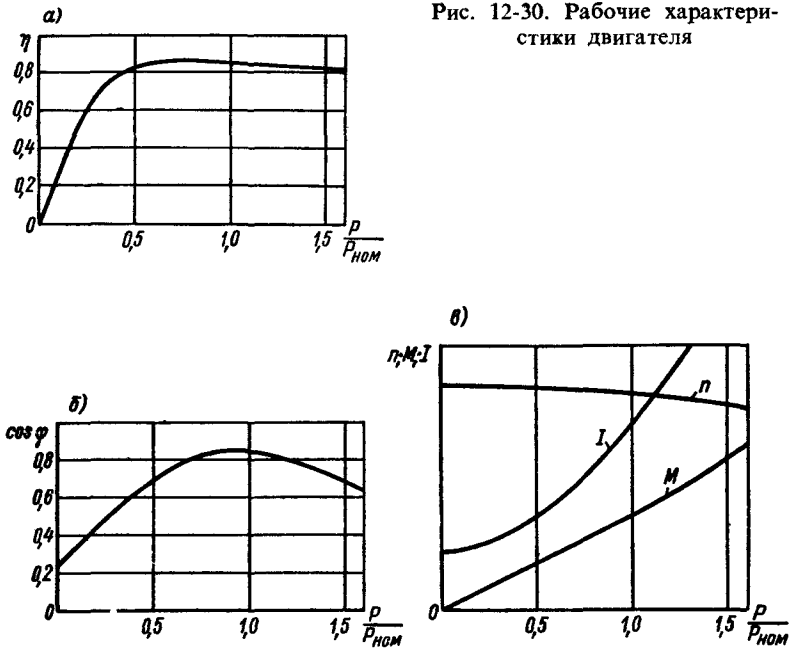
$$p_{об2} = s P_{эм}.$$

В случаях, когда известно активное сопротивление  $r_2$  фазы обмотки ротора, потери в этой обмотке могут быть найдены также из выражения

$$p_{об2} = m_2 r_2 I_2^2.$$

В асинхронных машинах имеются также добавочные потери, обусловленные зубчатостью ротора и статора, вихревыми

Рис. 12-30. Рабочие характеристики двигателя



токама в различных конструктивных узлах машины и другими причинами. При полной нагрузке двигателя потери  $p_d$  принимаются равными 0,5% его номинальной мощности.

КПД двигателя

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - (p_{об} + p_c + p_{мх} + p_d)}{P_1},$$

где  $p_{об} = p_{об1} + p_{об2}$  — суммарная мощность потерь в обмотках статора и ротора.

Поскольку общие потери зависят от нагрузки, то и КПД двигателя является функцией нагрузки. На рис. 12-30, а дана кривая  $\eta = f(P/P_{НОМ})$ , где  $P/P_{НОМ}$  — относительная мощность. Машина проектируется так, чтобы максимум ее коэффициента полезного действия  $\eta_{max}$  имел место при нагрузке, несколько меньшей номинальной. КПД двигателя достаточно высок и в широком диапазоне нагрузок (рис. 12-30, а). Для большинства современных асинхронных двигателей КПД имеет значение 80–90%, а для мощных двигателей 90–96%.

## 12-17. Рабочие характеристики и коэффициент мощности асинхронных двигателей

В гл. 2 рассмотрено народнохозяйственное значение коэффициента мощности, повышение которого необходимо для лучшего использования энергетического оборудования: генераторов электростанций, трансформаторных подстанций, линий электропередачи и распределительных сетей.

Асинхронные двигатели, как наиболее распространенные в промышленности, являются основными потребителями электроэнергии. Они могут сильно снижать  $\cos \varphi$  энергетических систем. Зависимость угла  $\varphi$  от нагрузки асинхронного двигателя была рассмотрена в § 12-9 при анализе векторной диаграммы двигателя. На холостом ходу угол  $\varphi$  велик, так как двигатель потребляет почти чисто реактивный ток, идущий на создание основного магнитного потока машины. При увеличении нагрузки и приближении ее к номинальной возрастает активная составляющая тока вследствие увеличения механической мощности на валу двигателя; реактивная составляющая тока при этом мало изменяется, так как основной поток машины примерно постоянен. Таким образом, при увеличении нагрузки двигателя угол  $\varphi$  уменьшается.

При дальнейшем росте нагрузки, когда она становится выше номинальной, сильно увеличиваются магнитные потоки рассеяния, реактивная составляющая тока возрастает и угол  $\varphi$  вновь увеличивается.

На рис. 12-30,б приведена типичная зависимость  $\cos \varphi$  от относительной мощности  $P/P_{\text{ном}}$  двигателя; наибольшие значения  $\cos \varphi$  (около 0,8–0,9) получаются в области нагрузок, близких к номинальной. При малых нагрузках  $\cos \varphi$  низок. Поэтому асинхронный двигатель следует выбирать так, чтобы он был достаточно нагружен.

Иногда для повышения коэффициента мощности применяется переключение двигателя с треугольника на звезду. Это возможно тогда, когда двигатель, предназначенный для работы при соединении обмоток статора треугольником, часть рабочего времени загружен относительно мало. В этом случае двигатель при номинальной нагрузке включается треугольником, а при понижении нагрузки в три раза переключается на звезду (при том же напряжении сети). При этом его фазное напряжение уменьшается в  $\sqrt{3}$  раз, примерно во столько же раз уменьшаются ЭДС и основной поток двигателя. Следовательно, уменьшаются намагничивающий ток и реактивная составляющая

щая общего тока машины. Активная мощность за вычетом потерь остается равной мощности, потребляемой рабочим объектом. В результате угол  $\varphi$  уменьшается и  $\cos \varphi$  возрастает. Максимальный момент машины при этом падает пропорционально квадрату фазного напряжения, т. е. втрое.

Кривые скорости, тока, вращающего момента, КПД и  $\cos \varphi$  в функции мощности, отдаваемой двигателем при неизменных напряжении и частоте сети, называются *рабочими характеристиками двигателя*. Типичные рабочие характеристики асинхронных двигателей приведены на рис. 12-30, в. Вращающий момент двигателя примерно пропорционален мощности, так как падение скорости двигателя с ростом нагрузки незначительно.

В ряде случаев требуется регулировать скорость асинхронных двигателей (см. § 12-20).

## 12-18. Однофазные асинхронные двигатели

Однофазные асинхронные двигатели имеют однофазную статорную обмотку; ротор может быть короткозамкнутым или фазным. Обмотка статора выполняется аналогично одной фазе обмотки трехфазного статора, но заполняет не  $1/3$  окружности статора, а несколько большую часть — до  $2/3$  его окружности.

Переменный магнитный поток этой обмотки неподвижен в пространстве; в зазоре между статором и ротором он направлен по оси рабочей обмотки, что схематично показано на рис. 12-31, а. На рис. 12-31, б изображена направленная по вертикали МДС  $F$  статора; значение ее изменяется во времени по гармоническому закону с амплитудой  $F_m$  и угловой частотой  $\omega$ . Эта неподвижная, но переменная во времени, т. е. пульсирующая, МДС может быть формально заменена двумя другими МДС  $F_m/2$ , постоянными по значению, но равномерно вращающимися навстречу друг другу с угловой частотой  $\omega$ . Таким образом, можно считать, что ротор однофазного двигателя находится под действием двух неизменных по значению магнитных потоков, вращающихся в противоположных направлениях.

Найдем вращающий момент двигателя, возникающий в результате взаимодействия вращающихся потоков с токами, индуцируемыми в роторе. Используем для этого метод наложения.

Момент, возникающий в роторе под действием вращающегося и постоянного по значению потока, определяется формулой (12-48) в зависимости от скольжения, т. е. от скорости ро-



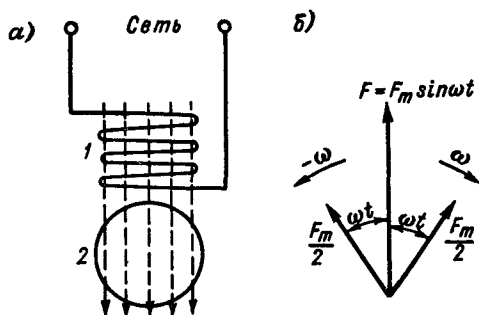


Рис. 12-31. Принцип действия однофазного асинхронного двигателя  
1 – рабочая обмотка статора; 2 – ротор

тора относительно потока. Используем эту зависимость для построения графика скорости вращения ротора в функции момента для поля, вращающегося по часовой стрелке, принимая это направление вращения за положительное направление скорости. На рис. 12-32 этот график изображен штриховой кривой 1.

Зависимость скорости от момента, создаваемого полем, вращающимся против часовой стрелки (штриховая кривая 2), должна быть симметрична кривой 1 относительно начала координат, так как поле, вращающееся во встречном направлении, создает и момент, направленный навстречу.

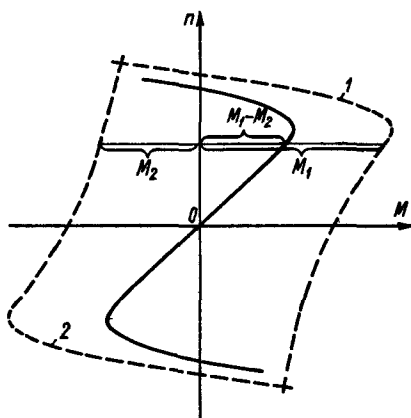


Рис. 12-32. Механическая характеристика однофазного асинхронного двигателя

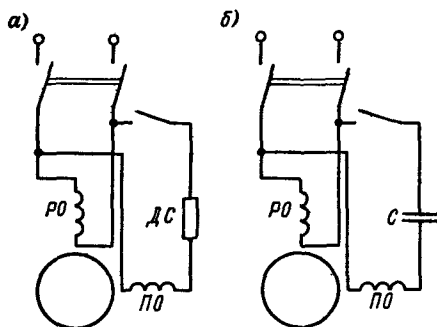


Рис 12-33 Схема пуска однофазных двигателей

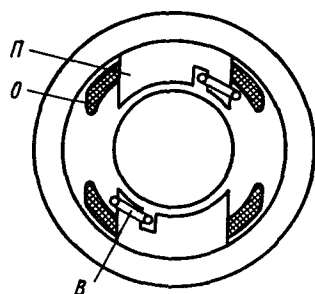


Рис 12-34 Однофазный двигатель с короткозамкнутыми витками на полюсах

Суммарный момент от действия прямого и обратного полей для каждого значения скорости  $n$  приближенно равен алгебраической сумме абсцисс  $M_1$  и  $M_2$ . В результате определения этой суммы для ряда значений скорости получается механическая характеристика  $n(M)$  однофазного асинхронного двигателя (сплошная кривая на рис. 12-32). Она симметрична относительно начала координат и проходит через него, т. е. пусковой момент двигателя равен нулю. Двигатель не может прийти во вращение без предварительного разгона ротора от какого-либо постороннего устройства. Первоначальный разгон должен сообщить двигателю такую скорость, при которой его момент превысит момент статических сопротивлений нагрузки; по окончании пуска двигатель будет вращаться в направлении первоначального толчка, которое может быть выбрано произвольно. Пуск двигателя малой мощности в некоторых случаях может производиться толчком от руки.

В большинстве случаев для пуска предусматривается пусковая обмотка; она укладывается в пазах статора, свободных от рабочей обмотки, причем ось пусковой обмотки ориентируется перпендикулярно оси рабочей обмотки. Схема включения однофазного двигателя с пусковой обмоткой дана на рис. 12-33, а. Пусковая обмотка ПО включается обычно через добавочное активное или реактивное сопротивление ДС с тем, чтобы ток в ней был сдвинут по фазе относительно тока в рабочей обмотке РО. Две взаимно перпендикулярные обмотки, питаемые токами, сдвинутыми по фазе, создают вращающееся магнитное поле.

Наиболее благоприятны условия для получения вращающегося поля при сдвиге токов, близком к  $\pi/2$ , что может достигаться включением пусковой обмотки через конденсатор  $C$  (рис. 12-33, б). Под действием вращающегося поля двигатель разгоняется, затем пусковая обмотка отключается, так как она не рассчитана на длительный ток. Для пуска двигателя в обратном направлении необходимо поменять местами зажимы пусковой или рабочей обмотки.

Другая конструкция однофазного асинхронного двигателя имеет явно выраженные полюсы  $P$  на статоре (рис. 12-34), однофазная обмотка  $O$  которых включается в сеть. Часть каждого полюса охватывается короткозамкнутым витком  $B$ . В этом витке за счет переменного потока обмотки  $O$  возникает ток, создающий свой переменный поток, сдвинутый по фазе относительно потока обмотки  $O$ . Два переменных магнитных потока, смещенных на некоторый угол в пространстве и сдвинутых по фазе, образуют вращающееся магнитное поле. Ротор такого двигателя может вращаться только в одном направлении, так как при перемене направления тока в обмотке полюсов меняется направление тока и в короткозамкнутом витке.

Однофазные двигатели имеют значительно меньшие КПД и  $\cos \phi$ , чем трехфазные; кроме того, они могут вносить асимметрию в нагрузку трехфазной цепи. Поэтому они используются только в случаях, где требуется сравнительно небольшая мощность — единицы и десятки ватт. Большое применение однофазные асинхронные двигатели находят в бытовых приборах и в медицинской аппаратуре.

В условиях эксплуатации обычных трехфазных асинхронных двигателей возможны аварийные случаи, когда двигатели переходят на режим работы в качестве однофазных. Это происходит при размыкании одного из фазных проводов или перегорании предохранителя в одном из трех линейных проводов трехфазной сети. Если это имеет место при вращении двигателя, то он не останавливается, а продолжает работать как однофазный. При переходе трехфазного двигателя в однофазный режим увеличивается его ток, уменьшаются КПД и  $\cos \phi$  двигателя. Длительная работа двигателя при значительной нагрузке сопровождается его перегревом, что приводит к выходу его из строя. Практически переход трехфазного двигателя на однофазную работу обнаруживается по значительному увеличению тока, падению скорости и характерному гудению.

## 12-19. Конструктивные исполнения асинхронных двигателей

На рис. 12-35 показан разобранный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором. Двигатель состоит из корпуса, в который помещен статор 1, ротора 2 с вентиляторами 3

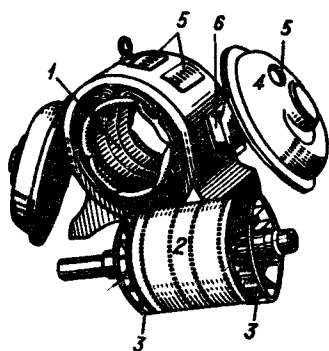


Рис. 12-35. Разобранный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором

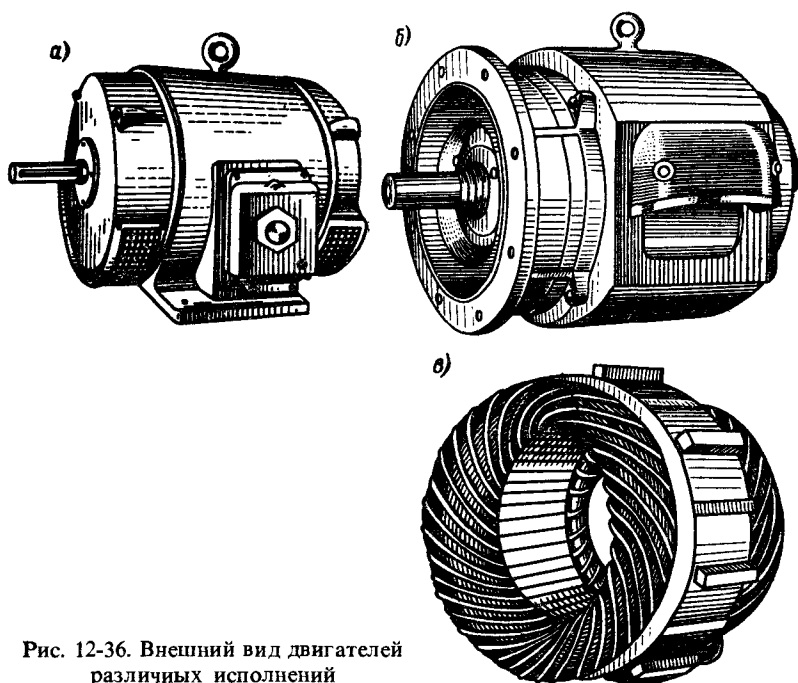


Рис. 12-36. Внешний вид двигателей различных исполнений

и подшипниковых щитов 4. На рисунке показаны также отверстия 5 для охлаждающего воздуха и коробка 6, закрывающая зажимы обмотки. Асинхронные двигатели могут иметь фазный или короткозамкнутый ротор различного исполнения. Кроме того, конструктивно двигатели различаются по способу защиты от внешних воздействий, а именно: они могут быть обычного исполнения; *защищенными* — не допускающими попадания внутрь машины капель воды и других частиц, падающих под углом 45° к вертикали; *закрытыми* — полностью изолированными от попадания в них пыли и других частиц; *вагонепроницаемыми*, *взрывобезопасными* и др.

Обычной является конструкция двигателя для установки его в горизонтальном положении (например, рис. 12-36, а), но некоторые типы двигателей, например двигатели насосов, выполняются для установки с вертикальным расположением вала. Двигатели могут выполняться с фланцем для крепления к вертикальной стенке приводимого в движение механизма (рис. 12-36, б). Электромашиностроительная промышленность выпускает также *встраиваемые* двигатели, которые монтируются внутри станка или другого приводимого в движение объекта и являются его неотъемлемой частью. На рис. 12-36, в в качестве примера представлен статор одного из типов встраиваемых двигателей.

## 12-20. Понятия о регулировании скорости асинхронных двигателей

Во многих приводах, например для металлорежущих станков, требуется регулирование скорости. Регулировать скорость привода можно при помощи механической коробки передач, но такое регулирование получается ступенчатым (что не всегда допустимо), связано с усложнением конструкции и снижением ее надежности. Поэтому в современном приводе предпочтительно регулировать скорость самого электродвигателя.

Для трехфазного асинхронного электродвигателя возможности регулирования скорости (в оборотах в минуту) определяются соотношением

$$n = \frac{60f(1-s)}{p},$$

где  $f$  — частота переменного тока;  $s$  — скольжение;  $p$  — число пар полюсов.

Рассмотрим кратко эти возможности.

1. Регулирование скорости изменением числа полюсов ма-

шины. Этот способ возможен только для двигателей специального исполнения, где обмотки статора выполняются так, чтобы, изменяя схему соединения их между собой, можно было получать  $p = 1; 2; 3; \dots$ . Такие двигатели называются многоскоростными. Регулирование является ступенчатым, например  $n_0 = 3000; 1500; 1000$  об/мин и т. д. Габариты и стоимость двигателя возрастают. Этот способ регулирования скорости применяется только для двигателей с короткозамкнутым ротором. При фазном роторе пришлось бы и в роторе переключать обмотки, что слишком сложно.

2. Регулирование скорости введением сопротивления в цепь ротора. Этот способ можно применять лишь для двигателя с фазным ротором. В каждую из трех его обмоток вводится регулировочное сопротивление в виде ступеней трехфазного реостата, рассчитанного на длительное протекание тока; в этом случае он называется регулировочным реостатом. Скольжение  $s$  при этом можно изменять плавно, что приводит к плавному регулированию скорости в широких пределах. Однако механическая характеристика получается при этом уже не такой жесткой, как без введения реостата. Другие недостатки способа — необходимость наличия реостата, рассчитанного на длительную нагрузку, и значительные потери в нем.

3. Регулирование скорости изменением частоты  $f$  напряжения сети. При плавном регулировании значения  $f$  обеспечивается плавное регулирование скорости при сохранении жесткости характеристики. В настоящее время этот способ осуществляется при помощи статических преобразователей частоты.

Эти основные, а также другие способы регулирования более подробно рассмотрены в гл. 16.

В целом возможности регулирования скорости трехфазных асинхронных двигателей значительно более ограничены, чем для двигателей постоянного тока (см. гл. 14).

## Глава 13. СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

### 13-1. Основные понятия о синхронной машине и ее принцип действия

Синхронные машины широко применяются в народном хозяйстве как электрические генераторы и двигатели преимущественно большой мощности. Практически все генераторы элек-

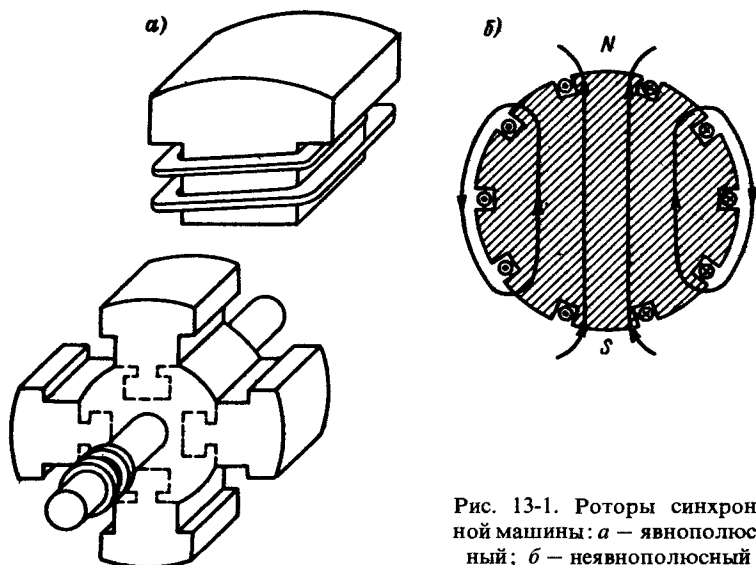


Рис. 13-1. Роторы синхронной машины: *а* — явнополюсный; *б* — неявнополюсный

трической энергии на электростанциях являются синхронными. Мощность современных крупных генераторов составляет десятки и сотни тысяч киловольт-ампер. Синхронные машины, как и все электрические машины, обратимы, т. е. они могут работать как генераторами, так и двигателями.

Синхронная машина является машиной переменного тока, устройство ее статора принципиально не отличается от устройства статора асинхронной машины; существенные отличия имеются только в машинах большой мощности. Ротор представляет собой электромагнит, обмотка которого питается постоянным током через два изолированных контактных кольца, укрепленных на валу машины и вращающихся вместе с ротором. Постоянный ток подводится к ротору извне через неподвижные щетки, скользящие по контактным кольцам. В настоящее время постоянный ток для питания обмотки ротора получают обычно от промышленной сети переменного тока при помощи управляемых тиристорных выпрямителей.

Существуют две различные конструкции ротора синхронной машины — явнополюсная и неявнополюсная. На рис. 13-1, *а* схематично изображен внешний вид явнополюсного ротора, на передней части вала видны два контактных кольца. Обмотка ротора для простоты не показана, на отдельно представленном полюсе видны два витка обмотки. Явнополюсный ротор,

имеющий выступающие полюсы, применяется для тихоходных машин со скоростями вращения до 1000—1500 об/мин. Для быстроходных мощных машин со скоростями 1500—3000 об/мин явнополюсный ротор конструктивно невыполним из-за сложности надежного крепления полюсов при больших центробежных силах. Поэтому для быстроходных машин применяется неявнополюсный ротор, имеющий вид цилиндра без выступающих полюсов. На рис. 13-1, б схематично дано сечение неявнополюсного ротора; при указанных направлениях токов в обмотке ротора в нем создается магнитное поле с двумя полюсами, показанными на рисунке.

Синхронные машины, применяемые в качестве генераторов, обычно соединяются с первичными двигателями непосредственно, без промежуточных редукторов. Первичными двигателями для мощных синхронных генераторов служат гидротурбины, паровые и газовые турбины и относительно редко — двигатели внутреннего сгорания. Гидротурбины обычно имеют малую скорость вращения (примерно десятки оборотов в минуту), а паровые турбины — большую скорость (обычно 1500—3000 об/мин). Генераторы, соединяемые с гидротурбинами, т. е. *гидрогенераторы*, имеют малую скорость вращения, поэтому их роторы выполняются явнополюсными. *Турбогенераторы*, соединяемые с паровыми турбинами, являются быстроходными машинами, и их роторы выполняются неявнополюсными.

На рис. 13-1, а показан явнополюсный ротор с четырьмя полюсами. У тихоходных машин для получения нужной частоты переменного тока явнополюсный ротор выполняется с десятками полюсов. Неявнополюсные роторы изготавливаются обычно двухполюсными или четырехполюсными.

Для получения большой МДС полюсов при относительно небольшом токе обмотки роторов делаются с большим числом витков. Постоянный ток для питания обмотки возбуждения может подводиться от небольшого генератора постоянного тока — возбудителя (вращающегося вместе с ротором или приводимого отдельным двигателем) или от выпрямительной установки.

Обмотка статора и ротор имеют одинаковое число полюсов. В ранних конструкциях синхронных машин полюсы, возбуждаемые постоянным током, размещались на неподвижном корпусе, а обмотка переменного тока — на вращающемся роторе. В настоящее время такое конструктивное исполнение применяется редко — только для маломощных низковольтных машин.



В данной главе рассматриваются только трехфазные синхронные машины, как имеющие наиболее широкое промышленное применение.

### 13-2. Холостой ход синхронного генератора

При холостом ходе ток статора синхронной машины равен нулю. На рис. 13-2 дана схема трехфазной синхронной машины. Обмотки статора обычно соединяются звездой, так как при этом в отличие от соединения треугольником в них отсутствуют высшие гармонические токи, кратные трем. Вал машины, показанный на рис. 13-2 штриховой линией, сочленен с первичным двигателем, который приводит генератор во вращение с постоянной скоростью  $n_0$  (в оборотах в минуту). Ток возбуждения  $I_{\text{в}}$ , поступающий в цепь ротора от источника постоянного тока, может регулироваться от нуля до некоторого максимального значения. Это позволяет изменять магнитный поток ротора в широких пределах, т. е. получать различные значения ЭДС статора, так как она пропорциональна магнитному потоку ротора. Найдем зависимость ЭДС от тока возбуждения при холостом ходе, т. е. при разомкнутой цепи статора.

Форма наконечников полюсов ротора выбирается такой, чтобы распределение магнитного потока по окружности статора машины было близким к синусоидальному. Поэтому можно считать, что при вращении ротора магнитный поток, свя-

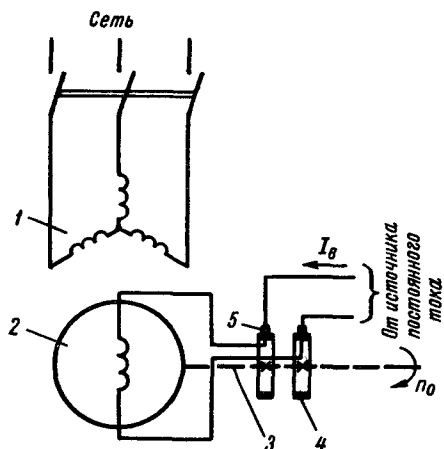


Рис. 13-2. Схема синхронного генератора

1 — статор; 2 — ротор; 3 — вал ротора; 4 — контактные кольца; 5 — щетки

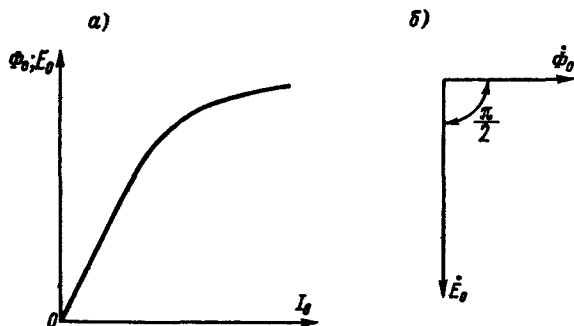


Рис. 13-3. Векторная диаграмма и характеристика холостого хода генератора

занный с каждой фазой обмотки статора, изменяется во времени по гармоническому закону. Тогда действующая синусоидальная ЭДС  $E_0$ , индуцируемая при холостом ходе в одной фазе статора, согласно (12-5) равна

$$E_0 = 4,44kwf\Phi_0, \quad (13-1)$$

где  $k$  — обмоточный коэффициент;  $w$  — число витков одной фазы статора, включенных последовательно;  $\Phi_0$  — максимальный магнитный поток полюса ротора при токе возбуждения  $I_b$ . Частота  $f$  ЭДС, индуцируемых в статоре, определяется выражением (12-4):

$$f = pn_0/60. \quad (13-2)$$

Согласно формулам (13-1) и (13-2) ЭДС статора при неизменной скорости  $n_0 = \text{const}$  пропорциональна потоку, поэтому зависимость  $E_0$  от  $I_b$ , т. е. характеристика холостого хода синхронного генератора, подобна зависимости магнитного потока от тока возбуждения (рис. 13-3, а).

На рис. 13-3, б построена векторная диаграмма магнитного потока  $\Phi_0$ , связанного с одной фазой обмотки, и ЭДС  $E_0$ , индуцируемой в этой фазе.

### 13-3. Реакция якоря синхронной машины

В машине, работающей под нагрузкой, т. е. при токах статора, не равных нулю, магнитное поле создается в отличие от холостого хода не только МДС ротора, но и МДС токов статора. Воздействие МДС статора на поле ротора называется *реакцией якоря*. Название «якорь», относящееся в синхронной ма-

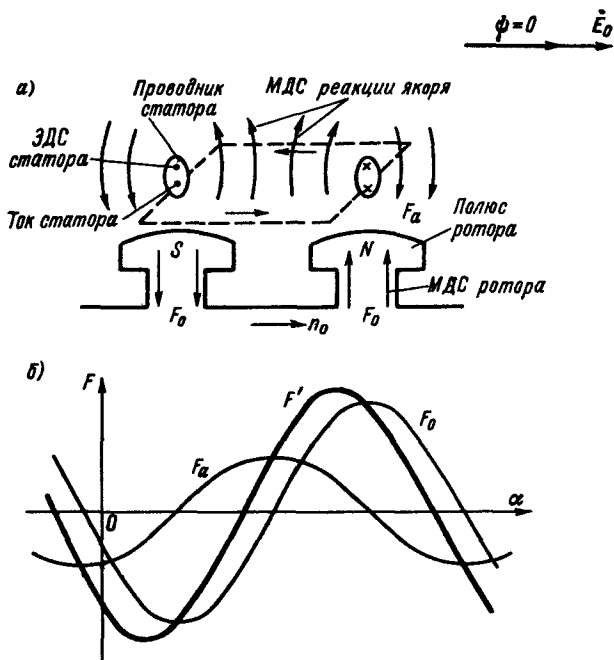


Рис. 13-4. Кривые, поясняющие действие реакции якоря

шине к обмотке переменного тока, возникло исторически, когда обмотка, в которой индуктировался переменный ток, размещалась на вращающейся части машины. Рассмотрим реакцию якоря для случая, когда машина работает генератором.

На рис. 13-4, а приведена часть ротора с двумя полюсами, которые для удобства условно показаны расположенными на участке развернутой окружности. При движении ротора в направлении, указанном стрелкой, в проводниках статора возникают ЭДС, направления которых показаны в верхней части проводников. Для простоты на рис. 13-4, а изображены только два проводника, направления тока в проводниках показаны знаками в их нижней части. Знаки даны для случая, когда токи совпадают по фазе с ЭДС ( $\psi = 0$ ). Замкнутый контур тока показан на рисунке штриховой линией. Из чертежа видно, что в пределах взятого полюсного деления МДС якоря направлена вверх.

На рис. 13-4, б показано распределение МДС  $F_0$  ротора по окружности статора машины, причем здесь и далее считается,

что кривые МДС могут заменяться их первыми гармониками; направление МДС, соответствующее северному полюсу ротора, принято за положительное.

Распределение МДС реакции якоря вдоль зазора можно по аналогии с рис. 12-11 изобразить в виде периодической прямоугольной функции, претерпевающей скачки в точках, где расположены проводники статора. На рис. 13-4 показана только первая гармоника этой функции (кривая  $F_a$ ). Суммарная МДС ротора и реакции якоря показана кривой  $F'$ .

Из рисунка видно, что в результате реакции якоря одна половина каждого полюса размагничивается, а другая — подмагничивается и кривая распределения магнитной индукции сдвигается навстречу направлению вращения ротора. Рассмотренный случай является частным, когда ток якоря совпадает по фазе с ЭДС.

В случае когда ток отстает по фазе от ЭДС, кривая  $F_a$  распределения МДС реакции якоря сдвигается еще больше против направления вращения ротора; при опережающем токе кривая сдвигается в обратном направлении. Это показано на рис. 13-5 для фиксированного момента времени при  $\psi = \pi/2$  и  $\psi = -\pi/2$ . Аналогично можно получить кривые МДС для промежуточного случая  $-\pi/2 < \psi < \pi/2$ . Из рис. 13-5 видно, что при индуктивном токе ( $\psi = \pi/2$ ) МДС реакции якоря оказывает размагничивающее действие на ротор, а при емкостном токе ( $\psi = -\pi/2$ ) — подмагничивающее.

Будем считать магнитную цепь машины ненасыщенной, в этом случае магнитные потоки пропорциональны МДС. Если магнитная цепь насыщена, то указанной пропорциональности нет и размагничивающее действие МДС сказывается сильнее, чем подмагничивающее.

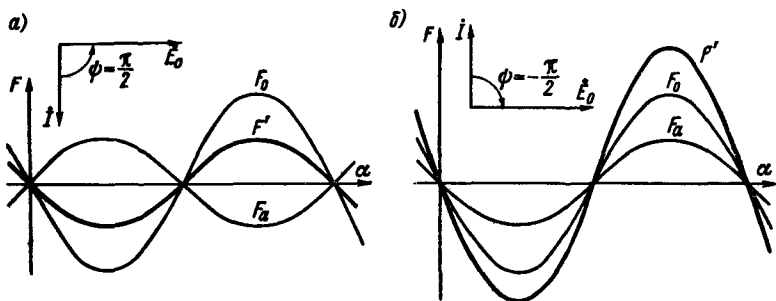


Рис. 13-5. Кривые МДС реакции якоря: а — при индуктивном токе; б — при емкостном токе

По выражению (13-2) частота ЭДС и тока статора

$$f = pn_0/60.$$

Скорость вращения магнитного поля статора

$$n = \frac{60f}{p} = \frac{60pn_0}{60p} = n_0$$

равна скорости вращения ротора, т. е. ротор вращается синхронно с магнитным полем статора, чем объясняется название рассматриваемых машин — синхронные. При частоте 50 Гц скорости вращения поля, а следовательно, и ротора синхронной машины составляют 3000; 1500; 750 об/мин и т. д.

Поскольку составляющие МДС и результирующая МДС вращаются и распределены по окружности статора по гармоническому закону, можно написать

$$\dot{F}' = \dot{F}'_0 + \dot{F}'_a. \quad (13-3)$$

Если поток реакции якоря равен  $\Phi_a$ , то результирующий магнитный поток в зазоре ненасыщенной машины

$$\dot{\Phi}' = \dot{\Phi}'_0 + \dot{\Phi}'_a. \quad (13-4)$$

ЭДС, индуцируемая потоком  $\Phi'$  в обмотке статора,

$$\dot{E}' = \dot{E}'_0 + \dot{E}'_a, \quad (13-5)$$

где  $\dot{E}'_0$  — комплексная ЭДС, индуцируемая в статоре потоком ротора;  $\dot{E}'_a$  — комплексная ЭДС, индуцируемая в обмотке статора потоком реакции якоря.

#### 13-4. Векторная диаграмма синхронного генератора

Векторная диаграмма неявнополюсного синхронного генератора дает наглядную картину связи между ЭДС, напряжением и током статора. Начнем построение диаграммы с векторов напряжения  $\dot{U}$  и тока  $\dot{I}$  статора (рис. 13-6). Знак и значение угла  $\varphi$  между этими векторами зависят от характера нагрузки генератора; диаграмма на рис. 13-6 построена для случая активно-индуктивной нагрузки, когда ток отстает по фазе от напряжения.

ЭДС, индуцируемая в фазе обмотки статора, равна сумме напряжения на зажимах фазы статора и падения напряжения в сопротивлениях этой фазы:

$$\dot{E}' = \dot{U} + r\dot{I} + jx_p\dot{I}, \quad (13-6)$$

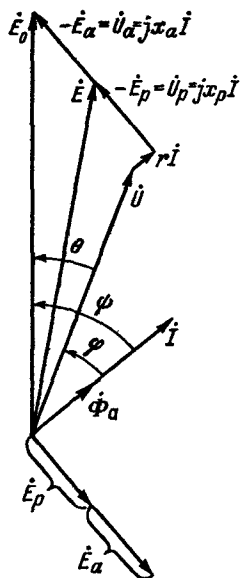


Рис. 13-6. Векторная диаграмма синхронного генератора

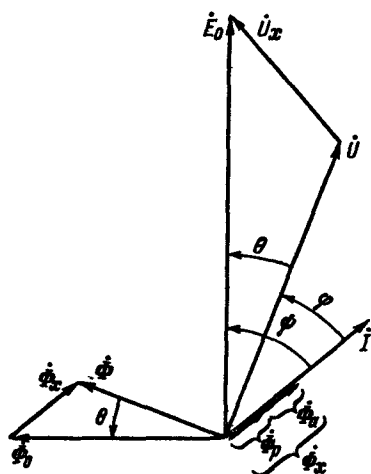


Рис. 13-7. Упрощенная векторная диаграмма синхронного генератора

где  $r$  — активное сопротивление одной фазы;  $x_p$  — индуктивное сопротивление от потоков рассеяния одной фазы обмотки статора.

Понятие индуктивного сопротивления рассеяния обмотки статора для синхронной машины такое же, как и для асинхронной (см. § 12-5). Магнитный поток рассеяния  $\Phi_p$  совпадает по фазе с током якоря, а ЭДС рассеяния  $E_p$  отстает от тока  $I$  на  $\pi/2$ . Уравнение (13-6) и каждое из последующих уравнений относятся к одной фазе обмотки статора. По выражению (13-6) на рис. 13-6 построена векторная диаграмма, где в соответствии с уравнением (13-5) указана также ЭДС  $E_0$ , создаваемая в якоре магнитным потоком ротора  $\Phi_0$  [см. уравнение (13-4)].

ЭДС  $E_a$  отстает на  $\pi/2$  от индуктирующего ее потока  $\Phi_a$  реакции якоря. Основным сопротивлением на пути магнитного потока реакции якоря является воздушный зазор, поэтому поток  $\Phi_a$  находится в фазе с током статора  $I$  и пропорционален этому току.

Подобно индуктивному падению напряжения в индуктив-

ном сопротивлении от потоков рассеяния, падение напряжения  $\dot{U}_a$ , соответствующее ЭДС  $\dot{E}_a$  от потока реакции якоря, можно считать равным произведению тока  $\dot{I}$  на индуктивное сопротивление  $jx_a$  от потока реакции якоря:

$$-\dot{E}_a = \dot{U}_a = jx_a \dot{I}. \quad (13-7)$$

Сумма векторов ЭДС  $\dot{E}$  и падения напряжения  $\dot{U}_a$  равна вектору ЭДС  $\dot{E}_0$ , индуцируемой потоком ротора в фазе статора при отсутствии реакции якоря.

На векторной диаграмме (рис. 13-6) указаны углы:  $\psi$  – между ЭДС  $E_0$  и током  $I$  и  $\theta$  – между ЭДС  $E_0$  и напряжением  $U$ .

Индуктивные падения напряжения от потоков рассеяния  $U_p = x_p I$ , потока реакции якоря  $U_a = x_a I$  можно заменить суммарным индуктивным падением напряжения  $\dot{U}_x = \dot{U}_p + \dot{U}_a = jx_c \dot{I}$ , где  $x_c = x_p + x_a$  называется *синхронным индуктивным сопротивлением* статора.

Активным сопротивлением якоря обычно можно пренебречь, так как оно незначительно по сравнению с синхронным индуктивным сопротивлением. В результате указанных упрощений из диаграммы на рис. 13-6 получаем упрощенную векторную диаграмму синхронного генератора (рис. 13-7); векторы магнитных потоков на этой диаграмме имеют следующий смысл.

Индуктивное падение напряжения  $U_x$  обусловлено суммарным действием потоков рассеяния  $\Phi_p$  и реакции якоря  $\Phi_a$ . Сумма этих потоков

$$\Phi_x = \Phi_p + \Phi_a, \quad (13-8)$$

совпадающих по фазе, представляет собой магнитный поток, создаваемый статором.

Результирующий магнитный поток  $\Phi$  равен геометрической сумме гармонически изменяющихся потоков  $\Phi_0$  и  $\Phi_x$ :

$$\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_0 + \dot{\Phi}_x. \quad (13-9)$$

Согласно рис. 13-7 напряжение на зажимах каждой фазы статора равно  $\dot{U} = \dot{E}_0 - \dot{U}_x$ . Следовательно, напряжение  $U$  соответствует магнитному потоку  $\Phi$ . Вместо выражения (13-9) можно было бы, учитывая (13-4) и (13-8), записать  $\dot{\Phi} = \dot{\Phi}' + \dot{\Phi}_p$ . Как следует из векторной диаграммы (рис. 13-7), магнитный поток  $\Phi_0$  полюсов ротора опережает результирующий магнитный поток  $\Phi$  машины на угол  $\theta$ , что соответствует пространственному сдвигу полюсов ротора в сторону опережения

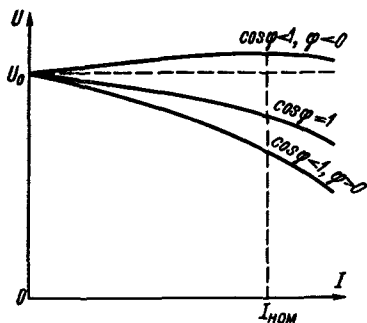


Рис. 13-8. Внешние характеристики синхронного генератора

относительно полюсов результирующего поля машины на угол  $\theta$  в электрических градусах. Сдвиг полюсов ротора относительно полюсов результирующего поля в направлении опережения характерен для ра-

боты машины в качестве генератора.

Используя векторную диаграмму, представленную на рис. 13-7, можно построить зависимость напряжения  $U$  машины от тока статора  $I$  (от тока нагрузки) при постоянном токе возбуждения  $I_b = \text{const}$ , т. е. при постоянстве значения  $E_0$ . Каждая подобная кривая (рис. 13-8) относится к случаю, когда при изменении нагрузки  $\cos \varphi$  остается постоянным. Построение внешних характеристик  $U(I)$  синхронного генератора аналогично построению внешних характеристик трансформатора по его упрощенной векторной диаграмме. Относительное изменение напряжения генератора (в процентах) при номинальном токе  $I_{\text{ном}}$

$$\Delta U_{\%} = \frac{U_0 - U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} 100,$$

где  $U_0$  — напряжение при холостом ходе;  $U_{\text{ном}}$  — напряжение при номинальном токе. Изменение напряжения сравнительно велико из-за значительной реакции якоря — до нескольких десятков процентов. Напряжение может быть сделано более стабильным, если при изменении сопротивления нагрузки, а следовательно, и тока  $I$  одновременно изменять магнитный поток ротора  $\Phi_0$ , регулируя ток возбуждения  $I_b$  машины.

### 13-5. Вращающий момент синхронной машины

Электрическая мощность, отдаваемая трехфазным синхронным генератором при симметричной нагрузке,

$$P = 3UI \cos \varphi, \quad (13-10)$$

где  $U$  и  $I$  — действующие фазные напряжение и ток.

Механическая мощность, сообщаемая генератору первичным двигателем,

$$P_{\text{мх}} = \omega_p M, \quad (13-11)$$



где  $M$  – момент сопротивления вращению ротора;  $\omega_p$  – угловая частота вращения ротора.

Эта мощность преобразуется в электрическую мощность, за вычетом потерь в генераторе.

Пренебрегая в первом приближении потерями в машине и приравнивая электрическую и механическую мощности, получим из (13-10) и (13-11) момент, преодолеваемый первичным двигателем:

$$M = \frac{3UI \cos \varphi}{\omega_p}. \quad (13-12)$$

В рассматриваемом случае, когда машина работает генератором, развиваемый ею момент противодействует вращению ротора, т. е. является тормозящим. Формула (13-12) справедлива и для случая работы машины двигателем, но при этом момент  $M$  становится движущим (синхронный двигатель рассматривается ниже).

Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 13-9, следует

$$U_x \cos \varphi = E_0 \sin \theta$$

или

$$I \cos \varphi = \frac{E_0 \sin \theta}{x_c}. \quad (13-13)$$

С учетом (13-2) угловая частота вращения ротора (в радианах в секунду) равна

$$\omega_p = 2\pi n_0/60 = 2\pi f/p = \omega/p, \quad (13-14)$$

где  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота переменного тока.

Подставляя (13-13) и (13-14) в (13-12), находим

$$M = M_{\max} \sin \theta, \quad (13-15)$$

где максимальный момент

$$M_{\max} = 3 \frac{p}{\omega} \frac{UE_0}{x_c} = 3 \frac{p}{\omega} UI_k; \quad (13-16)$$

здесь  $I_k$  – ток короткого замыкания генера-

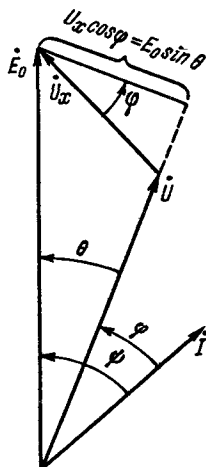


Рис. 13-9. Векторная диаграмма к определению вращающего момента синхронной машины

тора, устанавливающийся в генераторе при замыкании обмотки статора, в которой индуцируется ЭДС  $E_0$ .

Согласно выражению (13-15) вращающий момент синхронной машины и ее мощность пропорциональны синусу угла сдвига между осями полюсов ротора и результирующего магнитного поля машины.

У явнополюсных машин зависимость вращающего момента от угла  $\theta$  отклоняется от чисто синусоидальной за счет реактивного момента.

### 13-6. Включение синхронного генератора в сеть и параллельная работа синхронных машин

Выше синхронный генератор рассмотрен как отдельно взятая машина. В действительности же на каждой электростанции всегда имеется некоторое число синхронных генераторов, предназначенных для параллельной работы на общую сеть. В свою очередь, электростанции подключаются параллельно единой энергетической системе, которая, как известно, может охватывать ряд государств.

Рассмотрим процесс подключения синхронного генератора к электрической сети. Одна из возможных схем подключения дана на рис. 13-10, а. Перед включением скорость вращения ротора подключаемого генератора регулируется так, чтобы ча-

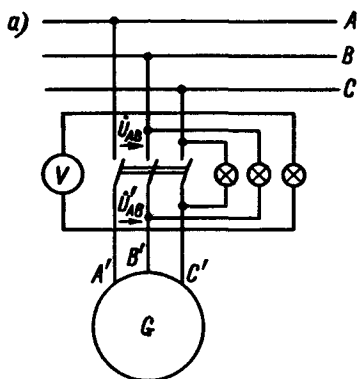
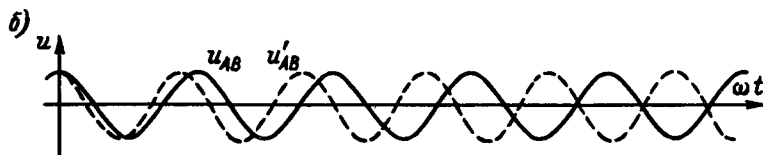


Рис. 13-10. Включение синхронного генератора в сеть



стота ЭДС генератора была равна в пределах точности измерения частоте сети. Затем регулировкой тока возбуждения генератора устанавливается равенство напряжений генератора и сети. Нормальное включение генератора в сеть возможно только при условии, что напряжения сети и генератора, взятые между любыми двумя проводами, например  $\dot{U}_{AB}$  и  $\dot{U}'_{AB}$ , равны по значению и совпадают по фазе. В противном случае между сетью и генератором возникает уравнивающий ток. Совпадение фаз напряжений сети и генератора между всеми тремя парами проводов возможно только при одинаковом чередовании фаз сети и генератора.

Рассмотрим, в какой момент времени возможно подключение генератора. На рис. 13-10, б построен график напряжений сети  $u_{AB}$  и генератора  $u'_{AB}$  между проводами  $A$  и  $B$ ; момент, близкий к приемлемому для включения, показан в начале графика. Из-за некоторого несовпадения частот этих напряжений они периодически оказываются близкими то к положению совпадения фаз, когда напряжения действуют согласно, то к положению противоположности фаз, когда напряжения действуют встречно. В связи с этим показанные на схеме три лампы периодически то светятся ярко (фазы напряжений генератора и сети совпадают), то гаснут (фазы напряжений противоположны).

Включение производится в середине промежутка времени, в течение которого лампы не горят. Для более точного контроля момента включения рубильника параллельно одной из ламп может быть включен вольтметр. Может оказаться, что лампы будут перед подключением генератора загораться и гаснуть не одновременно, а по очереди. Это укажет на неодинаковую последовательность фаз сети и генератора; в этом случае для получения одинакового чередования фаз следует поменять местами любые два провода, идущие от генератора или от сети к рубильнику.

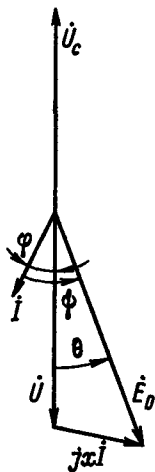
Кроме показанной схемы включения ламп на «потухание», применяется и схема включения ламп на «вращение огня», когда две лампы из трех подключаются к разноименным фазам.

Процесс включения генератора в сеть может быть автоматизирован.

После включения генератора в сеть его частота остается равной частоте сети уже без каких-либо специальных мер, а лишь в силу физических процессов в генераторе, которые здесь не рассматриваются.

Рассмотрим теперь, как поддерживается синхронное вращение какой-либо машины, работающей параллельно с сетью.

Рис. 13-11. Векторная диаграмма синхронных машин при работе



Разберем сначала случай работы машины без нагрузки (холостой ход). Напряжение  $\dot{U}_c$  сети уравнивается напряжением  $\dot{U}$  синхронной машины. Если пренебречь активным сопротивлением обмотки статора, будем иметь

$$\dot{U}_c = jx\dot{I} - \dot{E}_0 = -\dot{U}.$$

При работе машины на холостом ходу вектор тока  $\dot{I}$  перпендикулярен векторам напряжений  $\dot{U}$  и  $\dot{U}_c$ , а падение напряжения  $\dot{U}_x = jx\dot{I}$  находится либо в фазе, либо в противофазе с напряжением  $\dot{U}$ .

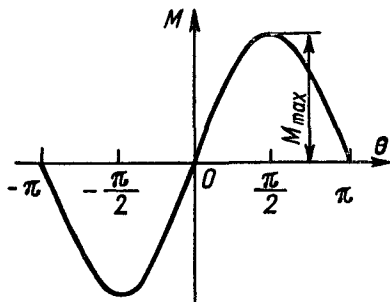
Предположим, что вследствие каких-либо причин скорость ротора возросла. При этом вектор ЭДС  $\dot{E}_0$  сдвинется в сторону опережения, а протекающий в обмотках статора уравнивающий ток  $\dot{I}$  будет отставать (при перевозбуждении) от  $\dot{U}$  на угол  $\varphi$ , меньший  $90^\circ$  (рис. 13-11). Это значит, что машина переходит в режим работы генератором, отдавая в сеть мощность  $3UI \cos \varphi$ . Возникающий при этом тормозной момент замедляет ротор до прежней скорости. При кратковременном снижении скорости ротора ЭДС  $\dot{E}_0$  сдвинется в сторону отставания, мощность  $3UI \cos \varphi$  станет отрицательной. Это означает, что машина будет потреблять мощность из сети, т. е. войдет в режим работы двигателем. В машине возникнет вращающий момент, ускоряющий ротор и восстанавливающий синхронную скорость.

Подобно этому протекают процессы восстановления синхронного хода машины и под нагрузкой, когда отклонения от установившейся скорости приводят к возникновению компенсирующих моментов (вращающего или тормозного).

### 13-7. Работа синхронной машины в режиме двигателя

В режиме двигателя синхронная машина потребляет энергию из сети и преобразует ее в механическую энергию. Момент машины при этом является движущим, а не тормозящим, как в режиме генератора. Это соответствует тому, что в формуле (13-15) становится  $\theta < 0$ . Физически это означает, что в двигателе в отличие от генератора полюсы ротора отстают от вра-

Рис. 13-12. Угловые характеристики синхронной машины



щающегося поля; теперь уже последнее «ведет» за собой ротор. При этом скорость ротора равна синхронной  $n_0$ , а угол  $\theta$  определяется формулой (13-15) с учетом равенства моментов двигателя

и нагрузки. Это равенство возможно при условии, что момент нагрузки не превышает наибольшего значения момента  $M_{\max}$ , который в состоянии развить синхронная машина. В противном случае равновесие между моментами будет невозможно, поддержание синхронной скорости вращения ротора нарушится и машина выпадет из синхронизма. Ее скорость начнет падать, возникнут недопустимые колебания тока и вращающего момента двигателя; при этом последний должен быть немедленно отключен от сети.

Практически работа машины в качестве двигателя возможна только тогда, когда момент нагрузки меньше  $M_{\max}$ . Обычно при номинальной нагрузке угол  $\theta$  устанавливается в пределах  $20-30^\circ$ . Соответственно номинальный момент  $M_{\text{ном}}$  двигателя не превышает  $0,5M_{\max}$ . Эти значения аналогичны указываемым обычно и для генератора.

На рис. 13-12 приведены угловые характеристики синхрон-

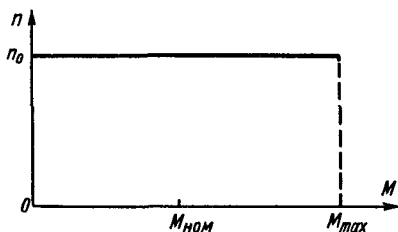


Рис. 13-13. Механическая характеристика синхронного двигателя

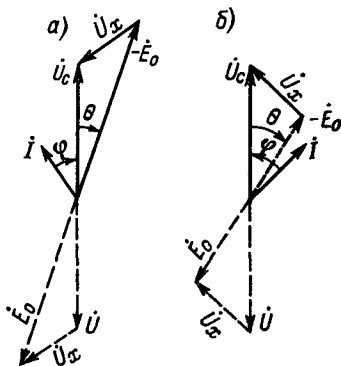


Рис. 13-14. Векторные диаграммы синхронного двигателя

ной машины, построенные в соответствии с формулой (13-15) для  $-180^\circ < \theta < 180^\circ$ . Область положительных углов  $\theta$  относится к работе машины генератором, а область отрицательных углов — к работе двигателем.

На рис. 13-13 приведена механическая характеристика синхронного двигателя. Она часто называется *абсолютно жесткой*, так как скорость двигателя не зависит от момента нагрузки и равна синхронной скорости  $n_0$ .

Рассмотрим сдвиг тока двигателя относительно напряжения сети (рис. 13-14). Здесь учтено, что  $\theta < 0$  в отличие от рис. 13-7. Механическая диаграмма дана для двух случаев: перевозбуждения машины, когда  $E_0 > U_c$  (рис. 13-14, а), и недо возбуждения, когда  $E_0 < U_c$  (рис. 13-14, б). В первом случае ток  $I$  является для сети опережающим, а во втором — отстающим.

В отношении выполнения двигателем механической работы совершенно безразлично, каков режим возбуждения машины, так как двигатель в обоих режимах может обеспечивать нужный механический момент. Однако с электроэнергетической точки зрения режим возбуждения крайне важен, поскольку, как и в случае работы генератором, он определяет значение и фазовый сдвиг тока  $I$ . Это можно видеть из сравнения диаграмм а и б на рис. 13-14.

Для одиночного синхронного двигателя было бы наиболее выгодно подобрать такой ток возбуждения, когда необходимая механическая мощность получается при наименьшем рабочем токе  $I$  ( $\varphi = 0$ ). Из рис. 13-14 следует, что это имеет место при некотором перевозбуждении. Предполагается, что двигатель при этом обладает достаточной перегрузочной способностью. Практически синхронные двигатели обычно подключены к сети, от которой одновременно питаются и другие потребители. Основную часть нагрузки чаще всего дают асинхронные двигатели, всегда потребляющие ток, отстающий по фазе от напряжения сети. Поэтому наиболее рационально заставить синхронные двигатели работать с опережающими токами, чтобы их реактивные составляющие хотя бы частично компенсировали отстающие реактивные составляющие тока асинхронных двигателей.

Способность синхронных двигателей работать при опережающем токе является очень ценной и используется для повышения коэффициента мощности ( $\cos \varphi$ ) отдельных потребителей и энергетических систем в целом.

### 13-8. Пуск в ход и основные характеристики синхронных двигателей

Пуск в ход синхронного двигателя обычного исполнения непосредственным включением в сеть невозможен. В момент включения двигателя в сеть ротор неподвижен. Пусть в момент включения взаимное расположение полюсов ротора (изображены сплошной линией) и магнитного поля статора (полюсы даны штриховой линией) будет таким, как показано на рис. 13-15, а. Так как разноименные полюсы стремятся расположиться друг против друга, возникает момент, действующий со стороны статора на ротор в направлении часовой стрелки. Через половину периода переменного тока, питающего статор, поле статора повернется на одно полюсное деление, т. е. полюсы поля статора поменяются местами. Ротор за это же время практически не сдвинется с места из-за механической инерции; взаимное расположение полюсов ротора и поля статора будет таким, как показано на рис. 13-15, б; при этом момент, действующий со стороны статора на ротор, окажется направленным против часовой стрелки. В результате ротор не сдвинется с места, так как он будет находиться под действием кратковременных знакопеременных толчков.

Пуск синхронного двигателя возможен лишь при условии, что предварительно будет произведен разгон ротора до скорости, равной синхронной или близкой к ней. Это может быть сделано, например, при помощи какого-либо постороннего двигателя. Теперь такие вспомогательные разгонные двигатели мало применяются, так как они удорожают установку с синхронным двигателем и увеличивают ее габариты.

Для синхронных двигателей обычно применяется асинхронный пуск в ход, состоящий в том, что в начале пуска двигатель разгоняется как асинхронный. Для этого ротор снабжается короткозамкнутой обмоткой, подобной короткозамкнутой клетке асинхронного двигателя.

В процессе пуска перед включением статора двигателя

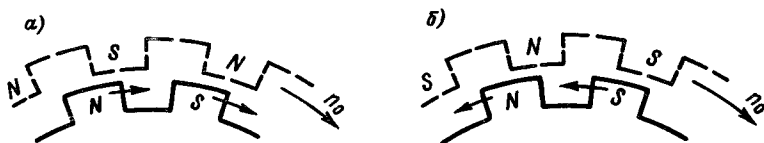
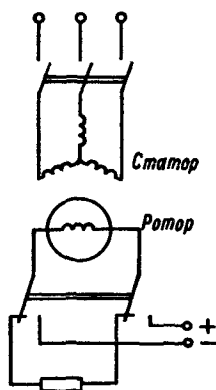


Рис. 13-15. Взаимодействие полюсов при пуске в ход синхронного двигателя

Рис. 13-16. Схема синхронного двигателя с асинхронным пуском



в трехфазную сеть обмотка возбуждения, т. е. обмотка ротора, замыкается на сопротивление; постоянный ток в эту обмотку пока не подается. Затем включается обмотка статора и возникает вращающееся магнитное поле. Оно индуцирует токи в пусковой клетке ротора, в результате чего возникает вращающий момент и двигатель разгоняется до некоторой установившейся скорости  $n$ . Все происходит так же, как и при пуске асинхронного двигателя; поэтому скорость  $n$  оказывается близкой к синхронной скорости  $n_0$ , т. е. к скорости вращения поля, но меньшей, чем  $n_0$ , на несколько процентов. Затем обмотка возбуждения отключается от сопротивления и подключается к источнику постоянного тока.

В результате возникает обычный для синхронной машины момент взаимодействия вращающегося поля статора и полюсов ротора и машина втягивается в синхронизм, т. е. ротор начинает вращаться синхронно с полем. Схема асинхронного пуска синхронного двигателя дана на рис. 13-16.

У мощных синхронных двигателей для уменьшения пускового тока применяется, как правило, пуск при помощи автотрансформатора или реактивных сопротивлений (реактора), включаемых последовательно с обмоткой статора. Непосредственный пуск применяется только для двигателей относительно небольшой мощности — до сотен киловатт. Пусковая клетка синхронного двигателя в отличие от клетки асинхронной машины рассчитывается только для кратковременного процесса пуска и имеет относительно небольшую массу.

При вращении ротора с синхронной скоростью, т. е. при отсутствии скольжения, в пусковой клетке токи не возникают и в дальнейшей работе машины клетка не участвует. Исключения составляют моменты времени, когда машина испытывает кратковременные толчки при изменении нагрузки; при этих толчках в асинхронной обмотке возникают токи и вращающий момент, препятствующий колебаниям скорости. Замыкание обмотки возбуждения на сопротивление в начале пуска производится для того, чтобы вращающееся поле не могло создать в неподвижной роторной обмотке большую ЭДС, опасную для изо-



ляции машины. Кроме того, роторная обмотка, замкнутая на активное сопротивление, работает как дополнительная асинхронная обмотка и создает дополнительный пусковой момент.

Синхронные двигатели конструктивно сложнее асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором, так как имеют значительно более сложную конструкцию ротора. Для синхронного двигателя требуется источник постоянного тока. Пуск синхронных двигателей значительно сложнее, чем асинхронных; он состоит из нескольких операций, при этом необходимы более сложные пусковые устройства. В то же время синхронные двигатели могут работать с любым коэффициентом мощности, который можно изменять независимо от нагрузки на валу двигателя, регулируя его ток возбуждения. Таким образом, синхронный двигатель позволяет повышать коэффициент мощности потребителя.

Достоинством синхронного двигателя является также то, что его максимальный момент зависит от напряжения сети в первой степени согласно формуле (13-16), а не во второй степени, как для асинхронного двигателя, согласно формуле (12-50). Это значит, что в обычных условиях колебаний напряжения сети при изменении ее нагрузки момент синхронного двигателя является более стабильным.

Сопоставление достоинств и недостатков синхронных двигателей показывает, что их целесообразно применять для установок большой мощности, начиная примерно с 50—100 кВт, в особенности для установок, работающих в условиях редких пусков. Примерами таких установок могут быть мощные компрессоры и электромашинные преобразователи переменного тока в постоянный.

### 13-9. Синхронные компенсаторы

Способность синхронной машины вызывать в сети опережающий ток и служить генератором реактивной мощности является настолько ценной, что широкое применение находят синхронные машины, предназначенные специально для работы в качестве двигателей на холостом ходу, генерирующих реактивную мощность и повышающих  $\cos \phi$  сети. Такие машины, называемые синхронными компенсаторами, обычно работают в режиме перевозбуждения, вызывая ток, опережающий напряжение сети на угол, близкий к  $\pi/2$ . Тем самым компенсируется реактивная составляющая тока других потребителей.

При работе синхронных компенсаторов уменьшается результирующий ток, нагружающий электрическую сеть. Потре-

бление энергии синхронными компенсаторами невелико, так как потери мощности в синхронных компенсаторах не превышают 2–3% их номинальной мощности. Номинальная мощность синхронных компенсаторов определяется значением полной мощности в киловольт-амперах. По сравнению с конденсаторами, которые также вызывают в сети опережающий ток и используются для повышения  $\cos \varphi$  сети, синхронные компенсаторы дешевле, имеют меньшие габариты при той же мощности, но потери мощности в них больше потерь в конденсаторах.

Синхронные компенсаторы обладают некоторыми конструктивными особенностями по сравнению с другими синхронными машинами. Они имеют облегченную механическую конструкцию, так как не несут механической нагрузки, и увеличенное сечение обмотки возбуждения, которая рассчитывается на длительную работу в режиме перевозбуждения. Пуск синхронных компенсаторов производится так же, как и синхронных двигателей.

### 13-10. Потери энергии и КПД синхронных машин

Потери энергии в синхронных машинах можно разделить на следующие: а) потери в обмотках статора и ротора; б) потери в стали (эти потери практически имеют место только в статоре, так как ротор вращается синхронно с магнитным потоком и не перемагничивается); в) механические потери (на трение в подшипниках, в скользящих контактах, т. е. между кольцами и щетками, и на трение вращающихся частей о воздух – вентиляционные потери).

Кроме того, в синхронной машине имеются добавочные потери, обусловленные пульсациями магнитного потока при переходе его через пазы статора, вихревыми токами в ряде частей машины и другими причинами. Имеются также потери в источнике постоянного тока, питающем обмотку возбуждения.

Пусть  $p$  – сумма всех потерь мощности, тогда коэффициент полезного действия трехфазной синхронной машины может быть представлен в следующем виде:

для генератора

$$\eta = \frac{\sqrt{3} UI \cos \varphi}{\sqrt{3} UI \cos \varphi + p};$$

для двигателя

$$\eta = \frac{\sqrt{3} UI \cos \varphi - p}{\sqrt{3} UI \cos \varphi},$$

где  $U$  и  $I$  — действующие линейные напряжение и ток.

КПД синхронных машин, как и других электрических машин, является функцией их нагрузки. Кривая КПД синхронной машины в функции отношения мощности к номинальной мощности имеет примерно такой же вид, как и у синхронной машины [см. кривую  $\eta = f(P/P_{\text{ном}})$  на рис. 12-30]. Максимум КПД соответствует нагрузкам, близким к номинальной. Он равен 88–95% и выше для машин большой мощности.

### 13-11. Конструктивные исполнения синхронных машин

В настоящее время наша промышленность выпускает различные типы синхронных генераторов, двигателей и компенсаторов с широким диапазоном мощностей. Среди синхронных генераторов имеются турбо- и гидрогенераторы уникальных мощностей, предназначенные для осуществления грандиозных планов развития электрификации СССР.

Мощность отечественных турбо- и гидрогенераторов достигает 1200 и 690 тыс. кВт·А соответственно с перспективой дальнейшего увеличения.

Турбогенераторы имеют горизонтальное исполнение, т. е. вал турбогенератора располагается горизонтально, как и вал паровой турбины, с которым он непосредственно сочленяется. Мощные гидрогенераторы имеют вертикальное исполнение, т. е. вертикальное расположение вала, сочленяемого с вертикальным валом гидротурбины. Гидротурбины размещаются под полом машинного зала, в котором находятся гидрогенераторы. Высота каждой установки, состоящей из гидротурбины и генератора, может достигать высоты здания в несколько этажей.

Отечественная промышленность выпускает также синхронные компенсаторы мощностью до 150 тыс. квар.

Синхронные трехфазные двигатели изготавливаются на различные мощности — до 22 тыс. кВт. Эти двигатели, как и асинхронные, могут иметь различное исполнение в зависимости от способа их защиты от внешних воздействий (открытое, защищенное, закрытое и т. д.).

Синхронные двигатели выпускаются как универсальные, так и специального назначения. Обычным является использование двигателей с горизонтальным расположением вала. изгото-

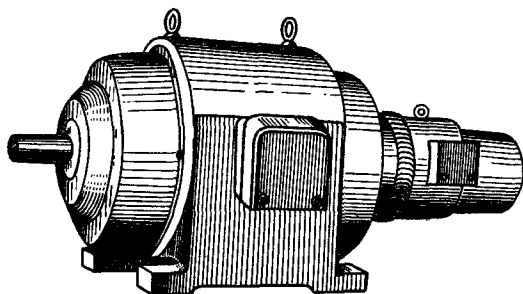


Рис. 13-17. Трехфазный синхронный двигатель горизонтального защищенного исполнения

входят также двигатели для установки с вертикальным расположением вала.

На рис. 13-17 в качестве примера изображен трехфазный синхронный двигатель горизонтального защищенного исполнения, имеющий консольно присоединенный возбудитель (удлиненная цилиндрическая часть корпуса, вытянутая вдоль правого конца вала).

## Глава 14. МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

### 14-1. Принцип действия и основные понятия

Электрические машины постоянного тока широко применяются в народном хозяйстве и в быту. Электродвигатели постоянного тока служат для привода различных установок и механизмов, в которых требуется простое и экономичное регулирование скорости вращения.

В качестве источников энергии постоянного тока раньше обычно применялись генераторы постоянного тока. В настоящее время они используются относительно мало, так как для получения энергии постоянного тока разработаны и широко применяются различные преобразователи переменного тока в постоянный.

В § 2-1 на рис. 2-1 показано, как при вращении витка в однородном магнитном поле в нем индуцируется переменная ЭДС. Для получения во внешней цепи ЭДС неизменного направления можно использовать простейшую модель, изобра-

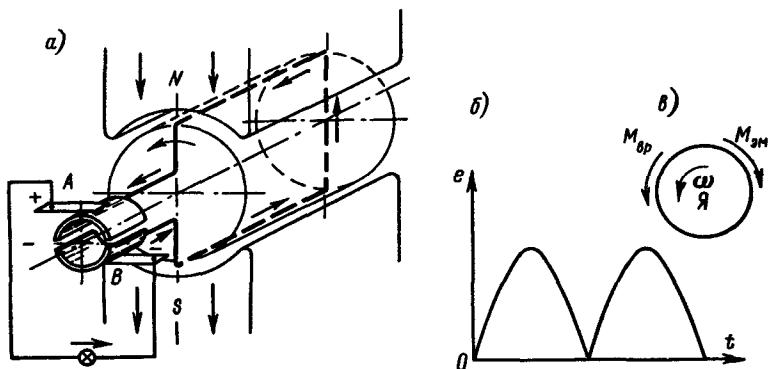


Рис. 14-1. Модель устройства для получения постоянного тока: *а* — схема модели; *б* — график пульсирующей ЭДС; *в* — направление вращающихся моментов  $M_{вр}$  и  $M_{эм}$  в генераторе

женную на рис. 14-1. В этой модели при вращении витка щетки *A* и *B* скользят по двум половинам медного кольца, разрезанного точно по линии, проходящей через середину промежутка между полюсами, по так называемой *геометрической нейтралли*.

Половины колец изолированы друг от друга. Щетки находятся в контакте с двумя половинами колец. В положении, показанном на рис. 14-1, *а*, индуцированная ЭДС действует во внешней цепи от щетки *A* к щетке *B*. После прохождения витка через нейтраль направление ЭДС в витке изменяется на обратное, но при этом вследствие перехода щеток на другие половины кольца происходит переключение, *коммутация*, внешней цепи так, что ЭДС будет действовать во внешней цепи в прежнем направлении.

Если виток вращается в однородном магнитном поле, то ЭДС витка изменяется по гармоническому закону, а пульсирующая ЭДС между щетками при переключениях имеет неизменное направление (рис. 14-1, *б*).

Если несколько витков (*m*) расположить равномерно по окружности и разрезать медное кольцо на  $2m$  секций, подсоединив концы витков к соответствующим секциям медного кольца, можно уменьшить пульсацию ЭДС в модели.

При протекании тока нагрузки по проводникам в магнитном поле приведенной модели генератора на проводники витка действуют силы, направления которых определяются по правилу левой руки. Эти силы создают вращающий момент  $M_{эм}$ , действующий против направления вращения  $\omega$  (рис. 14-1, *в*). Вращающийся момент  $M_{вр}$  создается силами, действующими на проводники витка со стороны щеток.

щающий момент  $M_{эм}$  уравнивается равным по значению и действующим в обратном направлении вращающим моментом  $M_{вр}$ , который создается устройством, приводящим во вращение модель. Такие направления токов проводников и моментов, действующих в модели, определяют режим работы модели в качестве *генератора*. Если питать модель от какого-либо источника энергии током другого направления, то изменятся направления сил, действующих на виток, и вращающего момента  $M_{эм}$ , который будет теперь действовать в сторону вращения, а приведенная модель может служить для получения механической энергии, следовательно, будет работать *двигателем*.

Изложенное определяет *принцип обратимости*, по которому электрическая машина может работать и в качестве генератора, и в качестве двигателя.

## 14-2. Устройство и некоторые элементы конструкции машин постоянного тока

Электрические машины постоянного тока могут иметь различное конструктивное исполнение в зависимости от применения (открытые и закрытые), способа вентиляции (естественная или принудительная), электрических характеристик (мощность, напряжение, сила тока, тип обмотки).

Несмотря на различное конструктивное исполнение, каждая машина состоит из основных частей, имеющих определенное назначение.

На рис. 14-2 показаны продольный и поперечный разрезы машины постоянного тока средней мощности.

Несущей частью машины является *станина 1*, которая изготовляется из толстой листовой стали путем изгибания в вальцах; станины могут выполняться литыми из чугуна, могут быть и из литой стали. К станине приварены лапы, которые опираются на фундамент. Станина служит ярмом (б), по которому проходит магнитный поток полюсов. *Подшипниковые щиты* крепятся в торцах станины; в выточках щитов монтируются *шариковые* и *роликовые подшипники 2*, в которых вращается вал; могут применяться и *подшипники скольжения*.

К станине на болтах крепятся *основные полюсы 13* с *полюсными наконечниками 10*, которые штампуются обычно вместе из листовой стали; листы стали стягиваются при помощи шпилек. На полюсах помещаются *катушки обмотки полюсов 11*, возбуждающие магнитный поток. В малых машинах листы стали могут штампуются одним штампом — полюсы и ярмо. Раньше полюсы иногда выполнялись литыми, а полюсные на-

конечники крепились к полюсам болтами. *Добавочные полюсы 12* значительно уже основных, они служат для улучшения коммутации при переключениях на коллекторе секций обмотки якоря. Обмотка добавочных полюсов 9 включается последовательно в цепь машины и выполняется из толстого медного провода или шины. На рис. 14-3 изображен основной полюс машины.

*Сердечник якоря 5* собирается из тонких круглых листов стали, которые штампуются из листов, изолированных с одной стороны, с отверстием для вала и пазами для укладки обмотки. Сталь собирается в пакеты, прессуется и удерживается в прессованном состоянии при помощи двух крайних нажимных дисков. Если имеется несколько пакетов, то между ними выполняются вентиляционные каналы. Лобовые части обмотки удерживаются при вращении проволочными бандажами. Концы секций обмотки якоря 8 припаиваются к пластинам *коллектора 3*. Коллектор собирается из пластин твердотянутой меди трапециевидального сечения с прокладками из *миканита*. После сборки коллектор обрабатывается и выполняются выточки для крепления в виде «ласточкина хвоста». Коллектор затягивается при помощи *нажимных конусов*. Коллектор изолирован от конусов и корпуса миканитовыми манжетами и прокладками. Затяжка конусов производится в горячем состоянии. Коллекторные пластины могут и штамповаться с последующей обработкой. Изоляция коллектора может выполняться и из пластмасс. Если диаметр якоря не сильно отличается от диаметра коллектора, то провода секций обмоток впаиваются в прорези концов пластин; в противном случае в прорези пластин впаиваются плоские медные пластины (*петушки*), к которым припаиваются концы секций. Продольный разрез коллектора дан на рис. 14-4.

В кольцевой выточке подшипникового щита устанавливается *траверса*, которая может перемещаться. На круглых изолированных от траверсы *щеточных пальцах 4* устанавливаются *щеткодержатели* (рис. 14-5). Щетки свободно перемещаются в обоймах щеткодержателей и прижимаются к коллектору пружинами. У крупных машин щеткодержатели крепятся на специальных *бракетах*, которые устанавливаются на станине.

Для машин применяются угольно-графитовые, графитовые, а при низких напряжениях иногда металлоугольные щетки, обычно прямоугольного сечения.

Траверсы с одинаковой полярностью соединяются при помощи толстых изолированных медных проводов или шин, и от них прокладываются выводные шины.

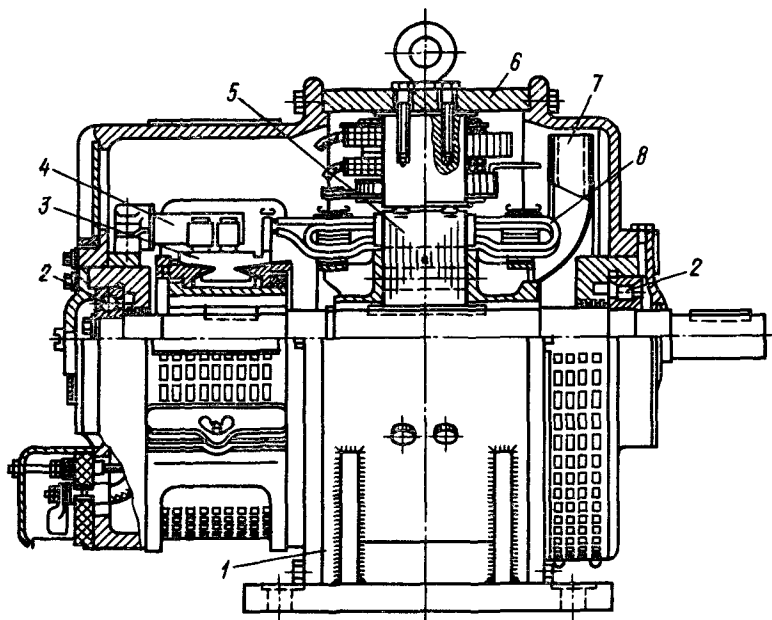


Рис. 14-2. Продольный и поперечный  
 1 — станина; 2 — щитовой подшипник; 3 — коллектор; 4 — щеточный палец;  
 добавочного полюса; 10 — полюсный наконечник; 11 — катушка основного  
 полюса

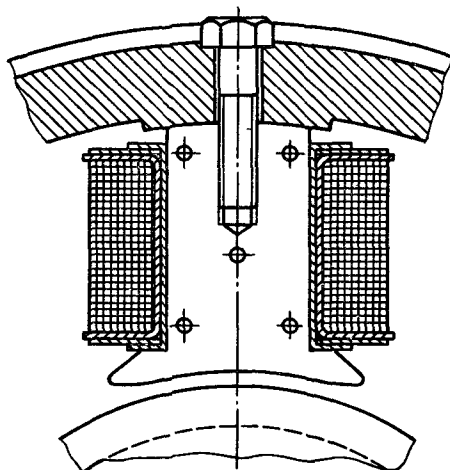
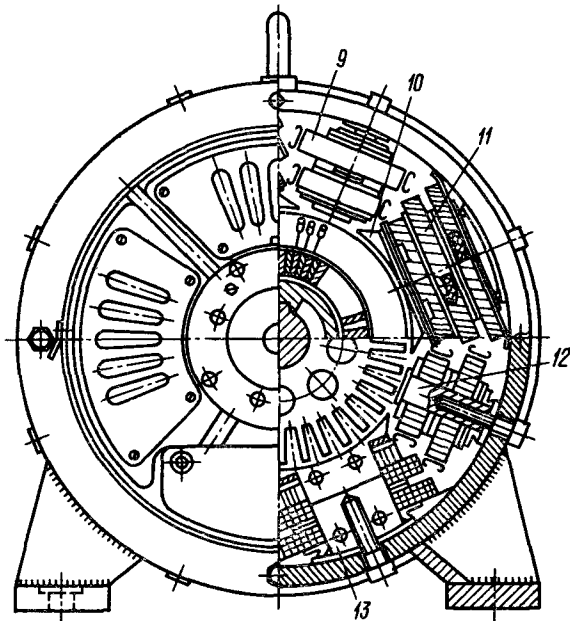


Рис. 14-3. Основной полюс





разрезы машины постоянного тока

5 — сердечник якоря; 6 — ярмо; 7 — вентилятор; 8 — обмотка якоря; 9 — катушка полюса; 12 — сердечник добавочного полюса; 13 — сердечник основного

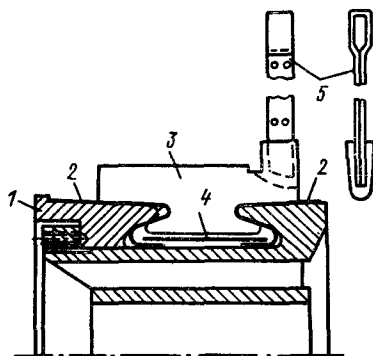


Рис. 14-4. Продольный разрез коллектора

1 — нажимные конусы; 2 — изолирующие манжеты; 3 — коллекторная пластина; 4 — изолирующая прокладка, 5 — петушок

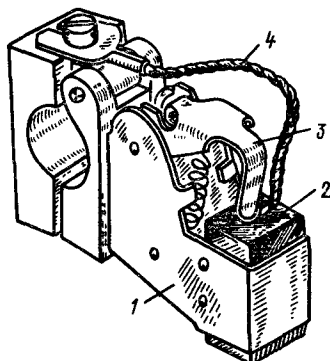


Рис. 14-5. Щеткодержатель

1 — обойма щеткодержателя, 2 — щетка, 3 — нажимная пружина, 4 — токоведущий тросик

### 14-3. Схемы и выполнение обмоток якорей машин постоянного тока

Первые по времени обмотки выполнялись с кольцевыми якорями. Изолированные провода обмотки располагались на поверхности кольцевого якоря с достаточно большой длиной образующих. На рис. 14-6 показан эскиз части развернутого кольцевого якоря с обмоткой. Щетки 1 и 2 условно показаны расположенными на проводах обмотки. Секцией называется часть обмотки между соседними выводами данной катушки, присоединенными к соответствующим коллекторным пластинам (*ламелям*).

Основным недостатком кольцевых обмоток является необходимость иметь провода, идущие внутри кольца и являющиеся поэтому неактивными, не участвующими в образовании ЭДС машины. Поэтому теперь применяются только *барабанные* обмотки, в которых все провода на поверхности якоря являются активными.

Секции барабанной обмотки располагаются в пазах якоря так, что одна половина каждой секции находится в верхнем слое пазы, а другая, расположенная на расстоянии, меньшем полюсного деления  $\tau$  (расстояния между соседними полюсами по окружности якоря), — в нижнем слое. В одном пазе может располагаться несколько секций. На рис. 14-7, *а* показана схема одной из возможных укладок секции, на рис. 14-7, *б* — разрез пазы якоря с секциями, изолированными микалентой, микафолием и электрокартоном. Паза закрыты, и обмотка удерживается при вращении деревянными клиньями (могут применяться текстолит и другие материалы).

Паза могут иметь и другую форму. На рис. 14-8 представлено для примера расположение одной секции барабанной обмотки якоря. Секции изготавливаются на шаблонах или на специальных станках. Секции с изолированными проводами, с прокладками между секциями, если в пазе находится больше одной секции, изолируются, пропитываются компаундом и пресуются в горячем состоянии для получения необходимых размеров в пазе. После того как уложены все верхние стороны секций, остаются неуложенными нижние стороны тех секций, с которых начата обмотка. Для того чтобы их уложить, в горячем

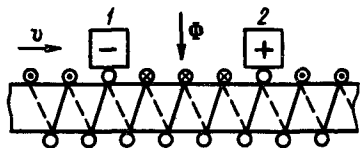


Рис. 14-6. Эскиз части развернутого кольцевого якоря с обмоткой

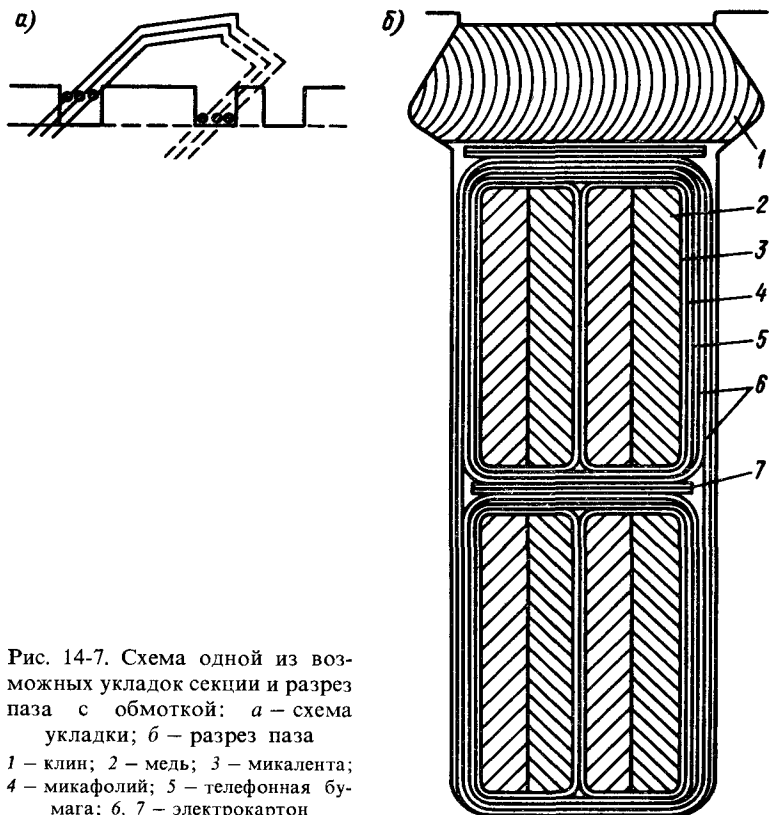


Рис. 14-7. Схема одной из возможных укладок секции и разрез паза с обмоткой: а – схема укладки; б – разрез паза

1 – клин; 2 – мель; 3 – микалента; 4 – микафоллий; 5 – телефонная бумага; 6, 7 – электрокартон

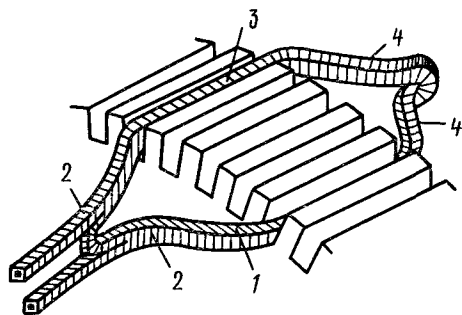


Рис. 14-8. Расположение секции обмотки барабанного якоря 1 и 3 – верхняя и нижняя активные стороны, 2 и 4 – лобовые части

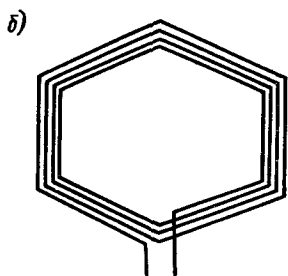
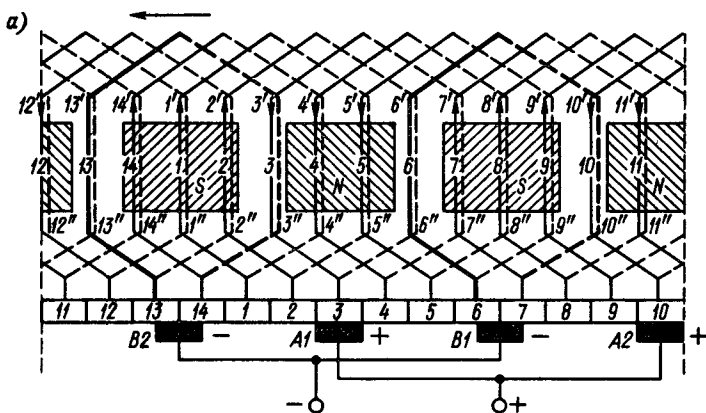


Рис. 14-9. Развернутая схема простой петлевой обмотки ( $2p = 4$ ; число секций  $S = 14$ ; число коллекторных пластин  $K = 14$ ): а — схема; б — секция с четырьмя проводниками

состоянии «поднимают шаг», т. е. поднимают верхние стороны секций, после чего укладывают нижние стороны, и затем верхние стороны укладываются обратно. Следует подчеркнуть, что вследствие расположения сторон секций под разноименными полюсами их ЭДС, индуцируемые при вращении якоря, действуют согласно.

Применяются два вида простых обмоток — *петлевые* и *волновые*.

На рис. 14-9, а приведена развернутая схема простой петлевой обмотки. Секции условно показаны одной линией. На самом деле обычно в секции имеется несколько проводов (рис. 14-9, б). В дальнейшем будем считать, что практически все секции обмотки имеют несколько проводов. Секции, располагаемые в верхнем слое, изображены сплошными линиями, а в нижнем слое — штриховыми. Секции обмоток имеют вид петель. Часть секций, находящихся под одной парой полюсов и присоединенных к коллекторным пластинам, расположенным между соседними щетками, составляют *ветвь*, в ко-

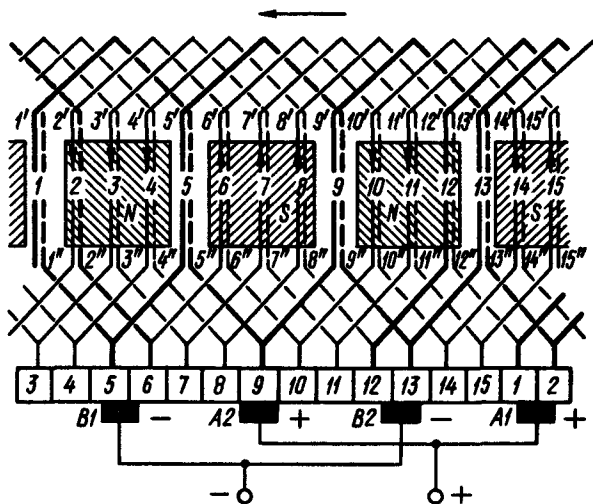


Рис. 14-10. Развернутая схема простой волновой обмотки:  $2p = 4$ ;  
 $S = K = 15$

торой индуцируется ЭДС и протекает ток одного направления; направление же ЭДС и токов в соседних ветвях другое.

Из схемы следует, что при мысленном переходе от одной секции к другой мы смещаемся на одну коллекторную пластину, т. е. делаем шаг  $y_k$ , равный единице:

$$y_k = 1. \quad (14-1)$$

Число параллельных ветвей  $2a$  равно числу полюсов  $2p$ :

$$2a = 2p. \quad (14-2)$$

Число щеточных комплектов равно числу параллельных ветвей, и полярность их меняется от одного к другому. Как следует из схемы, секции, проходящие коммутацию, находятся в зонах между полюсами, а присоединенные к ним коллекторные пластины — под серединами полюсов. В лобовых частях обмотки провода идут от витка к витку, и эти части располагаются вне поверхности сердечника якоря.

Недостатком петлевых обмоток является то, что при несколько эксцентричном расположении якоря в зазоре будут разными потоки полюсов, а следовательно, и ЭДС отдельных ветвей. Это вызовет протекание уравнивающих токов в цепях обмотки. Такой недостаток необходимо устранять.

На рис. 14-10 дана развернутая схема простой волновой обмотки. В этой обмотке после укладки витков одной секции выполняется переход к секции, расположенной от исходной на расстоянии, несколько меньшем двойного полюсного деления. Обмотка с секциями имеет вид волны. После одного обхода якоря, т. е.  $2p$  полюсных делений, обмотка должна быть присоединена к следующей, обычно левой, коллекторной пластине, затем к следующей левой и так далее, вплоть до укладки последней секции. Как следует из приведенного рассмотрения, ЭДС всех секций действуют в одном направлении, т. е. секции составляют одну ветвь, а щеточные комплекты разной полярности могут быть установлены только в двух нейтральных зонах. В соответствии с изложенным определим число параллельных ветвей и шаг обмотки по коллектору:

$$2a = 2; y_k = (K - 1)/p, \quad (14-3)$$

где  $K$  — общее число коллекторных пластин.

Вычитание единицы в числителе необходимо для того, чтобы получить *замкнутую левую обмотку*. Если в числителе (14-3) написать  $+1$ , то будет получена *правая обмотка* (рис. 14-10).

При волновой обмотке достаточно было бы иметь два щеточных комплекта (рис. 14-10). По ряду соображений обычно устанавливают полное число комплектов. Распределение токов между этими параллельными комплектами может быть и неравномерным.

Было показано, что в петлевой обмотке могут возникать уравнительные токи. Для устранения этого недостатка выполняют *уравнительные соединения (уравнители)* между некоторыми равнопотенциальными секциями, что обеспечивает достаточно равномерное распределение токов между ветвями обмотки.

Волновые обмотки обычно выполняются в машинах небольшой мощности. Машины большей мощности изготавливаются с петлевыми обмотками. *Множественные* однократно или многократно замкнутые обмотки с различными уравнителями выполняются в машинах большой мощности. На якорях этих машин располагаются две или более одинаковых обмоток.

#### 14-4. Магнитный поток, ЭДС и электромагнитный момент

На рис. 14-11 показаны половина главного полюса, примерное распределение магнитного поля и кривая распределения магнитной индукции в зазоре машины постоянного тока при холостом ходе. Магнитный поток  $\Phi$  (в веберах) в зазоре можно определить как

$$\Phi = B_{cp} \tau l,$$

где  $B_{cp}$  — средняя индукция в пределах полюсного деления, Тл;  $l$  — длина полюса по оси, м;  $\tau$  — полюсное деление, м.

Между пакетами стали могут быть вентиляционные каналы, кривая распределения индукции искажается при нагрузке (см. § 14-5), щетки могут быть смещены с геометрической нейтрали. Поэтому расчетный магнитный поток определяется по средней индукции, которая может быть найдена из кривой распределения индукции между *физическими нейтральями*.

За время оборота якоря потокоцепление  $\Psi$  (в веберах) одного витка при  $p$  пар полюсов изменяется на величину  $\Delta\Psi = 2\Phi \cdot 2p$ ; время одного оборота якоря (в секундах)  $\Delta\tau = 60/n$ ;  $n$  — число оборотов в минуту. Следовательно, в каждом витке секции индуцируется ЭДС  $e = \Delta\Psi/\Delta\tau = 4\Phi pn/60$ . Если число проводов на поверхности якоря равно  $N$ , число витков секций  $N/2$  и число параллельных ветвей обмотки  $2a$ , ЭДС машины постоянного тока  $E$  (в вольтах) определится как

$$E = \frac{4\Phi pn}{60} \frac{N}{2} \frac{1}{2a} = \frac{pn}{60} \frac{N}{a} \Phi = c\Phi, \quad (14-4a)$$

где  $c = \frac{p}{60} \frac{N}{a}$ . При частоте вращения  $\omega = 2\pi \frac{n}{60}$  можно написать

$$E = \frac{p\omega N}{2\pi a} \Phi = c'\omega\Phi, \quad (14-4б)$$

где  $c' = \frac{p}{2\pi} \frac{N}{a}$ .

Таким образом, можно определить ЭДС как результат пересечения линий магнитного поля  $N$  проводами якоря, вращающегося с частотой  $\omega$ .

Определим электромагнитный момент  $M_{эм}$ , действующий на провода, а следовательно, и на якорь, при протекании тока в обмотке при работе машины генератором или двигателем:

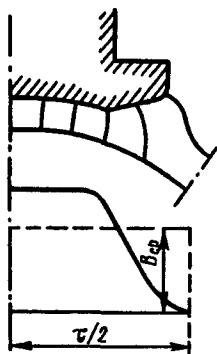


Рис. 14-11. Распределение магнитного поля в зазоре под полюсом

$M_{эм} = f \frac{D}{2}$ , где  $D$  — диаметр якоря;  $f$  — электромагнитная сила, действующая на якорь.

Электромагнитная сила равна произведению числа проводов  $N$  на среднюю магнитную индукцию  $B_{ср}$  (в теслах), активную длину проводов  $l$  и ток в ветви обмотки  $i_a = I/(2a)$ . Диаметр якоря (в метрах)  $D = 2p\tau/\pi$ .

Электромагнитный момент (в ньютон-метрах)

$$M_{эм} = f \frac{D}{2} = NB_{ср} l \frac{I}{2a} \frac{p\tau}{\pi} = \frac{p}{2\pi} \frac{N}{a} I \Phi, \quad (14-5)$$

где  $B_{ср} l \tau = \Phi$ . Обозначив неизменную для данной машины величину  $c' = \frac{p}{2\pi} \frac{N}{a}$ , получим сокращенные выражения для  $E$  и  $M_{эм}$ , которыми часто пользуются в практике:

$$E = c' \omega \Phi; \quad M_{эм} = c' I \Phi \quad \text{и} \quad E = c n \Phi. \quad (14-6)$$

#### 14-5. Машина постоянного тока под нагрузкой. Реакция якоря

Для холостого хода кривая распределения магнитного поля в зазоре показана на рис. 14-11, а на рис. 14-12 дано магнитное поле машины при щетках, установленных на геометрической нейтрали (щетki не показаны), т. е. по линии, проходящей под углом 90 электрических градусов к оси полюсов. Для простоты в дальнейшем часто будем изображать щетки наложенными на провода секций, которые проходят коммутацию. Когда машина нагружается, по проводам секций протекает ток и возникает *реакция якоря* — воздействие тока нагрузки на систему возбуждения машины.

При протекании тока по проводам секций и отсутствии поля главных полюсов создается поперечное поле, которое показано на рис. 14-13. Ось этого поля перпендикулярна оси полюсов. Под действием поперечной МДС  $F_{aq}$  магнитное поле искажается так, что при работе машины генератором поле усиливается под сбегающим краем полюсов и ослабляется под на-



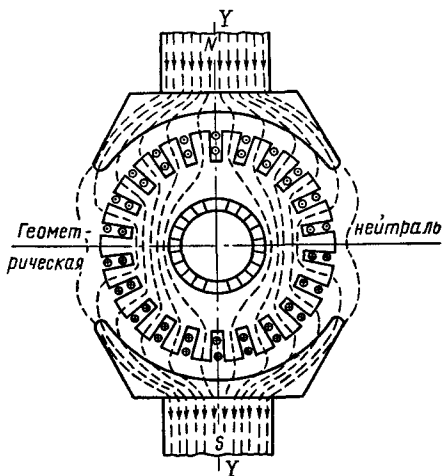


Рис. 14-12. Магнитное поле основных полюсов при отсутствии тока нагрузки

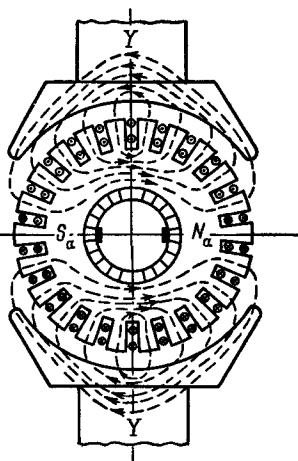


Рис. 14-13. Магнитное поле якоря

бегающим. Если машина работает двигателем, то поле усиливается под набегающим краем полюса и ослабляется под сбегающим. На рис. 14-14 показано, как искажается поле под действием поперечной МДС при работе генератора. Там же даны направления поперечной МДС в зазоре при данных направлениях вращения и тока якоря. Приращение магнитного поля

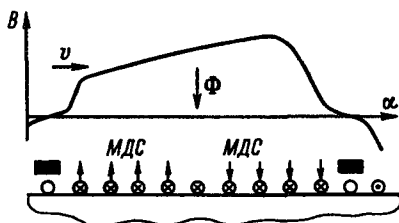


Рис. 14-14. Кривая распределения магнитного поля под полюсом для генератора при нагрузке

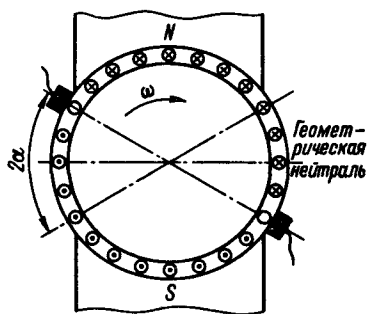


Рис. 14-15. Продольная размагничивающая МДС при сдвиге щеток генератора по направлению вращения

под сбегаящим краем будет меньше вследствие насыщения, чем ослабление под набегающим, поэтому реакция якоря, обусловленная поперечной МДС, проявится в уменьшении магнитного поля машины. Это можно представить как возникновение некоторой размагничивающей МДС по оси полюсов  $F'_{ad}$ .

Заметим, что вследствие искажения поля смещается физическая нейтраль — линия, на которой индукция в зазоре равна нулю. В общем случае ни геометрическая, ни физическая нейтрала при нагрузке не совпадают с линией, проходящей через середины щеток.

Для улучшения коммутации раньше применялся сдвиг щеток на некоторый угол по направлению вращения якоря для генераторов и против направления вращения — для двигателей. При этом коммутируемые секции оказывались в магнитном поле и ЭДС, индуцируемые в секциях, действовали встречно ЭДС самоиндукции и улучшали коммутацию. Теперь сдвиги щеток для этой цели не применяют. Но всегда возможна ошибка в установке щеток и связанное с этим возникновение *продольной МДС* реакции якоря. Добавим, что при замедленной коммутации (см. § 14-6) происходит некоторое смещение физи-

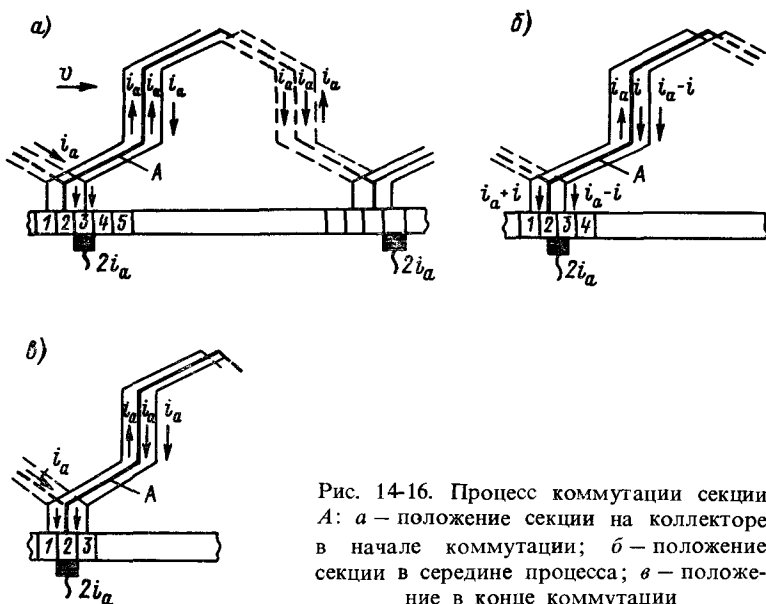


Рис. 14-16. Процесс коммутации секции А: а — положение секции на коллекторе в начале коммутации; б — положение секции в середине процесса; в — положение в конце коммутации

ческой нейтрали в направлении вращения якоря при работе машины, например, генератором.

На рис. 14-15 показано, как при сдвиге щеток по направлению вращения на угол  $\alpha$  у генератора возникает продольная размагничивающая МДС  $F_{ad}$ , равная сумме токов секций, заключенных в пределах угла  $2\alpha$ . При сдвиге щеток против направления вращения возникает намагничивающая МДС. У двигателей сдвиг щеток против вращения обуславливает размагничивание, а по направлению вращения — намагничивание. Реакция якоря оказывает обычно размагничивающее действие. МДС возбуждения полюсов  $F_b$  складывается из МДС  $F_0$ , необходимой для получения заданного магнитного потока, и МДС  $F_{ad}$  и  $F'_{ad}$ , рассчитанных на пару полюсов:

$$F_b = w_b I_b = p(F_0 \pm F_{ad} \pm F'_{ad}), \quad (14-7)$$

где  $w_b$  — число витков обмотки возбуждения;  $I_b$  — ток возбуждения.

Действие реакции якоря обуславливает необходимость увеличения тока возбуждения с ростом нагрузки для того, чтобы поддерживать неизменным необходимый магнитный поток.

#### 14-6. Коммутация. Обеспечение качественного процесса коммутации

Работа машины происходит при непрерывном переключении секций обмотки из одной ветви с током  $i_a$  в другую с током противоположного направления  $-i_a$ . Эти переключения обуславливают возникновение ЭДС, вызывающих искрение между щетками и коллекторными пластинами. Искрение может быть очень интенсивным, а в аварийном случае может возникнуть *круговой огонь*, когда коллектор охватывается сплошным огненным кольцом, состоящим из электрических дуг между отдельными пластинами. Коллектор при этом выходит из строя. Поэтому очень важно обеспечивать хороший процесс коммутации.

На рис. 14-16 показан процесс переключения секции волновой обмотки из одной ветви в другую при ширине щетки  $b$ , равной ширине коллекторной пластины  $b_k$ . Щетки могут иметь и большую ширину, но при этом более сложным является исследование процесса.

При коммутации в секции действуют ЭДС самоиндукции  $e_s$ , стремящаяся сохранить прежнее направление тока, и ЭДС, индуцированная полем в зоне коммутации, — *коммутирующая*

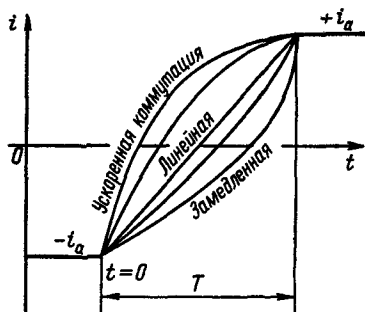


Рис. 14-17. Кривые токов в секции при коммутации

ЭДС  $e_k$ . В идеальном случае, когда ЭДС  $e_k$  полностью компенсирует ЭДС  $e_s$ , получим *линейную коммутацию*, при которой ток  $i$  коммутируемой секции в течение периода коммутации  $T$  изменяется практически по линейному закону (рис. 14-17):

$$T = b_{щ}/v_k; \quad i = i_a(2t/T - 1), \quad (14-8)$$

где  $b_{щ}$  — ширина щетки;  $v_k$  — линейная скорость вращения на окружности коллектора;  $i_a$  — ток ветви секции;  $t$  — текущее время (отсчет ведется от  $t = 0$ ).

Небольшие отклонения от линейного закона обусловлены изменением площадей контактов щетки с коллектором при вращении. Если коммутирующая ЭДС  $e_k$  меньше ЭДС самоиндукции  $e_s = -L_s \frac{di}{dt}$ , где  $L_s$  — индуктивность секции, то коммутация будет *замедленной*, ток в секции будет изменяться в начале процесса медленнее, чем при линейном законе. Поэтому в конце периода коммутации скорость изменения тока  $\frac{di}{dt}$  будет

больше, чем при линейном законе, больше будет и ЭДС самоиндукции, под сбегающими краями щеток будет происходить искрообразование. При *ускоренной* коммутации будет искрение под набегающими краями.

Для улучшения коммутации между основными полюсами устанавливаются *добавочные полюсы* (см. рис. 14-2). Это узкие полюсы, ширина их приблизительно равна коммутационной зоне, обмотка их выполняется из толстого медного провода или шины и включается последовательно в цепь якоря (рис. 14-18). Щетки при наличии добавочных полюсов устанавливаются по геометрической нейтрали. Поперечное поле якоря, как это видно из рис. 14-18, направлено так, что в коммутационной зоне индуктируются ЭДС, которые действуют согласно с ЭДС самоиндукции и препятствуют коммутации. Поэтому МДС добавочных полюсов  $F_{дп}$  должна полностью уравновешивать МДС поперечного поля  $F_{аа}$  и обеспечивать создание коммутирующей ЭДС  $e_k$ , необходимой для получения нормальной, практически безыскровой коммутации. МДС  $F_{дп}$  определяется

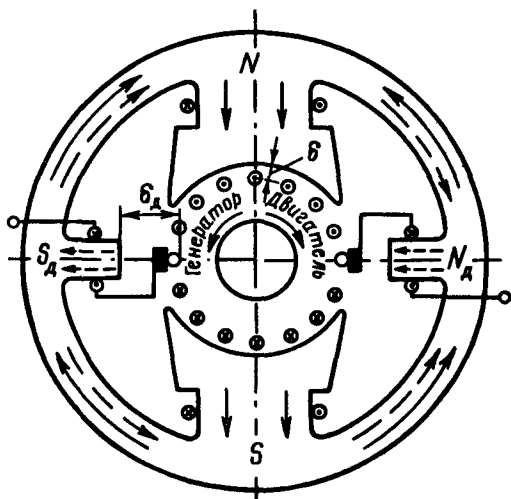


Рис. 14-18. Полярность добавочных полюсов при работе машины генератором и двигателем

из расчета и обычно составляет (на пару полюсов)

$$F_{дп} = (1,2...1,3) F_{aq}, \quad (14-9)$$

где  $F_{aq}$  численно равна сумме токов в проводниках, расположенных на якоре в пределах полюсного деления  $\tau$ .

Как показано на рис. 14-18, для генератора следующий по направлению вращения за главным добавочный полюс должен иметь другую полярность, а для двигателя — ту же полярность.

Поперечное поле якоря искажает основное поле, при этом в генераторе возрастает магнитная индукция под сбегавшими краями полюсов и, как следствие, увеличиваются ЭДС в секциях под полюсами и напряжения между коллекторными пластинами. Это обуславливает опасность возникновения интенсивного искрения, могущего привести к круговому огню. Поэтому машины большой мощности с напряженной коммутацией изготавливаются с *компенсационными обмотками*. Компенсационные обмотки выполняются из медного провода или шин и закладываются в пазы полюсных наконечников (рис. 14-19). Обмотки включаются последовательно в цепь якоря, ток в проводе обмотки имеет обратное направление по отношению к току в проводниках якоря, проходящих под полюсом, и равен сумме токов якоря на зубцовое деление обмотки. Компенса-

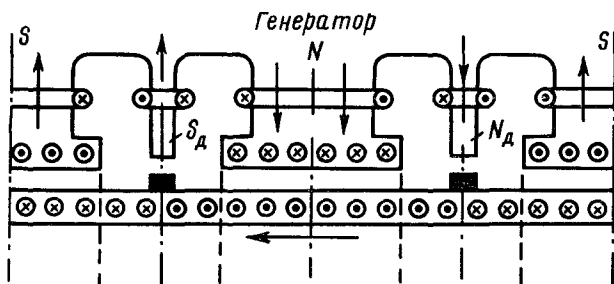


Рис. 14-19. Расположение и полярность компенсационной обмотки

компенсационная обмотка компенсирует поперечное поле якоря и устраняет искажение основного поля.

При пиках нагрузки изменения компенсирующих МДС могут отставать от изменений токов. Для устранения этого недостатка иногда в цепи включают индуктивные элементы.

#### 14-7. Способы возбуждения машин постоянного тока и их классификация

Ток, протекающий в обмотке возбуждения основных полюсов, создает магнитный поток. Машины постоянного тока следует различать по способу возбуждения и схеме включения обмотки возбуждения.

Генераторы постоянного тока могут выполняться с независимым, параллельным, последовательным и смешанным возбуждением. Следует заметить, что теперь применение в качестве источников энергии генераторов постоянного тока очень ограничено.

Обмотка возбуждения генератора постоянного тока с *независимым возбуждением* получает питание от независимого источника — сети постоянного тока, специального *возбудителя*, преобразователя и др. (рис. 14-20, а). Эти генераторы применяются в мощных системах, когда напряжение возбуждения должно быть выбрано отличным от напряжения генератора, в системах регулирования скорости вращения двигателей, которые питаются от генераторов и других источников.

Значение тока возбуждения мощных генераторов составляет 1,0—1,5% от тока генераторов и до десятков процентов для машин мощностью порядка десятков ватт.

У генератора с *параллельным возбуждением* обмотка возбуждения включается на напряжение самого генератора

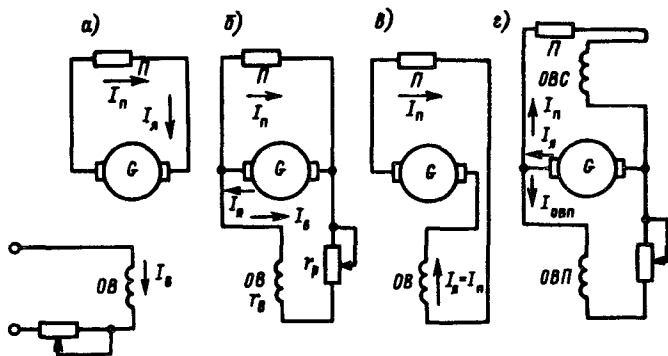


Рис. 14-20. Схемы генераторов постоянного тока: а — с независимым возбуждением; б — с параллельным возбуждением; в — с последовательным возбуждением; г — со смешанным возбуждением  
*П* — потребители

(рис. 14-20, б). Ток якоря  $I_{\text{я}}$  равен сумме токов нагрузки  $I_{\text{п}}$  и тока возбуждения  $I_{\text{в}}$ :

$$I_{\text{я}} = I_{\text{п}} + I_{\text{в}}. \quad (14-10)$$

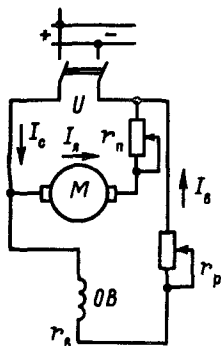
Генераторы выполняются обычно для средних мощностей.

Обмотка возбуждения генератора с *последовательным возбуждением* включена последовательно в цепь якоря и обтекает ток якоря (рис. 14-20, в). Процесс самовозбуждения генератора протекает очень бурно. Такие генераторы практически не используются. В самом начале развития энергетики применялась система передачи энергии с последовательно включенными генераторами и двигателями последовательного возбуждения.

Генератор со *смешанным возбуждением* имеет две обмотки возбуждения — параллельную *ОВП* и последовательную *ОВС* обычно с согласным включением (рис. 14-20, г). Параллельная обмотка может быть включена до последовательной («короткий шунт») или после нее («длинный шунт»). МДС последовательной обмотки обычно невелика и рассчитана только на компенсацию падения напряжения в якоре при нагрузке. Такие генераторы теперь также практически не применяются.

Схемы возбуждения двигателей постоянного тока подобны схемам для генераторов. Двигатели большой мощности выполняются обычно с независимым возбуждением. У двигателей параллельного возбуждения обмотка возбуждения получает питание от того же источника энергии, что и двигатель. Обмотка

Рис. 14-21. Схема двигателя с параллельным возбуждением



возбуждения включается непосредственно на напряжение источника энергии, чтобы не сказывалось влияние падения напряжения в пусковом сопротивлении (рис. 14-21). Ток сети  $I_c$  составляется из тока якоря  $I_a$  и тока возбуждения  $I_b$ .

Схема двигателя последовательного возбуждения подобна схеме на рис. 14-20, в.

Благодаря последовательной обмотке вращающий момент при нагрузке возрастает больше, чем у двигателей параллельного возбуждения, при этом скорость вращения уменьшается. Это свойство двигателей определяет их широкое применение в приводах электровозной тяги: в магистральных электровозах, городском транспорте и др. Падение напряжения в обмотке возбуждения при номинальном токе составляет единицы процентов от номинального напряжения. Двигатели смешанного возбуждения из-за наличия последовательной обмотки в некоторой мере имеют свойства двигателей последовательного возбуждения. В настоящее время они практически не применяются. Двигатели параллельного возбуждения иногда выполняются со стабилизирующей (последовательной) обмоткой, включаемой согласно с параллельной обмоткой возбуждения, для обеспечения более спокойной работы при пиках нагрузки. МДС такой стабилизирующей обмотки невелика — единицы процентов от основной МДС.

#### 14-8. Характеристики генераторов постоянного тока

В процессе исследования или эксплуатации могут изменяться или регулироваться: напряжение (ЭДС) генератора  $U(E)$ , ток якоря  $I_a$ , ток возбуждения  $I_b$  и частота вращения  $\omega$ . Для выявления свойств машины следует определить ряд характеристик — попарных зависимостей некоторых параметров при неизменных остальных.

Характеристика холостого хода представляет собой зависимость ЭДС генератора  $E$  от тока возбуждения  $I_b$  при отсутствии нагрузки ( $I_a = 0$ ) и неизменной скорости вращения  $n$ :



Рис. 14-22. Схема для снятия характеристик генератора с независимым возбуждением

$$E = f(I_B) \text{ при } I_A = 0 \text{ и } n = \text{const.}$$

Схема для снятия характеристик генератора независимого возбуждения дана на рис. 14-22.

Обычно рекомендуется снимать характеристику, начиная с наибольших допустимых ЭДС  $E_{\max}$  и тока возбуждения, вниз до  $I_B = 0$  и обратно вверх до  $E_{\max}$ . Вследствие гистерезиса обратная кривая 2 будет располагаться ниже кривой 1 (рис. 14-23). Для построения характеристик используют среднюю характеристику 3. При достаточно узкой петле гистерезиса можно считать, что характеристика холостого хода проходит через начало координат (рис. 14-24). При некотором навыке и осторожном ведении опыта можно снимать характеристику и для схемы параллельного возбуждения.

*Нагрузочная характеристика* представляет собой зависимость напряжения  $U$  генератора от тока возбуждения  $I_B$  при неизменном токе якоря  $I_A$  и неизменной скорости вращения  $n$  (рис. 14-23):

$$U = f(I_B) \text{ при } I_A = \text{const и } n = \text{const.}$$

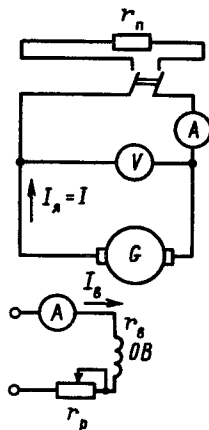


Рис. 14-23. Характеристики холостого хода и нагрузочная

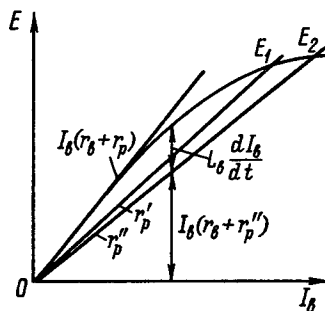


Рис. 14-24. Самовозбуждение генератора постоянного тока с параллельным возбуждением

Для имеющейся характеристики холостого хода можно построить нагрузочную характеристику как линию, которую описывает вершина  $C$  реактивного (характеристического) треугольника при перемещении вершины  $A$  по характеристике холостого хода. Горизонтальный катет  $AB$  треугольника равен в масштабе тока возбуждения МДС реакции якоря  $F_{ad} + F'_{ad} = F_{p\ я}$ , деленной на число витков обмотки возбуждения, а вертикальный катет  $BC$  равен падению напряжения при данном токе  $I_{я}r_{я}$ . Небольшими изменениями МДС  $F'_{ad}$  вследствие насыщения магнитной системы обычно можно пренебречь. Построение при помощи реактивного треугольника можно применять для различных характеристик.

*Самовозбуждение* у генераторов параллельного возбуждения (рис. 14-20, б) происходит, когда при определенном значении сопротивления цепи возбуждения  $r_b + r_p$  прогрессирующе возрастают ток возбуждения и ЭДС генератора вплоть до установившихся значений. Исследование процесса обычно проводят, исключая из рассмотрения влияние сопротивления цепи якоря ввиду его малости. После относительно короткого времени возбуждения генератор выходит на требуемое напряжение. Для самовозбуждения необходимо, чтобы ток возбуждения, обусловленный остаточной ЭДС, намагничивал генератор и прямая, представляющая собой зависимость  $I_b(r_b + r_p)$  от тока  $I_b$ , располагалась ниже характеристики холостого хода (рис. 14-24). Магнитные полюсы обычно несколько намагничены в результате обработки или предшествующих намагничиваний. Иногда необходимо подмагнитить полюсы, хотя бы от ручного прибора для измерения сопротивления изоляции. Если выполнены все условия, необходимые для самовозбуждения, то после включения обмотки возбуждения намагничивание током, обусловленным остаточной ЭДС, приведет к возрастанию ЭДС, а при дальнейшем увеличении ЭДС ток возбуждения увеличится еще больше и, как следствие, ЭДС достигнет значений  $E_1$  при  $r'_p$  или  $E_2$  при  $r''_p$ , которые определяются пересечением характеристики холостого хода с прямой  $I_b(r_b + r_p)$ , когда ЭДС  $E$  равна падению напряжения  $I_b(r_b + r_p)$ .

В процессе возбуждения разность  $E - I_b(r_b + r_p)$ , обуславливающая возрастание тока возбуждения, равна ЭДС самоиндукции, взятой с противоположным знаком,  $L_b \frac{dI_b}{dt}$ . При большом сопротивлении цепи возбуждения генератора, когда прямая  $I_b(r_b + r_p)$  располагается выше характеристики холостого хода, генератор возбуждаться не будет. *Критическое сопро-*

тивление  $r_b + r_p$  цепи возбуждения определяется линией, совпадающей с начальной, линейной, частью характеристики холостого хода (рис. 14-23). При уменьшении сопротивления цепи возбуждения ниже критического возможно самовозбуждение. Однако при небольшом уменьшении этого сопротивления по сравнению с критическим самовозбуждения может и не быть вследствие того, что велико сопротивление контактов щеток с коллектором при отсутствии тока в цепи и холодных щетках.

Таковыми же будут и условия самовозбуждения генераторов последовательного возбуждения. Здесь процесс самовозбуждения проходит очень бурно вследствие прогрессирующего уменьшения сопротивления контактов щеток с коллектором при протекании тока и соответствующем нагреве.

*Внешняя характеристика* генераторов постоянного тока представляет собой зависимость напряжения генератора  $U$  от тока якоря  $I_a$ . Для генераторов независимого возбуждения характеристика снимается при неизменном токе возбуждения:

$$U = f(I_a) \text{ при } n = \text{const и } I_b = \text{const.}$$

При снятии характеристики генератора независимого возбуждения увеличивают ток якоря путем изменения сопротивления нагрузки  $r_n$  (рис. 14-22). С увеличением тока  $I_a$  увеличиваются размагничивающее действие реакции якоря и падение напряжения в цепи якоря  $I_a r_a$  — уменьшается напряжение генератора. С переходом магнитной системы от насыщенного состояния к ненасыщенному все быстрее уменьшается напряжение (характеристика 1 на рис. 14-25); при коротком замыкании, когда сопротивление нагрузки равно нулю, ток короткого замыкания  $I'_{к.з}$  недопустимо велик — до 20–40-кратного номинального  $I_{ном}$  для генераторов большой и средней мощности.

У генераторов параллельного возбуждения обмотка возбуждения  $OB$  включена на напряжение  $U$  генератора (рис. 14-26). Характеристика  $U = f(I_a)$  снимается при неизменном сопротивлении цепи возбуждения  $r_b + r_p$ , что соответствует условиям эксплуатации (характеристика 2 на рис. 14-25):

$$U = f(I_a) \text{ при } n = \text{const и } r_b + r_p = \text{const.}$$

Характеристику можно определить и как функцию тока потребителя.

Уменьшение напряжения генератора с ростом нагрузки здесь обусловлено не только реакцией якоря и падением напряжения в цепи якоря, но и уменьшением тока цепи возбуждения, включенной на напряжение генератора. Поэтому начиная с не-

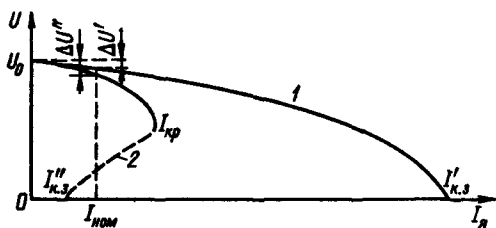


Рис. 14-25. Внешние характеристики  
1 — при независимом возбуждении; 2 — при параллельном возбуждении

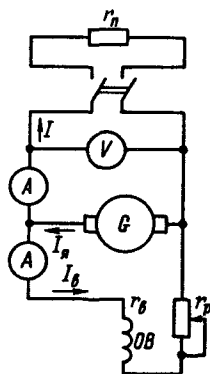


Рис. 14-26. Схема для снятия характеристик генератора с параллельным возбуждением

которого значения  $I_{кр}$  ток нагрузки уменьшается даже при уменьшении сопротивления нагрузки. Значение  $I_{кр}$  обычно составляет  $(1,5 \dots 2,5) I_{ном}$ , и ток при коротком замыкании  $I'_{к.з}$ , соответствующий остаточной ЭДС генератора, невелик — порядка десятков процентов от  $I_{ном}$ .

Следует отметить, что кратковременный пик тока при внезапном коротком замыкании может быть существенно больше  $I_{кр}$ .

Уменьшение напряжения  $\Delta U''$  при номинальных  $U$  и  $I_A$  составляет единицы процентов для машин большой и средней мощности.

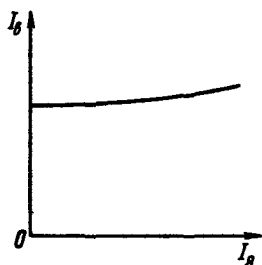


Рис. 14-27. Регулировочная характеристика

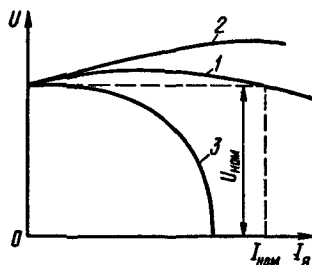


Рис. 14-28. Внешние характеристики генераторов смешанного возбуждения

*Регулировочная характеристика* генератора определяет зависимость тока возбуждения  $I_v$  от тока нагрузки  $I_n$  при неизменном напряжении:

$$I_v = f(I_n) \text{ при } U = \text{const и } n = \text{const.}$$

Для поддержания неизменного напряжения генератора как независимого, так и параллельного возбуждения с ростом нагрузки следует увеличивать ток возбуждения (рис. 14-27).

Как уже указывалось, генераторы последовательного возбуждения не применяются.

Характеристики генераторов *смешанного возбуждения* (рис. 14-20, 2) определяются так же, как и для генераторов параллельного возбуждения. Можно рассчитать последовательную обмотку возбуждения так, чтобы напряжение было номинальным при номинальном токе нагрузки и изменялось относительно мало при изменениях нагрузки (кривая 1 на рис. 14-28). Обмотка последовательного возбуждения может быть рассчитана и так, что при номинальном токе нагрузки напряжение будет выше номинального, что может быть использовано для компенсации падения напряжения в линии, генератор будет перекомпаундирован (кривая 2 на рис. 14-28). При включении последовательной обмотки возбуждения, когда ее МДС действует против МДС параллельной обмотки, т. е. в размагничивающем направлении, получим падающую характеристику с крутым падением в ненасыщенной области (кривая 3 на рис. 14-28). Такая характеристика должна быть у сварочных генераторов, ток которых должен ограничиваться.

Регулировочные характеристики генератора определяют изменения тока возбуждения параллельной обмотки, компенсирующие действие последовательной обмотки.

Для уменьшения ЭДС от остаточного намагничивания применяют *схемы самогашения*, когда обмотка возбуждения генератора переключается на напряжение генератора в размагничивающем направлении.

#### **14-9. Характеристики двигателей постоянного тока**

Включим на напряжение сети  $U_c$  машину постоянного тока с параллельной обмоткой возбуждения. После окончания пуска в машине будет протекать ток в направлении действия напряжения  $U_c$ .

В течение времени пуска и после пуска машина будет развивать вращающий момент, т. е. будет работать в режиме двигателя. Ток машины будет уже протекать не согласно с ЭДС, как

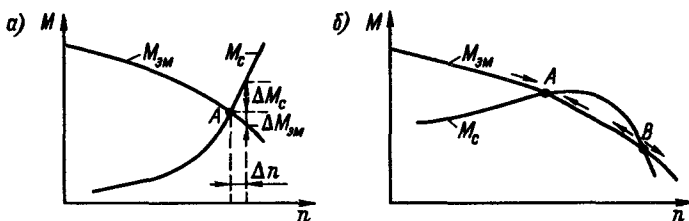


Рис. 14-29. К определению устойчивых и неустойчивых состояний двигателя: а — устойчивое состояние; б — неустойчивое (А) и неустойчивое (В) состояния

у генератора, а в направлении против ЭДС  $E$ ; следовательно, при установившемся движении

$$U_c = E + I_{я} r_{я} = c n \Phi + I_{я} r_{я}, \quad (14-11)$$

где  $r_{я}$  — сопротивление цепи якоря.

Так реализуется принцип *обратимости*, который был сформулирован в § 14-1.

Очевидно, что скорость вращения двигателя  $n$  будет увеличиваться, если электромагнитный момент  $M_{эм}$ , развиваемый двигателем, будет больше момента сопротивления  $M_c$ , складывающегося из момента нагрузки  $M_n$ , момента трения в подшипниках, момента трения щеток о коллектор, тормозящего действия при вращении якоря в воздухе и собственного электромагнитного торможения. Если изменяется момент нагрузки  $M_n$ , то будут изменяться электромагнитный момент  $M_{эм}$  и скорость вращения  $n$  до тех пор, пока не будет достигнуто равенство  $M_{эм} = M_c$ , при котором кривые зависимостей  $M_c = f_1(n)$  и  $M_{эм} = f_2(n)$  пересекутся в точке А (рис. 14-29, а). Электрический двигатель обладает свойством *саморегулирования*: при изменении нагрузки автоматически изменяется электромагнитный момент. Мы рассматривали *устойчивую* работу двигателя, когда при случайном изменении на  $\Delta n$  скорости вращения, предположим, в сторону увеличения  $M_c$  станет больше  $M_{эм}$  и ускорившийся двигатель затормозится и вернется в состояние, характеризуемое точкой А. Аналогично при случайном уменьшении скорости вращения  $M_{эм}$  будет больше  $M_c$  и двигатель также вернется в состояние, соответствующее точке А. Как следует из изложенного, для обеспечения устойчивой работы двигателя требуется, чтобы в окрестности точки А имело место неравенство  $\frac{dM_{эм}}{dn} < \frac{dM_c}{dn}$ , т. е. момент  $M_c$  возрастал быстрее момента  $M_{эм}$ .

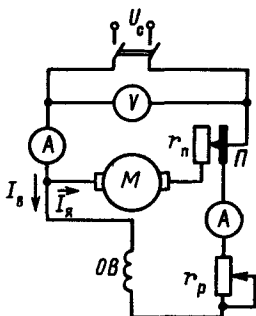


Рис. 14-30. Электрическая схема для снятия характеристик двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением

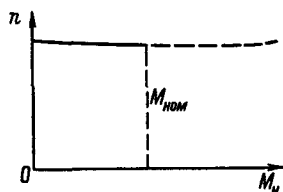


Рис. 14-31. Механическая характеристика двигателя с параллельным возбуждением

Из рис. 14-29, б следует, что для изображенной характеристики  $M_c = f_2(n)$  в окрестности точки *B* — в состоянии двигателя, трудно реализуемом практически, имеет место неравенство  $\frac{dM_{эм}}{dn} > \frac{dM_c}{dn}$ . Это означает, что при уменьшении скорости вращения на  $\Delta n$  будет преобладать момент  $M_c$ , двигатель будет тормозиться и  $n$  — уменьшаться, а при увеличении скорости вращения на  $\Delta n$  будет преобладать  $M_{эм}$ , двигатель будет разгоняться и  $n$  — увеличиваться до достижения двигателем установившегося состояния. Состояние, соответствующее точке *B*, будет *неустойчивым*, переходящим в разгон или торможение.

При практически неизменном напряжении двигателя  $U_c$  и выполнении условия устойчивости двигатель работает устойчиво. С ростом нагрузки увеличиваются электромагнитный момент  $M_{эм}$  и ток двигателя  $I_a$ , уменьшаются противо-ЭДС и обычно скорость вращения. Здесь мы не рассматриваем переходные процессы и считаем, что все величины изменяются.

Следует рассмотреть характеристики двигателей, которые в наиболее полной мере определяют их эксплуатационные свойства. При работе изменяются моменты  $M_n$  и  $M_{эм}$ , скорость вращения  $n$ , мощность на валу двигателя  $P_2 = \omega M_n$ , ток двигателя  $I_a$  и КПД  $\eta = P_2/P_1$ .

Эти величины определяются при неизменном напряжении на зажимах сети  $U_c$  и неизменном токе возбуждения для двигателей параллельного (независимого) возбуждения. Характери-

стики получают из опыта при изменении моментов нагрузки  $M_n$ , которые устанавливаются при помощи тормозного устройства (механического, электромагнитного или другого). Характеристики могут быть получены и из расчета.

**Двигатели с параллельным (независимым) возбуждением.** Схема для снятия характеристик представлена на рис. 14-30. При пуске выводится сопротивление  $r_n$  пускового устройства, обмотка возбуждения  $OB$  с реостатом  $r_p$  включена на напряжение  $U_c$  через медную пластину  $П$ , по которой перемещается подвижный контакт пускового устройства.

*Механическая характеристика* представляет собой зависимость скорости вращения  $n$  от момента нагрузки  $M_n$  при  $U_c = \text{const}$  и  $I_b = \text{const}$ . (Если  $U_c$  достаточно стабильно, можно снимать характеристику при  $r_p = \text{const}$ .) Из выражения (14-11) следует

$$n = \frac{E}{c\Phi} = \frac{U_c - I_a r_a}{c\Phi}.$$

Падение напряжения  $I_a r_a$  в цепи якоря определяло бы линейное уменьшение  $n$  с возрастанием нагрузки, но реакция якоря обуславливает уменьшение потока  $\Phi$  и соответствующее увеличение  $n$ . Обычно зависимость  $M_n = f(n)$  достаточно близка к линейной. Только при больших нагрузках вследствие быстрого возрастания действия реакции якоря возможна тенденция к увеличению  $n$ , как это показано штрихами в конце характеристики (рис. 14-31). Важным свойством характеристики являются относительно небольшие изменения  $n$  с нагрузкой — практически стабильность скорости.

*Рабочие характеристики* двигателя определяются также для  $U_c = \text{const}$  и  $I_b = \text{const}$ . Они обычно представляют собой зависимости от мощности на валу  $P_2$  величин  $I_a$ ,  $M_n$ ,  $n$  и  $\eta$  (рис. 14-32). Скорость вращения  $n$  несколько уменьшается с ростом мощности  $P_2$ . Зависимость  $M_n = f(P_2)$  при относительно небольшом уменьшении  $n$  с ростом нагрузки является практически линейной. Характеристика  $I_a = \frac{M_{эм}}{c'\Phi} = \frac{M_n + M'_c}{c'\Phi}$

определяет, что ток  $I_a$  для  $M_n = 0$  не равен нулю, а при возрастании нагрузки ток  $I_a$  увеличивается быстрее, чем  $P_2$ . КПД  $\eta = P_2/P_1 = (P_1 - \Sigma p)/P_1$ , где  $\Sigma p$  — потери мощности в двигателе. При небольших нагрузках, когда имеются практически только потери, не зависящие от нагрузки, значение  $\eta$  возрастает быстро с увеличением нагрузки. Затем при значительной нагрузке и потерях, приблизительно пропорциональных ква-



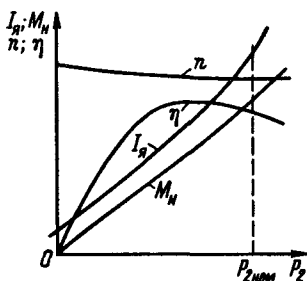


Рис. 14-32. Рабочие характеристики двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением

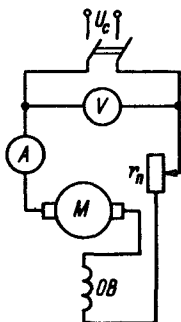


Рис. 14-33. Электрическая схема для снятия характеристик двигателя с последовательным возбуждением

драту тока  $I_{я}$ , КПД возрастает медленнее и затем обычно начинает уменьшаться.

Можно было бы рассмотреть еще ряд характеристик, но приведенные характеристики достаточно полно определяют свойства двигателей.

**Двигатели с последовательным возбуждением.** Схема для снятия характеристик дана на рис. 14-33.

*Механическая характеристика* является зависимостью скорости вращения  $n$  от момента на валу  $M_{н} = M_{эм} - M'_c$ . При ненасыщенной магнитной системе магнитный поток  $\Phi$  пропорционален току якоря:  $\Phi = kI_{я}$ , а вращающий момент  $M_{эм} = c'I_{я}\Phi = c'kI_{я}^2$ . Из выражений (14-6) и (14-11) определяется скорость вращения

$$n = \frac{U_c - I_{я}r_{я}}{c\Phi} = \frac{U_c - I_{я}r_{я}}{ckI_{я}} = \frac{U_c}{ck\sqrt{(M_{н} + M'_c)/(c'k)}} - \frac{r_{я}}{ck} = \frac{U_c}{\sqrt{bk(M_{н} + M'_c)}} - \frac{r_{я}}{ck}, \quad (14-12)$$

где  $b = c^2/c'$ .

Из выражения (14-12) следует, что механическая характеристика имеет гиперболический характер (рис. 14-34). Если учесть насыщение при значительных нагрузках двигателя, вращающий момент  $M_{эм}$  будет возрастать с увеличением тока медленнее,

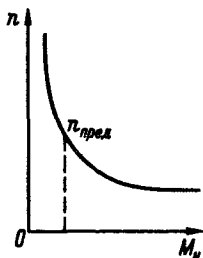


Рис. 14-34. Механическая характеристика двигателя с последовательным возбуждением

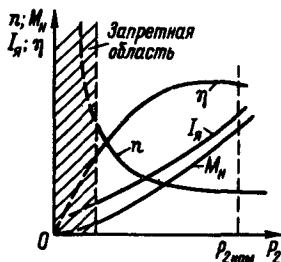


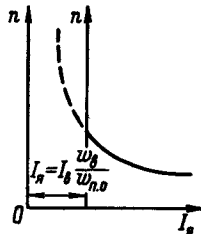
Рис. 14-35. Рабочие характеристики двигателя с последовательным возбуждением

чем по квадратическому закону, а скорость — уменьшаться медленнее. Следует подчеркнуть, что недопустимо уменьшение нагрузки ниже определенного значения (рис. 14-34), при котором скорость может достигнуть значения  $n > n_{пред}$ , опасного для целостности двигателя. Такую же опасность представляет недопустимое уменьшение тока возбуждения или обрыв провода обмотки возбуждения двигателя параллельного возбуждения, когда происходит недопустимое повышение скорости вращения.

Рабочие характеристики представляют собой зависимости от мощности на валу  $P_2$  скорости вращения  $n$ , момента на валу  $M_n$ , тока якоря  $I_a$  и КПД  $\eta = P_2/P_1$  (рис. 14-35). Характеристики снимаются, как и раньше, при  $U_c = \text{const}$ .

Характеристика  $\eta = P_2/(P_2 + \Sigma p) = f(P_2)$  в начальной части почти линейная, затем по мере роста потерь мощности увеличение КПД замедляется, и при значительных потерях, пропорциональных квадрату тока, после достижения максимума КПД начинает уменьшаться. Ток якоря  $I_a = P_1/U_c = P_2/(\eta U_c) = f(P_2)$  в начальной части характеристики практически пропорционален  $P_2$ , затем быстро возрастает с увеличением  $P_2$ . В начальной части характеристики вращающий момент  $M_{эм} = M_n + M'_c = c'kI_a^2 = f(P_2)$  пропорционален  $I_a^2$ , примерно такой же вид имеет зависимость  $M_n$  от  $P_2$ , затем по мере насыщения магнитной системы рост момента двигателя замедляется. Скорость вращения  $n$  очень велика при малом моменте нагрузки, затем быстро уменьшается с ростом мощности; уменьшение  $n$  происходит и при дальнейшем увеличении  $P_2$ . В целом зависимость  $n$  от  $P_2$  имеет гиперболический характер, как и меха-

Рис. 14-36. Получение характеристики  $n = f(I_a)$  для двигателя со смешанным возбуждением



ническая характеристика. Можно определить запретную область (на рисунке заштрихована) для характеристик, изображенных штриховыми линиями. Разрешается работа только при скоростях ниже допустимой (рис. 14-35).

Благодаря тому что вращающий момент двигателя, по крайней мере вначале, возрастает пропорционально квадрату тока, а скорость уменьшается с нагрузкой, двигатели с последовательным возбуждением широко применяются в электровозной тяге.

**Двигатели со смешанным возбуждением** теперь не применяются. Схема двигателя была дана в § 14-7. Легко показать, что характеристика  $n = f(I_a)$  может быть получена при наличии характеристики для двигателя последовательного возбуждения путем переноса оси ординат вправо на значение тока  $I_a = I_b w_b / w_{п.о.}$ , где  $I_b$  и  $w_b$  — ток возбуждения и число витков параллельной обмотки;  $w_{п.о.}$  — число витков последовательной обмотки (рис. 14-36).

#### 14-10. Пуск, реверсирование и торможение двигателей

*Пуск двигателя* постоянного тока прямым включением его на напряжение сети допустим только для двигателей небольшой мощности. При этом пик тока в начале пуска может быть порядка 4–6-кратного номинального. Прямой пуск двигателей значительной мощности совершенно недопустим, потому что начальный пик тока здесь будет равен 15–50-кратному номинальному. Поэтому пуск двигателей средних и больших мощностей производят при помощи пускового реостата, который ограничивает ток при пуске до допустимых по коммутации и механической прочности значений.

Пусковой реостат выполняется из провода или ленты с высоким удельным сопротивлением, разделенных на секции. Провода присоединяются к медным кнопочным или плоским контактам в местах перехода от одной секции к другой. По контактам перемещается медная щетка поворотного рычага реостата. Реостаты могут иметь и другое выполнение. Ток возбуждения при пуске двигателя с параллельным возбуждением

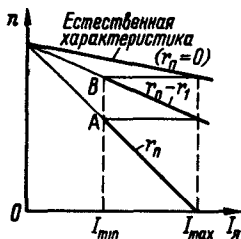


Рис. 14-37. Диаграмма пуска двигателя постоянного тока

устанавливается соответствующим нормальной работе, цепь возбуждения включается прямо на напряжение сети, чтобы не было уменьшения напряжения, обусловленного падением напряжения в

реостате (см. рис. 14-30). Необходимость иметь нормальный ток возбуждения связана с тем, что при пуске двигателя должен развиваться возможно больший допустимый момент  $M_{эм}$ , необходимый для обеспечения быстрого разгона. Пуск производится при последовательном уменьшении сопротивления реостата, обычно — путем перевода рычага реостата с одного неподвижного контакта реостата на другой и выключения секций; уменьшение сопротивления может производиться и путем замыкания накоротко секций контакторами, срабатывающими по заданной программе (см. гл. 18).

При пуске вручную или автоматически ток изменяется от максимального значения, равного 1,8–2,5-кратному номинальному в начале работы при данном сопротивлении реостата, до минимального значения, равного 1,1–1,5-кратному номинальному в конце работы и перед переключением на другое положение пускового реостата. Ток якоря после включения двигателя при сопротивлении реостата  $r_n$  составляет

$$I_{\max} = U_c / (r_{\text{я}} + r_n), \quad (14-13)$$

где  $U_c$  — напряжение сети.

После включения начинается разгон двигателя, при этом возникает противо-ЭДС  $E$  и уменьшается ток якоря. Если учесть, что механические характеристики  $n = f_1(M_n)$  и  $n = f_2(I_{\text{я}})$  практически линейны, то при разгоне увеличение скорости вращения будет происходить по линейному закону в зависимости от тока якоря (рис. 14-37).

Пусковая диаграмма (рис. 14-37) для различных сопротивлений в цепи якоря представляет собой отрезки линейных механических характеристик. При уменьшении тока якоря  $I_{\text{я}}$  до значения  $I_{\min}$  выключается секция реостата с сопротивлением  $r_1$  и ток возрастает до значения

$$I_{\max} = \frac{U_c - E_1}{r_{\text{я}} + r_n - r_1}, \quad (14-14)$$

где  $E_1$  — ЭДС в точке  $A$  характеристики;  $r_1$  — сопротивление выключаемой секции.

Затем снова происходит разгон двигателя до точки  $B$ , и так далее вплоть до выхода на *естественную характеристику*, когда двигатель будет включен прямо на напряжение  $U_c$ . Процесс пуска двигателя постоянного тока подобен процессу пуска асинхронного двигателя, описанному в § 16-3. Пусковые реостаты рассчитаны по нагреву на 4—6 пусков подряд, поэтому нужно следить, чтобы в конце пуска пусковой реостат был полностью выведен.

При остановке двигатель отключается от источника энергии, а пусковой реостат полностью включается — двигатель готов к следующему пуску. Для устранения возможности появления больших ЭДС самоиндукции при разрыве цепи возбуждения и при ее отключении цепь может замыкаться на *разрядное сопротивление* (см. § 5-3). В схеме, показанной на рис. 14-30, при отключении обмотка возбуждения будет замкнута через резисторы в цепи и якорь.

В регулируемых приводах пуск производится путем постепенного повышения напряжения источника питания так, чтобы ток при пуске поддерживался в требуемых пределах или сохранялся в течение большей части времени пуска примерно неизменным. Последнее можно осуществить путем автоматического управления процессом изменения напряжения источника питания в системах с обратными связями (см. гл. 18).

Пуск двигателей с последовательным возбуждением производится также при помощи пусковых устройств. Схема двигателя была дана на рис. 14-33. Пусковая диаграмма представляет собой отрезки нелинейной механической характеристики для различных сопротивлений цепи якоря. Пуск при относительно небольших мощностях может выполняться вручную, а при больших — путем замыкания накоротко секций пускового реостата контакторами, которые срабатывают при управлении вручную или автоматически.

*Реверсирование* — изменение направления вращения двигателя — производится путем изменения направления действия вращающего момента. Для этого требуется изменить направление магнитного потока, т. е. переключить обмотку возбуждения или якорь, при этом в якоре будет протекать ток другого направления. При переключении и цепи возбуждения, и якоря направление вращения останется прежним. Обмотка возбуждения двигателя параллельного возбуждения имеет значительный запас энергии: постоянная времени обмотки составляет секунды для двигателей больших мощностей. Значительно меньше постоянная времени обмотки якоря. Поэтому для того чтобы ре-

версирование проходило возможно быстрее, производится переключение якоря. Только там, где не требуется быстродействия, можно выполнять реверсирование путем переключения цепи возбуждения. Реверсирование двигателей последовательного возбуждения можно производить переключением или обмотки возбуждения, или обмотки якоря, так как запасы энергии в обмотках возбуждения и якоря невелики и их постоянные времени относительно малы.

При реверсировании двигателя с параллельным возбуждением якорь сперва отключается от источника питания и двигатель механически тормозится или переключается для торможения. После окончания торможения якорь переключается, если он не был переключен в процессе торможения, и выполняется пуск при другом направлении вращения. В такой же последовательности производится и реверсирование двигателя последовательного возбуждения: отключение — торможение — переключение — пуск в другом направлении. У двигателей со смешанным возбуждением при реверсировании следует переключить якорь либо последовательную обмотку вместе с параллельной.

*Торможение* необходимо для того, чтобы уменьшить время выбега двигателей, которое при отсутствии торможения может быть недопустимо велико, а также для фиксации приводимых механизмов в определенном положении. Механическое торможение обычно производится при наложении тормозных колодок на тормозной шкив. Недостатком механических тормозов является то, что тормозной момент и время торможения зависят от случайных факторов: попадания масла или влаги на тормозной шкив и других. Поэтому такое торможение применяется, когда не ограничены время и тормозной путь. В ряде случаев после предварительного электрического торможения при малой скорости можно достаточно точно произвести остановку механизма (например, подъемника) в заданном положении и зафиксировать его положение в определенном месте. Такое торможение применяется и в аварийных случаях. Электрическое торможение обеспечивает достаточно точное получение требуемого тормозящего момента, но не может обеспечить фиксацию механизма в заданном месте. Поэтому электрическое торможение при необходимости дополняется механическим, которое входит в действие после окончания электрического.

Электрическое торможение происходит, когда ток протекает согласно с ЭДС двигателя. Возможны три способа торможения.

*Торможение с возвратом энергии в сеть.* При этом ЭДС

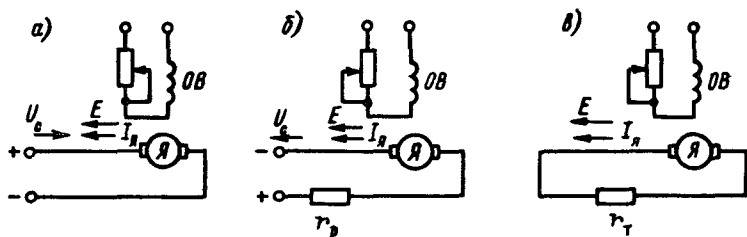


Рис. 14-38. Схемы электрического торможения: *а* — с возвратом энергии в сеть; *б* — при противовключении; *в* — динамическое торможение

$E$  должна быть больше напряжения источника питания  $U_c$  и ток будет протекать в направлении ЭДС, являясь током генераторного режима. Запасенная кинетическая энергия будет преобразовываться в электрическую и частично возвращаться в сеть. Схема включения показана на рис. 14-38, *а*.

Торможение может быть выполнено, когда уменьшается напряжение источника питания так, что  $U_c < E$ , а также при спуске грузов в подъемнике и в других случаях.

Торможение *при противовключении* выполняется путем переключения вращающегося двигателя на обратное направление вращения. При этом ЭДС  $E$  и напряжение  $U_c$  в якоре складываются, и для ограничения тока  $I$  следует включать резистор с начальным сопротивлением  $r_p \approx (U_c + E)/I_{\max}$ , где  $I_{\max}$  — наибольший допустимый ток (рис. 14-38, *б*). Торможение связано с большими потерями энергии.

*Динамическое* торможение выполняется при включении на зажимы вращающегося возбужденного двигателя резистора  $r_T$  (рис. 14-38, *в*). Запасенная кинетическая энергия преобразуется в электрическую и рассеивается в цепи якоря как тепловая. Это наиболее распространенный способ торможения.

## 14-11. Совместная работа генераторов

В течение суток мощность, передаваемая потребителям источниками энергии, изменяется в любой системе энергоснабжения. Для того чтобы работа генераторов системы была наиболее эффективна, требуется обеспечение нагрузки генераторов до мощностей, при которых КПД системы, по крайней мере, близок к наибольшему. Это определяет необходимость иметь в качестве источника не один, а несколько генераторов с тем, чтобы при малых нагрузках отключать некоторые генераторы,

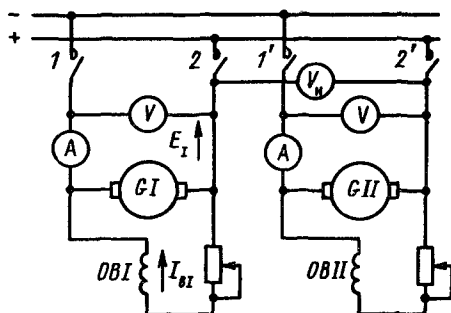


Рис. 14-39. Схема включения генераторов на параллельную работу

переводя нагрузку на оставшиеся, а при больших нагрузках — вновь подключать генераторы. Этим решается и вопрос аварийного введения резервных агрегатов.

Рассмотрим систему, состоящую из двух генераторов, работающих совместно на общую нагрузку (рис. 14-39). Для тока  $I_{я}$  справедливо выражение

$$I_{я} = (E - U_c) / r_{я},$$

где  $U_c$  — напряжение сети;  $E$  — ЭДС рассматриваемого генератора;  $r_{я}$  — сопротивление цепи якоря.

Из этого выражения следует, что при увеличении ЭДС  $E_I$ , соответствующей току возбуждения  $I_{вг}$ , нагрузка генератора  $I$  увеличивается. При этом нагрузка генератора  $II$  уменьшается, увеличивается напряжение  $U_c$ ; следовательно, требуется несколько уменьшить ток возбуждения генератора  $II$ , чтобы напряжение  $U_c$  осталось неизменным.

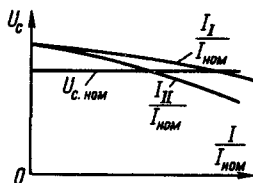
Генераторы могут иметь разные мощности. Относительные внешние характеристики, представляющие собой зависимости напряжений генераторов  $U_I$  и  $U_{II}$  от токов  $I_I$  и  $I_{II}$ , отнесенных к базовому току  $I_{ном}$  генератора, большего по мощности, изображены на рис. 14-40.

Внешние характеристики отличаются друг от друга, поэтому при неконтролируемом увеличении нагрузки генератор  $I$  будет нагружен относительно больше. Для того чтобы обеспечить распределение нагрузки, пропорциональное мощностям генераторов, следует путем изменения токов возбуждения привести мощности к одинаковой для обоих генераторов относительной мощности. Только при одинаковых относительных внешних характеристиках неконтролируемое распределение нагрузки будет относительно одинаковым для обоих генераторов.

Перед включением генераторов на совместную работу (гене-



Рис. 14-40. Распределение нагрузки между генераторами при различных относительных внешних характеристиках



ратор  $II$  под нагрузкой) скорость вращения подключаемого генератора  $I$  доводится до номинальной, ток возбуждения устанавливается таким, чтобы ЭДС генератора  $E_I$  была приблизительно равна напряжению сети  $U_c$ .

Рекомендуется для предотвращения случайного толчка тока в направлении действия  $U_c$ , обуславливающего нежелательное возникновение момента, действующего против направления вращения первичного двигателя, устанавливать ЭДС  $E_I$  на 0,5–1,0% выше  $U_c$ . ЭДС  $E_I$  должна быть направлена встречно  $U_c$ . Равенство ЭДС  $E_I$  напряжению  $U_c$  проверяется путем замыкания пары контактов одинаковой полярности ( $I$  и  $I'$  на рис. 14-39) и измерения напряжения нулевым вольтметром  $V_n$ . При равных  $E_I$  и  $U_c$  вольтметр должен (с точностью 0,5–1,0 В) показывать нуль. После последней проверки можно включить генератор  $I$  на совместную работу и перевести нагрузку на него. Перед отключением нагрузка генератора  $I$  переводится на другой генератор ( $II$ ), и после этого генератор  $I$  отключается.

Если совместно (параллельно) работает несколько генераторов, то порядок включения и отключения такой же, как и при работе двух генераторов, только при переводе нагрузки придется регулировать токи возбуждения всех совместно работающих генераторов с целью их равномерной загрузки.

#### 14-12. Потери мощности и КПД машин постоянного тока

Электрические машины служат для получения электрической или механической энергии путем преобразования одного вида энергии в другой.

При работе имеются потери энергии. КПД машины является отношением полезной выходной мощности  $P_2$  к подводимой  $P_1$ . КПД можно найти путем измерений  $P_2$  и  $P_1$ , но такие измерения требуют специального оборудования и затрат энергии, а точность определения КПД обычно невелика. Поэтому для определения КПД применяются, как правило, косвенные методы, при которых вычисляются потери мощности при нагрузке.

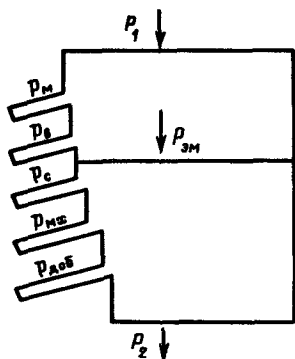


Рис. 14-41. Диаграмма распределения мощности двигателя с параллельным возбуждением

Наиболее просто определяются электрическая мощность на выходе генератора  $P_2$  и мощность, подводимая к двигателю,  $P_1$ . Поэтому выражения КПД для генераторов и двигателей обычно отличаются друг от друга:

$$\left. \begin{aligned} \text{для генераторов } \eta_{\text{г}} &= \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma p} = \frac{UI_{\text{я}}}{UI_{\text{я}} + \Sigma p}; \\ \text{для двигателей } \eta_{\text{дв}} &= \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \Sigma p}{P_1} = \frac{UI_{\text{с}} - \Sigma p}{UI_{\text{с}}}, \end{aligned} \right\} (14-15)$$

где  $I_{\text{я}}$  — ток якоря генератора;  $I_{\text{с}}$  — ток, потребляемый двигателем;  $\Sigma p$  — сумма потерь мощности в машине.

Рассмотрим потери в двигателе в порядке их проявления. Определение выходной мощности и порядок учета потерь для двигателя с параллельным возбуждением показаны на диаграмме (рис. 14-41).

Потери в цепи якоря двигателя параллельного возбуждения  $p_{\text{м}}$  состоят из потерь в сопротивлениях обмотки якоря  $r_{\text{я}}$ , обмотки добавочных полюсов  $r_{\text{д.п}}$ , компенсационной  $r_{\text{к}}$  (если имеется), а также потерь в контакте щетки — коллектор. Сопротивление цепи берется при температуре  $75^\circ\text{C}$ , падение напряжения в контакте щетки — коллектор  $\Delta U$  принимается неизменным — примерно 1,5–2 В. Исходя из этого, можно написать

$$p_{\text{м}} = I_{\text{я}}^2(r_{\text{я}} + r_{\text{д.п}} + r_{\text{к}}) + I_{\text{я}}\Delta U. \quad (14-16a)$$

Потери в цепи якоря двигателя последовательного возбуждения состоят из потерь в сопротивлениях обмотки якоря  $r_{\text{я}}$ , добавочных полюсов  $r_{\text{д.п}}$ , последовательной обмотки  $r_{\text{п.о}}$  и потерь в контакте щетки — коллектор  $\Delta U$  (компенсационная обмотка у этих двигателей обычно не выполняется):

$$p_{\text{м}} = I_{\text{я}}^2(r_{\text{я}} + r_{\text{д.п}} + r_{\text{п.о}}) + I_{\text{я}}\Delta U. \quad (14-166)$$

Потери в сопротивлении цепи возбуждения двигателя параллельного возбуждения

$$p_v = U_v I_v. \quad (14-17)$$

Вращение сердечника якоря, набранного из тонких листов стали, обуславливает потери мощности в стали  $p_c$  при перемагничивании: на гистерезис — эти потери пропорциональны частоте перемагничивания и наибольшей магнитной индукции в степени, близкой ко второй; на вихревые токи — эти потери пропорциональны частоте перемагничивания и магнитной индукции в квадрате. Двигатели параллельного возбуждения работают в большинстве случаев при малоизменяющихся скоростях вращения и магнитных потоках, поэтому эти потери можно считать неизменными. У двигателей с последовательным возбуждением произведение скорости вращения на магнитный поток остается примерно неизменным, что определяет некоторое уменьшение потерь при увеличении нагрузки. Заметим, что вихревые токи и гистерезис оказывают тормозящее действие на якорь.

Механические потери  $p_{мх}$  обусловлены трением вала якоря в подшипниках, трением щеток по коллектору при вращении, трением якоря в воздухе и вентиляционным действием при вращении якоря и вентилятора двигателя, если он имеется. Эти потери при маломеняющейся скорости вращения остаются неизменными.

Добавочные потери  $p_{доб}$  принимаются обычно равными 1% от мощности двигателя, и в них учитываются различные трудноопределимые потери: потери в полюсных наконечниках, обусловленные пульсациями магнитного поля вследствие наличия зубцов якоря, и другие, а также неточности в определении потерь.

В потери холостого хода  $p_{х. х}$  входят потери  $p_c$ ,  $p_{мх}$  и условно  $p_{доб}$ :

$$p_{х. х} = p_c + p_{мх} + p_{доб}. \quad (14-18)$$

Эти потери можно определить из опыта путем измерения мощности при холостом ходе двигателя.

После вычитания из значения подводимой мощности  $P_1$  потерь  $p_m$  и  $p_v$  получим электромагнитную мощность  $P_{эм}$ , передаваемую якорю, равную произведению электромагнитного момента  $M_{эм}$  на частоту вращения  $\omega$ :

$$P_{эм} = P_1 - p_m - p_v = \omega M_{эм}. \quad (14-19)$$

Мощность на валу двигателя

$$P_2 = P_1 - p_m - p_v - p_{мх} - p_c - p_{доб} = P_1 - \Sigma p. \quad (14-20)$$

КПД генераторов и двигателей определяются по формулам (14-15).

## Глава 15. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И АВТОМАТИКИ

### 15-1. Двухфазные асинхронные двигатели

В системах автоматики, маломощных следящих системах и других устройствах управления широко применяются электрические машины, по преимуществу маломощные, имеющие ряд особенностей в отличие от электрических машин общего назначения. Эти специальные электрические машины используются для привода, преобразования и усиления сигналов и для других целей.

Маломощные двухфазные асинхронные двигатели часто применяются в качестве регулируемых приводов элементов систем автоматики. Скорость двигателей регулируется при изменении значения или фазы управляющего напряжения переменного тока.

У асинхронного двигателя с двумя одинаковыми обмотками, расположенными под углом 90 электрических градусов друг к другу и включенными на одинаковые по значению напряжения  $U_A$  и  $U_B$ , сдвинутые по фазе на  $\pi/2$ , возникает круговое вращающееся магнитное поле. Магнитное поле вращается в направлении чередования токов по фазам статора, и амплитуда магнитной индукции вращающегося поля равна амплитуде индукции пульсирующего поля одной фазы. При наличии вращающегося поля возникает вращающий момент, увлекающий ротор в сторону вращения поля.

Если система напряжений  $\dot{U}_A$  и  $\dot{U}_B$  несимметрична (рис. 15-1, а), т. е.  $\beta \neq \pi/2$  и  $U_A \neq U_B$ , то она может быть формально заменена двумя симметричными системами: *симметричной системой прямой последовательности* напряжений, составленной из симметричных напряжений  $\dot{U}_{1A}$  и  $\dot{U}_{1B}$ , имеющей тот же порядок чередования фаз, что и исходная система  $\dot{U}_A$  и  $\dot{U}_B$ , и *симметричной системой обратной последовательности* напряжений  $\dot{U}_{2A}$  и  $\dot{U}_{2B}$ , имеющей обратный порядок чередования фаз (рис. 15-1, б).

Симметричные напряжения  $\dot{U}_{1A}$  и  $\dot{U}_{1B}$ ,  $\dot{U}_{2A}$  и  $\dot{U}_{2B}$  могут быть определены при заданных  $\dot{U}_A$  и  $\dot{U}_B$ .

В символической форме напряжения  $\dot{U}_{1B}$  и  $\dot{U}_{2B}$  записываются так:

$$\dot{U}_{1B} = -j\dot{U}_{1A} = -j\dot{U}_1 \quad \text{и} \quad \dot{U}_{2B} = j\dot{U}_{2A} = j\dot{U}_2.$$

Для упрощения записи обозначим  $\dot{U}_{1A} = \dot{U}_1$ ;  $\dot{U}_{2A} = \dot{U}_2$ .

Для двух фаз имеем уравнения:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{1A} + \dot{U}_{2A} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2; \quad \dot{U}_B = \dot{U}_{1B} + \dot{U}_{2B} = -j\dot{U}_1 + j\dot{U}_2.$$

Решая эти уравнения относительно  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$ , получим

$$\dot{U}_{1A} = \dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_A + j\dot{U}_B}{2}; \quad \dot{U}_{2A} = \frac{\dot{U}_A - j\dot{U}_B}{2}. \quad (15-1)$$

Как следует из приведенных выражений, для графического определения, например, напряжения  $\dot{U}_1$ , надо повернуть вектор напряжения  $\dot{U}_B$  на угол  $\pi/2$  по направлению вращения векторов, сложить два вектора:  $\dot{U}_A$  и повернутый  $\dot{U}_B$  и эту геометрическую сумму разделить на два (рис. 15-1, в). Из выражения (15-1) определяется и напряжение  $\dot{U}_2$  (рис. 15-1, г).

Если система напряжений  $\dot{U}_A$  и  $\dot{U}_B$  симметричная, то  $\dot{U}_B = -j\dot{U}_A$  и система обратной последовательности напряжений отсутствует, существует только симметричная система прямой последовательности. Симметричной системе прямой последовательности напряжений соответствует прямое круговое поле, вращающееся в направлении чередования токов по фазам. Это поле создает вращающий момент, действующий в направлении вращения ротора. Симметричной системе обратной последовательности напряжений соответствует обратное круговое поле, вращающееся в обратном направлении с той же скоростью  $n_0 = 60f/p$ , что и прямое. Обратное поле создает вращающий момент, действующий против направления вращения ротора и тормозящий ротор. Если несимметрия напряжений увеличивается, то будет

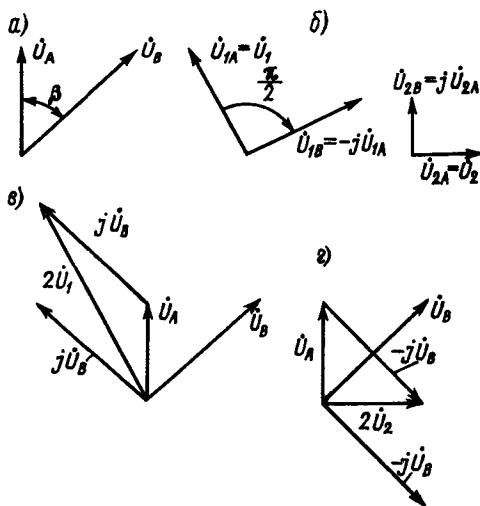


Рис. 15-1. Разложение двухфазной несимметричной системы напряжений на две симметричные: а — исходная несимметричная система; б — системы прямого и обратного следования фаз; в — определение симметричной системы прямой последовательности; г — определение симметричной системы обратной последовательности

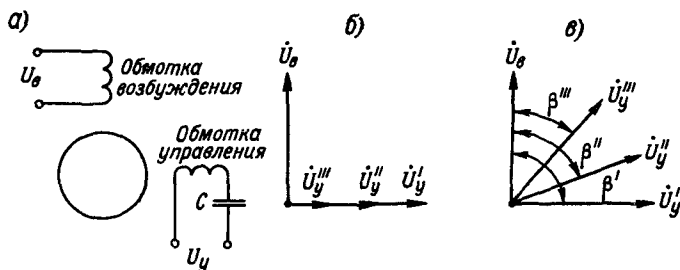


Рис. 15-2. Управление двухфазным асинхронным двигателем: а — схема двигателя; б — векторная диаграмма при амплитудном управлении; в — векторная диаграмма при фазовом управлении

увеличиваться тормозящее действие и при значительном сопротивлении ротора скорость вращения для данного момента нагрузки уменьшится. Если одно из напряжений равно нулю, ротор будет неподвижен; при изменении фазы одного из напряжений на  $\pi$  ротор начнет вращаться в другом направлении.

Управление двигателем может быть *амплитудным* или *фазовым*. При амплитудном управлении напряжение возбуждения  $U_b$  одной фазы остается неизменным, а управляющее напряжение другой фазы регулируется. Угол сдвига между напряжениями остается равным  $\pi/2$  (рис. 15-2, б). При фазовом управлении управляющее напряжение неизменно и при одинаковых обмотках обычно равно возбуждающему; регулирование производится путем изменения угла  $\beta$  (рис. 15-2, в).

Если напряжения на зажимах цепи возбуждения и управляющего находятся в фазе, то для получения угла сдвига между ними, близкого к  $\pi/2$ , при амплитудном управлении в цепь обмотки возбуждения или управления обычно включается конденсатор (рис. 15-2, а). При одинаковых обмотках статора напряжение управления не превосходит напряжения возбуждения. Применяется и смешанное, *амплитудно-фазовое*, управление, когда регулируются значение и фаза  $\beta$  управляющего напряжения.

Часто обмотки статора выполняются с разными числами витков. Пульсирующие магнитные потоки по двум осям обмоток будут в этом случае одинаковыми при условии

$$K = \frac{U_b}{U_y} = \frac{k_b w_b}{k_y w_y}, \quad (15-2)$$

где  $U_b$  и  $U_y$  — действующие напряжения возбуждения и управления;  $k_b$ ,  $w_b$ ,  $k_y$  и  $w_y$  — обмоточные коэффициенты и числа витков возбуждения и управления.

Найдем приближенное выражение вращающего момента двигателя при амплитудном управлении для  $U_b = \text{const}$ . Действительным коэффициентом сигнала  $\alpha_e$  назовем отношение управляющего напря-

жения  $U_y$ , приведенного к обмотке возбуждения, к напряжению возбуждения:

$$\alpha_e = K \frac{U_y}{U_B}$$

или

$$U_y = \frac{\alpha_e}{K} U_B, \quad (15-3)$$

где  $K = k_B w_B / (k_y w_y)$ .

На основании выражений (15-1) и (15-3) напряжения прямой и обратной последовательности, приведенные к обмотке, равны:

$$U_1 = \frac{1 + \alpha_e}{2} U_B; \quad U_2 = \frac{1 - \alpha_e}{2} U_B.$$

Скольжение для прямого поля

$$s_1 = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{n_0 - n}{n_0} = s,$$

где  $\omega_0, n_0$  — синхронная частота вращения и скорость;  $\omega$  и  $n$  — текущие значения этих величин.

Скольжение для обратного поля, вращающегося в обратную сторону,

$$s_2 = \frac{\omega_0 + \omega}{\omega_0} = \frac{n_0 + n}{n_0} = 2 - s.$$

При большом значении активного сопротивления ротора вращающиеся моменты пропорциональны квадратам симметричных напряжений статора и скольжению (см. гл. 12). Определим вращающий момент двигателя при этих упрощениях как разность вращающих моментов от прямого и обратного полей:

$$\begin{aligned} M &= M_1 - M_2 = c' (U_1^2 s_1 - U_2^2 s_2) = \\ &= c' U_B^2 \left[ \left( \frac{1 + \alpha_e}{2} \right)^2 s - \left( \frac{1 - \alpha_e}{2} \right)^2 (2 - s) \right] = \\ &= \frac{c'}{2} U_B^2 [s(1 + \alpha_e^2) - (1 - \alpha_e)^2]. \end{aligned}$$

Окончательно

$$M = c U_B^2 [s(1 + \alpha_e^2) - (1 - \alpha_e)^2]. \quad (15-4)$$

Как следует из этого выражения, механические характеристики двигателя  $n = f(M)$  для различных  $\alpha_e$  являются прямыми (рис. 15-3, а). По выражению (15-4) можно построить также регулировочные характеристики  $n = f(\alpha_e)$  для различных нагрузочных моментов (рис. 15-3, б). Значения вращающего момента для характеристик отнесены к значению вращающего момента  $M_K$  при неподвижном роторе ( $s = 1$ ) и круговом поле ( $\alpha_e = 1$ ). Характеристики реальных двигателей отличаются

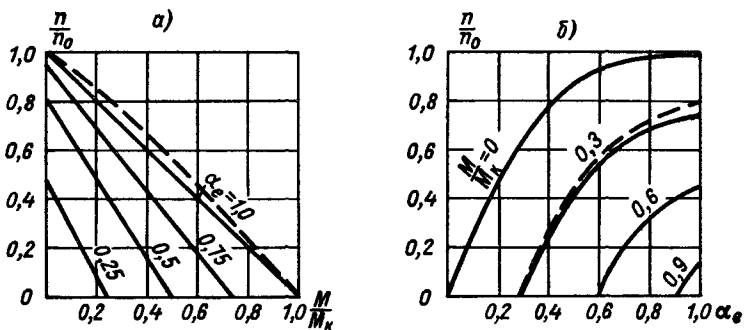


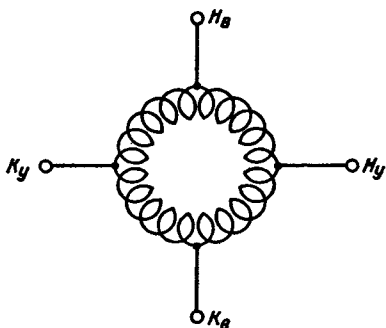
Рис. 15-3. Механические (а) и регулировочные (б) характеристики двухфазного двигателя

от изображенных характеристик идеального двигателя, как это показано штриховой линией для одной из них.

Приведенные характеристики указывают на то, что скорость двухфазного двигателя можно относительно просто регулировать, хотя при этом потери в двигателе велики, а коэффициент мощности низок. Двухфазные двигатели систем автоматики обычно выполняются на малые мощности — от единиц до десятков ватт. Применение двигателей большей мощности экономически нецелесообразно.

Статоры двигателей набираются из изолированных штампованных листов электротехнической стали. В полуоткрытых пазах статора помещается обмотка статора, выполняемая обычно из круглого провода с эмалевой изоляцией. Двигатель может иметь две раздельные обмотки статора или замкнутую обмотку статора с выводами обмоток возбуждения и управления под углом  $90^\circ$  (рис. 15-4).

Двигатели выполняются с ротором большого сопротивления или со сплошным стальным ротором. Применяются также двигатели малой мощности с роторами в виде полового цилиндра из легкого металла, помещаемого между неподвижными статором и сердечником ротора.



Асинхронные двухфазные двигатели обычно используются в качестве исполнительных в системах автоматики. При неизменном напряжении возбуждения изменяется напряжение управления, соответствующее отклонению регулируемой вели-

Рис. 15-4. Замкнутая обмотка статора двухфазного двигателя



чины от установленного значения, т. е. напряжение рассогласования. При наличии рассогласования исполнительный двигатель обеспечивает перемещение исполнительного механизма в сторону уменьшения рассогласования. При изменении знака рассогласования изменяются фаза управляющего напряжения и направление вращения двигателя.

## 15-2. Реактивные синхронные двигатели

Реактивные синхронные двигатели имеют в отличие от обычных синхронных двигателей ротор с явными полюсами без обмотки возбуждения. Синхронный двигатель обычного исполнения при выключенной обмотке возбуждения также может работать в качестве реактивного. При этом  $\cos \varphi$  и КПД такого двигателя будут значительно ниже, чем при нормальной работе.

Рассмотрим двухполюсный двигатель, в трехфазной обмотке статора которого протекают токи, создающие МДС  $F$ , ориентированную так, как показано на рис. 15-5, *а*. Явнополюсный ротор стремится установиться в таком положении, чтобы магнитный поток статора был наибольшим и ось полюсов ротора совпала с направлением МДС обмотки статора. При вращении поля статора в случае холостого хода ротор увлекается вращающимся полем, вращаясь синхронно с ним и сохраняя неизменным свое положение относительно МДС  $F$  статора, показанное на рисунке. Заметим, что в этом положении ротора магнитный поток статора и соответствующее ему реактивное сопротивление фаз статора  $x_d$  будут наибольшими, так как магнитное сопротивление пути потока по стальному ротору наименьшее.

Если нагрузить двигатель моментом нагрузки  $M$ , то ротор будет

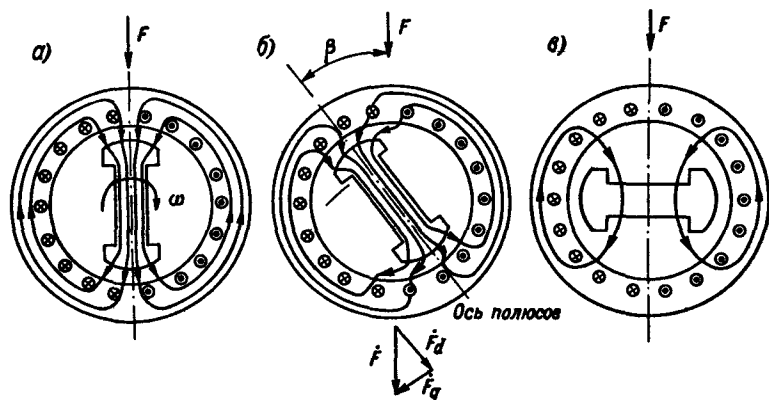


Рис. 15-5. Расположение ротора синхронной машины относительно направления МДС, создаваемой токами статора: *а* — при  $\psi = \pi/2$ ; *б* — при  $\psi = \pi/2 - \beta$ ; *в* — при  $\psi = 0$

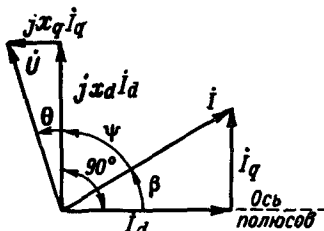


Рис. 15-6. Векторная диаграмма реактивного синхронного двигателя

отставать от вращающейся МДС статора на некоторый угол  $\beta$  и магнитные линии поля будут как бы тянуть ротор в направлении вращения (рис. 15-5, б).

Наибольшее магнитное сопротивление для потока статора и наименьшее значение реактивного сопротивления  $x_d$  обмотки статора будут иметь место при расположении ротора перпендикулярно направлению МДС статора  $F$ .

Обозначим через  $\psi$  угол сдвига между ЭДС, которая индуцируется потоком ротора, направленным по оси полюсов, и током статора. Для рис. 15-5, в, когда ток статора находится в фазе с ЭДС, которая индуцируется потоком ротора, угол  $\psi = 0$ . Положению ротора на рис. 15-5, а соответствует  $\psi = \pi/2$ , а положению на рис. 15-5, б — угол  $\psi = \pi/2 - \beta$ .

Разложим МДС статора на две составляющие: продольную  $F_d$  по оси ротора и поперечную  $F_q$ , перпендикулярную оси (рис. 15-5, б). Этому разложению МДС соответствует формальное разложение тока статора на две системы токов — продольную  $I_d$  и поперечную  $I_q$ :

$$\left. \begin{aligned} I_d &= I \cos \beta = I \cos (\pi/2 - \psi) = I \sin \psi; \\ I_q &= I \sin \beta = I \cos \psi. \end{aligned} \right\} \quad (15-5)$$

Составляющая тока  $I_d$  создает МДС  $F_d$ , а  $I_q$  — МДС  $F_q$ .

Реактивное сопротивление  $x_d$  для составляющей тока  $I_d$  состоит из реактивного сопротивления  $x_{ad}$  от потока реакции якоря по продольной оси и реактивного сопротивления  $x_p$  от потока рассеяния. Аналогично сопротивление  $x_q$  для составляющей  $I_q$  состоит из сопротивлений  $x_{aq}$  и  $x_p$ :

$$x_d = x_{ad} + x_p; \quad x_q = x_{aq} + x_p.$$

Пренебрегая активными сопротивлениями обмоток, получим, что вектор напряжения  $\dot{U}$  на зажимах каждой из фазных обмоток статора будет равен геометрической сумме напряжений  $I_d x_d$  и  $I_q x_q$ :

$$\dot{U} = j x_d I_d + j x_q I_q.$$

На основании приведенных соображений на рис. 15-6 построена упрощенная векторная диаграмма реактивного синхронного двигателя.

В предположении отсутствия потерь в статоре активная электромагнитная мощность фазы равна произведению напряжения  $U$  на ток  $I$  и на  $\cos(\psi + \theta)$ . Эту мощность можно также определить как алгебраическую сумму мощностей, равных соответственно произведению напряжения по продольной оси  $I_d x_d$  на ток по поперечной оси  $I_q$  и произведению  $I_q x_q$  на  $I_d$ .

Из векторной диаграммы следует, что электромагнитная мощность трехфазного двигателя, передаваемая от статора на ротор,

$$P_{эм} = 3(I_d I_q x_d - I_q I_d x_q) = 3 \left( \frac{U \sin \theta}{x_q} U \cos \theta - \frac{U \cos \theta}{x_d} U \sin \theta \right) = \\ = \frac{3}{2} U^2 \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\theta. \quad (15-6)$$

Вращающий момент (в ньютон-метрах) при пренебрежении потерями двигателя определяется выражением

$$M = \frac{3}{2} \frac{p}{\omega} U^2 \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\theta, \quad (15-7)$$

где  $\omega/p$  – синхронная частота вращения ротора.

Вращающий момент и мощность реактивного двигателя пропорциональны  $\sin 2\theta$  и имеют наибольшее значение при  $\theta = 45^\circ$  в отличие от неявнополюсного двигателя (рис. 15-7, а). Наибольший реактивный момент имеет значение порядка десятков процентов от наибольшего момента обычного синхронного двигателя.

Вращающий момент  $M$  всякой синхронной машины с явными полюсами складывается из момента  $M_c$ , в предположении неявнополюс-

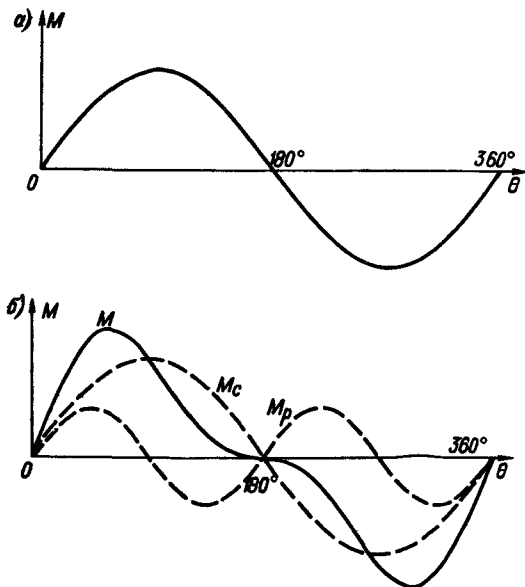


Рис. 15-7. Зависимость вращающего момента синхронного двигателя от угла  $\theta$ : а – для неявнополюсного ротора; б – для явнополюсного ротора

ного ротора, и реактивного момента  $M_p$  (рис. 15-7, б). Вследствие наличия реактивного момента кривая зависимости  $M = f(\theta)$  для машины с явными полюсами отклоняется от синусоиды.

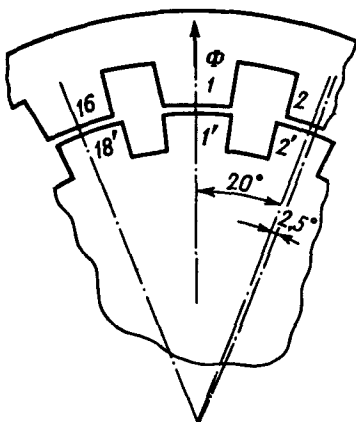
Реактивные двигатели, как это следует из векторной диаграммы на рис. 15-6, работают при низком значении  $\cos \phi$  и с небольшим КПД. Поэтому находят применение реактивные двигатели только малой мощности, простоту устройства которых (отсутствие возбуждения ротора) предпочитают высоким эксплуатационным показателям обычных двигателей. Реактивные машины, магнитный поток которых возникает под действием МДС реакции статора, могут работать также в качестве генераторов.

При питании от однофазной сети применяют двигатели с двумя обмотками, одна из которых включена непосредственно на напряжение сети, а другая — через конденсатор.

Для пуска двигателей служат пусковые клетки роторов. Синхронные реактивные двигатели при наличии пусковой клетки, как и обычные двигатели, работают при пуске до входа в синхронизм как асинхронные.

Двигатели с постоянными магнитами имеют статоры с трехфазной или двухфазной обмоткой, выполняются с роторами, на которых вместо полюсов с обмотками, возбуждаемыми постоянным током, имеются постоянные магниты. Постоянные магниты надо считать как бы имеющими обмотку возбуждения, обтекаемую постоянным током, что следует из теории магнетизма. Поэтому рассматриваемые двигатели могут развивать больший вращающий момент по сравнению с обычными реактивными, состоящий из собственно реактивного момента, пропорционального  $\sin 2\theta$ , и момента, пропорционального  $\sin \theta$ , как показано на рис. 15-7.

Благодаря этому свойству и простоте исполнения маломощные синхронные двигатели с постоянными магнитами получили широкое распространение. Двигатели выпускаются серийно нашей промышленностью.



**Гистерезисный двигатель** имеет также трехфазную или двухфазную обмотку статора. Ротор выполняется в виде сплошного цилиндра из меди или мягкой стали, на который напрессован полый цилиндр из магнитотвердого материала. Двигатель разгоняется как асинхронный под действием момента, создаваемого при воздействии вращающего-

Рис. 15-8. Часть магнитной системы статора и ротора редукторного двигателя

ся поля на вихревые токи, индуцируемые в сплошном цилиндре. При подсинхронной частоте вращения двигатель втягивается в синхронизм и начинает вращаться синхронно с вращающимся полем под действием момента, обусловленного взаимодействием вращающегося поля с остаточным магнитным потоком магнитотвердого наружного цилиндра.

**Редукторные реактивные двигатели** служат для получения малых скоростей вращения без применения редукторов, что устраняет шум от механической передачи и делает привод более компактным. В простейшем виде это — двигатель, статор и ротор которого набраны из штампованных листов электротехнической стали. Статор имеет трехфазную или двухфазную обмотку, пазы статора открытые; пазы ротора также открытые и без обмотки. Разность чисел пазов статора  $z_1$  и ротора  $z_2$  должна быть кратной двойному числу пар полюсов  $p_1$  обмотки статора. На рис. 15-8 изображена часть магнитной системы статора и ротора для  $z_1 = 16$ ,  $z_2 = 18$  и  $p_1 = 1$ . В показанном положении против зубца 1 статора расположен зубец 1' ротора и магнитное сопротивление для потока наименьшее. В это положение ротор стремится установиться, когда ось магнитного поля вертикальна. Зубцовый шаг для статора  $360^\circ/16 = 22,5^\circ$ , а для ротора  $360^\circ/18 = 20^\circ$ . Когда ось вращающегося магнитного потока повернется по часовой стрелке на угол  $22,5^\circ$ , то положение, которое стремится занять ротор, и наименьшее магнитное сопротивление будут тогда, когда против зубца статора 2 расположится зубец 2' ротора. Следовательно, при повороте магнитного поля на угол  $22,5^\circ$  ротор повернется на угол  $2,5^\circ$  — в положение, соответствующее наименьшему магнитному сопротивлению, т. е. на угол, в 9 раз меньший. Из приведенных соображений можно заключить, что ротор будет вращаться медленнее магнитного поля в  $i = z_2/(z_2 - z_1)$  раз. Число зубцов статора может быть и больше числа зубцов ротора. Предположим для примера, что  $p_1 = 1$ ,  $z_1 = 198$  и  $z_2 = 200$ . Тогда ротор будет вращаться медленнее вращающегося двухполюсного поля в 100 раз:  $z_2/(z_2 - z_1) = 200/(200 - 198)$ , т. е. при частоте  $f = 50$  Гц со скоростью 30 об/мин.

Редукторные двигатели обычно имеют пусковые устройства в виде короткозамкнутой клетки или пусковой обмотки на роторе. Если двигатель предназначен для работы при легких условиях пуска, то пусковое устройство может отсутствовать.

**Шаговые двигатели** служат для поворота приводимого механизма на определенный угловой шаг при подаче импульсов тока в обмотку статора. Статор двигателя имеет трехфазную или двухфазную обмотку; ротор из ферромагнитного сплошного металла выполняется с открытыми пазами или с магнитами, которые крепятся к ротору. Вследствие того что числа зубцов ротора и статора различные, магнитные сопротивления системы ротор — статор имеют наименьшие значения в определенных положениях ее. При подаче различных по значению токов в фазы обмотки статора ось магнитного поля будет занимать различные положения относительно статора, а ротор будет устанавливаться в положения, дающие наименьшее магнитное сопротивление. Электронный или другой коммутатор обеспечивает в течение каждого

такта подачу таких импульсов тока в обмотку статора, что ротор поворачивается на один шаг, величина которого составляет обычно единицы угловых градусов.

### 15-3. Сельсины

В системах передачи на расстояние угла поворота прибора или аппарата, в следящих системах, а также в электромеханических вычислительных устройствах широко применяются сельсины.

Сельсин является машиной малой мощности, выполняемой подобно асинхронной. Обычным является исполнение сельсина с контактными кольцами, однофазной обмоткой явнополюсного ротора и трехфазной обмоткой статора. Однофазная обмотка ротора получает питание от сети переменного тока, ток к обмотке ротора подводится через контактные кольца. Магнитные системы статора и ротора набраны из изолированных листов электротехнической стали.

Сельсины изготавливаются и с однофазной обмоткой явнополюсного статора, и трехфазной распределенной обмоткой ротора. Применяются также бесконтактные сельсины, описанные в конце параграфа.

Обычно сельсины предназначены для работы при непрерывном вращении, что имеет место в режиме непрерывного слежения следящих систем. Сельсины могут работать и при периодических поворотах в пределах некоторого угла.

Выведем выражения для ЭДС, индуктированных в обмотке статора при питании однофазной обмотки ротора от сети переменного тока (рис. 15-9). При этом в рашотке статора возникает пульсирующий переменный магнитный поток с неизменной амплитудой. Этот поток индуктирует в трехфазных обмотках статора ЭДС той же частоты, находящиеся в фазе друг с другом и отстающие по фазе на  $\pi/2$  от переменного потока.

Если оси обмотки ротора и одной из фазных обмоток статора совпадают при некотором положении ротора, то в данной обмотке ста-

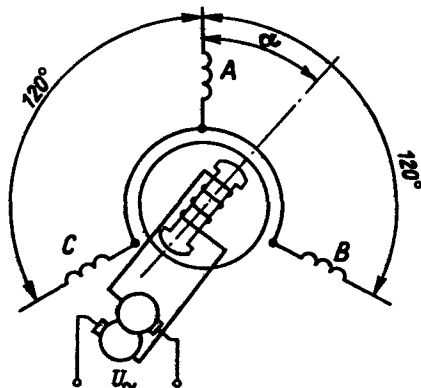


Рис. 15-9. Схема сельсина с однофазным ротором

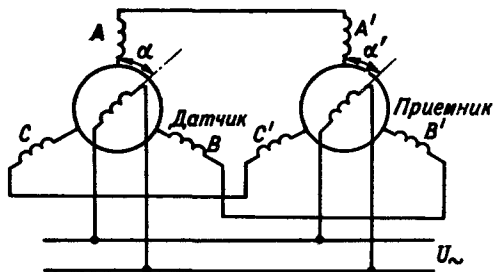


Рис. 15-10. Схема дистанционной передачи угла при помощи сельсинов

тора индуцируется наибольшая переменная ЭДС; если угол между осями обмоток равен  $\alpha$ , то при синусоидальном распределении магнитного потока в зазоре действующие индуцированные ЭДС и их амплитуда будут пропорциональны  $\cos \alpha$ .

Выражение для мгновенной ЭДС, индуцированной, например, в обмотке  $A$  при синусоидальном изменении магнитного потока, имеет вид  $e_A = E_m \cos \alpha \sin \omega t$ , где  $E_m \cos \alpha$  — амплитудное значение ЭДС;  $\omega$  — угловая частота переменного потока.

Учитывая сдвиг в пространстве фазных обмоток статора относительно друг друга на угол  $120$  электрических градусов, можно написать выражения для действующих ЭДС обмоток статора, находящихся в фазе:

$$E_A = E \cos \alpha; E_B = E \cos \left( \alpha - \frac{2\pi}{3} \right); E_C = E \cos \left( \alpha - \frac{4\pi}{3} \right), \quad (15-8)$$

где  $E$  — действующая ЭДС, индуцированная в фазе обмотки статора, когда оси обмоток статора и ротора совпадают ( $\alpha = 0$ ).

В соответствии с выражением (15-8) ЭДС обмотки  $A$ , например, изменяется по косинусоиду. В пределах угла  $90^\circ < \alpha < 270^\circ$  ЭДС  $E_A < 0$ . Это соответствует изменению фазы ЭДС на  $\pi$  по сравнению с фазой при  $90^\circ > \alpha > 270^\circ$ .

В системе, работающей в *индикаторном режиме*, например при дистанционной передаче угла поворота измерительного прибора, имеются сельсин-датчик, который задает угол поворота  $\alpha$ , и сельсин-приемник, ротор которого поворачивается на угол  $\alpha'$ , равный приблизительно углу поворота сельсина-датчика (рис. 15-10). От одного сельсина-датчика может передаваться угол на несколько приемников. При этом напряжения роторов, как следует из рис. 15-10, одинаковые, а коэффициенты трансформации с ротора на статор должны быть также одинаковы для обоих сельсинов, что обеспечивает равенство ЭДС по фазам статора в согласованном положении роторов. Если ротор сельсина-приемника находится в положении, повернутом относительно исходного на угол  $\alpha'$ , а ротор сельсина-датчика повернут на угол  $\alpha$  из исходного положения, когда ось фазы  $A$  совпадала с осью обмотки ро-

тора, ЭДС обмоток статоров сельсина-датчика и сельсина-приемника взаимно не уравновешиваются и в обмотках статоров протекают токи, определяющиеся разностью ЭДС при угле рассогласования  $\theta = \alpha - \alpha'$ .

На роторы сельсина-датчика и сельсина-приемника действуют вращающие моменты, обусловленные взаимодействием магнитных полей и токов проводников обмоток ротора. Вращающий момент, действующий на ротор сельсина-датчика, уравновешивается моментом задающего устройства, а вращающий момент, действующий на ротор сельсина-приемника, стремится повернуть его на угол, равный углу поворота ротора сельсина-датчика. Когда угол  $\theta = \alpha - \alpha'$  будет равен нулю, ЭДС обмоток статоров уравновесятся. ЭДС, действующая в цепях обмоток статоров, соединенных друг с другом, равна разности ЭДС обмоток. Для обмоток  $A$  и  $A'$ , например,

$$\begin{aligned} \Delta E_A &= E_{A'} - E_A = E \cos \alpha' - E \cos \alpha = \\ &= -2E \sin \frac{\alpha + \alpha'}{2} \sin \frac{\alpha' - \alpha}{2} = 2E \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} \right) \sin \frac{\theta}{2}. \end{aligned}$$

Аналогично для фаз  $B$  и  $C$  получим

$$\Delta E_B = 2E \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} - 120^\circ \right) \sin \frac{\theta}{2};$$

$$\Delta E_C = 2E \sin \left( \alpha - \frac{\theta}{2} - 240^\circ \right) \sin \frac{\theta}{2}.$$

Результирующая ЭДС зависит от угла  $\theta$ , а токи в цепях статора сдвинуты на угол  $\phi$  относительно этой ЭДС.

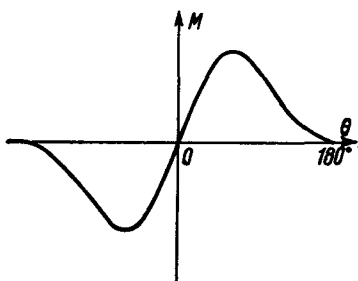
Можно показать, что вращающий момент сельсина определяется выражением

$$M = M_{\max} \sin \theta, \quad (15-9)$$

где  $M_{\max}$  — наибольший вращающий момент при  $\theta = 90^\circ$  и данном значении угла сдвига  $\phi$ .

Выражение вращающего момента получено для неявнополюсной машины.

При учете реактивного момента, обусловленного наличием явных полюсов, кривая зависимости  $M = f(\theta)$  отклоняется от синусоиды (рис. 15-11).



Под действием вращающего момента ротор сельсина-приемника устанавливается в соответствующее положение. Некоторая неточность установки обусловлена моментом сопротивления приемника и умень-

Рис. 15-11. Зависимость вращающего момента явнополюсного сельсина от угла рассогласования



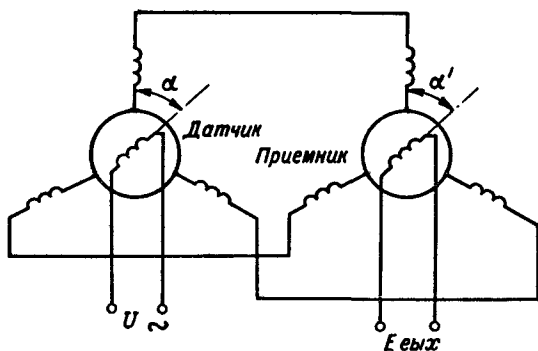


Рис. 15-12. Трансформаторная схема соединения сельсинов

шением устанавливающего момента  $M$  при уменьшении угла рассогласования  $\theta$ .

Сельсины разделяются по классам точности в соответствии со значением собственной погрешности по углу при отсутствии нагрузочного момента сопротивления. Для сельсинов первого класса точности погрешность по углу не должна превосходить  $\pm 0,25^\circ$ .

Сельсины могут использоваться также для преобразования угла рассогласования в ЭДС на выходе сельсина-приемника. Такая схема называется *трансформаторной схемой* соединения сельсинов (рис. 15-12). В ней угол поворота задается также сельсином-датчиком. Ротор сельсина-приемника связан обычно через редуктор с валом исполнительного механизма, которому задается угол поворота. Выходная ЭДС  $E_{\text{вых}}$  однофазной обмотки сельсина-приемника служит для управления приводом исполнительного механизма.

МДС обмотки статора сельсина-датчика, подобно МДС вторичной обмотки трансформатора, действует навстречу МДС однофазной обмотки. Поэтому расположение волны МДС статора определяется положением ротора. Обмотки статоров сельсина-датчика и сельсина-приемника обтекаются одними и теми же токами; следовательно, волна МДС трехфазной обмотки статора сельсина-приемника будет иметь такое же расположение в пространстве, как и волна МДС сельсина-датчика. Пренебрегая реакцией тока обмотки ротора при малой нагрузке, можно заключить, что распределение магнитного потока по окружности статора сельсина-приемника будет таким же, как и распределение МДС. Если угол  $\alpha - \alpha' = \theta = 0$ , то в однофазной обмотке сельсина-приемника будет индуцироваться наибольшая ЭДС.

Для синусоидального распределения магнитной индукции в зазоре вдоль окружности статора сельсина ЭДС однофазной обмотки будет изменяться по гармоническому закону при изменении угла  $\theta$ :

$$E_{\text{вых}} = E \cos \theta, \quad (15-10)$$

где  $E_{\text{вых}}$  — выходная ЭДС при  $\theta = 0$ .

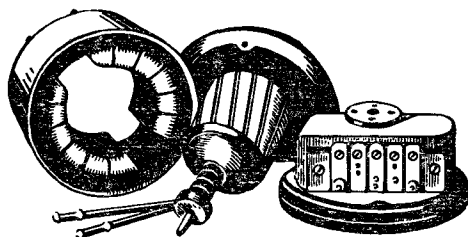


Рис. 15-13. Контактный сельсин с явнополюсным статором

Если отсчитывать угол от оси, перпендикулярной исходному положению оси ротора сельсина-датчика ( $\theta' = 90^\circ + \alpha - \alpha' = 90^\circ + \theta$ ), то  $\theta = \theta' - 90^\circ$  и  $E_{\text{вых}} = E \sin \theta'$ .

Следовательно, выходная ЭДС однофазной обмотки сельсина-приемника определяется углом рассогласования сельсина-датчика и вала исполнительного механизма. При подаче этой ЭДС на вход системы управления производится автоматическая *отработка* — устранение рассогласования.

При включении трехфазной обмотки сельсина на напряжение трехфазного переменного тока получим *фазорегулятор*. Амплитудная и действующая ЭДС однофазной обмотки будут практически неизменны, а фаза определяется углом поворота ротора  $\alpha$  в электрических градусах:  $e = E_m \sin(\omega t + \alpha)$ .

В автоматике находят применение *дифференциальные сельсины*. Эти сельсины имеют трехфазные обмотки статора и ротора и служат для промежуточного изменения передаваемого угла.

Наша промышленность выпускает сельсины разных типов. Например, сельсины типов СС и ДИ выполняются обычно на напряжения 60 и 110 В переменного тока, мощность сельсинов в пределах 7–20 Вт. Для устранения вращающего момента, действующего на сельсин-датчики, последние могут выполняться сдвоенными в одном корпусе.

По конструктивному исполнению сельсины подобны асинхронным двигателям малой мощности. На рис. 15-13 показан внешний вид явнополюсного статора сельсина, ротора, имеющего скошенные пазы, и подшипникового шита с выводами статора и ротора.

Для того чтобы устранить трение щеток о контактные кольца и сделать работу сельсина более надежной, А. И. Иосифьян и Д. В. Свечарник предложили бесконтактный сельсин. У этого сельсина в пазах статора размещены трехфазная обмотка и коаксиально — однофазная обмотка, питаемая переменным током. Ориентировка магнитного поля задается ротором, имеющим несимметричную магнитную проводимость.

## 15-4. Вращающиеся трансформаторы

Вращающиеся трансформаторы, подобно сельсинам, служат для получения выходных напряжений переменного тока, пропорциональных гармоническим функциям угла поворота ротора, а также для построения векторов по составляющим.

По конструктивному выполнению вращающиеся трансформаторы подобны асинхронным машинам малой мощности с фазным ротором. Статор и ротор набраны из изолированных листов электротехнической стали. В пазах статора и ротора уложено обычно по две одинаковые фазные обмотки, расположенные под углом 90 электрических градусов друг к другу. Концы обмоток ротора соединены с контактными кольцами. Для двухфазной обмотки ротора число колец обычно равно трем: одно из колец соединено с общей точкой двух обмоток. Если по условиям работы угол поворота ротора меньше 360°, выводы роторной обмотки выполняются в виде гибких проводников с малой жесткостью для уменьшения момента сопротивления при повороте.

Определим выражение для ЭДС обмотки ротора при включении обмотки статора на напряжение переменного тока  $U_c$  и наличии только одной обмотки статора и одной обмотки ротора (рис. 15-14). Угол поворота ротора  $\alpha$  будем отсчитывать от оси, перпендикулярной оси обмотки статора.

ЭДС  $E_p$ , индуцированная в обмотке ротора переменным магнитным потоком, синусоидально распределенным в равномерном зазоре вдоль окружности статора, определяется выражением, подобным (15-10):

$$E_p = K U_c \sin \alpha, \quad (15-11)$$

где  $K = w_p/w_c$  — коэффициент трансформации с обмотки статора на ротор;  $w_p$  и  $w_c$  — числа витков обмоток ротора и статора, одинаково распределенных по окружности статора;  $U_c$  — напряжение обмотки статора. Это выражение достаточно точно определяет ЭДС ротора при отсутствии нагрузки, когда можно пренебречь падением напряжения в обмотке статора.

При включении нагрузки  $z_n$  в обмотку ротора протекает переменный ток  $I_p$ , создающий пульсирующую МДС  $F_p$  по оси обмотки ротора. Эта МДС может быть разложена на две составляющие: по продольной оси ( $F_{пр}$ ) и по поперечной оси ( $F_{п}$ ). Пульсирующая МДС по продольной оси  $F_{пр}$  уравновешивается МДС обмотки статора подобно тому, как в трансформаторе МДС вторичной обмотки уравновешивает-

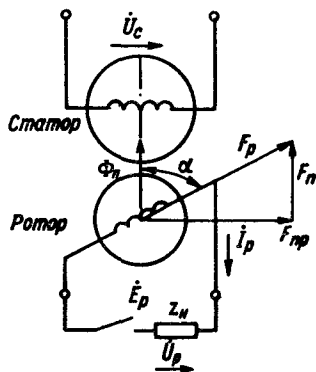


Рис. 15-14. Схема простейшего вращающегося трансформатора

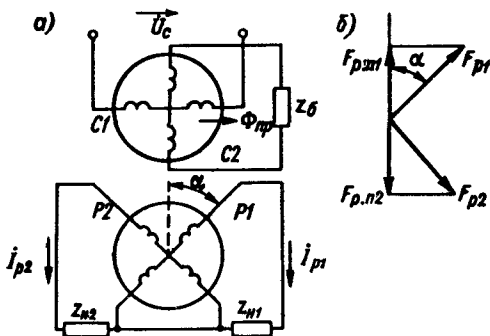


Рис. 15-15. Схема вращающегося трансформатора с двумя обмотками статора и ротора: *а* – схема включения; *б* – векторная диаграмма МДС

ся МДС первичной обмотки. МДС по поперечной оси  $F_{\text{п}}$  остается неуравновешенной и создает пульсирующий магнитный поток по поперечной оси  $\Phi_{\text{п}}$ . Этот переменный поток достаточно велик и индуцирует значительную ЭДС в обмотке ротора, зависящую от угла  $\alpha$ . ЭДС пропорциональна  $\cos^2 \alpha$ , так как  $F_{\text{п}} = F_{\text{р}} \cos \alpha$ , а МДС по оси обмотки ротора  $F_{\text{п}} \cos \alpha = c I_{\text{р}}^2 \cos^2 \alpha$ . Эта ЭДС обуславливает значительное отклонение зависимости выходного напряжения от угла поворота при нагрузке от синусоидальной, и в таком случае вращающийся трансформатор не пригоден для воспроизведения гармонической функции. Заметим, что ЭДС, индуцированные в обмотках потоками рассеяния по продольной оси, очень невелики, как и сами потоки рассеяния.

Для получения достаточно точной гармонической зависимости выходного напряжения от угла поворота необходимо скомпенсировать поперечную МДС  $F_{\text{п}}$ . Эта компенсация выполняется путем введения дополнительной обмотки по поперечной оси или создания добавочной МДС, компенсирующей поперечную МДС рабочей роторной обмотки. С этой целью статор и ротор выполняются обычно с двумя обмотками, расположенными друг к другу под углом 90 электрических градусов (рис. 15-15, *а*).

Дополнительная обмотка статора *С2* выполняется обычно подобно рабочей обмотке *С1*, включенной на напряжение  $U_c$ . Если обмотку *С2* замкнуть накоротко, то в ней будет индуцироваться переменный ток; МДС от этого тока будет почти полностью уравновешивать МДС по поперечной оси обмотки ротора. В этом случае поток по поперечной оси  $\Phi_{\text{п}}$  будет практически отсутствовать, если не считать небольших потоков рассеяния. Иногда для лучшей компенсации в цепь обмотки включают небольшое балластное сопротивление  $z_{\delta}$ .

МДС по поперечной оси двух одинаковых обмоток ротора *Р1* и *Р2* взаимно компенсируются также при включении в цепи обмоток одинаковых сопротивлений  $z_{\text{п}1} = z_{\text{п}2}$  (рис. 15-15, *а*).

МДС  $F_{\text{р}1}$  обмотки *Р1* пропорциональна току обмотки  $I_{\text{р}1}$  и при

неизменных сопротивлении  $z_{н1}$  и напряжении сети  $U_c$  пропорциональна ЭДС  $E_{p1}$  [см. выражение (15-11)]:

$$F_{p1} = cU_c \sin \alpha.$$

МДС такой же обмотки  $P2$  с осью под углом  $90^\circ$  к оси обмотки  $P1$  пропорциональна  $\cos \alpha$ :

$$F_{p2} = cU_c \cos \alpha.$$

Составляющие МДС по поперечной оси  $F_{p_{п1}}$  и  $F_{p_{п2}}$  действуют в разные стороны (рис. 15-15, б) и взаимно уравниваются:

$$F_{p_{п1}} - F_{p_{п2}} = F_{p1} \cos \alpha - F_{p2} \sin \alpha = cU_c (\sin \alpha \cos \alpha - \cos \alpha \sin \alpha) = 0.$$

Для компенсации потока по поперечной оси  $\Phi_{п}$  достаточно было бы применить один из способов компенсации. Обычно для вращающихся трансформаторов применяют одновременно оба способа компенсации, так как при нагрузке трансформатора трудно обеспечить равенство комплексных сопротивлений нагрузки  $z_{н1} = z_{н2}$ .

Трансформатор, выполненный по схеме рис. 15-15, а, является *синусно-косинусным вращающимся трансформатором* (СКВТ).

Если пренебречь относительно небольшой потерей напряжения в обмотке статора  $C1$ , получим, что ЭДС  $E_{p1}$  и  $E_{p2}$  обмоток  $P1$  и  $P2$ , а следовательно, токи обмоток и напряжения на зажимах неизменных нагрузочных сопротивлений  $z_{н1}$  и  $z_{н2}$  пропорциональны  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$  соответственно:

$$E_{p1} = KU_c \sin \alpha; \quad E_{p2} = KU_c \cos \alpha, \quad (15-12)$$

где  $K = w_p/w_c$  — коэффициент трансформации со статора на ротор.

Как было указано, две обмотки ротора, как и две обмотки статора, выполняются одинаковыми:  $w_{c1} = w_{c2} = w_c$ ;  $w_{p1} = w_{p2} = w_p$ ; кроме того,  $z_{н1} = z_{н2}$ .

Напряжения на зажимах сопротивлений  $z_{н1}$  и  $z_{н2}$  меньше ЭДС на значение падения напряжения в обмотках ротора.

Подобные СКВТ воспроизводят значения синуса и косинуса угла поворота в виде переменных напряжений с точностью до долей процента.

Если соединить вращающиеся трансформаторы по одной из схем рис. 15-16, получим линейный вращающийся трансформатор (ЛВТ). ЛВТ обеспечивает получение переменного напряжения, примерно пропорционального углу поворота ротора в пределах  $\pm 30^\circ$ , менее точно — до  $\pm 60^\circ$ . Это достигается за счет введения добавочных ЭДС в выходное напряжение ЛВТ (например, на схеме рис. 15-16, б за счет введения ЭДС обмотки ротора  $P1$ ).

Для выходной ЭДС ЛВТ (рис. 15-16, а) может быть написано выражение

$$E_p = KU_c \frac{\alpha}{1 + K} = cU_c \alpha. \quad (15-13)$$

Напряжение  $U$  на зажимах нагрузки пропорционально и несколько меньше ЭДС  $E_p$ .

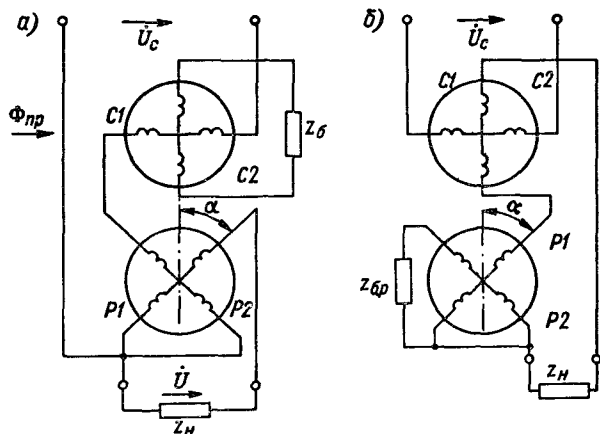


Рис. 15-16. Схемы включения линейных вращающихся трансформаторов

Выходное напряжение пропорционально в некоторых пределах углу поворота  $\alpha$  и для схемы рис. 15-16, б. В этой схеме комплексные сопротивления в цепях обмоток  $P1$  и  $P2$  должны быть одинаковы:

$$Z_p + Z_{\text{б}p} = Z_c + Z_p + Z_{\text{н}},$$

где  $Z_c$  и  $Z_p$  — комплексные сопротивления обмоток статора и ротора.

Вращающиеся трансформаторы обычно рассчитаны на небольшую мощность — порядка нескольких ватт. Они имеют большую точность по сравнению с сельсинами и широко применяются в вычислительных устройствах непрерывного действия, а также в следящих системах.

## 15-5. Электромашинные усилители

Электрические генераторы обладают свойством усиления: мощность, отдаваемая генератором, значительно больше мощности, подаваемой в цепь возбуждения.

Электромашинные усилители являются генераторами постоянного тока с независимым возбуждением, иногда с дополнительными обмотками самовозбуждения, рассчитанными для получения большого коэффициента усиления по мощности. Усилители применяются в мощных системах управления, где необходимо усиливать мощность, подаваемую от регулирующих и управляющих устройств. По выполнению ряд типов усилителей несколько отличается от обычных машин постоянного тока.

Электромашинные усилители обычно являются усилителями мощности, и основная их характеристика — коэффициент усиления по мощности.

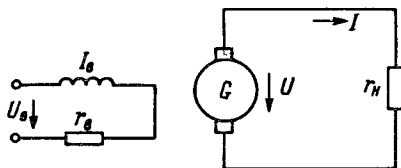


Рис. 15-17. К определению коэффициента усиления по мощности генератора постоянного тока

Коэффициент усиления по мощности  $k_P$  генератора постоянного тока (рис. 15-17) определяется отношением мощности на зажимах генератора  $P$  к мощности в цепи возбуждения  $P_B$ :

$$k_P = \frac{P}{P_B} = \frac{UI}{I_B^2 r_B}, \quad (15-14)$$

где  $U$  — напряжение на зажимах генератора;  $I$  — ток нагрузки;  $I_B$  — ток возбуждения;  $r_B$  — сопротивление цепи возбуждения.

Выходная мощность и коэффициент усиления увеличиваются с током нагрузки. Коэффициент усиления растет с увеличением нагрузки до значения, при котором падение напряжения в генераторе равно напряжению на зажимах нагрузки, что имеет место при нагрузках, значительно превосходящих номинальную. Обычно коэффициент усиления определяют для номинальной мощности усилителя.

Из выражения (15-14) может быть получено другое выражение для коэффициента усиления:

$$k_P = 4 \frac{r_n}{r_n + r_{\text{я}}} f \frac{F_{\text{я}}}{F_B} \frac{\tau_B}{1 + \sigma}, \quad (15-15)$$

где  $r_n + r_{\text{я}}$  — сопротивление приемника и цепи якоря;  $F_{\text{я}}/F_B$  — отношение МДС реакции якоря к МДС возбуждения на пару полюсов;  $f$  — частота ЭДС якоря;  $\tau_B = L_B/r_B$  — постоянная времени цепи возбуждения;  $1 + \sigma$  — отношение магнитного потока полюсов к потоку, вступающему в якорь;  $\sigma$  — коэффициент рассеяния.

Коэффициент усиления генераторов постоянного тока независимо возбуждения имеет порядок десятков, наибольшее достижимое значение при специальном расчете 200–250.

При исследовании характеристик усилителей будем предполагать, что усилители приводятся при помощи двигателей с практически неизменной скоростью.

Рассмотрим процесс возбуждения ненасыщенного генератора постоянного тока при холостом ходе. Для цепи с индуктивностью можно написать

$$I_B + \tau_B \frac{dI_B}{dt} = \frac{U_B}{r_B}, \quad (15-16)$$

где  $\tau_B = L_B/r_B$ ;  $L_B = \Psi_B/I_B$  — индуктивность цепи возбуждения ненасыщенной машины.

ЭДС ненасыщенной электрической машины при неизменной скорости вращения пропорциональна току возбуждения:

$$E_r = k_B I_B.$$

Умножая обе части выражения (15-16) на коэффициент  $k_B$ , получим

$$E_r + \tau_B \frac{dE_r}{dt} = k U_B, \quad (15-17)$$

где  $k = k_B/r_B$  — коэффициент усиления со входа цепи возбуждения на выход генератора.

При включении обмотки возбуждения генератора на неизменное напряжение возбуждения выходная ЭДС  $E_r$  возрастает по экспоненциальному закону (рис. 15-18).

Часто индуктивность цепи нагрузки невелика, и ток нагрузки можно считать пропорциональным ЭДС генератора. При значительной индуктивности изменение тока нагрузки в процессе возбуждения описывается уравнением второго порядка.

Постоянные времени цепей возбуждения генераторов постоянного тока находятся в пределах от сотых долей секунды до секунд при больших мощностях. Индуктивности цепей якоря генераторов невелики — в сотни и тысячи раз меньше индуктивности цепей возбуждения.

Генераторы постоянного тока малой мощности, применяемые в качестве усилителей, обычно имеют до четырех обмоток возбуждения, служащих для более гибкого управления напряжением усилителя. Эти обмотки называют *обмотками управления*.

Можно показать, что для усилителя с  $n$  различными обмотками, связанными без рассеяния друг с другом, постоянная времени  $\tau_\Sigma$  системы возбуждения равна сумме постоянных времени замкнутых обмоток управления:

$$\tau_\Sigma = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_s + \dots + \tau_n, \quad (15-18)$$

где  $\tau_s = L_s/r_s$  — постоянная времени  $s$ -й цепи управления.

Магнитный поток полюсов и пропорциональная ему ЭДС усилителя определяются результирующим током  $I_\Sigma$  обмоток управления, равным алгебраической сумме токов обмоток, приведенных к одной из обмоток, например к первой, принятой за исходную:

$$I_\Sigma = I_1 + I_2 \frac{w_2}{w_1} + I_3 \frac{w_3}{w_1} + \dots + I_s \frac{w_s}{w_1} + \dots + I_n \frac{w_n}{w_1}, \quad (15-19)$$

где  $I_s$  — ток  $s$ -й обмотки;  $w_s/w_1$  — отношение числа витков  $s$ -й обмотки к числу витков исходной.

При напряжениях  $U_1, U_2, \dots, U_n$ , действующих в цепях обмоток, можно написать уравнение усилителя

$$E_y + \tau_\Sigma \frac{dE_y}{dt} = k \sum_{s=1}^n \frac{r_1}{r_s} \frac{w_s}{w_1} U_s, \quad (15-20)$$



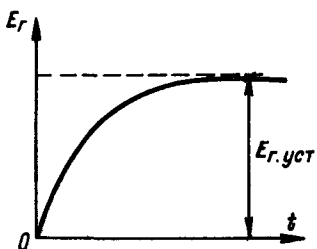


Рис. 15-18. График возрастания ЭДС генератора при включении возбуждения

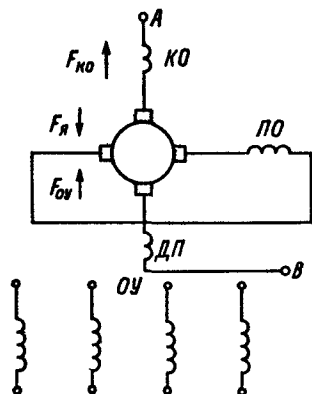


Рис. 15-19. Схема электромашинного усилителя с поперечным полем

где  $k = k'/r_1$  — коэффициент усиления по напряжению со входа первой обмотки на выход усилителя;  $k' = E_y/I_1$  — коэффициент пропорциональности ЭДС  $E_y$  току первой обмотки;  $r_1$  и  $r_s$  — сопротивления цепей первой и  $s$ -й обмоток.

Уравнение (15-20) является одним из основных при исследовании систем автоматики с электромашинными усилителями.

Напряжение  $U_y$  на зажимах усилителя меньше ЭДС на значение падения напряжения в якоре усилителя.

В системах управления применяются однокаскадные усилители с параллельным и последовательным самовозбуждением, многокаскадные усилители и усилители с поперечным полем.

Усилители с самовозбуждением имеют больший коэффициент усиления по сравнению с усилителями независимого возбуждения, так как часть мощности возбуждения подается в обмотку самовозбуждения от самого усилителя.

Наибольшее распространение в системах автоматики получили усилители с поперечным полем, которые обеспечивают большое усиление и достаточно большое быстродействие. Они могут выполняться по различным схемам, например по схеме рис. 15-19 для усилителей малой и средней мощности. Щетки на коллекторе усилителя расположены под углом 90 электрических градусов друг к другу, т. е. число комплектов щеток в два раза больше, чем у обычной машины постоянного тока. У двухполюсного усилителя, следовательно, число комплектов щеток равно четырем.

Обмотки управления ОУ возбуждают по продольной оси усилителя небольшой по значению магнитный поток. Число обмоток управле-

ния обычно не более четырех. Якорь вращается в этом магнитном поле с неизменной скоростью, и в нем индуцируется ЭДС, действующая между щетками поперечной оси (горизонтальные щетки на рис. 15-19), в цепь которых включена согласно последовательная обмотка *ПО*.

Ток, протекающий в поперечной цепи якоря и последовательной обмотке (эта обмотка может и отсутствовать), создает значительную МДС и магнитный поток по поперечной оси. При вращении якоря в этом поле в его обмотке индуцируется ЭДС рабочей цепи между щетками (на рис. 15-19 расположены по вертикали). Цепь якоря между зажимами *A* и *B* является рабочей, и нагрузка включается на эти зажимы.

МДС обмоток управления невелика, а МДС от тока нагрузки якоря по продольной оси велика. Для того чтобы уменьшить падение напряжения при нагрузке, обусловленное большим размагничивающим действием продольной МДС от тока якоря, по продольной оси включается последовательная компенсационная обмотка *КО*, МДС которой направлена навстречу продольной МДС якоря и компенсирует ее с точностью до 2–3%. Усилители обычно имеют добавочные полюсы (обмотка *ДП*) только по продольной оси. Усилители большой мощности имеют иногда полюсы и по поперечной оси. Для увеличения усиления в поперечную цепь якоря иногда включают согласно последовательную обмотку, расположенную по продольной оси; для этой же цели может служить и параллельная обмотка, включенная на зажимы якоря.

Рис. 15-20 дает представление о выполнении магнитной системы двухполюсного усилителя. Усилитель обычно изготавливается с неявными полюсами. Магнитопровод набирается из изолированных листов электротехнической стали.

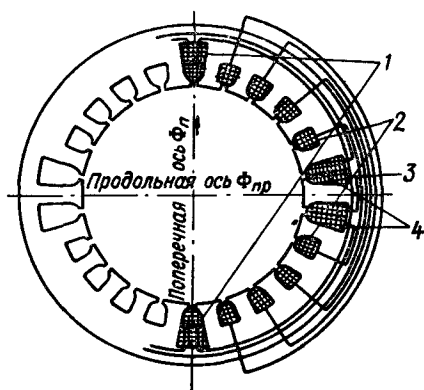


Рис. 15-20. Эскиз магнитной системы усилителя с поперечным полем  
 1 — обмотка управления; 2 — компенсационная обмотка; 3 — обмотка добавочных полюсов; 4 — последовательная обмотка поперечной оси

Магнитный поток по продольной оси  $\Phi_{пр}$  возбуждается обмотками управления, расположенными в больших пазах. Распределенная компенсационная обмотка помещена в пазах по окружности (на рис. 15-20 половина пазов заполнена обмоткой). Добавочные полюсы по продольной (рабочей) оси выполнены в виде зубцов.

В больших пазах, где уложена обмотка добавочных полюсов, расположена и последовательная обмотка поперечной оси, возбуждающая совместно с обмоткой якоря магнитный поток поперечной оси  $\Phi_{п}$ . Лобовые соединения обмоток всюду условно показаны линиями.

Усилитель имеет две ступени усиления. Относительно малая мощность, подаваемая в обмотки управления, усиливается и преобразуется в мощность поперечной цепи, служащей для возбуждения поперечного потока. Отношение мощности на зажимах усилителя к мощности поперечной цепи является коэффициентом усиления по мощности второй ступени.

В первом приближении можно было бы считать, что коэффициент усиления по мощности усилителя равен квадрату коэффициента усиления генератора постоянного тока той же мощности, т. е. имеет значение 10 000—20 000. В действительности коэффициент усиления меньше вследствие размагничивающего действия реакции якоря, коммутационных токов поперечной оси при замедленной коммутации, обусловленной отсутствием добавочных полюсов, а также гистерезиса и вихревых токов в стали якоря. Как показывает исследование этого вопроса, размагничивающая эквивалентная МДС  $F_p$  зависит нелинейно от выходной ЭДС  $E_y$ . Вследствие влияния размагничивающей МДС  $F_p$  коэффициент усиления по мощности меньше возможного при отсутствии размагничивания и имеет значение порядка тысяч.

Рассмотрим уравнение ЭДС усилителя при переходном процессе и отсутствии размагничивающего действия. По выражению (15-20) уравнение для ЭДС по поперечной оси  $E_{п}$  при напряжении  $U_1$ , поданном на зажимы первой обмотки и остальных обмоток, замкнутых на сопротивление  $r_2, r_3, \dots, r_n$ , получается в виде

$$E_{п} + \tau_{\Sigma} \frac{dE_{п}}{dt} = k_1 U_1,$$

где  $k_1 = k_n / r_n$  — коэффициент усиления по напряжению со входа первой обмотки на щетки поперечной цепи;  $\tau_{\Sigma} = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$  — результирующая постоянная времени обмоток управления.

Изменение тока поперечной цепи  $I_{п}$  описывается уравнением

$$I_{п} + \tau_{п} \frac{dI_{п}}{dt} = \frac{E_{п}}{r_{п}},$$

где  $\tau_{п} = L_{п} / r_{п}$  — постоянная времени поперечной цепи;  $r_{п}$  и  $L_{п}$  — сопротивление и индуктивность поперечной цепи.

Току поперечной цепи ненасыщенного усилителя пропорциональна ЭДС усилителя:

$$E_y = k_{пр} I_{п}.$$

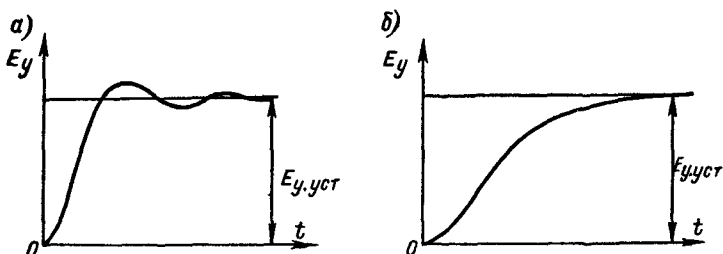


Рис. 15-21. Кривые ЭДС усилителя поперечного поля при возбуждении: *a* — колебательный процесс; *б* — аperiodический процесс

Используя приведенные выше уравнения с учетом выражения ЭДС  $E_y$ , для ЭДС усилителя получим

$$\tau_{\Sigma} \tau_{\Pi} \frac{d^2 E_y}{dt^2} + (\tau_{\Sigma} + \tau_{\Pi}) \frac{dE_y}{dt} + E_y = \frac{k_{\Pi} k_{\text{нр}}}{r_1 r_{\Pi}} U_1. \quad (15-21)$$

Действие размагничивающей МДС  $F_p$  можно учесть отрицательной обратной связью по ЭДС  $\beta E_y$  в правой части уравнения. Обозначая коэффициент усиления  $k = \frac{k_{\Pi} k_{\text{нр}}}{r_1 r_{\Pi}}$ , получим для ЭДС при отрицательной обратной связи выражение, подобное (15-20):

$$\tau_{\Sigma} \tau_{\Pi} \frac{d^2 E_y}{dt^2} + (\tau_{\Sigma} + \tau_{\Pi}) \frac{dE_y}{dt} + E_y = k \left( \sum_{s=1}^n \frac{r_1}{r_s} \frac{w_s}{w_1} U_s - \beta E_y \right).$$

Преобразовывая это уравнение, имеем

$$\frac{\tau_{\Sigma} \tau_{\Pi}}{1 + k\beta} \frac{d^2 E_y}{dt^2} + \frac{\tau_{\Sigma} + \tau_{\Pi}}{1 + k\beta} \frac{dE_y}{dt} + E_y = \frac{k}{1 + k\beta} \sum_{s=1}^n \frac{r_1}{r_s} \frac{w_s}{w_1} U_s \quad (15-22)$$

Приведенные уравнения для ЭДС  $E_y$  при холостом ходе показывают, что изменения ЭДС описываются дифференциальным уравнением второго порядка. Выражение, подобное (15-22), может быть получено для нагруженного усилителя, когда появляется воздействие МДС от рабочих токов.

Отметим, что размагничивающее действие  $F_p$  может быть велико и значение  $1 + k\beta$  может достигать единиц. При сильном влиянии  $F_p$  в процессе возбуждения усилителя, в случае включения одной из обмоток на напряжение, могут быть колебания ЭДС  $E_y$ , как это показано на рис. 15-21, *a*. Если это влияние невелико, имеет место аperiodический процесс (рис. 15-21, *б*).

Усилители поперечного поля выпускаются на напряжения от десятков до сотен вольт и мощностью от единиц ватт до десятков киловатт. Например, усилители типа ЭМУ выполняются для мощностей от 200 Вт до 11 кВт.

## 15-6. Одноякорные преобразователи

В ряде промышленных установок требуется преобразовывать переменный ток в постоянный и обратно. Это преобразование можно выполнять при помощи ионных, полупроводниковых, электромашинных и других преобразователей. Электромашинный преобразователь состоит из двигателя переменного тока, сочлененного с генератором постоянного тока. При питании со стороны постоянного тока такой агрегат может служить и для обратного преобразования.

Более компактным и экономичным является одноякорный преобразователь, представляющий собой объединение в одной машине двигателя и генератора. Одноякорный преобразователь имеет полюсы, возбуждаемые постоянным током, и якорь машины постоянного тока с дополнительными контактными кольцами, соединенными с обмоткой якоря.

Схема трехфазного одноякорного преобразователя изображена на рис. 15-22, а. С одной стороны якоря преобразователя находится коллектор, а с другой — три контактных кольца, соединенные с трехфазной сетью. Обмотка возбуждения  $OB$  получает питание от независимого источника напряжения или с зажимов преобразователя. Контактные кольца преобразователя присоединены к трем точкам обмотки якоря, расположенным под углом  $120^\circ$  электрических

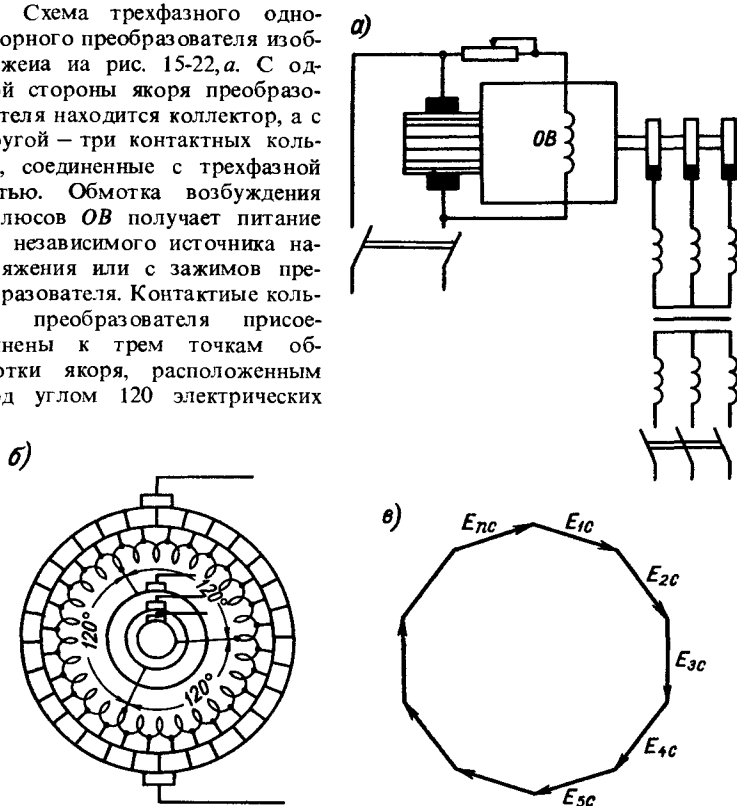
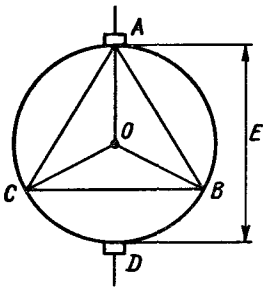


Рис. 15-22. Одноякорный преобразователь: а — схема включения; б — схема обмотки якоря; в — многоугольник ЭДС

Рис. 15-23. Потенциальный круг ЭДС



градусов, как это показано для якоря с условной кольцевой обмоткой на рис. 15-22, б.

При вращении якоря в секциях обмотки индуцируются переменные ЭДС; при суммировании векторов ЭДС  $E_c$  замкнутой обмотки в предположении синусоидального изменения ЭДС во времени получим замкнутый многоугольник (рис. 15-22, в). У трехфазного пре-

образователя замкнутая обмотка якоря включена в треугольник.

Одноякорный преобразователь со стороны колец якоря является синхронной машиной с неподвижными полюсами, возбуждаемыми постоянным током. Частота ЭДС, индуцированных в обмотке якоря, связана со скоростью вращения  $n$  известным соотношением  $f = pn/60$ , где  $p$  — число пар полюсов преобразователя. При частоте  $f$  переменного тока МДС якоря будет вращаться относительно якоря в сторону, обратную вращению самого якоря, с той же скоростью  $n = 60f/p$ , т. е. МДС якоря будет сохранять неизменное положение в пространстве относительно неподвижных полюсов.

При помощи коллектора со щетками происходит выпрямление переменных ЭДС и тока машины, и со стороны щеток преобразователь является машиной постоянного тока. Напряжение на стороне переменного тока связано жестким соотношением с напряжением на стороне постоянного тока. Для того чтобы согласовать стандартные напряжения переменного тока со стандартными напряжениями постоянного тока, на стороне переменного тока обычно включают трансформатор (рис. 15-22, а). Преобразователи могут также выполняться с отдельными, изолированными друг от друга обмотками постоянного и переменного тока.

Заменим многоугольник ЭДС секций (рис. 15-22, в) окружностью (рис. 15-23). Амплитуда переменной ЭДС между кольцами трехфазного преобразователя определяется суммой ЭДС секций, включенных между точками, расположенными под углом  $120^\circ$ , т. е. хордой *потенциального круга* (рис. 15-23). При соединении треугольником эта фазная ЭДС равна линейной. С другой стороны ЭДС между щетками определяется суммой ЭДС секций между щетками на коллекторе, расположенными диаметрально. Хорды окружности с центральным углом  $120^\circ$  равны:  $AB = BC = CA = AD \sin(\pi/3)$ .

Отношение действующей ЭДС  $E_{\sim}$  между кольцами к ЭДС  $E_{-}$  между щетками коллектора равно

$$\frac{E_{\sim}}{E_{-}} = \frac{\sin(\pi/3)}{\sqrt{2}}.$$

Для  $m$ -фазного преобразователя (для однофазного  $m = 2$ )

$$\frac{E_{\sim}}{E_{-}} = \frac{\sin(\pi/m)}{\sqrt{2}}. \quad (15-23)$$

Соотношение между значениями постоянного  $I_{-}$  и фазного  $I_{\phi}$  токов выводится из условия равенства мощностей при отсутствии потерь в преобразователе в предположении, что отношение напряжений остается примерно таким же, как при холостом ходе:

$$E_{-} I_{-} = m E_{\sim} I_{\phi} \cos \psi,$$

где  $\psi$  — угол между переменной фазной ЭДС и током. Отсюда

$$I_{\phi} = I_{-} \frac{\sqrt{2}}{m \sin(\pi/m) \cos \psi}. \quad (15-24)$$

Линейный ток равен разности соответствующих фазных токов:

$$I_{л} = 2 I_{\phi} \sin \frac{\pi}{m} = \frac{2\sqrt{2}}{m} \frac{I_{-}}{\cos \psi}. \quad (15-25)$$

В секциях обмотки якоря преобразователя протекает переменный и постоянный ток. Одноякорные преобразователи обычно рассчитываются для работы при угле сдвига по фазе  $\psi = \varphi = 0$ , когда результирующий ток в обмотке якоря, равный алгебраической сумме постоянного и переменного токов, будет наименьшим. При этом будут наименьшими падение напряжения и потери энергии в обмотке якоря при протекании результирующего тока.

Благодаря малым потерям в обмотке якоря одноякорные преобразователи имеют более высокий КПД по сравнению с обычными электрическими машинами и тем более с преобразовательными агрегатами. При малых мощностях обычно применяются однофазные преобразователи, при больших — трехфазные и шестифазные.

Пуск одноякорных преобразователей может производиться со стороны постоянного тока в качестве двигателей с последующей синхронизацией на стороне переменного тока или в качестве асинхронных двигателей — со стороны переменного тока.

Одноякорные преобразователи раньше широко применялись для преобразования переменного тока в постоянный. В настоящее время одноякорные преобразователи малой мощности используются в основном для питания систем автоматики и радиотехнических устройств.

## 15-7. Тахогенераторы

Тахогенераторы, служащие для измерения скорости вращающихся машин, являются электрическими генераторами, напряжение на зажимах которых должно быть достаточно точно пропорциональным скорости вращения машины, с которой сочленен тахогенератор. В качестве тахогенераторов применяются электрические машины малой мощности постоянного тока, синхронные и асинхронные.

Тахогенератор постоянного тока обычно представляет собой генератор постоянного тока малой мощности с независимым возбужде-

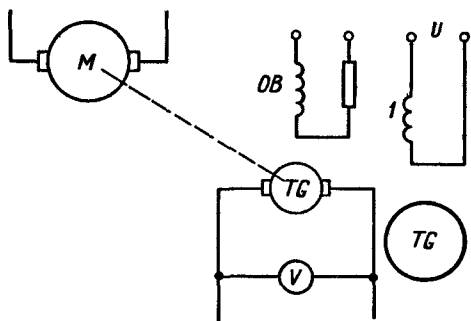


Рис. 15-24. Схема включения тахогенератора постоянного тока независимого возбуждения

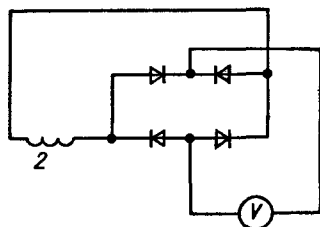


Рис. 15-25. Схема включения асинхронного тахогенератора

нием (рис. 15-24) или с постоянными магнитами. Напряжение с зажимов тахогенератора, пропорциональное скорости, может подаваться на зажимы вольтметров, градуированных по скорости, для измерения скорости или в системы автоматического управления.

При неизменном магнитном потоке полюсов  $\Phi$  ЭДС якоря генератора пропорциональна скорости вращения  $n$  двигателя  $M$ , например:

$$E = c_e n \Phi.$$

При нагрузке тахогенератора даже на неизменное нагрузочное сопротивление нарушается линейная зависимость ЭДС от скорости вследствие падения напряжения под щетками, нагрева обмоток и изменения магнитного потока при действии реакции якоря.

Для уменьшения искажения линейной зависимости ЭДС от скорости тахогенераторы выполняются с сильно насыщенной магнитной цепью, ограничивается нагрузка тахогенератора, вместо обычных применяются металлические или металлизированные щетки.

Если требуется линейная зависимость выходного напряжения от напряжения возбуждения, тахогенераторы выполняются ненасыщенными.

Синхронные тахогенераторы являются однофазными генераторами малой мощности, обычно с постоянными магнитами на роторе. Статор тахогенератора собирается из изолированных листов стали, обмотка статора выполняется как для обычной машины переменного тока. Переменная ЭДС генератора и ее частота пропорциональны скорости вращения при неизменном магнитном потоке. Для повышения точности измерения ограничивается нагрузка тахогенератора. Получение постоянной полярности выходного напряжения обеспечивается включением выпрямителя на выходе тахогенератора.

Асинхронный тахогенератор (рис. 15-25) имеет на статоре две обмотки, размещенные под углом 90 электрических градусов. К обмотке 1 подводится напряжение  $U$  переменного тока неизменной частоты.



Обмотка 2 является измерительной, напряжение с ее зажимов подается в систему управления или на измерительный прибор. Иногда напряжение измерительной обмотки выпрямляется при помощи полупроводниковых выпрямителей (рис. 15-25). Ротор тахогенератора выполнен в виде полого тонкостенного цилиндра.

При вращении ротора в магнитном поле в нем индуцируются переменные вихревые токи. У тонкостенного полого ротора с большим сопротивлением для вихревых токов ось МДС этих токов будет достаточно точно перпендикулярна оси обмотки 1, а токи, индуцируемые при вращении, и создаваемый ими магнитный поток будут пропорциональны скорости вращения ротора. Токи, индуцируемые в роторе при изменениях магнитного потока, не оказывают существенного влияния на работу тахогенератора с тонкостенным ротором.

Переменный магнитный поток, создаваемый токами ротора по оси обмотки 2, индуцирует ЭДС, пропорциональную скорости вращения ротора при неизменном напряжении  $U$  и частоте.

На основании приведенных рассуждений магнитный поток  $\Phi_2$  по оси обмотки 2 пропорционален магнитному потоку  $\Phi_1$  по оси обмотки 1, скорости вращения  $n$  ротора и обратно пропорционален удельному сопротивлению  $\rho$  материала ротора:

$$\Phi_2 = c_1 \Phi_1 n \frac{1}{\rho}.$$

ЭДС выходной обмотки пропорциональна потоку  $\Phi_2$  и его частоте  $f$ :

$$E = c_2 f \Phi_2 = c_1 c_2 \frac{f \Phi_1}{\rho} n = c n. \quad (15-26)$$

Напряжение на зажимах обмотки будет мало отличаться от ЭДС при ограниченной нагрузке. При изменении направления вращения ротора фаза ЭДС изменяется на  $\pi$ .

## Часть 5. ЭЛЕКТРОПРИВОД И ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ

---

### Глава 16. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

#### 16-1. Основные понятия и определения

Электрический привод, т. е. совокупность устройств, приводящих в движение производственные машины и установки при помощи электрических двигателей, используется очень широко. Если для привода и применяются другие двигатели, например гидравлические, то энергия, используемая для приведения в движение этих двигателей, практически всегда получается путем преобразования электрической энергии. Такое универсальное применение электропривода объясняется рядом его преимуществ, а также простотой и легкостью распределения и преобразования электрической энергии.

Как и любой другой привод, электрический привод состоит из самого двигателя, передаточного механизма для передачи движения от двигателя к рабочей машине (зубчатые колеса, червячные передачи и др.) и устройства управления, служащего для пуска, остановки и регулирования привода.

На заре развития промышленного производства — до середины XIX века — для привода производственных машин применялись паровые и гидравлические двигатели. При необходимости от общего двигателя движение передавалось одиночным механизмам или группам механизмов с помощью нескольких трансмиссий.

В начале развития электропривод был также *групповым*, или *трансмиссионным*, когда от общего двигателя движение передавалось обычно при помощи ременных передач отдельным механизмам *PM1*, *PM2*, *PM3* и т. д. (рис. 16-1, *a*). При этом имели место значительные потери энергии в случае неполной загрузки оборудования, производственные помещения были загромождены трансмиссионными передачами с высоким уровнем шума. Следующим этапом развития было применение *одиночного привода*, когда для привода различных устройств одного механизма применялся отдельный двигатель, например привод вращения шпинделя и движения суппорта токарного

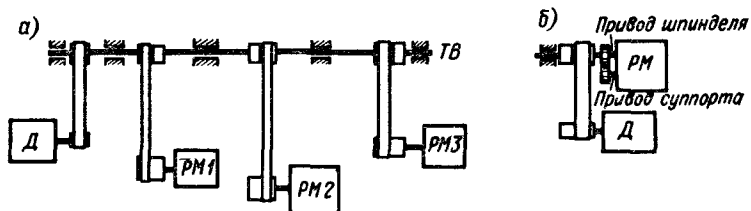


Рис 16-1 Схемы приводов *а* — групповой привод; *б* — одиночный привод

*Д* — двигатель, *РМ* — рабочий механизм, *ТВ* — трансмиссионный вал

станка, как это схематически показано на рис. 16-1, б.

В современных рабочих машинах широко применяется *многодвигательный привод*, когда для привода различных механизмов одной рабочей машины используются отдельные двигатели. При этом обычно двигатели, число которых доходит до десятков на одну машину, органически входят в состав данной рабочей машины.

В СССР применение электропривода развивалось очень быстро. Уже в тридцатых годах произошло энергетическое перевооружение всего промышленного производства. К настоящему времени коэффициент электрификации, т. е. отношение установленной мощности электродвигателей к общей мощности всех двигателей, в промышленности составляет более 99 %.

Теория электропривода впервые оформилась как техническая дисциплина в СССР. Основоположителем теории электропривода является проф. С. А. Ринкевич, книга которого «Электрическое распределение механической энергии» (1925 г.) была первым трудом по теории электропривода. Дальнейшее развитие теории связано с именами проф. В. К. Попова («Применение электродвигателей в промышленности», 1932—1939 гг.), проф. Д. П. Морозова, проф. М. Г. Чиликина и других ученых.

В кратком изложении основ теории электропривода следует рассмотреть сведения об электроприводах, методы регулирования приводов, уравнения движения и методику выбора мощности приводных двигателей.

## 16-2. Механические характеристики электродвигателей

Механической характеристикой механизма называется график или аналитическое выражение, связывающее скорость производственного механизма со значением нагрузочного момента, а механической характеристикой двигателя — зависимость

скорости приводного двигателя от развиваемого им момента  $M$ . Механические характеристики производственных механизмов в основном используются для построения нагрузочных диаграмм механизмов, механические характеристики приводных двигателей служат для исследования процессов в электроприводе и определения пригодности данного двигателя для привода заданного производственного механизма. Например, для обеспечения высокой производительности металлообрабатывающего станка требуется, чтобы скорость обработки изделия, а следовательно, и скорость двигателя не изменялись или мало изменялись с изменением толщины снимаемой стружки. Скорость вращения электроприводов  $n$  обычно выражают в оборотах в минуту.

Наиболее распространенными являются приводные электродвигатели постоянного тока независимого (параллельного) возбуждения и трехфазные асинхронные, в следящих системах находят широкое применение двухфазные асинхронные двигатели. Повторим основные понятия о механических характеристиках – зависимостях скорости вращения  $n$  и частоты вращения  $\omega$  от момента нагрузки:  $n = f_1(M)$  и  $\omega = f_2(M)$  для этих двигателей в режимах работы двигателем и при электрическом торможении.

Электрическое торможение двигателей надежнее механического, так как последнее в большой степени зависит от случайных обстоятельств, например от состояния тормозных колодок. Поэтому в современных электроприводах часто применяется электрическое торможение, а механические тормоза служат обычно для торможения перед остановкой и фиксации положения неподвижного механизма, где это необходимо (например, в подъемных установках).

Различают следующие виды электрического торможения: торможение с возвратом энергии в электрическую сеть, динамическое торможение и торможение при противовключении (противоток).

При *торможении с возвратом энергии* электродвигатель работает в режиме генератора. Для электродвигателя постоянного тока, например, скорость при этом должна быть выше скорости холостого хода и ЭДС якоря  $E$  больше напряжения сети

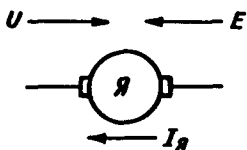


Рис. 16-2. Направление ЭДС и тока в якоре двигателя постоянного тока при торможении с возвратом энергии

U. Тогда ток в цепи якоря  $I_a$  будет протекать в направлении ЭДС. Направление ЭДС и тока показаны на рис. 16-2. Торможение с возвратом энергии будет иметь место также при вращении ротора асинхронного двигателя со скоростью выше синхронной, когда изменяется направление момента. Такой способ торможения применяется при спуске грузов на подъемной машине, в системе генератор — двигатель, где двигатель постоянного тока получает питание от генератора с регулируемым напряжением. В этих случаях потенциальная энергия опускаемого груза или запасенная кинетическая энергия вращающегося привода преобразовывается в электрическую и передается в электрическую сеть.

*Динамическое торможение* осуществляется путем включения вращающегося якоря возбужденного электродвигателя постоянного тока на сопротивление динамического торможения (рис. 16-3, б). В асинхронных двигателях обмотка статора переключается на постоянное напряжение и торможение происходит при вращении замкнутого ротора в неподвижном магнитном поле (рис. 16-5, б). При этом способе торможения запасенная кинетическая энергия преобразовывается в электрическую двигателем и рассеивается как тепловая в сопротивлении цепи якоря или цепи замкнутого ротора.

При *противовключении* якорь двигателя постоянного тока переключается и его ЭДС действует согласно с приложенным напряжением (рис. 16-3, в). У асинхронного двигателя статор включается на другое направление вращения (рис. 16-5, а). Для такого включения момент двигателя будет иметь другое направление, т. е. станет тормозящим. В процессе торможения будет рассеиваться в виде теплоты не только механическая энергия, доставляемая приводом, но и энергия, доставляемая из сети.

**Механические характеристики двигателей постоянного тока независимого (параллельного) возбуждения.** Схемы включения двигателя при различных режимах работы даны на рис. 16-3. В обычной схеме у пускового реостата *ПР* (рис. 16-3, а) имеется контактная пластина, с которой соединен один из зажимов цепи возбуждения. Через скользящую щетку рычага пускового реостата на обмотку возбуждения подается полное напряжение сети, что обеспечивает пуск двигателя при значительном вращающем моменте, соответствующем полному магнитному потоку при допустимых токах якоря. Заметим, что пусковой реостат, рассчитанный на кратковременное протекание тока, не может служить для регулирования скорости. Для этой цели нужно применять регулировочные сопротивления, рассчитанные на длительное протекание тока. При динамическом

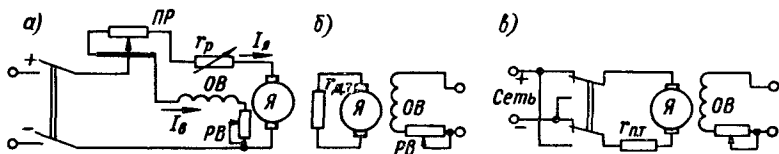


Рис. 16-3. Схемы включения двигателя постоянного тока параллельного (назависимого) возбуждения: *а* – схема включения двигателя; *б* – схема включения при динамическом торможении; *в* – схема для противовключения

торможении якорь двигателя отключается от сети и включается на сопротивление динамического торможения  $r_{д.т}$  (рис. 16-3, б). Торможение противовключением может производиться при переключении обмотки возбуждения или якоря; обычно переключается якорь, обладающий значительно меньшей электромагнитной инерцией.

Рассмотрим механические характеристики двигателя при неизменном напряжении сети  $U = \text{const}$  и неизменном токе возбуждения  $I_b = \text{const}$ , что соответствует работе без вмешательства обслуживающего персонала. В первом приближении обычно пренебрегают размагничивающим действием реакции якоря и считают, что при  $I_b = \text{const}$  приблизительно неизменен и магнитный поток  $\Phi$  двигателя.

По известным выражениям, приведенным в § 14-4, ЭДС (в вольтах) и вращающий момент (в ньютон-метрах) двигателя определяются как

$$E = c' \omega \Phi \text{ и } M = c' I \Phi,$$

где  $c' = \frac{p}{2\pi} \frac{N}{a}$ ;  $\omega$  – частота вращения, рад/с.

В ряде случаев удобнее записать эти выражения для  $n$  в оборотах в минуту и  $M$  в килограмм-сила-метрах. Тогда

$$E = \frac{2\pi}{60} c' n \Phi = 0,1047 c' n \Phi = c'_e n \Phi;$$

$$M = \frac{1}{9,81} c' I \Phi = c'_m I \Phi, \quad (16-1)$$

где  $c'_e = \frac{2\pi}{60} c' = 0,1047 c'$ ;  $c'_m = \frac{1}{9,81} c' = 0,102 c'$ .

При неизменном магнитном потоке  $\Phi$  выражения для ЭДС (в вольтах) и момента (в килограмм-сила-метрах) имеют вид

$$E = c_e' \Phi n = c_e n \quad \text{и} \quad M = c_m' \Phi I = c_m I,$$

где  $c_e$  — постоянная ЭДС;  $c_m$  — постоянная момента.

Постоянную момента  $c_m$  можно приближенно определить из паспорта двигателя как частное от деления номинального момента двигателя  $M_{\text{ном}}$  в килограмм-сила-метрах ( $M_{\text{ном}} = 975 P_{\text{ном}} / n_{\text{ном}}$ ) на его номинальный ток  $I_{\text{ном}}$ . Это не совсем точно, потому что выражение (16-1) определяет электромагнитный момент, который на несколько процентов больше момента на валу за счет наличия моментов трения в подшипниках, щеток о коллектор и вентиляционного момента.

При установившемся движении, когда момент нагрузки  $M_c$  равен моменту двигателя  $M$ , скорость двигателя

$$n = \frac{U - I(r_a + r_p)}{c_e} = \frac{U - (M/c_m)(r_a + r_p)}{c_e} = n_0 - \frac{M}{c_e c_m} (r_a + r_p), \quad (16-2)$$

где  $U$  — напряжение сети;  $r_p$  — регулировочное сопротивление;  $n_0 = U/c_e$  — скорость идеального холостого хода ( $M = 0$ ).

Выражение (16-2) определяет прямолинейные механические характеристики при работе машины двигателем ( $M > 0$ ) и торможении с возвратом энергии в сеть ( $M < 0$ ). При отсутствии сопротивления  $r_p$  в цепи якоря получаем естественную характеристику, при  $r_p \neq 0$  имеем искусственные характеристики (первый и второй квадранты рис. 16-4).

Введем понятия приращения момента  $M$  и скорости  $n$  в процентах от номинальных значений  $M_{\text{ном}}$  и  $n_{\text{ном}}$ :  $dM\%$  и  $dn\%$ . Тогда коэффициент жесткости  $\beta$  механической характеристики определится абсолютным значением котангенса угла наклона  $\gamma$  механической характеристики (в общем случае — угла наклона касательной):

$$\beta = \frac{dM\%}{dn\%} = \text{ctg } \gamma.$$

Естественная механическая характеристика двигателя, достаточно жесткая, с увеличением сопротивления  $r_p$  становится мягче. В действительности механические характеристики не являются строго линейными. Обычно размагничивающее действие реакции якоря оказывает все большее влияние при возрастании нагрузки.

При динамическом торможении тормозной момент двигателя

$$M = c_m I_a = \frac{c_e c_m}{r_a + r_{дт}} n. \quad (16-3)$$

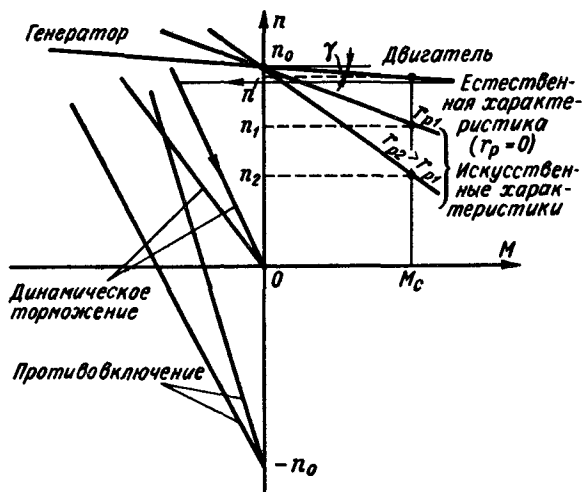


Рис. 16-4. Механические характеристики двигателя постоянного тока параллельного (независимого) возбуждения

В соответствии с этим выражением во втором квадранте ( $M < 0$  и  $n > 0$ ) рис. 16-4 построены механические характеристики для различных сопротивлений  $r_{дт}$ .

При торможении противовключением в цепь якоря включают сопротивление  $r_{пт}$ , которое ограничивает ток якоря значением не более 2–2,5-кратного номинального при практически двойном напряжении цепи. В случае противовключения ЭДС действует согласно с напряжением, следовательно, в выражении (16-2) левая часть должна быть взята со знаком минус. Учитывая это, из (16-2) получим выражение для механической характеристики:

$$n = -n_0 + \frac{M}{c_e c_m} (r_{я} + r_{пт}). \quad (16-4)$$

При  $M = 0$  скорость  $n = -n_0$ , т. е. вращение в противоположном направлении происходит со скоростью  $n_0$ ; при  $n = 0$  получим

$$c_e n_0 = U = \frac{M}{c_m} (r_{я} + r_{пт}),$$

т. е. все напряжение сети приложено к сопротивлению  $r_{я} + r_{пт}$ ; при  $n = n_0$ , т. е. при скорости в начале торможения, напряжение



на сопротивлении  $r_{я} + r_{п.т}$  равно двойному напряжению сети  $U$ . Характеристики для двух сопротивлений  $r_{п.т}$  даны во втором и третьем квадрантах рис. 16-4.

Перевод электропривода из режима работы двигателем в режим торможения производится очень быстро, практически мгновенно, и скорость двигателя не изменяется при переходе, как это показано на примере перехода от работы двигателем к динамическому торможению на рис. 16-4.

Наиболее выгодное торможение с возвратом энергии не всегда выполнимо, так как электропривод при этом должен иметь скорость выше скорости идеального холостого хода. Торможение противовключением обеспечивает получение значительных тормозных моментов в диапазоне скоростей от наибольшей до нуля, когда требуется отключить двигатель. Но расход энергии при таком способе торможения значительно больше, чем при менее эффективном динамическом торможении. Поэтому такой способ торможения применяется в относительно редких случаях, например при спуске груза на крюке подъемного крана. Часто применяют комбинированное торможение: динамическое при значительных скоростях (до 10–15% от номинальной) с переключением на противовключение при меньших скоростях.

**Механические характеристики асинхронных трехфазных двигателей.** Схема включения трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором дана на рис. 16-5, а. Перевод двигателя в режим торможения противовключением производится переключением трехполюсного переключателя. На рис. 16-5, б дана схема включения двигателя с короткозамкнутым ротором при динамическом торможении, когда две фазы статора включают на постоянное напряжение, значение которого обычно составляет несколько процентов от номинального напряжения переменного тока.

В соответствии с выражением зависимости вращающего момента двигателя от скольжения  $s$  механические характеристики двигателя при различных сопротивлениях в це-

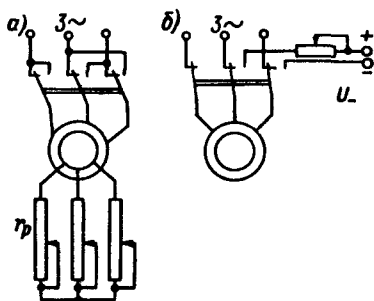


Рис. 16-5. Схемы включения трехфазного асинхронного двигателя: а — схема включения двигателя; б — схема включения при динамическом торможении

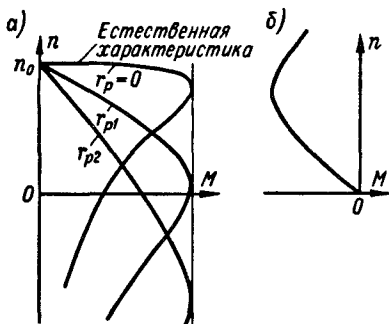


Рис. 16-6. Механические характеристики трехфазного асинхронного двигателя: а — при работе; б — при динамическом торможении

пи ротора имеют вид, показанный на рис. 16-6, а. При скоростях выше синхронной ( $n > n_0$ ) двигатель работает в режиме генератора, передавая энергию в сеть, и вращающий момент будет тормозным. Характеристики двигателя нелинейные, но рабочей частью характеристик обычно является участок при относительно небольших скольжениях. Коэффициент жесткости для этого участка  $\beta_{\text{ном}}$  можно считать приблизительно равным отношению номинального момента  $M_{\text{ном}}$ , принятого за 100%, к изменению скорости при номинальной нагрузке, равному номинальному скольжению в процентах  $s_{\text{ном}\%}$ :

$$\beta_{\text{ном}} = 100/s_{\text{ном}\%}. \quad (16-5)$$

Для искусственных характеристик жесткость

$$\beta = \beta_{\text{ном}} \frac{r_{\text{рот}}}{r_{\text{рот}} + r_p}, \quad (16-6)$$

где  $r_{\text{рот}}$  — сопротивление фазной обмотки ротора;  $r_p$  — регулировочное сопротивление в одной фазе.

При динамическом торможении ротор вращается в неподвижном магнитном поле, создаваемом постоянным током обмотки статора. В обмотке ротора индуцируется ЭДС и протекают токи, тормозящие ротор. Можно показать, что механическая характеристика двигателя с короткозамкнутым ротором при торможении имеет вид, изображенный на рис. 16-6, б.

Характеристики для противовключения представляют собой характеристики двигателя при другом направлении вращения, продолженные во втором квадранте. Противовключение производится обычно при введении больших сопротивлений в цепь ротора, когда характеристики в диапазоне скоростей от  $-n_0$  до  $n_0$  можно считать линейными.

Переход с рабочей характеристики на тормозную, как и для двигателей постоянного тока, происходит практически мгновенно.

Механические характеристики двухфазных асинхронных двигателей рассмотрены в § 15-1.

### 16-3. Понятия о расчете и выборе пусковых реостатов

Пусковые реостаты служат для ограничения токов при пуске двигателей и обеспечения пуска при изменениях пускового момента в заданных пределах. Прямой пуск, т. е. пуск двигателей при включении на полное напряжение сети, применяется только для двигателей малой мощности, а также для асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором, если это допустимо для сети, от которой питается двигатель.

Для расчета ступеней сопротивлений пускового реостата применяются формулы, полученные из исследования процессов пуска; распространены также простые и наглядные графоаналитические методы, применение одного из которых покажем на примере расчета.

В зависимости от условий пуска выбираются пределы изменений вращающего момента в процессе пуска, при этом наименьшее значение пускового момента при пуске под нагрузкой должно быть не менее чем на несколько десятков процентов больше момента нагрузки. Считается, что вращающий момент двигателя постоянного тока пропорционален току якоря (при неизменном токе возбуждения), а момент асинхронного двигателя — току ротора (при больших сопротивлениях). Расчет процесса пуска продолжается до значений скорости, соответствующих выходу двигателя на естественную характеристику. Для примера приведем расчет реостата трехфазного асинхронного двигателя с контактными кольцами.

**Пример.** Рассчитаем сопротивления ступеней пускового реостата кранового трехфазного двигателя типа МТ-42-8 (рис. 16-7, а). Данные двигателя: номинальная мощность  $P_{\text{ном}} = 16$  кВт, напряжение  $U_{\text{ном}} = 380$  В, номинальный линейный ток  $I_{\text{ном}} = 42,5$  А, номинальная скорость  $n_{\text{ном}} = 718$  об/мин, коэффициент мощности  $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,69$ , ток ротора при номинальной нагрузке  $I_{\text{ном.рот}} = 46,3$  А, напряжение между кольцами разомкнутого неподвижного ротора при номинальном напряжении статора  $E_{\text{ном.рот}} = 222$  В, сопротивление фазы ротора  $r_{\text{рот}} = 0,118$  Ом.

Предположим, что пускается не особенно сильно загруженный двигатель и момент при пуске, а следовательно, и ток ротора изменяются от 1,8- до 1,2-кратного номинального значения, т. е. ток ротора изменяется от  $1,8 \cdot 46,3 = 83$  А до  $1,2 \cdot 46,3 = 55,6$  А. Будем считать, что магнитный поток двигателя меняется при нагрузке очень незначительно и, следовательно, ЭДС, индуцированная в роторе, пропорциональна скольжению.

Построим прямолинейную естественную механическую характеристику (рис. 16-7, б) в координатах  $I_{\text{рот}}, n$  по точкам:  $I_{\text{рот}} = 0$ ;  $n = n_0 =$

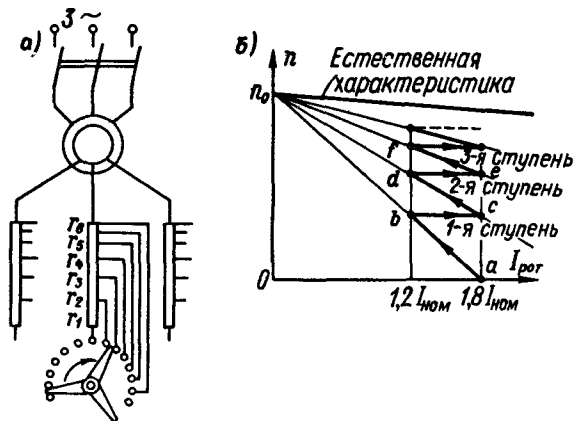


Рис. 16-7. К расчету пускового реостата: а – схема включения; б – механические характеристики

= 750 об/мин и  $I_{\text{ном. ротор}} = 46,3$  А;  $n = 718$  об/мин, а также две линии  $I_{\text{рот}} = 55,6$  и 83 А, ограничивающие пусковые характеристики.

При полностью включенном пусковом реостате механическая характеристика должна проходить через точки  $n_0$  и  $n = 0$  при наибольшем выбранном токе ротора  $I_{\text{max ротор}} = 83$  А. Поэтому полное сопротивление фазы пускового реостата при включении его звездой равно

$$r_{\text{реост}} + r_{\text{рот}} = \frac{E_{\text{ном. ротор}}}{\sqrt{3} I_{\text{max ротор}}} = \frac{222}{\sqrt{3} \cdot 83} = 1,54 \text{ Ом.}$$

При этом сопротивлении происходит разгон двигателя до точки  $b$  характеристики (рис. 16-7, б), которая соответствует выключению первой ступени реостата и переходу на характеристику  $n_0$ . Скорость  $n_b$  в точке  $b$  и ЭДС  $E_b$  ротора находим следующим образом:

$$n_b = \frac{1,8 - 1,2}{1,8} n_0 = 250 \text{ об/мин;}$$

$$E_b \text{ ротор} = \frac{n_0 - n_b}{n_0} E_{\text{ном. ротор}} = \frac{500}{750} \cdot 222 = 148 \text{ В.}$$

Для этой ЭДС и наибольшего расчетного тока ротора  $I_{\text{max ротор}}$  определяем сопротивление цепи ротора после выключения первой ступени  $r_1$ :

$$r_{\text{реост}} + r_{\text{рот}} - r_1 = \frac{E_b \text{ ротор}}{\sqrt{3} I_{\text{max ротор}}} = \frac{148}{\sqrt{3} \cdot 83} 1,03 \text{ Ом.}$$

Сопротивление первой ступени  $r_1 = 1,54 - 1,03 = 0,51$  Ом.

Скорость  $n_d$  в точке  $d$  и ЭДС ротора  $E_d$  ротора после разгона при выключенной первой ступени  $r_1$ :

$$n_d = n_b + \frac{1,8 - 1,2}{1,8} (n_0 - n_b) = 417 \text{ об/мин};$$

$$E_{d \text{ рот}} = \frac{n_0 - n_d}{n_0} E_{\text{ном рот}} = \frac{333}{750} \cdot 222 = 99 \text{ В.}$$

Сопротивление цепи ротора после выключения второй ступени  $r_2$

$$r_{\text{реост}} + r_{\text{рот}} - r_1 - r_2 = \frac{E_{d \text{ рот}}}{\sqrt{3} I_{\text{max рот}}} = \frac{99}{\sqrt{3} \cdot 83} = 0,69 \text{ Ом.}$$

Сопротивление второй ступени  $r_2 = 1,03 - 0,69 = 0,34 \text{ Ом.}$

Аналогично рассчитываются сопротивления последующих ступеней. При этом расчете получены следующие значения сопротивлений ступеней:

$$r_3 = 0,23 \text{ Ом}; r_4 = 0,154 \text{ Ом}; r_5 = 0,102 \text{ Ом}; r_6 = 0,078 \text{ Ом.}$$

Общее сопротивление ступеней реостата  $r_{\text{реост}} = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 = 1,414 \text{ Ом}$ , а общее сопротивление цепи ротора  $r_{\text{реост}} + r_{\text{рот}} = 1,414 + 0,118 = 1,532 \text{ Ом}$ , что практически совпадает с результатом, полученным в начале расчета:  $r_{\text{реост}} + r_{\text{рот}} = 1,54 \text{ Ом}$ .

Следовательно, для пуска при заданном диапазоне изменения пускового момента можно использовать реостат с шестью ступенями. На рис. 16-7, а показана схема присоединения пусковых сопротивлений одной фазы к контактам пускового реостата.

Заметим, что по каталогу для пуска такого двигателя следует выбрать пусковой реостат с масляным охлаждением типа ПР-17,5, который может служить для пуска двигателей мощностью до 17,5 кВт при номинальном токе до 75 А. Число ступеней реостата 5 — меньше рассчитанного нами, что определит больший диапазон изменения вращающего момента при пуске.

Иногда при расчете реостатов предусматривают еще одну начальную ступень — предварительную; при введении сопротивления этой ступени развивается начальный момент порядка  $(0,3 \dots 0,5) M_{\text{ном}}$ . Эта ступень может служить для предварительной выборки зазоров в механизме, а также при торможении противовключением. Сопротивления рассчитываются по допустимому нагреву для 4—6 пусков подряд. Расчет реостатов двигателей постоянного тока производится подобно расчету реостатов асинхронных двигателей.

#### 16-4. Регулирование скорости электродвигателей

Для ряда приводов требуется регулировать скорость. Примерами могут служить приводы прокатных станов, скорость прокатки в которых должна изменяться в зависимости от обжатия металла; металлообрабатывающие станки, где в зависимости от толщины стружки должна изменяться скорость резания, и другие приводы. Ступенчатое регулирование скорости

при помощи шкивов и коробок передач имеет ограниченное применение. В этих случаях регулирование в диапазоне каждой ступени также дает значительные выгоды.

Различные способы регулирования характеризуются рядом основных качественных показателей:

а) диапазоном устойчивого регулирования скорости  $k_d$ , который определяется отношением наибольшей устойчивой, т. е. мало изменяющейся с нагрузкой, скорости привода  $n_{\max}$  к наименьшей устойчивой скорости  $n_{\min}$ :

$$k_d = n_{\max}/n_{\min};$$

в современных автоматизированных приводах можно получить диапазон регулирования до нескольких тысяч;

б) экономичностью регулирования, которая определяется отношением полезно используемой мощности к потребляемой мощности;

в) плавностью регулирования, т. е. относительно малым изменением скорости при переходе от одной характеристики к другой.

Рассмотрим способы регулирования скорости наиболее распространенных двигателей постоянного тока и трехфазных асинхронных.

**Регулирование скорости двигателя постоянного тока независимого возбуждения.** Пользуясь формулами (16-1) и (16-2), напишем выражение для скорости двигателя:

$$n = \frac{U - I_a(r_a + r_p)}{c'_e \Phi}, \quad (16-7)$$

где  $c'_e = \frac{p}{60} \frac{N}{a}$ .

При установившемся движении ток цепи якоря для  $\Phi = \text{const}$ , например, определяется моментом нагрузки:  $I_a = M_c/c_m$ . Поэтому регулирование скорости возможно путем изменения сопротивления в цепи якоря  $r_p$  при неизменных напряжении  $U$  и потоке  $\Phi$ . При неизменных напряжении и сопротивлении цепи якоря регулирование возможно путем изменения магнитного потока, а при неизменных  $r_a$  и  $\Phi$  — путем изменения подведенного напряжения  $U$ . Возможно и комбинированное регулирование — при одновременном изменении двух или трех параметров.

При введении сопротивления  $r_p$  в цепь якоря (для двигателя параллельного возбуждения — см. рис. 16-3, а) можно получать различные скорости при заданном моменте нагрузки  $M_c$  (см. рис. 16-4); с увеличением сопротивле-

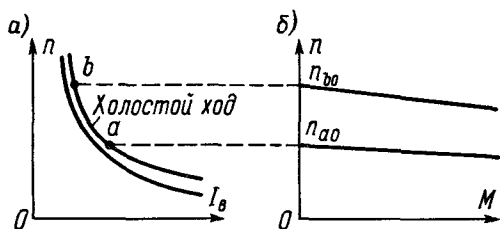


Рис. 16-8. Характеристики двигателя постоянного тока независимого возбуждения при изменении тока возбуждения двигателя: а — регулировочные; б — механические

ния  $r_p$  характеристики становятся все более мягкими (более крутыми) — скорость сильно изменяется при изменении момента нагрузки. Из выражения  $UI_{\text{я}} = EI_{\text{я}} + I_{\text{я}}^2(r_{\text{я}} + r_p)$  можно установить, что потеря мощности  $\Delta p$  в регулировочном сопротивлении приблизительно равна

$$\Delta p \approx \frac{n_0 - n}{n_0} P_1, \quad (16-8)$$

где  $P_1 = UI_{\text{я}}$  — подведенная мощность;  $n_0$  — скорость идеального холостого хода;  $n$  — скорость для заданного момента нагрузки  $M_c$  на искусственной характеристике (см. рис. 16-4). Следовательно, в регулировочном сопротивлении теряется значительная часть подводимой мощности, равная приблизительно отношению уменьшения скорости  $n_0 - n$  к скорости при холостом ходе.

Несмотря на то что такой способ регулирования вниз со скорости на естественной характеристике неэкономичен и не обеспечивает получения стабильных характеристик, он благодаря своей простоте находит некоторое применение для регулирования приводов.

Обычно электродвигатели работают при наибольшем возможном магнитном потоке и токе возбуждения, который определяется с запасом в 10–15% сопротивлением цепи возбуждения для данного напряжения сети.

Возможно регулирование скорости двигателя в сторону увеличения ее путем уменьшения тока возбуждения  $I_{\text{в}}$ , а следовательно, и магнитного потока. Известно, что при этом мы получаем кривые зависимости  $n = f(I_{\text{в}})$  гиперболического вида для различных моментов нагрузки, как это показано на рис. 16-8, а для холостого хода и некоторого момента нагрузки. Механические характеристики для токов возбуждения, соответствующих

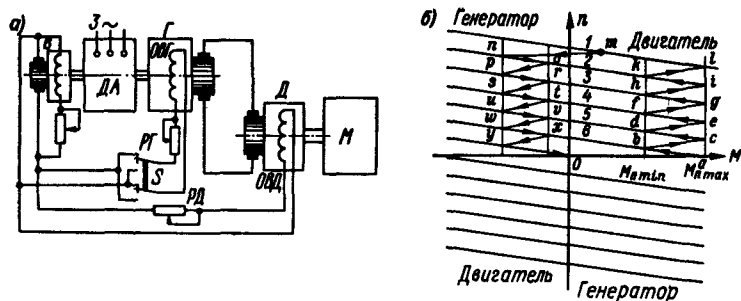


Рис. 16-9. Система генератор—двигатель: а — схема системы; б — характеристики

точкам *a* и *b* характеристики холостого хода, показаны на рис. 16-8, б. Очевидно, что механические характеристики с уменьшением тока возбуждения становятся все более мягкими.

Такой способ регулирования экономичен, так как потери в регулировочном сопротивлении цепи возбуждения невелики; механические характеристики достаточно стабильные. Вместе с тем для значительного повышения скорости по сравнению с основной этот способ регулирования нельзя применять, потому что из условий механической прочности наибольшая скорость для обычных двигателей ограничена значением  $(1,2 \dots 1,3)n_{\text{ном}}$ , а для двигателей большой мощности — значением  $(1,05 \dots 1,1)n_{\text{ном}}$ , что специально оговаривается в каталогах. Наша промышленность выпускает специальные двигатели с диапазоном регулирования 3 : 1; дальнейшее увеличение диапазона нецелесообразно, так как двигатели получают чрезмерно тяжелыми: двигатель мощностью *P* с диапазоном регулирования  $k_d$  имеет габариты и массу, как двигатель мощностью  $k_d P$ .

Широкое распространение получил способ регулирования путем изменения подведенного напряжения. Для этой цели необходим источник энергии постоянного тока с регулируемым напряжением. Раньше в этих случаях применялись почти исключительно системы генератор—двигатель (Г—Д); схема такой системы дана на рис. 16-9. Для питания приводов могут применяться устройства с магнитными усилителями, для малых мощностей — устройства с электронными усилителями. В настоящее время все большее применение получают управляемые и неуправляемые ионные и полупроводниковые преобразователи.



Генератор постоянного тока  $G$  системы генератор—двигатель может приводиться любым двигателем, не только электрическим. В большинстве случаев этот двигатель электрический: синхронный или асинхронный ( $ДА$  на рис. 16-9, а). Напряжение генератора регулируется при помощи регулируемого реостата  $РГ$  в цепи возбуждения, знак напряжения генератора изменяется путем переключения обмотки возбуждения  $ОВГ$  переключателем  $S$ . Для расширения диапазона регулирования иногда предусматривается и регулирование тока возбуждения приводного двигателя  $D$  при помощи реостата  $РД$ . Двигатель приводит в действие механизм  $M$ . Мощные системы генератор—двигатель часто выполняются с независимым возбудителем  $B$ , служащим для питания цепей возбуждения. Этот возбудитель может приводиться отдельным двигателем или сочленяться с двигателем  $ДА$  генератора.

Если реостат  $РГ$  имеет, предположим, пять секций, соединенных с шестью контактами, то для этих положений рукоятки реостата получим шесть механических характеристик при одном направлении вращения в первом и втором квадрантах рис. 16-9, б, а при другом — шесть характеристик в четвертом и третьем квадрантах. Если реостат  $РГ$  дает непрерывное регулирование тока возбуждения, то получаем множество характеристик, расположенных между характеристиками для наибольшей и наименьшей скоростей.

Пуск приводного двигателя до требуемой скорости производится увеличением тока возбуждения генератора. Для случая пуска двигателя до наибольшей основной скорости в первом квадранте рис. 16-9, б дана кривая  $a-l$  пуска. Пуск производится путем последовательных переходов с одной механической характеристики на другую при изменении пускового момента в пределах от  $M_{n\max}$  до  $M_{n\min}$ . Дальнейшее повышение скорости осуществляется, если это предусмотрено, уменьшением тока возбуждения двигателя.

Торможение в системе  $G-D$  производится с возвратом энергии в сеть при последовательном уменьшении тока возбуждения генератора, как это показано на рис. 16-9, б (кривая  $m-u-O$  во втором квадранте для случая применения ступенчатого реостата  $РГ$ ). При уменьшении тока возбуждения генератора до значения, соответствующего характеристике 2, его ЭДС станет меньше ЭДС двигателя, изменится направление тока главной цепи, а также знак момента двигателя и мы перейдем на тормозную часть характеристики 2. Торможение в дальнейшем должно производиться при переходе с одной характеристики на другую во втором квадранте. При этом двига-

тель передает энергию генератору  $G$ . Этот генератор по валу будет передавать механическую энергию двигателю  $ДА$ , через который энергия возвращается в сеть. Инерция цепей возбуждения обуславливает замедленные переходы с одной характеристики на другую; скорость двигателя за время перехода изменяется, как это показано на рисунке.

Падение напряжения в цепи якорей генератора и двигателя при наибольшем допусаемом токе  $(2...2,5)I_{я,ном}$  составляет около 8–10% от номинального напряжения генератора. Учитывая также неконтролируемую остаточную ЭДС генератора, получим, что скорость холостого хода  $n_{0,мин}$ , соответствующая наиболее низкой характеристике, должна быть не менее 10–12% от наибольшей с тем, чтобы двигатель при нагрузке не останавливался. Поэтому диапазон устойчивого регулирования скорости системы  $k_d = 1/(0,1...0,12) = 8...10$ . Если применяется регулирование путем изменения тока возбуждения, этот диапазон может быть увеличен для простой системы  $G-D$  до 25–30. Введение автоматического регулирования может обеспечить расширение диапазона до нескольких сотен.

Система  $G-D$  экономична в эксплуатации, так как в ней нет существенных потерь в регулировочных сопротивлениях; при торможении энергия возвращается в сеть. Недостатком системы является необходимость устанавливать, по крайней мере, три электрические машины примерно одинаковой мощности — два двигателя и генератор.

**Регулирование скорости трехфазного асинхронного двигателя.** Рассмотрим выражение для скорости вращения  $n$  двигателя

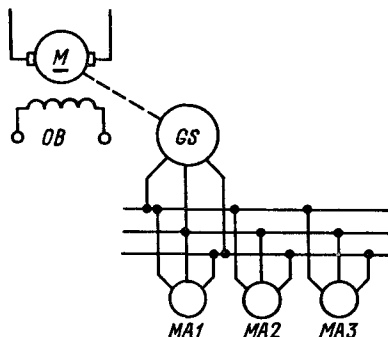
$$n = \frac{60f(1-s)}{p},$$

где  $s$  — скольжение при данной нагрузке;  $f$  — частота переменного тока;  $p$  — число пар полюсов двигателя.

Из этого выражения следует, что скорость вращения двигателя можно регулировать переключением обмоток на разное число пар полюсов (ступенчатое регулирование), искусственным изменением скольжения при данной нагрузке и изменением частоты питающей сети, а также комбинируя эти способы.

Первый способ регулирования — путем включения обмоток статора, выполненных на разное число пар полюсов, или переключений одной обмотки статора на разное число пар полюсов — был рассмотрен в гл. 12. Роторы таких двигателей выполняются с короткозамкнутой клеткой, которую не нужно переключать.

Рис. 16-10. Схема регулирования скорости асинхронных двигателей путем изменения частоты источника питания



Уже такой способ регулирования ступенями, соответствующими различным  $p$ , в значительной степени решает проблему регулирования привода для металлообрабатывающих станков; при необходимости промежуточные скорости в пределах каждого узкого диапазона могут быть получены при помощи сравнительно простых механических устройств. Наша промышленность по преимуществу для привода станков выпускает двух-, трех- и четырехскоростные двигатели.

Регулирование путем искусственного изменения скольжения осуществляется при введении в цепь фазного ротора регулировочных сопротивлений (см. рис. 16-5). С увеличением сопротивления в цепи ротора характеристики становятся более мягкими (см. рис. 16-6). Такой способ регулирования неэкономичен; относительная потеря мощности в регулировочных сопротивлениях приблизительно равна относительному уменьшению скорости  $(n_0 - n)/n_0$ , как это может быть показано подобно выводу выражения (16-8) для двигателя постоянного тока.

Несмотря на недостатки, этот способ регулирования благодаря своей простоте находит применение, например для привода лебедок и шахтных подъемных машин средней мощности.

Для регулирования скорости при помощи изменения частоты применяются системы с независимым синхронным генератором  $GS$ , который приводится регулируемым двигателем постоянного тока  $M$ . При регулировании скорости двигателя изменяются частота переменного тока генератора и скорость вращения двигателей  $MA$ , получающих питание от генератора (рис. 16-10). Отметим, что для поддержания неизменными магнитных потоков электродвигателей требуется, чтобы отношение напряжения генератора  $U_r$  к частоте  $f$  было примерно неизменным:  $U_r/f \approx \text{const}$ . Такой способ регулирования с использованием преобразовательных полупроводниковых устройств в настоящее время находит применение в ряде приводов.

На протяжении десятков лет проблема регулирования ско-

рости асинхронных двигателей электроприводов была важнейшей. Некоторое распространение получили ионные регулируемые устройства. Для получения трех скоростей применялась система двух сочлененных асинхронных двигателей с разным числом пар полюсов. Две скорости получались путем отдельного включения двух двигателей, третья скорость — при каскадном включении, когда обмотки роторов соединялись последовательно, к одной обмотке статора подключалось питание, а вторая включалась на пусковое сопротивление.

Регулирование скорости может осуществляться при помощи электромагнитной муфты. При уменьшении тока возбуждения муфты увеличивается скольжение ротора, как у асинхронного двигателя, и при неизменной или малоизменяющейся скорости двигателя уменьшается скорость вращения механизма. Некоторое распространение в двадцатых — тридцатых годах получили коллекторные двигатели переменного тока; практика эксплуатации таких двигателей выявила ряд их недостатков. Для мощных приводов применялись каскады асинхронных двигателей с включенными через выпрямители двигателями постоянного тока, с коллекторными двигателями переменного тока и другими устройствами.

**Допустимые мощности при регулировании.** В электроприводе различают регулирование при *неизменном моменте и неизменной мощности* или, более точно, при допустимых значениях моментов и мощностей.

В наиболее чистом виде это различие прослеживается у двигателей постоянного тока. Предположим, что ток возбуждения двигателя поддерживается неизменным, а допустимый ток якоря (номинальный или наибольший) можно считать неизменным во всем диапазоне регулирования скорости, пренебрегая влиянием изменяющихся условий охлаждения. Тогда допустимый вращающий момент  $M$  будет неизменен во всем диапазоне скоростей, а мощность  $P_2$  на валу будет возрастать пропорционально скорости  $n$  (рис. 16-11, а). Это имеет место при регулировании скорости двигателя системы Г—Д вплоть до основной, регулировании скорости двигателей путем изменения сопротивлений в цепи якоря или ротора, регулировании при изменении частоты. Неизменный допустимый момент требуется для подъемной машины, прокатного стана в начале процесса прокатки и в других случаях.

Если регулируется ток возбуждения двигателя постоянного тока, то при неизменном напряжении на зажимах и неизменном допустимом токе якоря неизменны допустимая подводимая мощность и, в предположении малого изменения КПД,

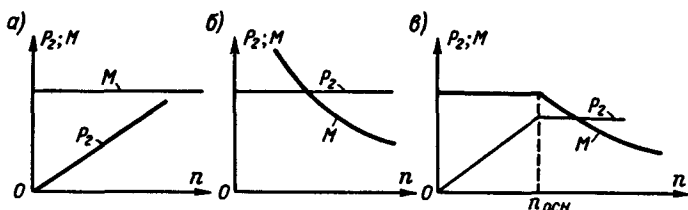


Рис. 16-11. Зависимость мощности и вращающего момента от скорости при различных способах регулирования: а — при неизменном моменте; б — при неизменной мощности; в — при смешанном регулировании

мощность на валу в данном диапазоне скоростей. Допустимый вращающий момент обратно пропорционален скорости (рис. 16-11, б). Это может иметь место, кроме указанного случая, приблизительно для двигателей с переключением на разное число пар полюсов. Практически можно применять такой способ регулирования для станков, если толщина снимаемой ими стружки уменьшается с увеличением скорости резания, для прокатных станов при последних пропусках металла.

Для системы Г—Д, например, в случае комбинированного регулирования: до основной скорости  $n_{осн}$  при неизменном моменте, а выше основной — при неизменной мощности, получим характеристики, показанные на рис. 16-11, в.

## 16-5. Основные понятия о динамике электропривода

Установившееся движение электропривода наблюдается при неизменных нагрузке, напряжении на зажимах электродвигателя и токе возбуждения двигателя постоянного тока, неизменных нагрузке, частоте и напряжении источника питания электроприводов переменного тока. Установившееся движение рассматривалось нами в предыдущих параграфах. Практически можно считать установившимися и состояния системы при изменениях каких-либо величин, если эти изменения происходят достаточно медленно.

Установившиеся состояния должны быть устойчивыми, т. е. после отклонения из исходного состояния система должна вновь возвращаться в него. Для этого требуется, чтобы момент нагрузки при увеличении скорости возрастал, а при уменьшении скорости убывал быстрее, чем момент двигателя (см. § 14-9). Для устойчивой системы каждому значению нагрузки соответствует определенная скорость.

Если любая из перечисленных величин изменяется достаточ-

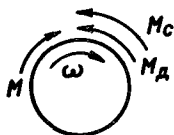


Рис. 16-12. Направление действия вращающихся моментов

$M$  — момент двигателя;  $M_c$  — момент нагрузки;  $M_d$  — динамический момент

но быстро, то при переходе системы из одного состояния в другое имеет место *переходный процесс*, который описывается дифференциальными уравнениями и является *динамическим* в отличие от *статического*, установившегося.

Предположим, что происходит ускорение электропривода. На валу электродвигателя действует развиваемый им вращающийся момент  $M$ , который преодолевает момент нагрузки  $M_c$  и динамический момент  $M_d$ , обусловленный инерцией ускоряющихся масс (рис. 16-12). Запас кинетической энергии электропривода можно определить как половину произведения момента инерции масс  $J$  относительно оси вращения электродвигателя на квадрат частоты вращения  $\omega$ , т. е.  $W_m = J\omega^2/2$ .

Мощность, требуемая для изменений кинетической энергии,

$$P = \frac{dW_m}{dt} = J\omega \frac{d\omega}{dt}.$$

Следовательно, динамический момент, обуславливающий изменение скорости,

$$M_d = \frac{P}{\omega} = J \frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon, \quad (16-9)$$

где  $M_d$  — динамический момент, кгс·м;  $J$  — момент инерции, кгс·м·с<sup>2</sup>;  $\varepsilon$  — угловое ускорение, рад/с<sup>2</sup>.

Динамический момент можно выразить также через производную скорости (в оборотах в минуту) и маховой момент привода  $GD^2$ :

$$M_d = J \frac{d\omega}{dt} = mR^2 \frac{2\pi}{60} \frac{dn}{dt} = \frac{GD^2}{4g} \frac{2\pi}{60} \frac{dn}{dt} = \frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt}, \quad (16-10)$$

где  $G$  — вес вращающихся частей, кгс;  $m = G/g$  — масса;  $g \approx 9,81$  м/с<sup>2</sup> — ускорение силы тяжести;  $D$  — диаметр инерции вращающихся частей относительно оси вращения, м;  $n$  — скорость, об/мин.

В каталогах двигателей обычно приводятся значения маховых моментов; для приведенного значения  $GD^2$  момент инерции  $J = GD^2/(4g) \approx GD^2/39,2$  кгс·м·с<sup>2</sup>.

Для выражения динамического момента  $M_d$  в ньютон-метрах равенство (16-10) надо умножить на 9,81.

Было показано, что динамический момент электропривода  $M_d$  при ускорении привода равен разности  $M - M_c$  (рис. 16-12). Если имеет место торможение, то вращающий момент двигателей действует не по направлению вращения, а против него, т. е. будет противоположного знака. При спуске груза на подъемнике меняет знак и момент сопротивления, так как он будет действовать по направлению вращения электропривода. Учитывая это, следует написать основное уравнение движения электропривода в общем виде:

$$M_d = \pm M \mp M_c. \quad (16-11a)$$

Если рабочий орган механизма или выходное звено привода движутся возвратно-поступательно, можно найти уравнение движения для сил:

$$F_d = \pm F \mp F_c. \quad (16-11b)$$

Исследование этих уравнений позволяет найти закон движения электропривода. Заметим, что при  $M_d > 0$  имеет место ускорение, при  $M_d < 0$  — замедление электропривода и при  $M_d = 0$  — установившееся движение.

Воспользуемся уравнением (16-11a) для определения времени  $\Delta t$  изменения скорости от  $n_1$  до  $n_2$  при неизменных моменте  $M$ , развиваемом двигателем, и моменте нагрузки  $M_c$ :

$$\frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} = M - M_c, \quad (16-12)$$

откуда

$$\Delta t = \frac{GD^2}{375} \frac{n_2 - n_1}{M - M_c}.$$

Покажем применение полученного выражения для приближенного определения времени пуска электропривода. Предположим, что пуск асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором происходит при неизменном моменте нагрузки  $M_c$ . Заменим механическую характеристику  $n = f(M)$  двигателя ломаной линией  $a - h$  (рис. 16-13, a), приблизительно воспроизводящей характеристику. Тогда на участках  $bc$ ,  $de$  и  $fh$  разности  $M - M_c$  можно считать неизменными (заштрихованные прямоугольники 1, 2 и 3). Время разгона  $\Delta t_1$  от  $n = 0$  до скорости  $n_f$  в точке  $f$ , например, равно  $\Delta t_1 = \frac{GD^2}{375} \frac{n_f}{M - M_c}$ ; так же определяются и отрезки времени  $\Delta t_2$  и  $\Delta t_3$ .

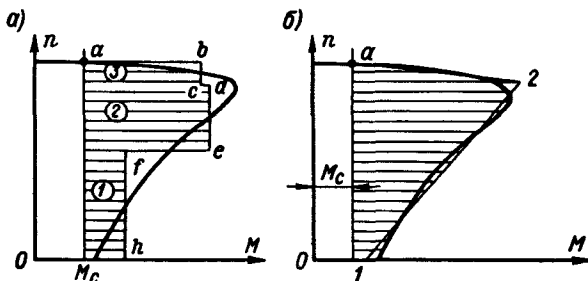


Рис. 16-13. К определению времени разгона двигателя: а — для неизменных разностей моментов  $M - M_c$ ; б — для разностей  $M - M_c$ , изменяющихся линейно в зависимости от скорости

Время пуска  $\Delta t$  равно сумме  $\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$ . При замене механической характеристики ломаной линией с большим числом изломов получим более точное определение времени пуска. Заметим, что точка  $a$  пересечения характеристик  $n = f(M)$  и  $M_c = f(n)$  определяет установившееся движение, когда  $M = M_c$ . Время разгона до скорости  $n_a$  в точке  $a$  теоретически очень велико, как это следует, например, из выражения (16-17); практически рассчитывается время пуска до скорости, равной 0,95 — 0,98 установившейся.

Если заменить участки механической характеристики и характеристики  $M_c = f(n)$  секущими 1—2 и 2— $a$ , как это показано на рис. 16-13, б для случая  $M_c = \text{const}$ , разность  $M - M_c$  на отдельных участках будет линейно зависеть от скорости. Для этого случая можно вывести выражение

$$\Delta t = \frac{GD^2}{375} \frac{n_2 - n_1}{(M - M_{\partial 1}) - (M - M_{\partial 2})} \ln \frac{(M - M_{\partial 1})}{(M - M_{\partial 2})}, \quad (16-13)$$

где  $(M - M_{\partial 1})$  — разность моментов при меньшей скорости  $n_1$ ;  $(M - M_{\partial 2})$  — то же при  $n_2$ .

Приведенными выражениями можно пользоваться для определения времени при разгоне, когда  $M_c < 0$ , при торможении, когда  $M < 0$ , и в других случаях; следует только правильно определить знаки моментов  $M$  и  $M_c$ .

В большинстве случаев электродвигатели связаны с приводимыми механизмами через понижающие червячные, зубчатые и другие передачи. Определим моменты нагрузки механизмов  $M_{cм}$ , приведенные к валу двигателя, т. е. значения моментов на валу двигателя  $M_c$ , эквивалентные действию моментов  $M_{cм}$ ,



ограничившись случаем вращательного движения механизмов.

Если механизм связан с приводным двигателем  $D$  передачей  $P$  с передаточным отношением  $i$  (рис. 16-14), то момент  $M_c$  на валу двигателя определится как

$$M_c = \frac{M_{с.м}}{\eta_{пер} i}, \quad (16-14)$$

где  $\eta_{пер}$  — КПД передачи.

Эквивалентный момент инерции, приведенный к валу двигателя, равен сумме моментов инерции двигателя, звеньев передачи 1, 2, ...,  $n$  и механизма, приведенных к валу двигателя. Кинетическая энергия системы двигатель — передача — механизм определится как

$$W_m = \frac{J \omega_{дв}^2}{2} = \frac{1}{2} (J_{дв} \omega_{дв}^2 + J_1 \omega_1^2 + \dots + J_n \omega_n^2 + J_{мх} \omega_{мх}^2).$$

Разделим обе части этого выражения на  $\omega_{дв}^2$ . Учтем, что отношения квадратов частот вращения равны величинам, обратным квадратам передаточных отношений между данным звеном и двигателем:

$$\left( \frac{\omega_1}{\omega_{дв}} \right)^2 = \frac{1}{i_1^2}; \quad \left( \frac{\omega_2}{\omega_{дв}} \right)^2 = \frac{1}{i_2^2}; \quad \dots; \quad \left( \frac{\omega_{мх}}{\omega_{дв}} \right)^2 = \frac{1}{i^2}.$$

Тогда значение момента инерции  $J$ , приведенного к валу двигателя, равно

$$J = J_{дв} + \frac{J_1}{i_1^2} + \frac{J_2}{i_2^2} + \dots + \frac{J_n}{i_n^2} + \frac{J_{мх}}{i^2}. \quad (16-15)$$

Аналогично для момента инерции  $J'$ , приведенного к валу механизма, получим

$$J' = J_{дв} i^2 + J_1 \frac{i^2}{i_1^2} + J_2 \frac{i^2}{i_2^2} + \dots + J_n \frac{i^2}{i_n^2} + J_{мх}. \quad (16-16)$$

При расчетах процессов в электроприводах следует всегда учитывать эквивалентный, приведенный момент инерции.

Исследуем переходный процесс при включении скачком двигателя постоянного тока с неизменным возбуждением, нагруженного неизменным моментом  $M_c$ , на неизменное напряжение  $U$ . Пренебрежем относительно небольшой индуктивностью цепи якоря, как это обычно делают для упрощения выводов. Напряжение  $U$  следует считать равным сумме ЭДС двигателя  $E = c_e n$  ( $c_e$  — постоянная ЭДС) и падения напряжения

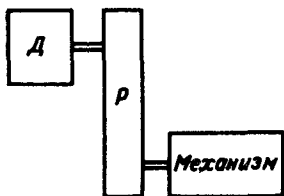


Рис. 16-14. Схема привода механизма

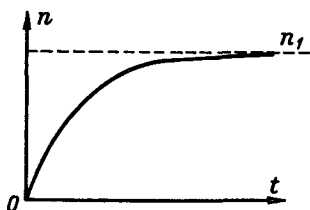


Рис. 16-15. Кривая возрастания скорости двигателя постоянного тока при включении якоря на неизменное напряжение

в сопротивлении  $r_{я}$  цепи якоря;  $U = c_e n + I_{я} r_{я}$ . Ток якоря определяется суммой моментов  $M_{д}$  и  $M_{с}$ , деленной на постоянную момента  $c_{м}$ . Учитывая это, получим

$$U = c_e n + \frac{M_{с} + M_{д}}{c_{м}} r_{я} = c_e n + \frac{M_{с}}{c_{м}} r_{я} + \frac{GD^2}{375} \frac{r_{я}}{c_{м}} \frac{dn}{dt},$$

откуда

$$c_e \left( n + \frac{GD^2}{375} \frac{r_{я}}{c_e c_{м}} \frac{dn}{dt} \right) = U - \frac{M_{с}}{c_{м}} r_{я} = U_1.$$

Получено дифференциальное уравнение включения двигателя на напряжение  $U_1 = U - \frac{M_{с}}{c_{м}} r_{я}$ .

Величина  $\tau_{м} = \frac{GD^2}{375} \frac{r_{я}}{c_e c_{м}}$  измеряется в единицах времени, как это легко показать, и называется *электромеханической постоянной времени*. Эта постоянная времени определяет инерционность привода. Скорость двигателя определится суммой частного и общего решений однородного уравнения:  $n = n_{\text{част}} + n_{\text{общ}}$ .

Пользуясь методами, изложенными в гл. 5, определим частное и общее решения:

$$n = n_{\text{част}} + n_{\text{общ}} = \frac{U_1}{c_e} + Ae^{\alpha t} = n_1 + Ae^{\alpha t},$$

где  $n_1$  — установившаяся скорость для момента  $M_{с}$ ;  $\alpha = -1/\tau_{м}$  — корень характеристического бинома  $1 + \tau_{м}\alpha = 0$ .

Если был включен неподвижный двигатель, то  $n(0) = n_1 + A = 0$ , откуда  $A = -n_1$ .

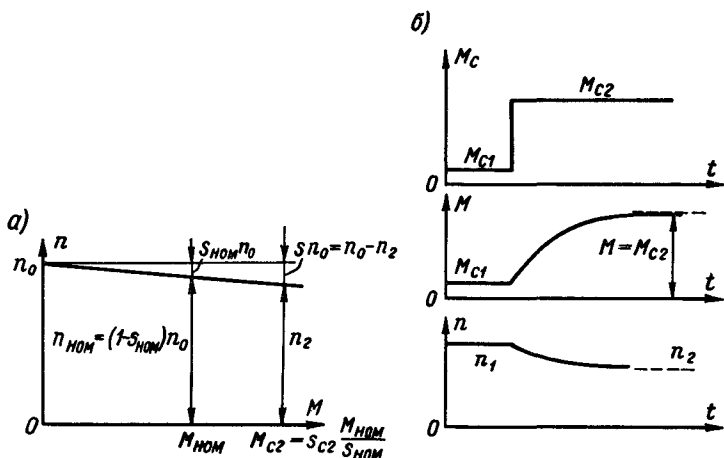


Рис. 16-16. Механическая характеристика (а) и графики изменения вращающего момента и скорости при скачкообразном изменении нагрузки (б)

Окончательно получим

$$n = n_1 (1 - e^{-t/\tau_M}). \quad (16-17)$$

Скорость двигателя возрастает по экспоненциальному закону (рис. 16-15). Установившаяся скорость вращения будет иметь место при  $t \rightarrow \infty$ ; практически скорость устанавливается при  $t = (3 \dots 4) \tau$ .

Рассмотрим процесс при скачкообразном изменении момента нагрузки двигателя от  $M_{c1}$  до  $M_{c2} > M_{c1}$ . Независимо от того, будет ли рассматриваемый двигатель асинхронным, двигателем постоянного тока или другим, его механическую характеристику можно считать приблизительно линейной в некотором диапазоне нагрузки для относительно медленных изменений момента  $M$  двигателя (рис. 16-16, а).

Основное уравнение движения (16-11а) для данного случая имеет вид

$$\frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} = M - M_{c2}.$$

Вращающие моменты и скорость выразим через относительные изменения скорости  $s = (n_0 - n)/n_0$  (рис. 16-16, а):

$$M = \frac{s}{S_{ном}} M_{ном}; \quad M_{c2} = s_{c2} \frac{M_{ном}}{S_{ном}}; \quad n = n_0 (1 - s),$$

где  $M_{\text{ном}}$ ,  $s_{\text{ном}}$  – номинальный вращающий момент и соответствующее ему относительное изменение скорости;  $s_{c2}$  – соответствующее моменту нагрузки  $M_{c2}$  изменение скорости;  $n_0$  – скорость идеального холостого хода.

Перепишем основное уравнение:

$$-\frac{GD^2}{375} n_0 \frac{ds}{dt} = \frac{M_{\text{ном}}}{s_{\text{ном}}} (s - s_{c2})$$

или

$$s + \frac{GD^2}{375} \frac{n_0 s_{\text{ном}}}{M_{\text{ном}}} \frac{ds}{dt} = s_{c2}.$$

Величина  $\tau_M = \frac{GD^2}{375} \frac{n_0 s_{\text{ном}}}{M_{\text{ном}}} = J \frac{\omega_0 s_{\text{ном}}}{M_{\text{ном}}}$  является электро-механической постоянной времени привода, выраженной по-иному. Частное решение уравнения  $s_{\text{част}} = s_{c2}$ , общее решение  $s_{\text{общ}} = A e^{-t/\tau_M}$ . Если в начале процесса  $s = s_{c1}$ , то постоянная интегрирования  $A$  находится из условия

$$s(0) = s_{c1} = s_{\text{част}}(0) + s_{\text{общ}}(0) = s_{c2} + A,$$

откуда  $A = s_{c1} - s_{c2}$ .

Окончательно получим

$$s = s_{\text{част}} + s_{\text{общ}} = s_{c1} e^{-t/\tau_M} + s_{c2} (1 - e^{-t/\tau_M}). \quad (16-18)$$

Скорость соответственно изменяется от значения  $n_1$  до  $n_2$ :

$$n = n_1 e^{-t/\tau_M} + n_2 (1 - e^{-t/\tau_M}). \quad (16-19)$$

Вращающий момент, развиваемый двигателем,

$$M = M_{c1} e^{-t/\tau_M} + M_{c2} (1 - e^{-t/\tau_M}). \quad (16-20)$$

Графики изменения момента нагрузки, скорости и момента  $M$  даны на рис. 16-16, б. Как следует из выражений и графиков, при изменении нагрузки двигатель не сразу начинает развивать требуемый вращающий момент: вращающий момент и скорость изменяются по экспоненциальному закону. При возрастании нагрузки часть момента нагрузки вначале покрывается за счет изменения кинетической энергии. Подобные выражения получаем и для уменьшения нагрузки.

## 16-6. Нагрев электрических машин

Электрические машины при работе нагреваются за счет потерь энергии в них. Для того чтобы изоляция обмоток сохранила изолирующую способность и оставалась достаточно эластичной в течение срока службы машины, температура нагрева изоляции и самих обмоток при длительной работе должна быть ограничена. Кратковременные и не особенно высокие перегревы не приведут к выходу из строя электрической машины, но сократят срок ее службы. Допустимая нагрузка обычно определяется нагревом наиболее чувствительного элемента — изоляции обмоток в предположении, что нагрев всех частей машины: подшипников, стали, магнитопроводов, коллектора и других частей — не превосходит допустимого.

Приведем значения допустимых температур нагрева для некоторых наиболее распространенных видов изоляции.

Класс А — хлопчатобумажное волокно, шелк, электрокартон, древесина, пропитанные лаками на основе природных смол и масел; лакоткани и лакобумаги, эмали на основе полиамидных смол:  $t_{\text{доп}}^{\circ} = 105^{\circ}\text{C}$ .

Класс В — стекловолокно, асбест, стеклоткань, миканит, пропитанные битумами, синтетическими и эпоксидными смолами:  $t_{\text{доп}}^{\circ} = 130^{\circ}\text{C}$ .

Класс Н — стекловолокно, асбест, стеклоткань, миканит, кремнийорганический каучук, пропитанные кремнийорганическими смолами:  $t_{\text{доп}}^{\circ} = 180^{\circ}\text{C}$ .

Нормирование допустимых температур привело бы к значительным трудностям в эксплуатации: один и тот же двигатель, например, зимой при низкой температуре может развивать большую мощность, чем летом при более высокой температуре воздуха. Вместе с тем следует ориентироваться на работу при худших условиях охлаждения летом. Поэтому для различных частей двигателей нормируются *допустимые превышения температуры*  $\Theta$  над температурой окружающей среды  $t_{\text{окр}}^{\circ}$  — *допустимые перегревы*. Эти допустимые перегревы не должны быть превышены при работе с полной номинальной мощностью в течение сколь угодно длительного времени или при других стандартных режимах работы (см. § 16-8):

$$\Theta = t_{\text{доп}}^{\circ} - t_{\text{окр}}^{\circ} \quad (16-21)$$

В качестве стандартной температуры окружающей среды для умеренного климата принята температура  $t_{\text{окр}}^{\circ} = 35^{\circ}\text{C}$ . Для двигателей и генераторов, работающих с искусственным охлаждением, расчетная температура может быть ниже ( $t_{\text{окр}}^{\circ} =$

$= 20...25^{\circ}\text{C}$ ). Для жаркого климата  $t_{\text{окр}}^{\circ}$  принимается выше  $35^{\circ}\text{C}$ , а для холодного — ниже. При нормировании допустимых температур оговариваются условия измерений; например, для более точного измерения температур при помощи термопар или термометров сопротивления, помещенных внутри обмотки, разрешаются бóльшие превышения, чем для менее точного измерения термометром на поверхности.

Условия нагрева различных частей машины разные: нагрев подшипников определяется в основном потерями энергии в них и мало зависит от нагрева обмоток; нагрев обмотки статора определяется не только потерями энергии в самой обмотке, но и потерями в обмотке ротора и в стали магнитопроводов, то же имеет место и для других частей машины. В целом исследование нагрева различных частей машины, обусловленного не только потерями в данной части, но и потерями в других частях, является очень сложной задачей. Поэтому для приближенного исследования нагрева пользуются простейшей моделью нагрева однородного тела, потери энергии в котором равны потерям в данной электрической машине. Такая модель может служить целям практического исследования процессов нагрева.

Предположим, что потери мощности в электрической машине, включая все потери, равны  $p$ ; тогда за элементарный промежуток времени потери энергии составят  $p dt$ . Если машина имеет теплоемкость  $C$ , то энергия, идущая на нагрев тела, при элементарном повышении температуры  $d\Theta$  составит  $C d\Theta$ . Другая часть этой энергии отдается в окружающую среду, например окружающему воздушному пространству. Тепловая энергия отдается в окружающую среду путем прямой теплопередачи, путем излучения и конвекции.

Отдача теплоты зависит от разности температур нагретого тела и окружающей среды  $\Theta$  и площади охлаждаемой поверхности  $S$ . Отдача теплоты прямой теплопередачей пропорциональна  $\Theta$ . Количество теплоты, отдаваемой излучением, для абсолютно черного тела пропорционально разности температур нагретого тела и окружающей среды в четвертой степени. В сравнительно узком диапазоне температур можно считать отдачу теплоты приблизительно пропорциональной  $\Theta$ . Отдача теплоты конвекцией изменяется по сложному закону с изменением  $\Theta$ ; в узком диапазоне температур можно также считать отдачу теплоты пропорциональной  $\Theta$ . При этих упрощениях можно определить отдачу теплоты телом за элементарный промежуток времени  $kS\Theta dt$ , где  $k$  — коэффициент теплоотдачи, равный количеству

энергии в джоулях, отдаваемой с охлаждающейся поверхности площадью  $1 \text{ м}^2$  за одну секунду при превышении температуры  $\Theta = 1^\circ\text{C}$ .

В соответствии с приведенными соображениями напомним уравнение нагрева однородного тела:

$$p dt = C d\Theta + kS\Theta dt.$$

Разделив обе части уравнения на  $kS dt$ , получим

$$\Theta + \frac{C}{kS} \frac{d\Theta}{dt} = \frac{p}{kS}.$$

По окончании процесса изменения температуры  $d\Theta/dt = 0$  и  $\Theta_{\text{уст}} = p/(kS)$ , т. е. правая часть последнего выражения при  $p = \text{const}$  определяет установившееся превышение температуры  $\Theta_{\text{уст}}$ . Величину  $C/(kS)$ , измеряемую в секундах  $[\text{Дж} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с} / (^\circ\text{C} \cdot \text{Дж} \cdot \text{м}^2) = \text{с}]$ , назовем *постоянной времени нагрева*  $\tau_n$ . С учетом этих замечаний получим

$$\Theta + \tau_n \frac{d\Theta}{dt} = \Theta_{\text{уст}}. \quad (16-22)$$

Решение этого уравнения подобно решению уравнения (16-18):

$$\Theta = \Theta_1 e^{-t/\tau_n} + \Theta_2 (1 - e^{-t/\tau_n}), \quad (16-23a)$$

где  $\Theta_1$  — начальное превышение температуры тела;  $\Theta_2$  — конечное установившееся превышение температуры при данных потерях  $p$ .

Если  $\Theta_1 = 0$ , т. е. температура электрической машины в начале работы не отличалась от температуры окружающей среды, машина к началу работы полностью охладилась и выражение для  $\Theta$  имеет вид

$$\Theta = \Theta_2 (1 - e^{-t/\tau_n}). \quad (16-23b)$$

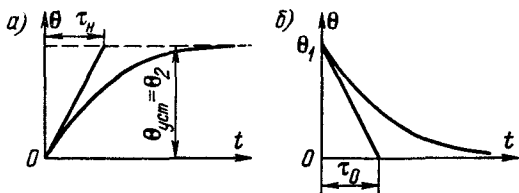


Рис. 16-17. Графики изменения превышения температуры двигателя: а — при включении нагрузки для полностью охлажденного двигателя; б — при охлаждении

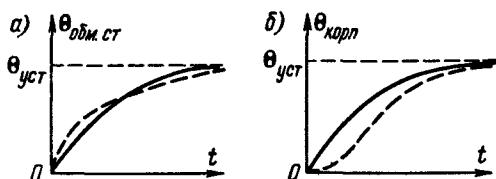


Рис. 16-18. Сравнение кривых нагрева однородного тела и двигателя: а — превышение температуры обмотки статора; б — то же на поверхности корпуса

Превышение температуры при работе возрастает по экспоненциальному закону, постоянная времени  $\tau_n$  может быть определена графическим построением (рис. 16-17, а). Установившееся превышение температуры достигается при  $t \rightarrow \infty$ , практически температура устанавливается по истечении времени  $t = (3 \dots 4)\tau_n$ . Постоянная времени нагрева имеет значение от минут — для очень малых двигателей до нескольких часов — для мощных двигателей.

Уравнение (16-23а) описывает не только процесс нагрева, но и процесс охлаждения электрической машины, когда ее нагрузка уменьшается и  $\Theta_2 < \Theta_1$ . Для частного случая  $\Theta_2 = 0$ , т. е. когда электрическая машина выключается и начинает охлаждаться до температуры окружающей среды, получим

$$\Theta = \Theta_1 e^{-t/\tau_o}, \quad (16-24)$$

где  $\tau_o$  — постоянная времени при охлаждении, бóльшая по сравнению с  $\tau_n$  за счет ухудшения условий охлаждения при остановке. Кривая для этого выражения дана на рис. 16-17, б.

Полученные из опыта кривые нагрева показывают, как и следовало ожидать, что, например, обмотка статора вначале нагревается быстрее ( $\Theta_{\text{обм.ст}}$ ), чем это определяется выражениями (16-23), а температура на поверхности корпуса  $\Theta_{\text{корп}}$  растет вначале медленнее (штриховые кривые на рис. 16-18).

## 16-7. Выбор приводных электродвигателей

Выбор электродвигателей для данного привода обычно начинается с определения необходимой номинальной мощности. Для определения мощности служат нагрузочные диаграммы приводимых механизмов и двигателей.

Нагрузочная диаграмма механизма является зависимостью момента нагрузки (сопротивления) механизма от времени:  $M_{с.м} = f(t)$ . Момент  $M_{с.м}$  обычно определяется как нагру-



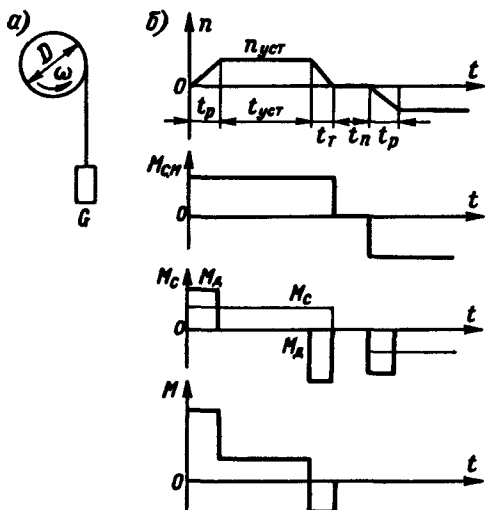


Рис. 16-19. Нагрузочная диаграмма подъемника: а — схематическое изображение барабана с грузом; б — тахограмма и нагрузочные диаграммы

зочный момент на выходном валу передачи. Этот момент может определяться по измерениям на аналогичной действующей установке или по расчетам. Часто из расчета находят зависимость  $M_{с.м}$  от пути  $l$  или угла поворота  $\alpha$  механизма, например  $M_{с.м} = f(\alpha)$  для привода ножниц, разрезающих прокат на мерные длины, от скорости (привод регулируемого компрессора), а также от ряда других параметров. Для заданных кинематической схемы и режима работы производится пересчет этих нагрузочных диаграмм на диаграммы  $M_{с.м} = f(t)$ .

В отличие от диаграмм  $M_{с.м} = f(t)$  *нагрузочная диаграмма двигателей* является зависимостью вращающего момента  $M$ , развиваемого двигателем, мощности на валу  $P$  или тока  $I$  от времени. Обычно пользуются диаграммой моментов

$$M = M_c + M_d = \frac{M_{с.м}}{\eta_{пер}i} + M_d = f(t), \quad (16-25)$$

где  $M_c = M_{с.м}/(\eta_{пер}i)$  — момент сопротивления, приведенный к валу двигателя;  $\eta_{пер}$  и  $i$  — КПД и передаточное отношение передачи;  $M_d = \frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} = J \frac{d\omega}{dt}$  — динамический момент на-

грузки;  $J = J_{\text{дв}} + J_{\text{пер}} + J_{\text{мх}}/i^2$  — моменты инерции двигателя, передачи и механизма, приведенные к валу двигателя.

Рассмотрим классическую нагрузочную диаграмму подъемника с концевым грузом  $G$  и барабаном с диаметром навивки каната  $D$  (рис. 16-19, а). Предположим, что при небольшом изменении высоты груза можно пренебречь изменением веса каната при подъеме и опускании груза. Тогда момент нагрузки механизма (в килограмм-сила-метрах)  $M_{\text{с.м}} = GD/2$ . Предположим, что задана трапецеидальная тахограмма (зависимость скорости от времени). В соответствии с тахограммой привод равномерно ускоряется до скорости  $n_{\text{уст}}$  в течение времени  $t_{\text{р}}$ , затем движется с установившейся скоростью в течение времени  $t_{\text{уст}}$  и равномерно замедляется в течение времени  $t_{\text{т}}$ , после чего следует пауза  $t_{\text{п}}$ , а затем пуск в другую сторону (рис. 16-19, б). Практически тахограмма всегда несколько отличается от идеализированной: ускорения и замедления могут несколько изменяться при разгоне и торможении, имеет место плавный выход на установившуюся скорость и т. п. Момент  $M$ , развиваемый двигателем, находится из выражений:

при установившемся движении

$$M = \frac{M_{\text{с.м}}}{\eta_{\text{пер}i}};$$

при разгоне

$$M = \frac{M_{\text{с.м}}}{\eta_{\text{пер}i}} + \frac{GD^2}{375} \frac{n_{\text{уст}}}{t_{\text{р}}};$$

при торможении

$$M = \frac{M_{\text{с.м}}}{\eta_{\text{пер}i}} - \frac{GD^2}{375} \frac{n_{\text{уст}}}{t_{\text{т}}}.$$

Тахограмма, нагрузочная диаграмма механизма  $M_{\text{с.м}} = f(t)$ , зависимости моментов  $M_{\text{с}}$  и  $M_{\text{д}}$  от времени и нагрузочная диаграмма электропривода  $M = M_{\text{с}} + M_{\text{д}} = f(t)$  показаны на рис. 16-19, б.

В ряде случаев следящий электропривод движется по гармоническому закону  $n = n_m \sin \omega t$ , где  $\omega$  — угловая частота качки (рис. 16-20). Момент  $M_{\text{с}}$ , по предположению неизменный по абсолютному значению, изменяет свой знак при изменении направления вращения. Динамический момент  $M_{\text{д}} =$

$$= \frac{GD^2}{375} n_m \omega \cos \omega t \text{ пропорционален ускорению привода. На}$$

рис. 16-20 показаны диаграммы  $n$ ,  $M_{\text{с}}$ ,  $M_{\text{д}}$  и  $M$  в зависимости от времени.

Рис. 16-20. Нагрузочные диаграммы при гармоническом движении привода

Если электропривод работает при неизменной скорости  $n$  и неизменном нагрузочном моменте  $M_c$  (в килограмм-сила-метрах) в течение всего рабочего времени, то  $M_d = 0$  и мощность привода

$$P = \frac{\omega M_c}{102} = \frac{2\pi}{60 \cdot 102} M_c n = 1,026 M_c n \cdot 10^{-3}. \quad (16-26)$$

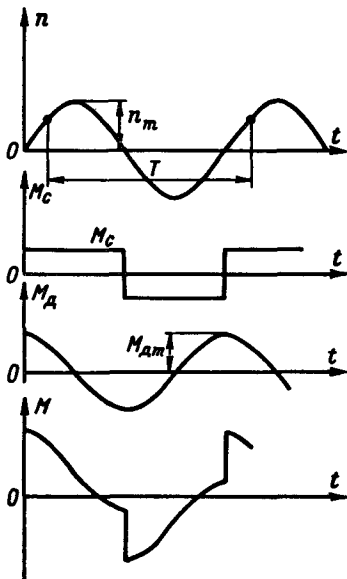
Номинальная мощность  $P_{\text{ном}}$  двигателя должна быть выбрана с некоторым запасом в зависимости от точности расчета. Тогда при сколь угодно длительной работе перегревы частей двигателя не превысят допустимых.

Определение мощности двигателя при моменте нагрузки и скорости, изменяющихся во времени, сводится к расчету некоторой неизменной нагрузки, при которой нагрев двигателя будет таким же, по крайней мере с небольшими отклонениями, как и при заданном режиме работы.

Для определения мощности применяются различные методы. Наиболее простым и удобным является *метод эквивалентного момента*. В основу метода положены допущения, что момент, развиваемый двигателем, пропорционален току нагрузки и потери в двигателе состоят из неизменных потерь, не зависящих от нагрузки, и потерь в обмотках, пропорциональных квадрату тока нагрузки.

Эти предположения справедливы для двигателей постоянного тока с неизменным возбуждением, работающих при неизменной скорости, и только в грубом приближении могут быть приняты для других двигателей. Благодаря своей простоте этот метод находит все же широкое применение для приближенных расчетов мощности двигателей всех видов.

Эквивалентный момент  $M_3$ , соответствующий эквивалентному нагрузочному току, который определяет потери в обмот-



ках двигателя, находится как средний квадратический момент:

$$M_3 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T M^2 dt}, \quad (16-27)$$

где  $T$  — цикл работы привода.

В соответствии с этим определением для нагрузочной диаграммы, показанной на рис. 16-19, если двигатель подъемной машины обеспечивает не только движение, но и торможение машины, получим

$$M_3 = \sqrt{\frac{(M_c + M_{дп})^2 t_p + M_c^2 t_{уст} + (M_c - M_{дт})^2 t_T}{t_p + t_{уст} + t_T + t_{п}}}$$

Учитывая ухудшенные условия охлаждения, иногда умножают время  $t_p$  и  $t_T$  на коэффициент 0,75 и  $t_{п}$  на 0,5:

$$M_3 = \sqrt{\frac{(M_c + M_{дп})^2 t_p + M_c^2 t_{уст} + (M_c - M_{дт})^2 t_T}{t_{уст} + 0,75(t_p + t_T) + 0,5t_{п}}}$$

Для нагрузочной диаграммы (рис. 16-20) получим

$$M_3 = \sqrt{M_c^2 + \frac{M_{дм}^2}{2}}$$

Номинальная мощность  $P_{ном}$  двигателя должна быть выбрана с некоторым запасом по сравнению с эквивалентной  $P_3 = 1,026 M_3 n_{ном} \cdot 10^{-3}$  (в киловаттах).

Двигатель, выбранный по условиям нагрева с номинальным моментом  $M_{ном} > M_3$ , должен быть проверен на перегрузку с тем, чтобы отношение наибольшего нагрузочного момента  $M_{max}$ , например  $M_{max} = (M_c + M_{д})_{max}$  (рис. 16-19, б), к номинальному не превышало перегрузочной способности  $\gamma$  для выбранного двигателя:

$$(M_c + M_{д})_{max} / M_{ном} < \gamma.$$

Род тока двигателя определяется предполагаемым источником питания. Обычно это трехфазный переменный ток промышленной частоты, постоянный ток в системе Г — Д или ток повышенной частоты 400, 500 или 1000 Гц.

Номинальное напряжение двигателя, как правило, стандартное и определяется предполагаемым источником питания. Для питания маломощных двигателей могут применяться и напряжения 24, 36 и 60 В. Напряжения свыше 11 кВ для мощных двигателей, получающих питание от индивидуальных трансформаторов, могут быть и нестандартными.

Номинальная скорость двигателя определяется в соответствии со скоростью приводимого механизма для заданного передаточного отношения механической передачи, обычно понижающей, от двигателя к механизму. Механическая передача выбирается по совокупности технико-экономических показателей, а для реверсивных приводов — обычно из условия получения наименьших динамических моментов.

**Исполнение двигателей.** Обычно двигатели выполняются для горизонтальной установки; изготавливаются двигатели и для вертикальной установки, например для привода насосов с вертикальным валом.

В соответствии с требованиями к защите от воздействий окружающей среды двигатели выполняются защищенными, закрытыми и взрывобезопасными.

Защищенные двигатели имеют щитки, которые защищают обмотки, а иногда и другие токоведущие части от попадания на них капель дождя, опилок и других посторонних предметов. Эти двигатели устанавливаются в сухих и непыльных помещениях.

Закрываемые двигатели устанавливаются в сырых и пыльных помещениях, цехах химических заводов и других помещениях, где пыль, влага или другие вещества могут попадать на токоведущие части и обмотки. Охлаждение осуществляется путем подвода охлаждающего и отвода нагретого воздуха по воздуховодам через специальные отверстия в закрытом корпусе, путем наружного обдува или естественного охлаждения корпуса.

Взрывобезопасные двигатели устанавливаются на мельницах, шахтах, опасных по газу и пыли, и в других взрывоопасных помещениях. Закрытый корпус двигателей рассчитывается на давление, которое может возникнуть внутри при взрыве.

## 16-8. Режимы работы электродвигателей

Из возможных режимов работы двигателей различают три основных: длительной, повторно-кратковременной и кратковременной работы. Наибольшее число двигателей выпускается для режима длительной работы. Значительно меньше выпускается двигателей для двух других режимов работы; у этих двигателей на щитке наряду с мощностью указывается режим работы, на который они рассчитаны при данной мощности.

Двигатели, предназначенные для длительной работы, могут работать при мощности, не превосходящей номинальную  $P_{ном}$ , указанную на щитке, в течение длительного времени. Кривые

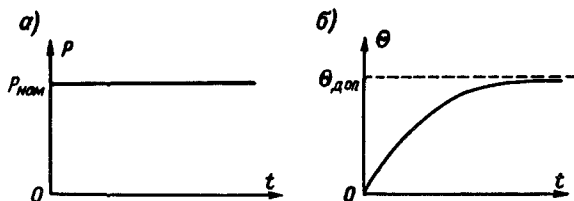


Рис. 16-21. Кривые мощности (а) и нагрева (б) при длительной номинальной нагрузке  
 $\theta_{доп}$  — допустимое превышение температуры

неизменной мощности двигателя и превышения температуры в зависимости от времени показаны на рис. 16-21.

Двигатели, предназначенные для *повторно-кратковременной работы*, могут работать при мощности, не превосходящей номинальную  $P_{ном}$ , указанную на щитке, в течение времени  $t_p$  каждого из повторяющихся циклов (рис. 16-22, а) при указанной относительной продолжительности включения  $PВ_{\%} = \frac{t_p}{t_p + t_n} 100$ , где  $t_n$  — время паузы. При этом длительность цикла  $T$  ограничена временем 10 мин.

При работе двигателя в этом режиме периоды нагрева  $t_p$  перемежаются с периодами охлаждения  $t_n$ . По истечении достаточно большого времени превышение температуры будет изменяться в пределах от  $\theta_{мин}$  до  $\theta_{max}$  (рис. 16-22, б).

Мощность двигателя при неизменной скорости пропорциональна вращающему моменту, поэтому произведение квадрата допустимой мощности  $P_k$  на соответствующую продолжительность включения  $PВ_{\%k}$  должно быть неизменным, что следует из выражения для эквивалентного момента. Наша промышленность выпускает двигатели с различными номинальными мощностями при  $PВ_{\%} = 15, 25$  и  $40$ . Допустимая мощность  $P_1$  при  $PВ_{\%1}$ , отличной от указанной на щитке  $PВ_{\%ном}$ , приближенно определяется исходя из выражения  $PВ_{\%ном} P_{ном}^2 = PВ_{\%1} P_1^2$ , откуда

$$P_1 = P_{ном} \sqrt{\frac{PВ_{\%ном}}{PВ_{\%1}}} \quad (16-28)$$

На щитке двигателя, работающего в режиме *кратковременной нагрузки*, указывается мощность  $P_{ном}$ , которую он может развивать в течение указанного времени (часа, получаса). После работы в течение указанного времени двигатель должен охла-

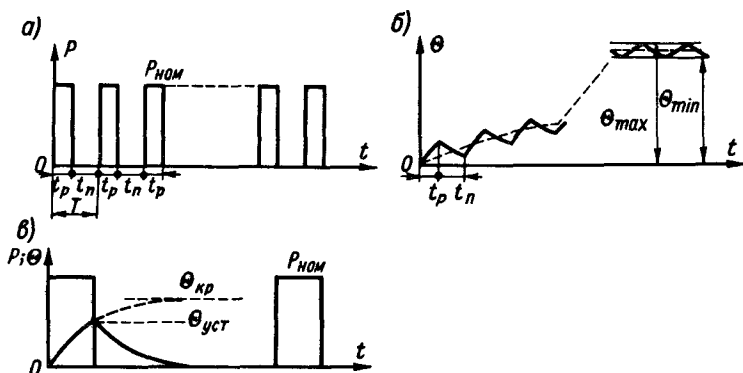


Рис. 16-22. Кривые мощности и превышения температуры: а и б — при повторно-кратковременной нагрузке; в — при кратковременной нагрузке

ждать с тем, чтобы к началу нового цикла работы он полностью охладился, т. е. превышение температуры практически было равно нулю. Графики нагрузки двигателя и превышения температуры даны на рис. 16-22, в. Такой график работы могут иметь двигатели приводов разводных мостов, шлюзовых затворов и др.

Выведем приближенное выражение для отношения мощности двигателя при длительной работе  $P_{дл}$  к мощности при кратковременной работе  $P_{кр}$ .

Если превышение температуры при длительной работе с мощностью для кратковременной работы равно  $\Theta_{кр}$ , то допустимое превышение температуры будет по истечении времени  $t_{кр}$  [см. выражение (16-23)]:

$$\Theta_{доп} = \Theta_{кр} (1 - e^{-t_{кр}/\tau_n}).$$

Если бы двигатель отдавал мощность  $P_{дл}$  в течение длительного времени, то допустимое превышение температуры  $\Theta_{доп} = \Theta_{уст}$  было бы получено практически по истечении времени  $(3...4)\tau_n$  (штриховая прямая на рис. 16-22, в). Превышения температуры обмоток пропорциональны квадратам токов или приблизительно квадратам мощностей, поэтому

$$P_{дл}^2 = P_{кр}^2 (1 - e^{-t_{кр}/\tau_n}),$$

откуда

$$P_{дл}/P_{кр} = \sqrt{1 - e^{-t_{кр}/\tau_n}}. \quad (16-29)$$

## Глава 17. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

### 17-1. Рубильники и переключатели

*Рубильники и переключатели* широко используются в электротехнической аппаратуре и различаются между собой по значению номинального тока, по числу полюсов (одно-, двух-, трехполюсные и с большим числом полюсов), по наличию разрывных контактов (с разрывными контактами, без разрывных контактов). Для обеспечения требуемой скорости отключения, не зависящей от скорости движения руки оператора, рубильники кроме главных ножей могут иметь разрывные (моментные) ножи. Последние, кроме того, предохраняют главные ножи рубильника от разрушающего действия дуги. Иногда для этих же целей используются специальные дугогасительные решетки.

Устройство одного из рубильников с моментным дугогасительным ножом приведено на рис. 17-1.

*Пакетные выключатели* и переключатели используются для переключений в цепях и конструктивно состоят из одинаковых пакетов в виде колец с вмонтированными в них неподвижными контактами и различаются между собой нагрузочной способностью, определяемой номинальным током, и коммутационной способностью, определяемой наибольшим отключаемым током при различных напряжениях. Число подвижных и неподвижных контактов определяет схему и конструкцию пакетников (рис. 17-2). Корпус трехполюсного пакетного выключателя, приведенного на рис. 17-3, состоит из трех изоляционных колец 1. Неподвижные контакты 2 выполнены из латуни и закреплены в кольце. Подвижный контакт-нож 3 насажен на четырехгранный изолированный валик, связанный с рукояткой через специальный механизм, обеспечивающий мгновенное замыкание и размыкание контактов. К подвижному контакту прикреплены две пластины 4 из фибры, способствующие гашению дуги.

*Универсальные переключатели (УП)* служат для включений и отключений относительно маломощных приемников и переключений в цепях управления и сигнализации. На лицевой стороне панели управления имеется рукоятка, при помощи которой поворачивают валик в различные положения (три положения и больше). Эксцентровые шайбы на валике воздействуют

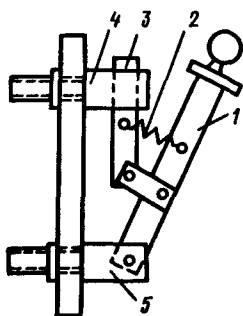


Рис. 17-1. Рубильник с моментным дугогасительным ножом

1 — подвижный контактный нож; 2 — пружина; 3 — моментный нож; 4 — неподвижный контакт (губки); 5 — шарнирная стойка



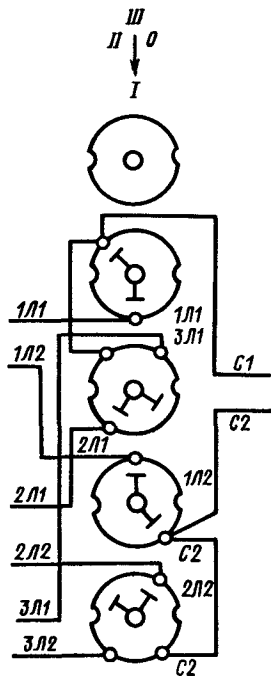


Рис. 17-2. Схема переключателя серии ПК2 на три направления

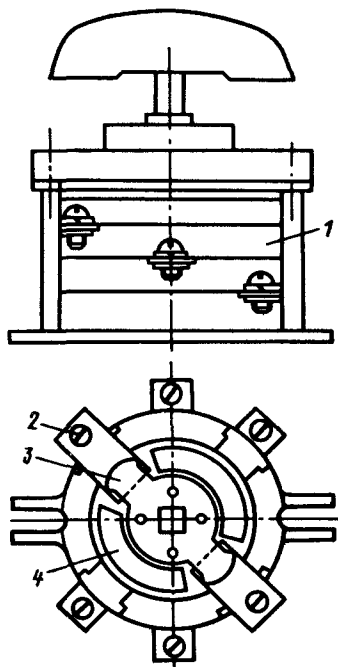
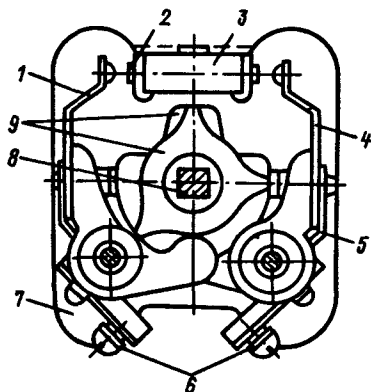


Рис. 17-3. Пакетный выключатель типа ПВ

Рис. 17-4. Контактная система переключателя УП

1 — левый подвижный контакт; 2 — левый неподвижный контакт; 3 — изоляционная рейка; 4 — правый подвижный контакт; 5 — гибкое контактное соединение; 6 — зажимы для присоединения проводов; 7 — изоляционная перегородка; 8 — главный валик; 9 — изоляционные кулачковые шайбы



на контакты и производят требуемые переключения. Каждая пара контактов изолирована от других и составляет секцию. Число секций может быть до нескольких десятков. На рис. 17-4 показана одна секция УП.

## 17-2. Резисторы и схемы их включения

*Резисторы* применяются для ограничения токов, например при пуске двигателя, тока делителя напряжения, получения требуемой зависимости выходного напряжения от перемещений и других целей. Резисторы выполняются на различные номинальные токи, которые допустимы при длительной работе с определенными сопротивлениями элемента; иногда в каталоге указывается и постоянная времени резисторов.

Резисторы изготавливаются из проволоки, ленты и штампованные из сплавов с большим удельным сопротивлением (нихром, реотан, манганин, никелин и др.). Для резисторов на токи несколько десятков и сотен ампер могут применяться, кроме штампованных, и литые чугунные элементы (рис. 17-5).

Применяются различные виды резисторов: *трубчатые, рамочные проволочные* и для значительных токов — литые, штампованные и из ленты, намотанной на изолирующий цилиндр на ребро. В силовой электротехнике используются только трубчатые проволочные резисторы. На керамический цилиндр наматывается проволока из материала с высоким удельным сопротивлением; вся трубка затем остекловывается или покрывается эмалью. На конце трубки монтируются шпильки, на которых она крепится к панели управления. Трубки могут иметь выводы или переставные хомуты для изменения сопротивлений. Резисторы выполняются на различные сопротивления и рассеиваемые мощности — от единиц ватт до 150 Вт; допустимые токи трубок — от долей ампера до нескольких ампер.

Рамочные проволочные резисторы наматываются в бороздки фарфоровых изоляторов, помещенных на концах прямоугольных листов стали длиной 300—400 мм (рис. 17-6). Листы стали с проволокой часто собираются в ящики с числом элементов до 20—40 и стягиваются болтами, проходящими через пластины (ящики типа СН или ЯС). Рассеиваемая мощность ящика с 40 элементами около 6 кВт.

Для резисторов с наибольшими токами одного элемента до сотен ампер применяются литые чугунные элементы (см. рис. 17-5), или штампованные, или из полосы, намотанной на ребро. Как и рамочные проволочные, такие резисторы собираются в ящики и стягиваются при помощи болтов, проходящих через отверстия в боковой стенке ящика.

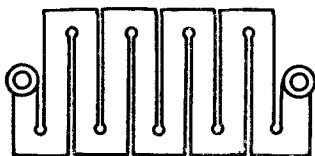


Рис. 17-5. Элемент сопротивления чугунный литой

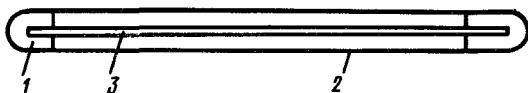


Рис. 17-6. Укладка проволоки резистора  
1 — фарфоровый изолятор; 2 — проволока резистора; 3 — лист стали

Ящички обычно имеют 20 элементов. Рассеиваемая мощность одного литого или проволочного элемента 75—150 Вт, сопротивления элемента — от сотых долей ома до сотен ом.

При последовательном соединении литых или штампованных резисторов каждый элемент ящичка с одного конца соединен с соседним, а с другого ставится изоляционная прокладка. В начале и конце ветви, в которую входят элементы, ставятся изоляционные прокладки и башмаки с зажимами для включения резисторов в цепи. Соединения проволочных резисторов выполняются при помощи пайки.

В § 1-3 приведены схемы включения резисторов для регулирования и деления напряжения, а также потенциометрическая схема.

При перемещении подвижного контакта (движка) потенциометра можно получать различные выходные напряжения. Потенциометры выполняются с линейным или круговым движением. В числе других применяются функциональные потенциометры, служащие для преобразования перемещений движка с фигурной намоткой в напряжения, изменяющиеся по заданному закону. Потенциометр может быть выполнен и с ламелями, по которым перемещается движок.

### 17-3. Контактторы и автоматы

*Контактторы* являются электромагнитными аппаратами дистанционного действия, предназначенными для частых включений и выключений мощных электрических цепей при напряжении до 500 В и наибольшем длительном токе до 500—600 А. Наиболее широко применяются одно- и двухполюсные контактторы постоянного тока и трехполюсные контактторы переменного тока с замыкающими контактами. К контактторам пристроены вспомогательные контакты, переключающие цепи сигнализации и управления при работе контактторов.

На рис. 17-7 показан двухполюсный контакттор постоянного тока. При включении втягивающей катушки 3 на напряжение постоянного тока якорь 4 притягивается к сердечнику 2 и подвижный контакт 7 соединяется с неподвижным 8. При этом контактная сторона подвижного контакта перекатывается по неподвижному, что обеспечивает улучшение контактирования при перекатывании. При отключении под действием пружины 5 контакттор разрывает цепь. Для облегчения гашения мощных дуг при разрыве цепи постоянного тока контакттор имеет специальное дугогасящее устройство. Контакты заключены в дугогасительной камере 9 обычно из асбоцемента (на рис. 17-7 камера поднята). В задней части камеры помещено несколько витков из тол-

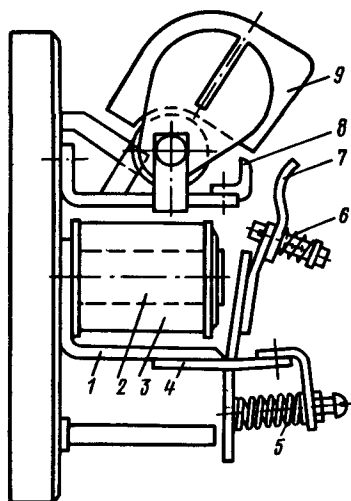


Рис. 17-7. Устройство контактора

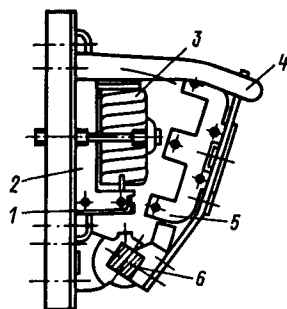


Рис. 17-8. Магнитная система контактора переменного тока

1 — короткозамкнутый виток;  
2 — сердечник; 3 — втягивающая катушка; 4 — упор; 5 — якорь; 6 — вал

стой медной шины или провода, включенных последовательно. С обеих сторон камеры имеются стальные щеки, между которыми возбуждается магнитное поле. Под действием магнитного поля электрическая дуга, возникающая между контактами при отключении, выдувается вверх в узкую щель дугогасительной камеры и ионизированные газы дуги охлаждаются и деионируются. Вспомогательные контакты контакторов обычно мостикового типа. При включении происходит нажатие на контакты через пружины траверсы, и замыкаются неподвижные контакты, при этом обеспечивается требуемое давление пружины 6 на подвижные контакты. Контактторы могут иметь несколько замыкающих и размыкающих контактов. Время срабатывания контактора при включении — от сотых до двух-трех десятых долей секунды, время размыкания при отключении — такого же порядка.

*Трехфазный контактор* переменного тока изображен на рис. 17-8. При включении контактора трехполюсный якорь 5 втягивается внутрь катушки 3, поворачиваясь на квадратном вале 6. При этом замыкаются три главных замыкающих контакта и соответствующие вспомогательные контакты. При отключении размыкание контактов происходит под действием собственного веса. Сердечник 2 якоря собирается из штампованных Ш-образных листов электротехнической стали. Гашение дуги переменного тока несравненно проще по сравнению с дугой

постоянного тока; поэтому в дугогасительной камере имеются только стальные пластины, расположенные поперек дуги. При возникновении дуга переходит на пластины, газы охлаждаются и деионируются. На поверхности одного или двух полюсов сердечника имеются короткозамкнутые витки 1. Поэтому поток через поверхность витков сдвинуто по фазе относительно основного и отличен от нуля при прохождении через нуль основного потока. Благодаря этому в течение всего времени сила тяжения сердечника не равна нулю и существенно уменьшаются колебания сердечника и вызываемый ими рев.

Контакты могут выполняться с разными комбинациями замыкающих и размыкающих главных контактов: все размыкающие, два контакта замыкающие и один размыкающий. В разных комбинациях выполняются и вспомогательные контакты. Контакты могут изготавливаться с защелкой, когда после включения контактора отключается втягивающая катушка и контактор удерживается защелкой, а при отключении размыкание контактора происходит при воздействии электромагнита на защелку. Контакты могут быть подключены к источнику постоянного тока, при этом в цепи катушек должны быть включены добавочные резисторы.

*Таймтакторы* постоянного тока служат для включения контакторов с выдержкой времени, что применяется, например, при пуске двигателя, когда в зависимости от времени автоматически уменьшается сопротивление пускового устройства. Таймтактор (рис. 17-9) имеет две магнитные системы и два якоря: удерживающую 1 и втягивающую 2 катушки.

При подаче напряжения перед включением аппарата вспомогательные контакты обеих систем разомкнуты и в цепи удерживающей катушки протекает ток. Под действием силы тяжения якорь удерживающей катушки притягивается к сердечнику и сжимает отрывающую пружину якоря. Вспомогательный контакт втягивающей катушки замыкается, но катушка не включается, так как в ее цепи есть еще один, пока разомкнутый, вспомогательный контакт удерживающей катушки. При включении таймтактора разрывается цепь удерживающей катушки и начинает медленно уменьшаться сила тяжения удерживающей системы. Удерживающая катушка имеет массивную металлическую гильзу, в которой индукти-

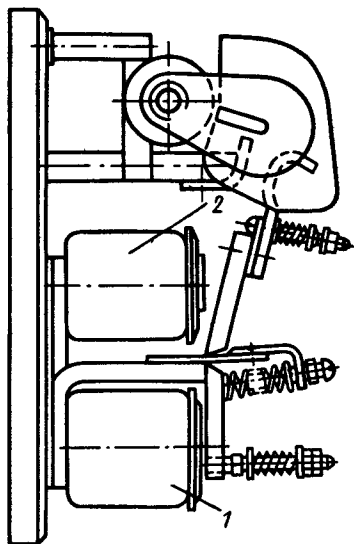


Рис. 17-9. Таймтактор

руется ток, поддерживающий тяжение. Когда при уменьшении потока якорь удерживающей катушки будет оторван от сердечника, замкнется вспомогательный контакт, включающий цепь втягивающей катушки главных контактов. Время выдержки является временем от включения контактора до срабатывания втягивающей системы и может изменяться путем изменения толщины немагнитной прокладки между сердечником и якорем удерживающей катушки. Может быть установлена выдержка времени до 5 с.

*Автоматы* служат для относительно редких, неоперативных включений и отключений (например, при срабатывании защиты) весьма больших токов — до десятков тысяч ампер. Включение автоматов производится от различных электрических, пневматических и других устройств. Для гашения дуги при отключении применяются мощные магнитные, пневматические и другие дугогасящие устройства. Автоматы снабжены защитой.

Ограничение токов для оперативной работы контакторов обусловлено необходимостью при токе больше 500–600 А иметь очень мощные дугогасящие устройства и наличием сильных ударов по щитам управления при работе контакторов. Сильные удары могут разрушать со временем щиты управления.

#### **17-4. Применение бесконтактных силовых аппаратов**

Наличие мощных аппаратов включения и отключения определяет значительные трудности при эксплуатации систем управления. Например, силовые контакты мощных контакторов при интенсивной работе нужно менять примерно раз в смену. Для уменьшения мощностей и токов управления вместо непосредственного управления мощными системами применяют управление с помощью усилителей (см. гл. 18).

Непрерывное управляющее напряжение можно получать не только от потенциометра, но и с выхода вращающегося трансформатора или сельсина.

Можно считать, что применение систем управления при помощи усилителей решит вопрос о замене контакторных систем. Но при этом необходимо иметь регулируемый источник энергии. Необходимо иметь и системы релейного управления с бесконтактными включающими и отключающими аппаратами. Такие аппараты переменного тока выполняются на базе магнитных усилителей и тиристорных устройств.

*Магнитные усилители* могут использоваться не только как усилители, но и для включения и выключения цепей переменного тока любой мощности. При отсутствии тока в обмотке управления ток в цепи силовой обмотки и приемника относительно мал, так как реактивное сопротивление силовой обмотки очень велико. Если ввести сильную положительную обратную связь (см. рис. 8-7), внешнюю или внутреннюю, такую, чтобы кривая зависимости приведенного тока положительной обратной связи располагалась, по крайней мере, слева от восходящей ветви тока магнитного усилителя, то сопротивление главной

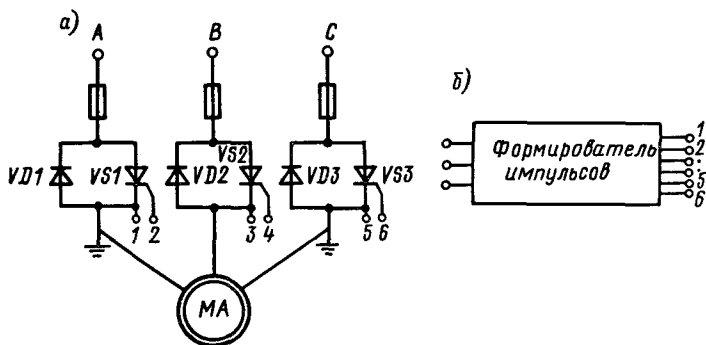


Рис. 17-10. Схема бесконтактного тиристорного выключателя

цепи магнитного усилителя будет очень мало. Это соответствует якобы включению контактора. При работе с системами следует после отключения практически разрывать цепь для создания *видимого* разрыва при помощи какого-либо маломощного аппарата.

*Тиристоры* также могут служить для включений и отключений цепей переменного тока любой мощности. Одна из возможных схем бесконтактного выключателя показана на рис. 17-10, а. В каждой из трех фаз источника энергии имеется по одному диоду  $VD1$ ,  $VD2$  и  $VD3$ , пропускающему ток в одном направлении, и по одному тиристоры  $VS1$ ,  $VS2$  и  $VS3$ , который может пропускать ток в другом направлении. Если в начале периода, когда тиристор должен пропускать ток, на него будет подан открывающий импульс, тиристор откроется и будет открыт в течение полупериода. Открывающие импульсы в каждой фазе формируются в формирователе (рис. 17-10, б) в начале периода для той фазы, которая должна быть открыта. Отключение приемника происходит при прекращении подачи импульсов, когда будут закрыты тиристоры одного направления. Для большей надежности можно использовать тиристоры для двух направлений.

### 17-5. Реле защиты

В сложных современных электрических системах широкое применение получили реле — устройства с сугубо нелинейными статическими характеристиками, когда при изменении входной (управляющей) величины выходная (управляемая) величина меняется скачком при достижении входной величиной некоторого порогового значения. Реле широко используются для защиты электропривода и управления им, для защиты энергосистем.

Назначением реле защиты, работающих в комплексе с аппаратурой управления, является предохранение от выхода из строя электрических и энергетических систем при аварийных режимах работы.

По принципу действия воспринимающих элементов реле делятся

на электромагнитные, поляризованные, индукционные, магнитоэлектрические, электронные.

В зависимости от входного параметра различают следующие виды реле:

*реле тока* (максимального, минимального), срабатывающие при определенном значении тока;

*реле напряжения*, работающие при определенном значении напряжения;

*реле обратного тока* или *обратной мощности*, срабатывающие при изменении направления постоянного тока или направления энергии цепи переменного тока;

*реле перегрузки*, срабатывающие при перегрузке и коротком замыкании источника энергии;

*реле времени*, предназначенные для создания интервала между моментом получения сигнала и моментом срабатывания реле;

*дифференциальные*, реагирующие на разность и направление токов;

*частотные;*

*специальные.*

Иногда с помощью реле, имеющих одну управляющую цепь, необходимо управлять большим числом независимых цепей большой мощности. В этом случае используются так называемые *промежуточные* реле, необходимое число которых подключается к независимому источнику напряжения с помощью контактов основного реле.

По виду статической характеристики реле делятся на две большие группы: *нейтральные* и *поляризованные*. В нейтральных реле направление перемещения якоря не меняется, а следовательно, и коммутируемые цепи не переключаются при изменении полярности входного сигнала. В поляризованных реле направление движения якоря изменяется и, следовательно, коммутируемые цепи переключаются на другие контакты при изменении полярности входного сигнала.

Основными параметрами, характеризующими коммутирующие свойства реле, являются следующие:

параметр срабатывания  $x_{ср}$  — минимальное значение входного параметра, при котором происходит срабатывание реле;

параметр отпуска  $x_{отп}$  — наименьшее значение входного параметра, при котором происходит отпускание реле (возвращение якоря в исходное положение);

отношение параметра отпуска к параметру возврата, называемое *коэффициентом возврата*:

$$k_{в} = x_{отп} / x_{ср}. \quad (17-1)$$

По смыслу  $k_{в} < 1$ , что указывает на то, что отпускание якоря происходит при значениях входного параметра, меньших параметра срабатывания. Для устранения двусмысленности статической характеристики стремятся сделать  $k_{в}$  близким к единице.

Время срабатывания  $t_{ср}$  и время отпуска  $t_{отп}$  — минимальное время, необходимое соответственно для притягивания и отпуска якоря при номинальном значении управляющей мощности  $P_y$ . У высо-



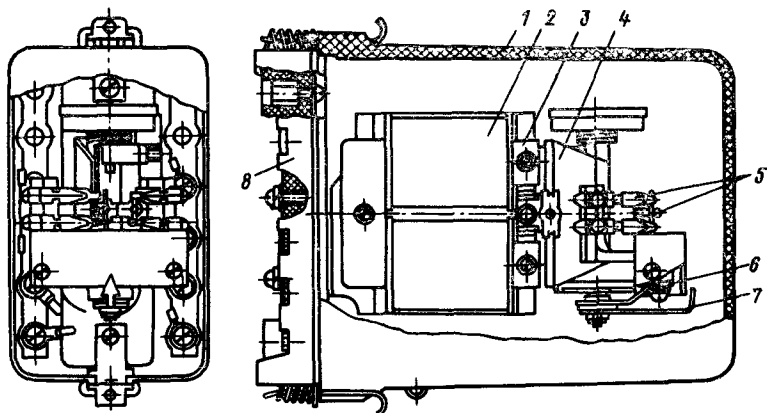


Рис. 17-11. Реле максимального тока РТ-40

кочувствительных маломощных устройств указанные характеристики составляют, например, для поляризованных реле 4–5 мс и малогабаритных нейтральных 8–10 мс. Реле с большей коммутируемой мощностью имеют массивные подвижные части и значительный ход якоря. Вследствие этого  $t_{\text{ср}}$  и  $t_{\text{отп}}$  определяются в основном временем движения якоря из одного крайнего положения в другое.

На рис. 17-11 показано реле *максимального тока* РТ-40 мгновенного действия. П-образный шихтованный сердечник 3 и поворотный якорь 4 образуют магнитную систему реле. Катушки 2 могут включаться параллельно или последовательно и расположены на полюсах сердечника. Противодействующий момент создается спиральной пружиной 6, один конец которой связан с якорем, а другой — с указателем установок тока срабатывания 7. Контактная система 5 состоит из подвижных и неподвижных контактов. Реле смонтировано в корпусе, состоящем из пластмассового основания 8 и кожуха 1 из прозрачного материала. Основные характеристики реле:  $I_{\text{уст}} = 0,05 \dots 200 \text{ А}$ ;  $k_{\text{в}} \geq 0,8$ ;  $t_{\text{ср}} = 0,1 \dots 0,03 \text{ с}$ ;  $t_{\text{отп}} = 0,02 \text{ с}$ .

### 17-6. Реле управления и автоматики

Для автоматического управления различными электротехническими установками, электроприводом, энергосистемами широко используются реле управления и автоматики.

На рис. 17-12 показано устройство электромагнитного реле постоянного тока серии РЭМ-200, применяемого в схемах автоматического управления электроприводами. Различные модификации реле этой серии используются в качестве реле времени с выдержкой при отпускании якоря, промежуточных реле, реле напряжения. Регулирование напряжения втягивания реле производится изменением натяжения отключающей пружины 1 с помощью гайки 2. Ступенчатое регулирова-

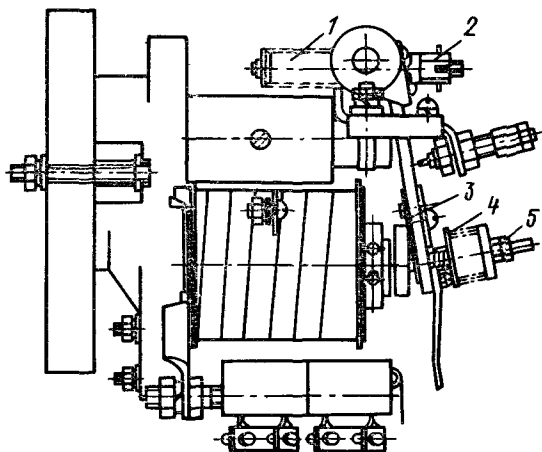


Рис. 17-12. Устройство электромагнитного реле серии РЭМ-200

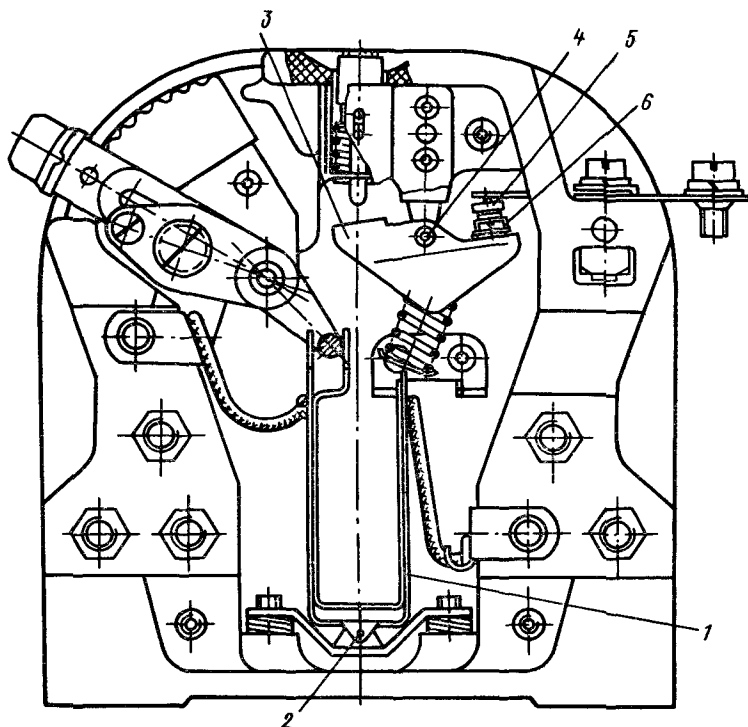


Рис. 17-13. Устройство теплового реле серии ТРГ-100

ние выдержки времени осуществляется установкой немагнитной прокладки 3, подрегулирование — изменением натяжения отжимной пружины 4 с помощью гаек 5.

Для защиты электродвигателей переменного тока от перегрузок применяются тепловые реле серии ТРТ-100 (рис. 17-13). Термобиметаллический элемент (пластина) 1 реле имеет U-образную форму и посажен на ось 2. Цилиндрическая витая стальная пружина опирается одним концом на термобиметаллический элемент, а другим — на изоляционную колодку 3, несущую подвижный контактный мостик 6 с серебряными контактами 5. Второй конец элемента соединяется с механизмом уставки, позволяющим регулировать ток уставки (срабатывания) путем изменения положения термобиметаллической пластины. При токах срабатывания термобиметаллическая пластина поворачивает изоляционную колодку 3 вокруг оси 4 и отключает размыкающий контакт реле. Возврат реле в исходное положение (замыкание контакта) происходит автоматически за время не более 3 мин, а при нажатии кнопки — не позже чем за 1 мин.

### 17-7. Контроллеры и командоконтроллеры

Для управления электродвигателями постоянного тока и трехфазными короткозамкнутыми двигателями переменного тока применяются контроллеры различных типов.

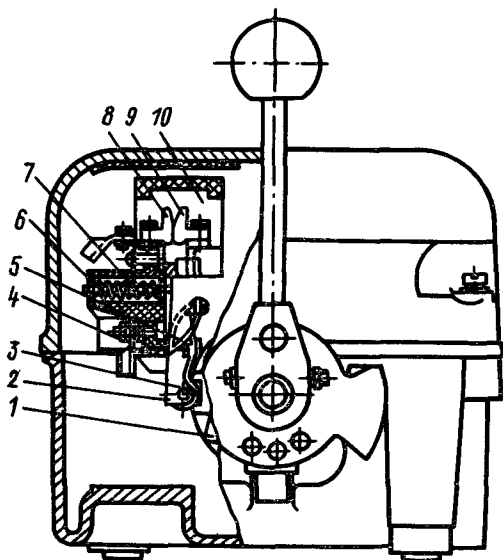


Рис. 17-14. Кулачковый контроллер серии КВ

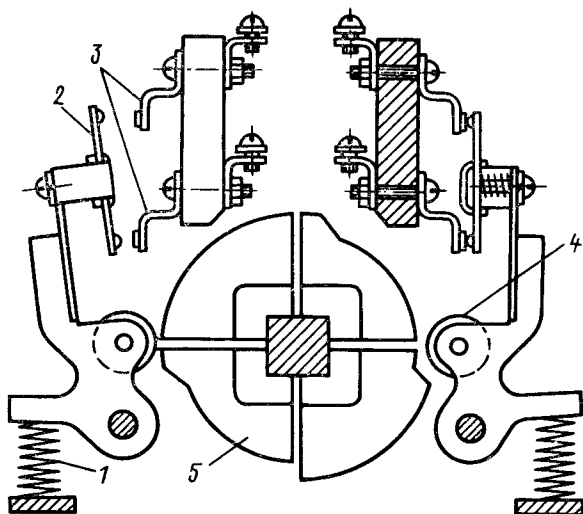


Рис. 17-15. Командоконтроллер

Устройство контроллера кулачкового типа для управления двигателями переменного тока показано на рис. 17-14. Подвижный контакт 9 укреплен на рычаге 5 и может вращаться относительно центра вращения рычага. Контакт 9 соединяется с зажимом вывода с помощью гибкой связи 4. Замыкание контактов и необходимое нажатие обеспечиваются пружиной 6, которая воздействует на рычаг 5 через шток 7. При повороте рукоятки контроллера кулачок 1 нажимает на ролик 2. При этом сжимается пружина 5 и контакты 8 и 9 размыкаются. Момент замыкания и размыкания контактов зависит от профиля кулачковой шайбы 3. Таким образом, в контроллере контакты замыкаются пружиной, а размыкаются кулачком, что обеспечивает разрыв контактов в случае их приваривания. Кулачковые контроллеры могут выполняться с числом кулачков до 15–16 или 30–32 при двух кулачках на контакт.

Контактные элементы располагаются по оси контроллера по обе стороны кулачковой шайбы, что позволяет сократить осевую длину контроллера. Между кулачковыми элементами устанавливаются асбестоцементные перегородки 10, препятствующие перекрытию дугой контактов аппарата.

На рис. 17-15 представлено коммутирующее устройство командоконтроллера, используемого для переключения катушек контакторов, работающих в цепях дистанционного управления различными аппаратами, электрическими машинами и другими устройствами. При заходе ролика 4 в углубление контактной шайбы 5 под действием включающей пружины 1 происходит замыкание неподвижных контактов 3 кон-

тактным мостиком 2. При повороте вала кулачок контактной шайбы 5 размыкает контакты давлением на ролик 4.

### 17-8. Путевые и конечные выключатели

Для автоматического управления исполнительным механизмом (на базе электродвигателей) в зависимости от пройденного им пути используются *путевые* и *конечные* выключатели (переключатели). Конечный выключатель является частным случаем путевого, поскольку он служит для коммутации цепей в крайних положениях органа управления машины.

Путевой переключатель представляет собой устройство, замыкающее или размыкающее свои контакты под действием внешних усилий, возникающих при прохождении механизмом определенного пути.

На рис. 17-16 показана конструкция путевого выключателя ВК-11, который состоит из контактного устройства 1 с одним размыкающим и одним замыкающим контактами, срабатывающего при нажатии на

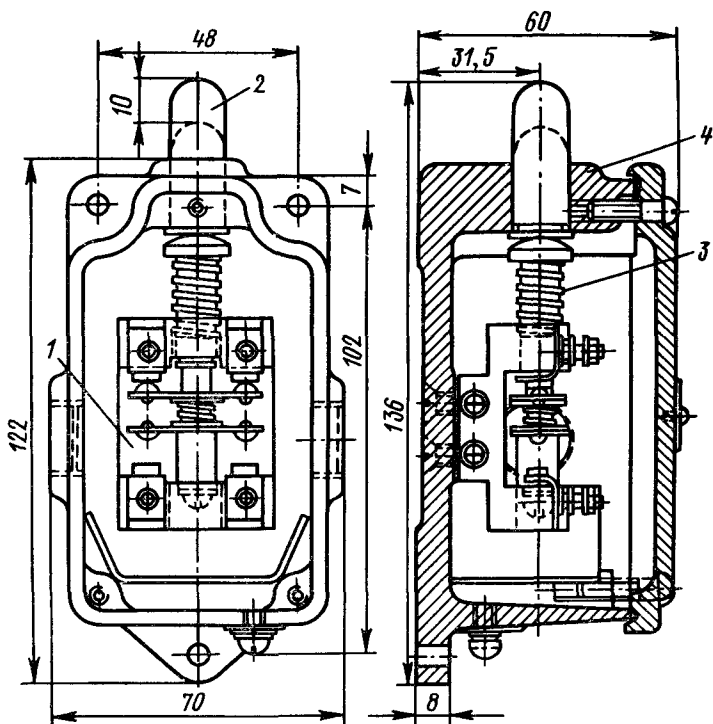


Рис. 17-16. Путевой выключатель ВК-11

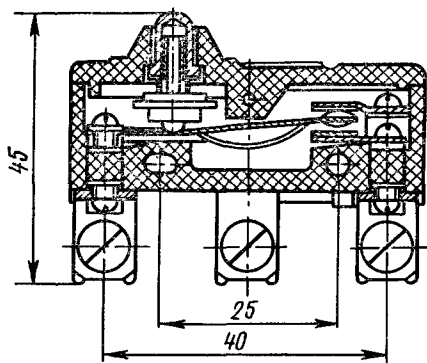


Рис. 17-17. Путьевой микропереключатель

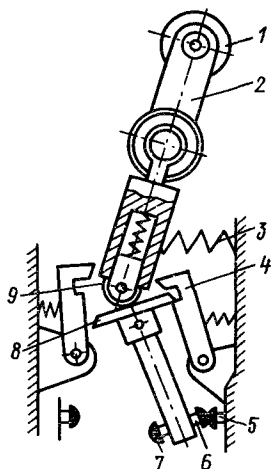


Рис. 17-18. Путьевой переключатель рычажного типа

штифт 2 кулачка или упора, установленного на движущейся части механизма; пружины 3 и корпуса переключателя 4. Скорость замыкания и размыкания контактов определяется скоростью движения исполнительного органа с кулачками.

Для высокоточного переключения применяются микропереключатели (рис. 17-17).

Принцип действия путевого переключателя рычажного типа показан на рис. 17-18. Управляющее воздействие осуществляется на ролик 1, укрепленный на конце рычага 2. Подпружиненный ролик 9 находится на другом конце рычага и может перемещаться вдоль его оси. В указанном положении замкнутые контакты 5 и 6 надежно зафиксированы защелкой 4. При воздействии на ролик 1 рычаг 2 поворачивается против часовой стрелки. Ролик 9 поворачивает тарелку 8 и связанные с ней контакты 6 и 7, осуществляя их замыкание. Важно, что размыкание и замыкание контактов происходят с большой скоростью, не зависящей от скорости движения ролика 1. Пружина 3 после прекращения воздействия на ролик 1 возвращает выключатель в исходное положение.

### 17-9. Шаговые искатели и счетчики импульсов

*Шаговые искатели* представляют собой устройства, которые осуществляют коммутацию большого числа цепей в определенной последовательности. В автоматических системах управления и в вычислительных устройствах шаговые искатели и счетчики импульсов ис-

пользуются для управления различными элементами по заданной программе.

В системах связи шаговые искатели применяются для осуществления связи между абонентами по командам, подаваемым с помощью наборного диска в виде определенной комбинации импульсов тока. Счетчики импульсов широко используются также в автоматических системах промышленных установок, в системах контроля производственных процессов и т. п.

На рис. 17-19 представлена электрокинематическая схема шагового искателя обратного действия, в котором поворот храпового колеса с контактной щеткой происходит под действием пружины. В исходном положении при отсутствии тока в обмотке электромагнита 1 якорь 2 оттягивается от сердечника электромагнита пружиной. Собачка 3 упирается в зубец храпового колеса. На нулевой ламели контактного поля статора 6 находится контактная щетка 5. Статор имеет вид части кольца, выполненного из пластмассы, в которую запрессованы ламели. Ось вращения контактной щетки совмещается с центром полукольца и жестко фиксируется в этом положении.

С подачей импульса тока в обмотку электромагнита якорь 2 притягивается к сердечнику электромагнита 1 и, преодолевая противодействие пружины, перемещает собачку на один зубец храпового колеса

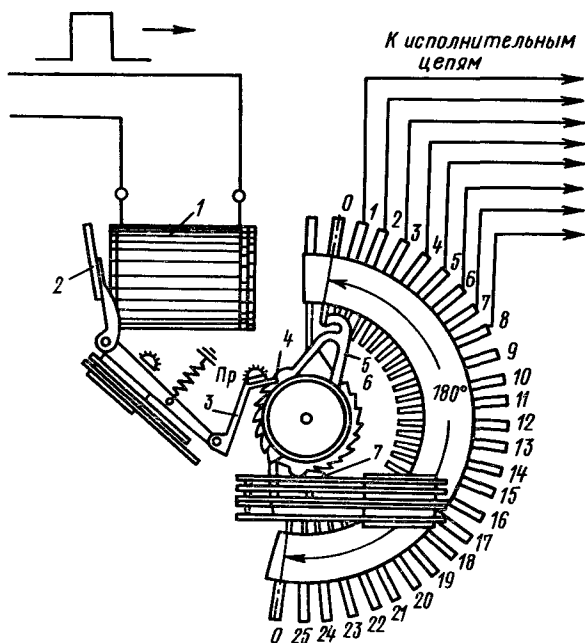


Рис. 17-19. Схема шагового искателя с приводом обратного действия

против часовой стрелки. Под действием пружины, не показанной на рисунке, собачка 3 западает во впадину. С прекращением импульса силовая пружина *Pr* приводит собачку в исходное положение и при этом поворачивает храповое колесо 4 и вместе с ним контактную щетку 5 на угол, соответствующий шагу храпового колеса. Упорная собачка 7 при этом фиксирует положение. Щетка переходит на соседнюю лямель и соединяет цепь.

В отличие от рассмотренного, в шаговых искателях прямого действия поворот храпового колеса с контактной щеткой осуществляется под действием силы притяжения электромагнита.

## 17-10. Бесконтактные логические элементы

При построении современных устройств автоматики и вычислительной техники широко используются бесконтактные переключающие устройства, выполняющие логические операции. Основой таких устройств являются элементы, обладающие свойствами электромагнитных реле, но не имеющие механических контактов.

Для создания бесконтактных логических элементов могут быть использованы электронные процессы в вакууме, полупроводниках, магнитные процессы в ферромагнетиках и т. д.

Большинство логических функций может быть выполнено логическими схемами, которые подразделяются на три основных типа: И, ИЛИ и НЕ.

Рассмотрим принципы действия некоторых типов бесконтактных логических устройств. На рис. 17-20, *a* представлена схема ИЛИ, выполненная на диодных элементах. Управляющий сигнал на выходе появляется при поступлении сигнала или на один, или на два других входа. При поступлении на какой-либо из входов сигнала положительного знака соответствующий диод, включенный в проводящем направлении, пропускает этот сигнал и на нагрузочном резисторе *R1* появляется положительный сигнал. Остальные диоды в схеме ИЛИ при этом выполняют роль разделительных — они отделяют выходную цепь от других входных цепей.

На рис. 17-20, *b* приведена схема И, собранная на диодах. Сопротивления схемы выбираются из условия  $R_1 \gg R_2 = R_3$ . Тогда за счет тока, протекающего через диоды *VD1* и *VD2*, все напряжение источника питания падает на резисторе *R1*. При этом выходное напряжение практически отсутствует. При одновременной подаче на оба входа сигналов отрицательной полярности, несколько превышающих по амплитуде напряжение источника питания *U*, диоды *VD1* и *VD2* запираются и на выходе появляется отрицательный сигнал. При поступлении сигнала только на один вход запирается соответствующий диод, а другой диод остается открытым, в силу чего сопротивление между точками *A* и *B* остается малым и сигнал на выходе отсутствует.

Рассмотренные схемы на диодах имеют существенный недостаток, связанный с ослаблением сигнала при работе, что затрудняет осуществление каскадных соединений различных логических цепочек. От этого недостатка свободны схемы, собранные на транзисторах. На



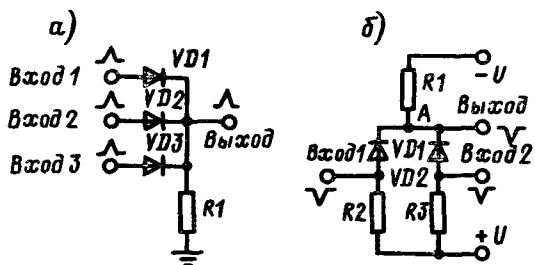


Рис. 17-20. Схемы логических цепочек на диодах

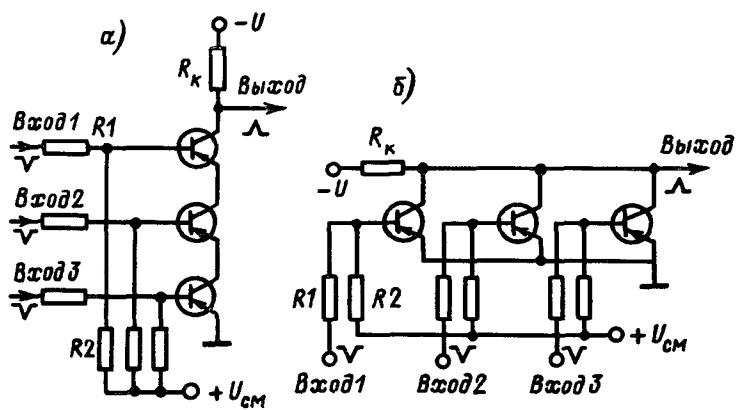


Рис. 17-21. Логические цепочки на транзисторах  
 $U_{см}$  — напряжение смещения

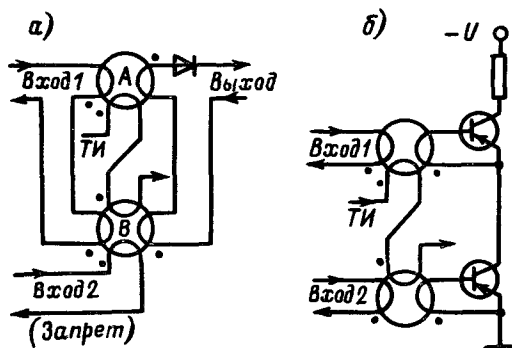


Рис. 17-22. Схемы И  
ТИ — шина тактовых импульсов

рис. 17-21, а последовательное соединение транзисторов образует логическую цепочку И, а при параллельном соединении транзисторов образуется логическая цепочка ИЛИ (рис. 17-21, б).

Схема И управляется сигналами отрицательной полярности и выдает на выходе сигнал положительного знака. При подаче на любой из входов схемы ИЛИ сигнала отрицательной полярности соответствующий транзистор открывается и по резистору  $R_k$  протекает ток. Потенциал на выходе схемы становится положительным.

На рис. 17-22, а показана схема совпадения, реализующая логическую операцию И и выполненная на ферритдиодных ячейках. При поступлении сигнала только на вход 1 записывается логическая 1 в оба сердечника, следовательно, сердечник В осуществит «Запрет», основанный на компенсации выходного напряжения. При поступлении сигнала только на вход 2 сигнал на выходе тоже будет отсутствовать, так как сигнал на выходе сердечника В имеет по отношению к диоду обратную полярность. При одновременной подаче сигналов на оба входа сердечник В осуществит «Запрет», основанный на компенсации магнитных потоков, и тогда сигнал, считанный с сердечника А, пройдет на выход.

Схемы И на ферриттранзисторных ячейках реализуются посредством последовательного соединения ячеек (рис. 17-22, б).

Используя различные комбинации диодных, транзисторных, ферритдиодных и ферриттранзисторных логических схем, можно реализовать любые сложные каскадные соединения различных логических цепочек.

## 17-11. Преобразователи

Преобразователи используются для измерения значений управляемой или контролируемой величины  $x_1(t)$  и преобразования ее в другую, однозначно соответствующую величину, удобную для дальнейшего использования, усиления, передачи на расстояние и т. п.

Преобразователи, в которых преобразование физической величины происходит за счет энергии входного сигнала (или измеряемого объекта), называются *генераторными*. К ним относятся, например, тензометрические преобразователи, термопары, преобразователи Холла, радиоактивные преобразователи. Преобразователи, в которых преобразование сигнала происходит за счет энергии постороннего источника изменением какого-нибудь параметра (емкости, индуктивности, сопротивления и т. п.), называются *параметрическими*.

Преобразователи как элементы систем контроля или управления размещаются непосредственно на объектах контроля или управления и часто находятся в тяжелых условиях работы (действие различных атмосферных условий, вибрации, перепады давления и т. п.). Точность измерений в основном определяется качеством системы контроля или управления.

Степень пригодности преобразователя для измерений определяется его характеристиками. *Статической характеристикой* преобразователя называется зависимость выходного сигнала  $x_2$  от входного  $x_1$ :

$$x_2 = f(x_1).$$

К статическим характеристикам пропорциональных преобразователей предъявляются требования линейности, однозначности, реверсивности. При выполнении указанных требований статическая характеристика преобразователя для рабочего диапазона измерения входной величины имеет вид

$$x_2 = kx_1, \quad (17-2)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности.

*Динамическая характеристика* преобразователя определяет его работу при быстрых изменениях измеряемого сигнала и может быть представлена различными способами — дифференциальным уравнением преобразователя, передаточной функцией, переходным процессом.

Под чувствительностью преобразователя  $S$  понимается крутизна статической характеристики в рабочей точке  $(x_1^0, x_2^0)$ :

$$S = \left( \frac{dx_2}{dx_1} \right) \Big|_{x_1 = x_1^0, x_2 = x_2^0}. \quad (17-3)$$

Для линейной статической характеристики  $S = k$ .

Работу преобразователя характеризует уровень помех, который определяется как среднее значение случайных приращений выходного сигнала при отсутствии приращений входного ( $\Delta x_2 \neq 0$  при  $\Delta x_1 = 0$ ) или при полном отсутствии входного сигнала ( $\Delta x_2 \neq 0$  при  $x_1 = 0$ ).

Порог чувствительности определяет наименьшее изменение входной величины, вызывающее превышение выходным сигналом уровня помех, и характеризуется так называемым соотношением сигнал-помеха  $P_c/P_n$ , где  $P_c$  и  $P_n$  — средняя мощность сигнала и помехи.

Входная и выходная мощности являются важными характеристиками для выбора типа преобразователя и его согласования с последующими каскадами.

Рассмотрим примеры преобразователей.

На рис. 17-23 представлен *тензометрический* полупроводниковый преобразователь для измерения деформаций и напряжений в конструкциях, которые определяются по малым перемещениям. Полупроводниковые материалы с кристаллической структурой типа алмаза обладают высокой симметричностью структуры, а следовательно, высокой изотропностью электрических свойств в нормальном состоянии, которые при воздействии на кристалл проводника давлением нарушаются (кристалл становится анизотропным). При этом в зависимости от ориентации прикладываемой силы  $F$  относительно кристаллографических осей анизотропность проявляется различно. В одних случаях она максимальна, в других равна нулю. Зависимость электропроводности полупроводника от приложенной к нему силы называется *тензоэффектом*. Наибольший тензоэффект имеют германий Ge и кремний Si. В качестве материала полупроводниковых тензометрических преобразователей используются различные искусственные составы, называемые тензолитами. На рис. 17-23 приведен один из возможных

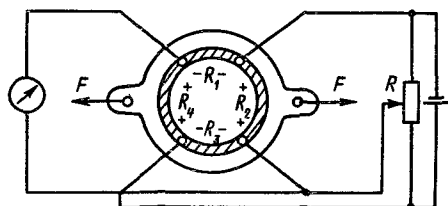


Рис. 17-23. Полупроводниковый тензометрический преобразователь

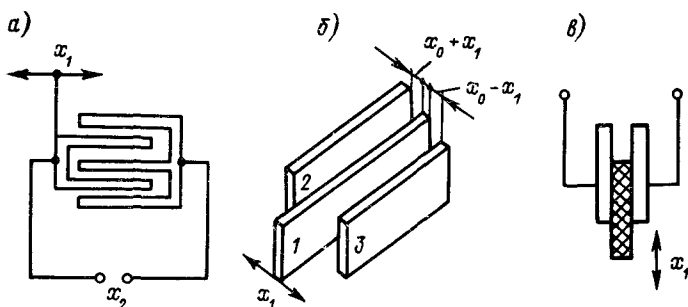


Рис. 17-24. Емкостные преобразователи: а — с переменной площадью; б — с переменным зазором; в — с переменной результирующей диэлектрической проницаемостью

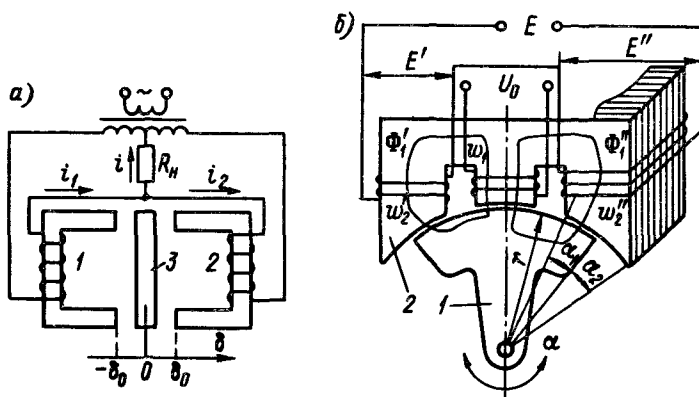


Рис. 17-25. Индуктивные преобразователи

вариантов тензометрического полупроводникового преобразователя, выполненного в виде упругого кольца, на внутренней поверхности которого нанесен слой из тензолита. Слой разбит на четыре части, включенные между собой по мостовой схеме. Так как смежные плечи моста имеют различные знаки удлинений, а следовательно, и изменений сопротивлений, то такой тензометр обладает высокой чувствительностью.

При конструировании емкостных параметрических преобразователей линейных и угловых перемещений в электрический сигнал используются зависимости емкости от площади взаимодействия упругих пластин, расстояния между ними и др. Принцип действия таких преобразователей представлен на рис. 17-24. Достоинствами емкостных преобразователей являются высокая чувствительность, относительно малые масса и габариты, небольшое значение электромеханических сил притяжения пластин датчиков.

*Индуктивные* преобразователи относятся к группе преобразователей параметрического типа и предназначены для преобразования угловых и линейных перемещений в электрический сигнал переменного тока. Принцип их действия основан на зависимости магнитного сопротивления цепи от величины воздушного зазора. Схемы индуктивных преобразователей представлены на рис. 17-25.





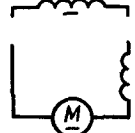
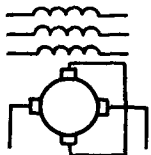



Дифференциальная схема (рис. 17-25, а) состоит из двух независимых цепей, разность токов в которых служит выходным сигналом. Преобразователи 1 и 2 одинаковы и имеют общий якорь 3. Посредством центрирующих пружин якорь удерживается так, чтобы зазоры в обоих преобразователях были одинаковы и равны  $\delta_0$ . Таким образом, при отсутствии входного сигнала (перемещения  $\delta$ ) индуктивные сопротивления катушек обоих преобразователей одинаковы. Схема питается от силового трансформатора со средней точкой. При наличии перемещения  $\delta$  в цепи нагрузки протекает ток  $I = k\delta$ , где  $k$  — коэффициент передачи.



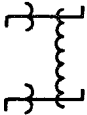






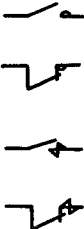

На рис. 17-25, б представлен преобразователь, принцип действия которого основан на изменении взаимной индуктивности обмоток (коэффициента взаимоиндукции  $M$ ) при угловом перемещении якоря. Преобразователь состоит из якоря 1, сердечника 2 и обмоток  $w_1$ , питаемой переменным током от сети, и  $w_2$ , состоящей из двух катушек, соединенных последовательно и встречно так, что индуктированная ЭДС в одной обмотке вычитается из индуктированной ЭДС второй обмотки. Коэффициент взаимоиндукции  $M$  зависит от перекрываемой площади, т. е. от углового положения якоря преобразователя. При отклонении якоря от среднего положения нарушается равенство ЭДС во вторичных обмотках и в пределах нескольких градусов ЭДС на выходе пропорциональна углу поворота  $\theta$ , отсчитываемого от вертикальной оси, т. е.

$$E = k\theta, \quad (17-4)$$

где  $k = E/\theta \approx 1...5 \text{ В}/\dots^\circ$  — крутизна статической характеристики.

Таблица 17-1. Условные обозначения некоторых электрических машин, аппаратов и элементов

Наименование	Обозначение по стандарту
Машина асинхронная трехфазная с короткозамкнутым ротором	
Машина асинхронная трехфазная с фазным ротором, обмотка которого соединена в звезду; обмотка статора соединена треугольником	
Машина синхронная трехфазная неявнополюсная; обмотка статора соединена в треугольник	
Машина постоянного тока (генератор) с независимым возбуждением	
Машина постоянного тока (двигатель) с последовательным возбуждением	
Усилитель электромашинный с поперечным потоком, с несколькими обмотками управления	
Сельсин-датчик и сельсин-приемник: контактные однофазные с обмоткой возбуждения на статоре и с обмоткой синхронизации на роторе, соединенной в звезду	
Машина асинхронная двухфазная	
Трансформатор однофазный с ферромагнитным магнитопроводом	

Наименование	Обозначение по стандарту
Диод полупроводниковый	
Транзистор типа PNP	
Усилитель магнитный с двумя рабочими и общей управляющей обмотками	
Резистор постоянный с отводами	
Резистор переменный (регулируемый без разрыва цепи)	
Конденсатор постоянной емкости	
Дроссель с ферромагнитным магнитопроводом	
Обмотка контактора, магнитного пускателя или реле	
Обмотка напряжения реле	
Контакты для коммутации силовой цепи: закрывающий размыкающий закрывающий дугогасительный размыкающий дугогасительный	
Контакты реле: замыкающий и размыкающий	

Наименование	Обозначение по стандарту																																									
Контакт реле замыкающий с выдержкой времени при срабатывании																																										
Контакт реле замыкающий с выдержкой времени при возврате																																										
Контакт реле размыкающий с выдержкой времени при срабатывании																																										
Контакт реле размыкающий с выдержкой времени при возврате																																										
Предохранитель																																										
Выключатель кнопочный с замыкающим и размыкающим контактами																																										
Контакт выключателя путевого или конечного замыкающий																																										
Переключатель однополюсный многопозиционный, например 6-позиционный																																										
<p>Переключатель со сложной коммутацией изображают одним из следующих способов:</p> <p>первый способ</p> <p>Переключатель изображают в виде следующего условного обозначения, а на поле схемы помещают таблицу замыкания контактов</p> <p>второй способ</p> <p>третий способ</p> <p>Точка указывает позицию замыкания соответствующего контакта</p>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>—</td> <td>•</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>—</td> <td></td> <td>•</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>—</td> <td></td> <td></td> <td>•</td> <td></td> </tr> <tr> <td>—</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>•</td> </tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>—</td> <td>•</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>—</td> <td></td> <td>•</td> <td></td> </tr> <tr> <td>—</td> <td></td> <td></td> <td>•</td> </tr> </table>		1	2	3	4	—	•				—		•			—			•		—				•		1	2	3	—	•			—		•		—			•
	1	2	3	4																																						
—	•																																									
—		•																																								
—			•																																							
—				•																																						
	1	2	3																																							
—	•																																									
—		•																																								
—			•																																							



## **17-12. Электрические машины, аппараты и элементы; их обозначения и изображения**

На схемах должны быть показаны электрические машины, аппараты, элементы установок и соединения между ними. Элементам схем присваиваются краткие названия, которые даются на схемах и часто наносятся краской на аппаратах. Например, В и Н – контакторы для включения вперед и назад механизма; РВ – реле, обеспечивающие выдержку времени при срабатывании; КВ – кольцевые выключатели.

Стандартные условные графические обозначения элементов схем менялись, при этом были разными обозначения для элементов связи, силовых установок и других аппаратов. В настоящее время введены единые условные графические обозначения, сведенные в стандарты. В табл. 17-1 приведены условные обозначения некоторых электрических машин, аппаратов и элементов, наиболее широко используемых для схем электроприводов.

## **Глава 18. УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ**

### **18-1. Виды систем управления и схемы**

Релейно-контакторные системы были первыми по времени системами управления электроприводами. В этих системах управление электродвигателями производилось путем включения и выключения реле или контакторов. В мощных системах реле часто служат для переключений контакторов.

Разработанные и внедренные релейно-контакторные системы были доведены до высокой степени автоматизации, например система загрузок доменной печи, когда скипы с рудой, коксом и флюсами автоматически доставляются к печи, в соответствии с заданной программой разгружаются в печь, автоматически измеряется уровень шихты в печи и выполняются другие операции. В большинстве приводов, даже при ручном управлении, ряд операций выполняется автоматически. Такие системы имеют ряд существенных недостатков: тяжелые контакторы, большие потери энергии в пусковых устройствах, необходимость часто менять контакты аппаратов со значительными токами и др.

С конца тридцатых годов начали широко применяться системы с управлением при помощи усилителей различных видов и других электромагнитных аппаратов. В этих системах переключения производятся в цепях управления со значительно

меньшими токами и потерями энергии. Вместе с этим открылись широкие возможности автоматизации процессов в системах.

Электронные системы управления не получили широкого распространения в силовом электроприводе.

Современные электроприводы выполняются с применением тиристоров. Высокая экономичность, малые габариты, меньшая масса элементов и другие преимущества определяют прогрессирующее использование тиристорных систем. Следует рассмотреть практическое применение этих систем в электроприводе.

В последние два-три десятилетия начали развиваться системы управления, основанные на применении вычислительной техники. В этих системах обеспечивается выполнение большого числа производственных операций, высокая точность и контроль выполнения заданной программы.

Теперь релейно-контакторные системы применяются в относительно простых приводах для выполнения несложных операций.

Схемы электроприводов изображаются для нормального нерабочего состояния: приводимые механизмы находятся в исходном и неподвижном состоянии, схемы управления отключены от источников энергии, реле и контакторы разомкнуты, в элементах пневматических систем отсутствует давление и т. д.

Обычно различают принципиальные, развернутые и монтажные схемы. На *принципиальных* схемах изображают отдельно элементы приводов и соединения между ними. В сложных схемах очень трудно проследить последовательность работы элементов и системы в целом. Поэтому для изображения систем управления часто применяют *развернутые* схемы, в которых контакты аппаратов располагают в порядке их подключения к источникам энергии в одну линию, не считаясь с их пространственным расположением; контакты источников энергии также изображают в одну линию.

Для монтажа системы необходимо указать места установки отдельных частей электропривода, а также соединяющие их провода и другие токопроводы. Для этой цели выполняется *монтажная* схема. Если схема привода не очень сложна, часто исполняют комбинированные схемы, например схемы главных цепей изображают как принципиальные, а схемы цепей управления — как развернутые.

Схемы главных цепей со значительными токами рекомендуется изображать толстыми линиями, а схемы цепей управле-

ния — тонкими линиями. Для того чтобы указать, к каким зажимам (клеммам) набора зажимов (клеммника) или аппарата присоединять провода, используют маркировку проводов. К концам проводов прикрепляют бирки, обычно — круглые вырубki из картона или металла; на этих бирках выбиваются или наносятся краской марки проводов. Обычно краской наносятся марки и на зажимы.

Применяются различные системы маркировки: цифровые, буквенные и буквенно-цифровые. В наиболее простой цифровой системе проводам присписываются номера по порядку, при этом провода одной полярности имеют нечетные номера, а провода другой полярности, после перехода через аппарат или обмотку, — четные. Провода в системах постоянного тока имеют нечетные номера при положительной полярности. Для проводов систем управления используются, например, номера от десяти до девяноста девяти, цепей сигнализации — от ста до ста девяноста девяти и т. д. В буквенно-цифровой системе буква обозначает аппарат, а цифра — номер провода, например Щ12 — двенадцатый провод щита управления. В этой главе приведены примеры маркировок для некоторых приводов.

Приведенных рекомендаций по выполнению схем электроприводов следует придерживаться для всех систем.

Аппараты управления релейно-контакторных систем устанавливаются обычно на вертикальных плитах из изолирующего материала (асбоцемент, текстолит и др.). На обратной стороне плит выполняют разводку проводов управления. Аппараты на плитах могут монтироваться отдельно друг от друга (блоки управления) и на панелях, на которых монтируется ряд аппаратов, служащих для управления целой установкой (магнитные станции). Плиты имеют ширину сотни миллиметров, высоту — до метра.

Системы управления приводами при помощи усилителей и тиристорные системы имеют небольшие габариты. Поэтому такие системы устанавливаются обычно в шкафах или открыто на стенках.

## А. РЕЛЕЙНО-КОНТАКТОРНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

### 18-2. Управление асинхронными двигателями

Рассмотрим для примера некоторые простейшие системы релейно-контакторного управления, имеющие теперь ограниченное применение, но продолжающие эксплуатироваться в различных установках.

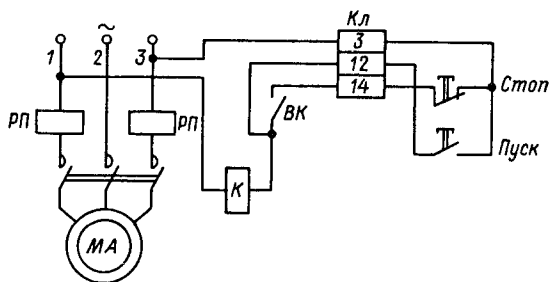


Рис. 18-1. Схема управления асинхронным двигателем с магнитным пускателем

Системы управления двигателями могут быть самыми различными. В них могут быть предусмотрены автоматический пуск и остановка при определенных условиях, автоматический или ручной пуск и торможение — динамическое или механическое и т. д. Из этих систем в качестве примера рассмотрим простейший магнитный пускатель, служащий для включения и отключения двигателя с короткозамкнутым ротором (рис. 18-1). Двигатели относительно небольшой мощности пускаются прямым включением. Только для мощных двигателей применяются пусковые устройства, ограничивающие пусковой ток.

Двигатель *МА* включается при нажатии кнопки «Пуск», когда втягивается якорь контактора *К*. При отпускании кнопки «Пуск» сердечник контактора *К* остается втянутым, получая питание через свои вспомогательные контакты *ВК*, замкнутые при втянутом якоре контактора. Отключение двигателя происходит при нажатии кнопки «Стоп», когда при размыкании цепи кнопки и цепи катушки контактора якорь последнего отпадает. Защита двигателя при недопустимом большом токе производится при срабатывании реле *РП* в двух фазах.

Три провода цепей управления выведены на клеммник *Кл*, от которого они через клеммы подводятся к кнопкам. На схеме указана маркировка проводов.

Приведенная схема является принципиальной. Если в данной установке двигатель, пускатель и кнопки управления размещены отдельно друг от друга и связаны, например, кабелями, то в монтажной схеме установки, отражающей расположение элементов, каждый элемент ограничивается штриховой линией.

На рис. 18-2 представлена комбинированная схема управления асинхронным двигателем с короткозамкнутым ротором,

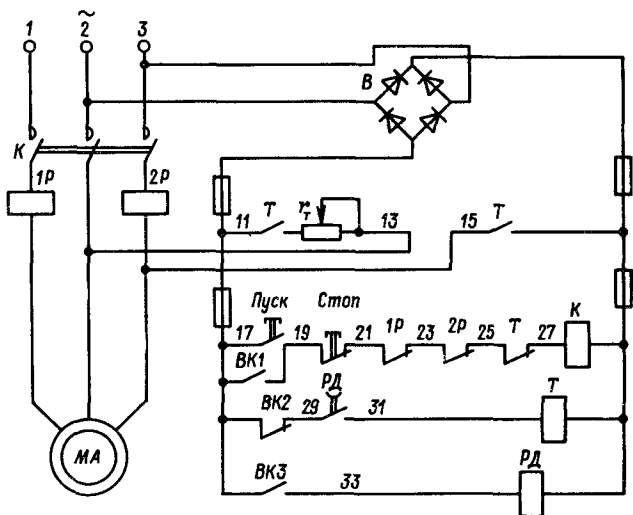


Рис. 18-2. Схема управления асинхронным двигателем с динамическим торможением

в которой при остановке автоматически выполняется динамическое торможение. Эта схема принципиальная, но справа приведена развернутая схема цепей управления. Там же для примера показана маркировка проводов цепей управления. При нажатии кнопки «Пуск» втягивается якорь контактора  $K$  и двигатель включается. При одновременном замыкании вспомогательных контактов  $BK1$  замыкается цепь блокировки, и якорь контактора остается втянутым при отпускании кнопки «Пуск». Размыкание цепи катушки контактора  $K$  вызывает отпадение якоря контактора и остановку двигателя. Вместе с отпадением якоря контактора  $K$  включаются размыкающие вспомогательные контакты  $BK2$  и контактор динамического торможения  $T$ , который подключает двигатель на напряжение постоянного тока, и замыкаются замыкающие контакты реле  $РД$  с выдержкой времени на отпадение. Реле контролирует время торможения. После отпадения якоря контактора  $K$  и последующего втягивания контактора  $T$  двигатель включается через резистор  $r_T$  на напряжение постоянного тока. Процесс торможения заканчивается по окончании времени выдержки реле  $РД$ , когда размыкается контакт реле  $РД$ , отпадает якорь контактора  $T$ , и схема переходит в исходное состояние.

Существует много различных схем управления асинхронны-

ми двигателями. Ряд схем следует отнести к системам автоматического управления.

Асинхронные двигатели большой мощности иногда выполняются с фазным ротором. Для уменьшения пусковых токов или по другим соображениям пуск таких двигателей выполняется путем уменьшения ступенями сопротивления в цепи ротора. Пуск производится вручную или автоматически.

Значения сопротивления изменяются автоматически различными способами в функции следующих параметров: времени — когда по истечении определенных отрезков времени срабатывает реле и втягиваются якоря контакторов, изменяющих сопротивления в цепи ротора; тока — когда срабатывание реле происходит при уменьшении тока до установленного значения; скорости — когда реле срабатывает при достижении определенного значения скорости; ускорения — то же при заданном значении ускорения; пути — то же при прохождении заданного участка пути.

Измерение указанных значений параметров производится обычно не прямо, а косвенно. Такие способы управления применяются практически для всех электроприводов.

### 18-3. Управление двигателями постоянного тока

Двигатели постоянного тока пускаются путем уменьшения дополнительного сопротивления в цепи якоря, так как собственное сопротивление якоря невелико и при прямом пуске имели бы место недопустимо большие токи. Только двигатели постоянного тока малой мощности могут пускаться при прямом включении. Отметим, что двигатели постоянного тока большой мощности управляются, как правило, при помощи усилителей.

На рис. 18-3 приведена схема управления двигателем постоянного тока независимого возбуждения. Такие двигатели имеют наиболее широкое применение в промышленности. Управление электроприводом комбинированное — в функции времени при ходе вперед и назад и в функции ЭДС при торможении.

Двигатель может включаться вперед (*В*) и назад (*Н*) при включении контакторов *В* и *Н*. Переключения производятся в цепи якоря, имеющего относительно небольшую индуктивность. Реле тока *РМ* служит для отключения двигателя при недопустимо больших токах, когда при срабатывании реле *РМ* отключается нулевое реле *РН* и отключает систему управления. Контактор динамического торможения *Т* включает при тормо-

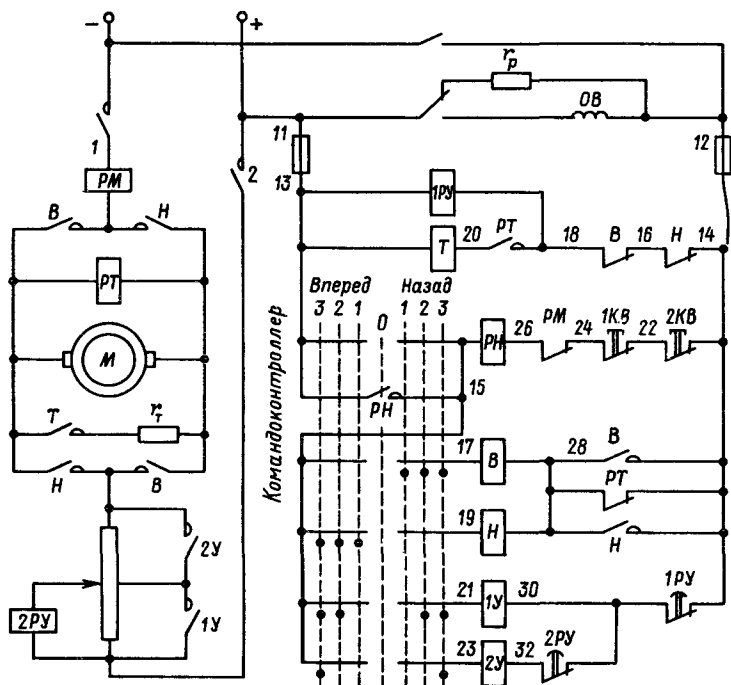


Рис. 18-3. Схема управления двигателем постоянного тока

жении двигатель на сопротивление  $r_T$ , когда срабатывает реле  $PT$ . Для уменьшения пика напряжения при отключении обмотки возбуждения  $OB$  она замыкается через контакт рубильника на разрядное сопротивление  $r_p$ . Реле  $PH$  обеспечивает также отключение цепей управления при переходе приводимого механизма за допустимые пределы, когда размыкаются контакты  $1KB$  или  $2KB$  конечных выключателей. Реле  $1PY$  и  $2PY$  производят включение контакторов ускорения  $1Y$  и  $2Y$  при разгоне двигателя. Командоконтроллер служит для управления приводом.

В нулевом положении (0) командоконтроллера, если замкнуты контакты  $PM$ ,  $1KB$  и  $2KB$ , срабатывает реле  $PH$  и своими замыкающими контактами включает цепи управления. Эти цепи остаются включенными и при переходах командоконтроллера на ходовые положения, так как они блокированы контактом реле  $PH$ . Пуск двигателя автоматизирован, поэтому при переходе командоконтроллера в крайние (3) или промежуточные

положения последовательно втягиваются якоря контакторов ускорения, замыкающие накоротко по истечении выдержек времени ступени сопротивления. Вначале при размыкании цепи реле *1PY* размыкающим вспомогательным контактом контакторов *B* или *H* отключается со своей выдержкой времени реле *1PY* и включает контактор *1У*, при этом реле *2PY* будет замкнуто накоротко; оно отключится по истечении своей выдержки и включит контактор *2У*. На этом пуск заканчивается.

Если командоконтроллер из ходового положения переводится в нулевое или на реверс, то сперва должно быть закончено динамическое торможение, которое производится в функции ЭДС. Только после этого может начаться разгон. Как видно из схемы, после перехода командоконтроллера из одного положения в другое контактор другого направления не включится, потому что он не будет получать питание через вспомогательные контакты *B* или *H*. Контактор требуемого направления включится после отпадания якоря контактора динамического торможения *T*. Это произойдет после окончания торможения, когда напряжение на зажимах тормозящего двигателя уменьшится до 10–20% от номинального и отключится реле *PT*. После окончания торможения начинается разгон или двигатель останавливается при нулевом положении командоконтроллера.

На рисунке дана принципиальная схема главных цепей и развернутая – цепей управления. Для развернутой схемы приведена маркировка проводов.

Системы управления двигателями могут выполняться с различными способами пуска и торможения, автоматического регулирования скорости, напряжения и тока, а также с другими способами управления.

Некоторое распространение имеют двигатели последовательного возбуждения, которые часто применяются в электрической тяге.

## **Б. УПРАВЛЕНИЕ ПРИ ПОМОЩИ УСИЛИТЕЛЕЙ И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ**

### **18-4. Основные понятия о системах управления при помощи усилителей**

*Усилители* в системах управления служат для формирования на выходе системы управляющего напряжения, изменяющегося в процессе работы системы в соответствии с требуемым законом. Это формирование производится обычно путем суммирования напряжений или токов на выходе.



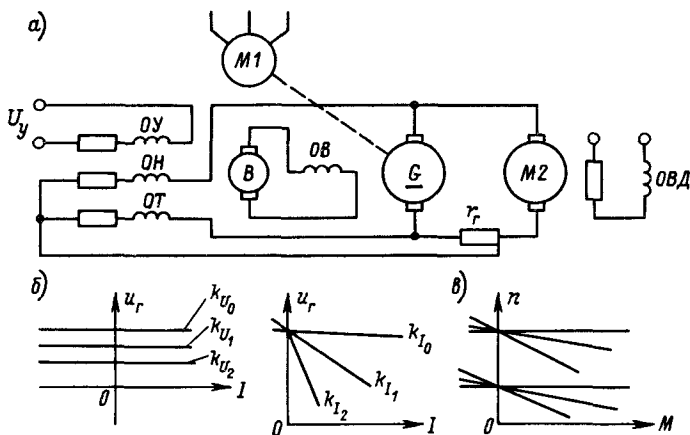


Рис. 18-4. Система управления на базе генератора постоянного тока и ее характеристики: а — схема; б — характеристики системы с обратными связями; в — механические характеристики системы с обратными связями

Применение усилителей позволяет отказаться от использования тяжелых контакторов в главных цепях, требующих постоянного наблюдения, что существенно облегчает эксплуатацию, значительно снижает потери энергии в обмотках коммутирующих аппаратов и в резисторах главных и управляющих цепей. Подобные системы позволяют более качественно управлять процессами в них. Эти причины обусловили переход в мощных и регулируемых приводах от громоздких релейно-контакторных систем с большими, трудно коммутируемыми токами к автоматическим системам с управлением при помощи усилителей. Такие системы используются для автоматического регулирования скорости, напряжения, тока и других параметров приводов, для получения требуемых характеристик, в следящих системах и для выполнения ряда других функций. Теперь они вытесняются тиристорными приводами и потому имеют ограниченное применение.

Для систем управления с усилителями характерно применение *обратной связи* с выхода на вход системы.

Рассмотрим для примера простейшую систему с генератором постоянного тока  $G$ , который приводится от сетевого двигателя  $M1$  и от которого получает питание двигатель постоянного тока  $M2$  (рис. 18-4, а). Возбудитель  $B$  питает обмотку возбуждения  $OB$ . Возбудитель является усилителем входного напряжения. Обмотка управления  $OY$  включена на напряжение

постоянного тока  $U_y$ , обмотка обратной связи по напряжению  $OH$  включена на напряжение генератора  $U_r$  в размагничивающем, отрицательном, направлении, обмотка обратной (отрицательной) связи по току  $OT$  включена на зажимы резистора главной цепи  $r_r$ . В цепях обмоток управления включены резисторы. Для системы возбуждения усилителя можно написать выражение результирующей МДС  $F_{рез}$ :

$$F_{рез} = a_1 U_y - a_2 U_r - a_3 I, \quad (18-1)$$

где  $a_1, a_2, a_3$  — коэффициенты пропорциональности МДС величинам  $U_y, U_r$  и  $I$ .

При большом коэффициенте усиления со входа обмотки управления на выход усилителя (порядка десятков) можно считать приближенно, что  $F_{рез} \approx 0$  и, следовательно,

$$U_y - k_U U_r - k_I I = 0, \quad (18-2)$$

где  $k_U = a_2/a_1$ ;  $k_I = a_3/a_1$ .

Из этого выражения следует, что, изменяя коэффициент обратной связи по напряжению  $k_U$ , можно изменять статические характеристики  $U_r = f(I)$ , а изменяя коэффициент обратной связи по току  $k_I$ , — наклон характеристики (рис. 18-4, б). Отметим, что механические характеристики двигателя с независимым возбуждением относительно мало отличаются от характеристик  $U_r = f(I)$ . Изменяя коэффициенты обратной связи, можно получить различные механические характеристики, как это показано, например, на рис. 18-4, в. Для обеспечения требуемых динамических характеристик выполняют гибкие обратные связи. Исследование динамических характеристик требует применения специального математического аппарата.

*Электромашинные усилители* в системах управления могут использоваться в качестве возбудителей или других функциональных элементов. Наибольшее распространение получили двухкаскадные усилители поперечного поля с числом обмоток управления до четырех (см. гл. 15). Могут выполняться и усилители в ряде других вариантов схем с большим числом каскадов. Недостатком систем является необходимость иметь отдельный вращающийся электромашинный агрегат.

*Магнитные усилители* (см. гл. 8), как и другие усилители, предназначены для усиления входных сигналов. Эти усилители применяются очень широко. Они выполняются с большим числом обмоток управления (до двадцати), с различными схемами. Принципы действия и управления системами такие же, как и у других усилителей.

*Тиристорные преобразователи* применяются в приводах

с регулируемым напряжением, а также для преобразования переменного тока одной частоты в ток другой, регулируемой частоты. Системы непосредственного регулирования могут обеспечивать понижение частоты не более чем в четыре раза, системы с звеном постоянного тока обеспечивают регулирование в широком диапазоне. Тиристорные приводы практически вытеснили ртутные преобразователи.

*Электронные усилители* применяются как для управления, так и в качестве источников энергии маломощных приводов. Принципы управления выходным напряжением такие же, как и у других усилителей; задается выходное воздействие и выполняются обратные связи с выхода усилителя или управляемого объекта, обеспечивающие получение требуемых характеристик. Ионные системы в настоящее время практически не применяются.

### **18-5. Управление при помощи электромашиных усилителей**

Электромашиные усилители, как уже указывалось, применяются в настоящее время уже несколько меньше — в системах управления электроприводами, в следящих системах и для цепей регулирования. Существует много различных видов таких систем. Для примера рассмотрим систему электромашиного управления электроприводом, приведенную на рис. 18-5. Система обеспечивает автоматический разгон и реверсирование привода при практически неизменном токе. В этом отношении она является оптимальной.

Приводной двигатель *M* с обмоткой независимого возбуждения получает питание от электромашиного усилителя ЭМУ, имеющего четыре обмотки управления: *OU* — обмотку управления; *OT* — обмотку обратной связи по току; *OH* — обмотку обратной связи по напряжению; *OC* — обмотку стабилизации, включенную во вторичную цепь относительно небольшого стабилизирующего трансформатора *CT*. Трансформатор включен так, что обмотка *OC* размагничивает усилитель ЭМУ при увеличении и намагничивает при уменьшении его напряжения. Обмотка *OC* и трансформатор *CT* осуществляют *гибкую обратную связь* по напряжению электромашиного усилителя. Вместо тяжелых контакторов в системе используются относительно маломощные реле: для включения на ход вперед (*B*) и назад (*H*) и для ускорения (*1У* и *2У*). В систему введена *отсечка напряжения*, которая обеспечивает введение обратной отрицательной связи по напряжению после до-

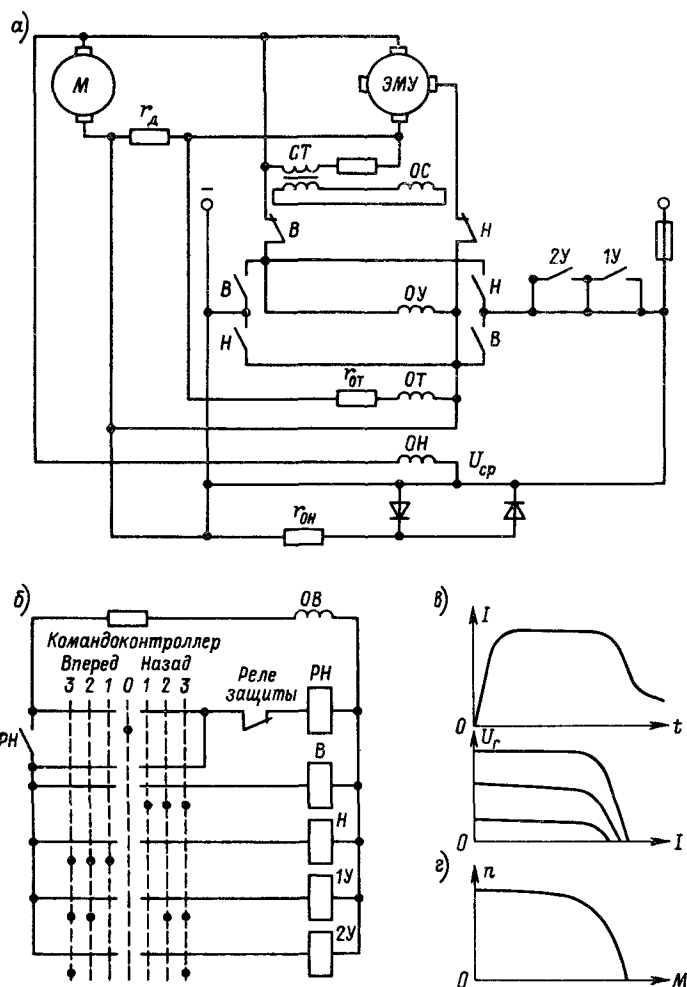


Рис. 18-5. Система электромашинного управления электроприводом: а — схема электропривода; б — схема управления; в — характеристики электропривода; г — механическая характеристика

стижения напряжением электромашинного усилителя значения, равного 80–90% от заданного. Это осуществляется путем включения в узел обмотки напряжения полупроводниковых выпрямителей, проводящих ток только при превышении напряжением электромашинного усилителя установленного значения

$U_{\text{ср}}$ . Командоконтроллер (рис. 18-5, б) имеет три положения: нулевое, для хода вперед и назад. При включении схемы срабатывает реле  $PH$ , которое затем самоблокируется. При срабатывании защиты размыкаются контакты реле защиты, отключающие реле  $PH$ , и после этого отключается система управления.

При установке командоконтроллера в положение хода включается обмотка управления  $OU$ , и начинает быстро возрастать напряжение электромашинного усилителя, так как отсутствует обратная связь по напряжению. При этом ток электропривода ограничивается только обратной связью по току, оставаясь примерно неизменным при разгоне. Когда напряжение двигателя превысит напряжение сравнения  $U_{\text{ср}}$ , входит в действие обратная (размагничивающая) связь по напряжению, возрастает МДС обмотки  $OH$  по мере разгона, МДС обмотки  $OT$  уменьшается и соответственно плавно уменьшается ток  $I$  электропривода, приближаясь к значению тока статической нагрузки. Обмотка стабилизации  $OC$  несколько замедляет процессы в системе, устраняя тем самым возможную нестабильность ее работы. Протекание процесса разгона показано на рис. 18-5, в. Для трех токов управления приведены характеристики  $U_r = f(I)$ , подобные механическим характеристикам (рис. 18-5, г). Процесс реверсирования протекает подобно разгону. При торможении обмотка управления  $OU$  переключается в размагничивающем направлении на напряжение усилителя, и торможение проходит при уменьшающемся вместе с замедлением напряжении электромашинного усилителя.

#### **18-6. Управление при помощи магнитных усилителей**

Принципы управления при помощи магнитных усилителей такие же, как и в системах с другими усилителями.

Выходное напряжение электропривода формируется магнитным усилителем в соответствии с требуемыми характеристиками. Формирование характеристик производится путем суммирования входных напряжений или токов.

На рис. 18-6 приведена схема управления нереверсивным электроприводом. Магнитный усилитель  $МУ$  управляет током цепи возбуждения генератора. Рабочие обмотки магнитного усилителя включены на напряжение переменного тока. Обмотка управления  $OU$  включается на напряжение постоянного тока, обмотка тока  $OT$  включается по схеме отсечки на напряже-

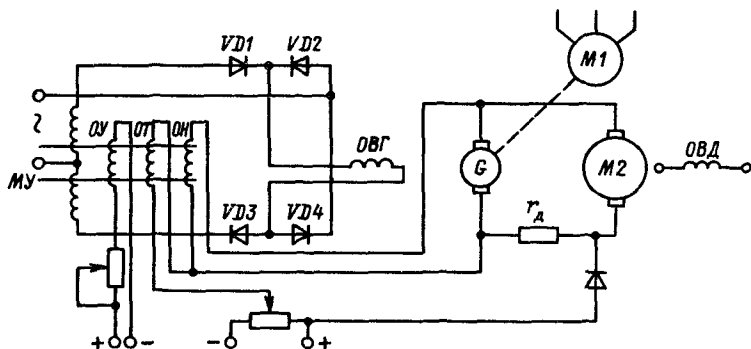


Рис. 18-6. Схема управления электроприводом при помощи магнитного усилителя

ние сопротивления  $r_d$  в главной цепи. При помощи обмотки напряжения  $OH$  осуществляется обратная связь по напряжению генератора  $G$ .

Если включить обмотку  $OY$ , то в рабочей обмотке будет протекать ток: в течение одного полупериода — в одной ее половине, в течение другого полупериода — в другой. Этот ток выпрямляется при помощи диодов  $VD1 - VD4$  и проходит в цепи возбуждения  $OBГ$ . При отсутствии вначале обратной отрицательной связи ток возбуждения быстро возрастает, ограничиваясь в дальнейшем обратной связью.

Ограничения напряжения и тока выполняются, как указано в § 18-5. Регулирование напряжения генератора и скорости приводного двигателя производится при изменении тока управления.

## В. УПРАВЛЕНИЕ ПРИ ПОМОЩИ ТИРИСТОРОВ

### 18-7. Диоды, транзисторы и тиристоры

Полупроводник является веществом, занимающим среднее положение между проводником и диэлектриком, его удельное электрическое сопротивление лежит примерно в пределах  $10^{-6} - 10^8$  Ом·м. В силовой полупроводниковой технике применяются в основном химические элементы IV группы периодической системы — германий и кремний, имеющие кристаллическую структуру. Применяются полупроводники только с *электронной проводимостью*, протекание тока в них обусловлено перемещениями электронов. Наибольшее распро-

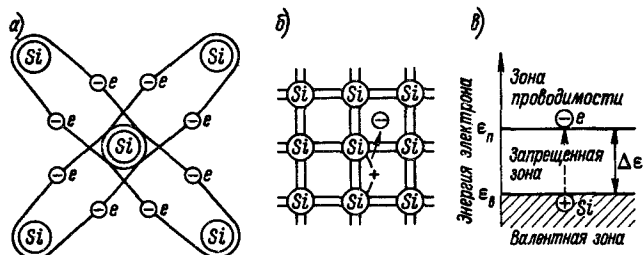


Рис. 18-7. Плоскостная модель кристаллической решетки кремния: а — схема ковалентных связей; б — модель кристаллической решетки; в — энергетическая диаграмма

странение получили кремниевые полупроводниковые приборы, поэтому описание явлений в полупроводниках будем вести применительно к кремнию. Заметим, что кремний широко распространен, его содержание в земной коре составляет 28%, но техника получения чистого кремния очень сложна, поэтому кремниевые приборы стоят дороже, чем германиевые, хотя германий является редким элементом.

Атом кремния имеет три электронные оболочки. Во внешней электронной оболочке имеется четыре валентных электрона, возможное число электронов — восемь, т. е. внешняя оболочка заполнена не полностью. Валентные электроны участвуют во взаимодействиях между атомами: образуют кристаллы кремния или молекулы химических соединений кремния с другими элементами.

На рис. 18-7, а показана модель одного атома кремния, связанного парноэлектронными (ковалентными) связями с другими атомами. В четырех связях участвуют четыре валентных электрона данного атома и валентные электроны соседних. В кристаллической решетке каждый атом кремния связан с соседними при помощи четырех ковалентных связей, как это показано на плоскостной модели (рис. 18-7, б). Атом германия имеет внешнюю электронную оболочку, состоящую также из четырех валентных электронов.

Проводимость металлов обусловлена наличием свободных электронов проводимости, слабо связанных с атомами. В соответствии с представлениями зонной теории непрерывная последовательность свободных разрешенных энергетических уровней непосредственно примыкает к заполненной части зоны энергий валентных электронов и переход электронов из валентных в свободные может происходить при сколь угодно малых затратах энергии.

В полупроводниках зона энергетических уровней совокупности атомов кристалла в соответствии с принципом запрета Паули отделена от зоны энергетических уровней свободных электронов проводимости запрещенной зоной (рис. 18-7, в). Для перехода валентного электрона в свободный ему необходимо сообщить некоторое количество энергии. Эта энергия может быть тепловой, обусловленной нагре-

вом, энергией излучения или другой. С увеличением температуры возрастает число электронов, переходящих из валентной зоны в зону проводимости; в отличие от проводников проводимость полупроводников возрастает с ростом температуры.

Когда валентный электрон, ставясь свободным, покидает атом, в данном атоме возникает недостаток в одном валентном электро-не — образуется дырка, а в кристаллической решетке появляется свободный электрон. Если данный атом захватит валентный электрон соседнего атома, то дырка переместится. Протекание тока в полупроводнике обусловлено не только перемещением свободных электронов, но и перемещением дырок. Это отличает механизм электропроводности полупроводников от проводников. В полупроводниках под действием электрического поля в одном направлении перемещаются свободные электроны, а в другом — дырки.

Число электронов проводимости и дырок, возникающих в свободном от примесей полупроводнике, относительно невелико и в нем нельзя сформировать электронно-дырочные переходы, поэтому в технике применяют полупроводниковые материалы с донорными или акцепторными примесями.

Донорными примесями для кремния обычно являются фосфор или сурьма — элементы V группы. У этих элементов атомы имеют по пять валентных электронов, четыре из которых образуют ковалентные связи с четырьмя соседними атомами кристалла полупроводника, а пятые электроны, являясь свободными, добавляются в кристалл. Такой примесный полупроводник называют электронным или полупроводником *N*-типа. Основными носителями зарядов в нем являются электроны, а неосновными — дырки, имеющиеся в обычных условиях в значительно меньшем количестве.

Акцепторными примесями для кремния являются обычно алюминий, бор и галлий — элементы III группы периодической системы, атомы которых имеют три валентных электрона. Каждому атому примеси недостает одного электрона для образования ковалентных связей с четырьмя соседними атомами полупроводника. Этот электрон захватывается у одного из атомов, в котором образуется дырка. Такой примесный полупроводник называют дырочным или полупроводником *P*-типа. Основными носителями зарядов в нем являются дырки, как примесные, так и собственные, а неосновными — электроны, заполняющие эти дырки.

Можно заключить, что при введении примесей в кристалл полупроводника в нем, за счет нарушения структуры, появляется значительное количество носителей зарядов. В зависимости от вида примеси заряды носителей могут быть положительными или отрицательными.

Неуправляемый полупроводниковый кремниевый диод состоит из двух слоев примесного монокристаллического кремния *N*-типа и *P*-типа, разделенных электронно-дырочным переходом (рис. 18-8, а). Диод нельзя получить путем наложения одного слоя на другой, так как при этом слои будут всегда разделены пленками оксидов и воздушными включениями. Для изготовления диодов применяются сплавной и диффузионный методы. Сплавной метод состоит в том, что на поверхно-



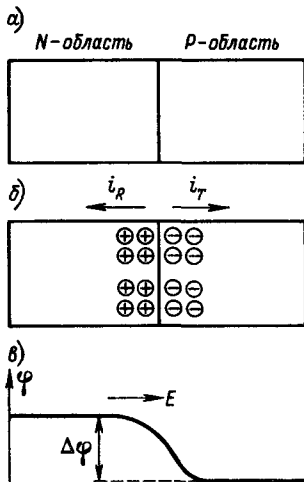


Рис. 18-8. Монокристалл кремния с двумя типами проводимости: а — монокристалл; б — образование электронно-дырочного перехода; в — потенциальный барьер в переходе

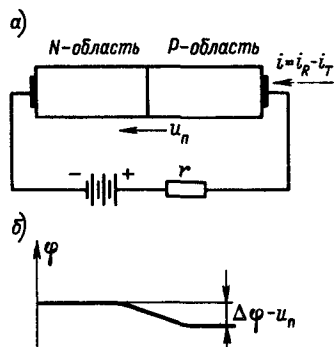


Рис. 18-9. Включение полупроводникового диода в прямом направлении: а — схема включения; б — распределение потенциалов в переходе

сти кремния с одним типом проводимости расплавляется металл или сплав, который сообщает прилегающему слою кремния противоположный тип проводимости. Диффузионный метод состоит в использовании явления диффузии примеси в виде паров или слоя, нанесенного на поверхность, в кремний с другим типом проводимости. Поверхности диода, находящиеся в непосредственном контакте с металлическими электродами, металлизуются путем химического осаждения никеля или другого металла.

В монокристалле, составленном из кремния с двумя типами проводимости, имеет место диффузия дырок в область *N*-проводимости через границу слоев и диффузия электронов в область *P*-проводимости. Накопление положительных зарядов слева и отрицательных справа от границы определяет появление *потенциального барьера*  $\Delta\varphi$  между слоями, соответствующего объемным зарядам в прилегающих слоях (рис. 18-8, б). Этот потенциальный барьер — разность потенциалов — создает электрическое поле, препятствующее диффузии дырок и электронов. Но имеющиеся дырки в *N*-слое непрерывно рекомбинируют с электронами, как и электроны в *P*-слое. Взамен их поступают новые дырки и электроны, что обуславливает так называемый *рекомбинационный ток*  $i_R$ , направленный справа налево (рис. 18-8, б). Одновременно в слоях полупроводника, прилегающих к границе,

вследствие теплового движения образуются новые электроны и дырки. Электроны перемещаются против электрического поля в пограничном слое, а дырки — в противоположном направлении. Это обуславливает возникновение *теплового тока*  $i_T$ , направленного слева направо (рис. 18-8, б). При отсутствии внешнего тока через полупроводник сумма этих токов равна нулю:  $i_R + i_T = 0$ . Включим теперь полупроводниковый диод в цепь постоянного тока в *прямом, проводящем, направлении* (рис. 18-9, а). Прямое направление, в котором диод обладает малым сопротивлением, соответствует протеканию тока от *P*-слоя к *N*-слою, когда приложенное напряжение уменьшает потенциальный барьер  $\Delta\phi$  в электронно-дырочном переходе на величину  $u_n$  (рис. 18-9, б). Благодаря снижению потенциального барьера, который препятствует диффузии, облегчается диффузия дырок и электронов в области *N* и *P* соответственно. При этом увеличивается рекомбинационный ток  $i_R$ , а тепловой ток  $i_T$  остается неизменным при данной температуре, так как зависит только от числа дырок и электронов, образующихся при тепловом движении. Теоретически рекомбинационный ток неограниченно возрастает с уменьшением потенциального барьера  $\Delta\phi - u_n$ , т. е. с увеличением напряжения  $u_n$ , приходящегося на электронно-дырочный переход. Зависимость тока  $i$  через диод, равного разности токов  $i_R - i_T$ , от напряжения на диоде, приблизительно равного напряжению  $u_n$  на переходе, дана на рис. 18-10.

Если включить диод в *обратном, непроводящем, направлении*, то потенциальный барьер в электронно-дырочном переходе возрастает на значение приложенного напряжения, уменьшается диффузия дырок и электронов и, следовательно, рекомбинационный ток  $i_R$ . Тепловой ток  $i_T$ , определяющийся образованием дырок и электронов при тепловом движении, остается неизменным для данной температуры. Поэтому с ростом приложенного напряжения увеличивается ток  $i = i_T - i_R$ , стремясь по значению к тепловому току (рис. 18-10), который относительно мал.

В паспортных данных диодов указывается ряд номинальных величин:

*Номинальный прямой ток*  $I_{a, \text{ном}}$ , при котором нагрев монокристаллической структуры не превзойдет допустимого при длительной работе. Стандартные номинальные токи силовых диодов установлены равными 25, 50, 100, ..., 1000 А. Отечественная промышленность выпускает диоды и на большие токи.

*Номинальное обратное напряжение*  $U_{\text{обр, ном}}$  может быть длительно приложено к диоду в обратном направлении. Установлены различные номинальные обратные напряжения для разных видов кремния: 50, 100, 150, ..., 1000 В.

*Номинальное падение напряжения*  $\Delta U_{a, \text{ном}}$  — падение напряжения на вентиле при номинальном токе и комнатной температуре. Для различных видов кремниевых диодов  $\Delta U_{a, \text{ном}}$  находится в пределах от 0,4 до 1 В.

Диоды выполняются и на малые токи, измеряемые миллиамперами, и на большие токи (силовые диоды серии ВКД).

На рис. 18-11, а (справа) изображен диод ВКД-500, рассчитанный

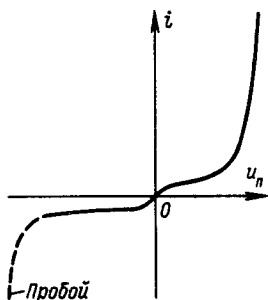


Рис. 18-10. Характеристика диода для прямого и обратного направлений тока

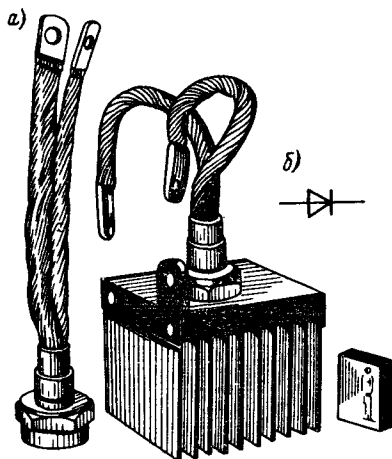


Рис. 18-11. Силовые диоды: *a* — диод типа ВКД-500 без воздушного охладителя (слева) и с охладителем (справа); *b* — условное обозначение диода в схемах

на ток 500 А, с воздушным радиатором, служащим для охлаждения, а слева — без радиатора. На рис. 18-11, *b* показано условное обозначение диода на схемах.

Для преобразования энергии в силовой полупроводниковой технике широко применяются *тиристоры* (управляемые диоды), которые открываются и становятся проводящими при подаче напряжения соответствующей полярности на управляющий электрод. Тиристор остается проводящим и после снятия управляющего напряжения в течение всего времени действия напряжения данной полярности в цепи нагрузки, как это имеет место в управляемом ртутном выпрямителе и тиратроне.

Предшественниками тиристоров были *транзисторы* (полупроводниковые триоды), которые нашли широкое применение в радиоэлектронике и относительно малое применение в электроэнергетике.

Транзисторы имеют трехслойную монокристаллическую структуру *PNP* или *NPN*. Средний слой и электрод называются базой (*Б*), слой и электрод, связанные с базой через цепь управления, — эмиттером (*Э*), третий слой и электрод — коллектором (*К*). На рис. 18-12, *b* изображен транзистор типа *NPN*, включенный по схеме с *общей базой*, у которого цепь базы входит в цепь нагрузки и в цепь управления. Для транзистора типа *NPN* плюс источника питания нагрузки  $r_n$  подключается к коллектору, а минус — к эмиттеру. При включении транзистора на напряжение источника питания  $U_a$  ток, протекающий через тран-

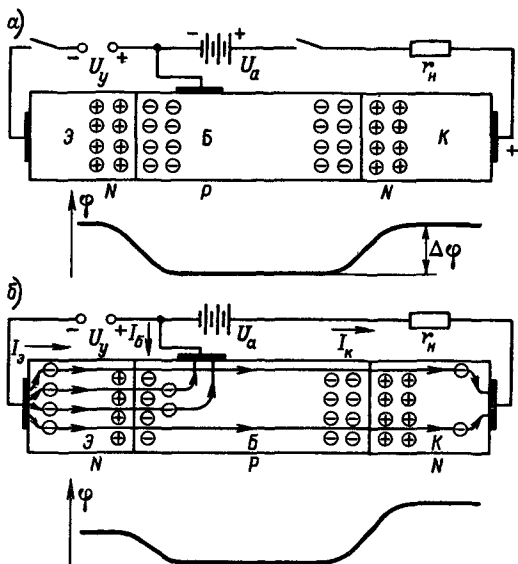


Рис. 18-12. Схема включения транзистора в электрическую цепь и распределение потенциалов в переходах: *а* – транзистор в отключенном состоянии; *б* – транзистор включен в цепь

зистор, будет относительно невелик, так как переходу электронов в область *P* и дырок в область *N* препятствуют высокие потенциальные барьеры. Если теперь подать на базовый электрод управляющее напряжение  $U_y$  с полярностью, показанной на рис. 18-12, *б*, то благодаря снижению левого потенциального барьера в цепи эмиттер–база будет протекать ток, обусловленный движением электронов через эмиттер в базу и дырок через базу в эмиттер. Часть электронов рекомбинирует с дырками, поступающими в базу (два электрона из четырех на рисунке), а часть, которая определяет коллекторный ток  $I_k$ , увлекается полем правого перехода (два электрона на рисунке). Для увеличения коэффициента усиления по току  $\alpha$ , равного отношению коллекторного тока  $I_k$  к эмиттерному  $I_3$ :

$$\alpha = I_k / I_3, \quad (18-3)$$

т. е. для уменьшения рекомбинирующихся электронов, базовый слой должен быть достаточно тонким. Коллекторный ток увеличивается еще и за счет дырок, переходящих в левую область *N*, и электронов, переходящих в правую область.

При изменении относительно небольшого напряжения управления  $U_y$ , меньшего, чем значение потенциального барьера  $\Delta\phi$ , происходит управление током в цепи нагрузки транзистора со значительным на-

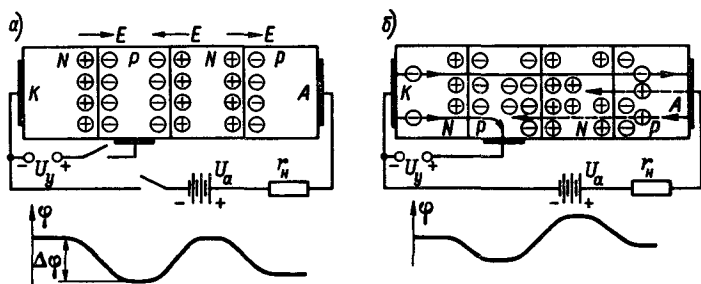


Рис. 18-13. Схема включения тиристора в электрическую цепь и распределение потенциалов в переходах: а — тиристор в отключенном состоянии; б — тиристор включен в цепь

пряжением питания  $U_a$  цепи коллектор — эмиттер. В результате происходит значительное усиление по напряжению и мощности, а при включении по схеме с общим эмиттером — и по току, так как  $I_B < I_K$ .

Заметим, что в транзисторах имеет место значительное падение напряжения для преодоления потенциального барьера, что определяет их малую экономичность.

Тиристоры и транзисторы выполняются обычно *плоскостными*, применительно к которым было дано описание некоторых процессов. *Точечные* транзисторы, в которых выполняются точечные контакты полупроводниковых примесных проволок, являющихся эмиттером и коллектором, с базовым слоем, имеют ограниченное применение.

Тиристор имеет четырехслойную монокристаллическую структуру типа *PNPN*. Два крайних слоя называются *P*- и *N*-эмиттерами. Эмиттерные электроды обычно называют анодом и катодом. Два средних слоя называются *P*- и *N*-базами. Базовый электрод, к которому приложено напряжение управления, называется управляющим (рис. 18-13, а).

Если тиристор выключен, то по обе стороны границ между слоями имеются объемные заряды, обуславливающие наличие трех потенциальных барьеров (рис. 18-13, а). Включим теперь последовательно соединенные тиристор и сопротивление  $r_n$  на напряжение  $U_a$ , а на управляющий электрод подадим напряжение  $U_y$ .

Управляющее напряжение  $U_y$  действует на переход между *N*-эмиттером и *P*-базой в прямом направлении, снижая потенциальный барьер и обуславливая перемещение электронов из *N*-эмиттера в *P*-базу. Некоторая часть этих электронов рекомбинирует в слоях полупроводника, а часть проходит беспрепятственно к эмиттеру по полю во втором переходе и через уменьшенный потенциальный барьер третьего слоя, как это показано сплошными стрелками на рис. 18-13, б. Приложенное управляющее напряжение снижает потенциальный барьер первого перехода. Потенциал *N*-базы не зафиксирован, поэтому он понижается при включении тиристора и наличии нескомпенсированного заряда электронов, поступающих в *N*-базу, вследствие этого умень-

шается потенциальный барьер третьего перехода. Потенциальная диаграмма включенного тиристора (рис. 18-13, б) изменится по сравнению с диаграммой отключенного (рис. 18-13, а).

Снижение потенциального барьера третьего перехода и наличие поля во втором переходе, действующего на дырки справа налево, обуславливает увеличенное перемещение дырок в *N*-базу от правого эмиттера *P*, где они частично рекомбинируют, а часть из них переходит в *P*-базу, как это показано штриховыми стрелками на рис. 18-13, б, вызывая встречное движение электронов. Благодаря инжекции дырок из эмиттера *P* и обусловленной этим инжекцией электронов в *P*-базу отпадает необходимость в управляющем напряжении и оно может быть снято, тиристор останется проводящим.

Тиристор может включиться и при повышении напряжения цепи нагрузки  $U_a$  и снятом напряжении управления, когда происходит лавинный пробой коллекторного перехода. Переход в проводящее состояние происходит при напряжении  $U_{пер}$ , которое уменьшается с увеличением тока управляющего электрода  $I_y$ . При некотором значении управляющего тока  $I_{y2}$  переход на проводящую ветвь III происходит без заметного повышения напряжения  $U_a$  (рис. 18-14).

Подобно диодам для тиристорov приводятся номинальные паспортные данные:

*Номинальный прямой ток*  $I_{a, ном}$ , при котором нагрев не превосходит допустимого для монокристалла. В настоящее время выпускаются тиристоры на токи до нескольких сот ампер и более.

*Номинальное напряжение*  $U_{ном}$ , которое может быть длительно приложено в обратном направлении. Это напряжение должно быть меньше напряжения  $U_{пер}$  при  $I_y = 0$ . Тиристоры выполняются на такие же обратные напряжения, как и диоды.

*Номинальное падение напряжения*  $\Delta U_{a, ном}$  при номинальном прямом токе находится в пределах 0,6–1,4 В.

*Напряжение и ток управления*  $U_y$  и  $I_y$  должны находиться в пределах между верхними граничными значениями, которые определяются допустимым нагревом цепи управления, и нижними, при которых происходит надежное открывание тиристора. Граничные значения зависят от температуры тиристора и определяются для анодного напряжения, равного единицам вольт. При температуре от  $-40$  до  $+110^\circ\text{C}$  верхние граничные значения напряжения находятся обычно в пределах от 6 до 20 В, а нижние граничные значения — от 0,8 до 0,2 В.

Время приложения управляющего напряжения, необходимое для открывания тиристора, составляет десятки микросекунд, после чего управляющее напряжение может быть снято. После снятия анодного напряжения открытый тиристор восстанавливает свои свойства управляемого диода в течение времени от десятков до ста микросекунд. Скорость нарастания тока в тиристорах обычно ограничена значением порядка десятков-сотен ампер в микросекунду. Для ограничения скорости нарастания тока иногда последовательно с тиристорами включают индуктивные элементы.

На рис. 18-15, а изображен разрез тиристора типа ВКДУ-150 на номинальный ток  $I_{a, ном} = 150$  А, а на рис. 18-15, б — расположение

Рис. 18-14. Характеристики перехода тиристора в проводящее состояние

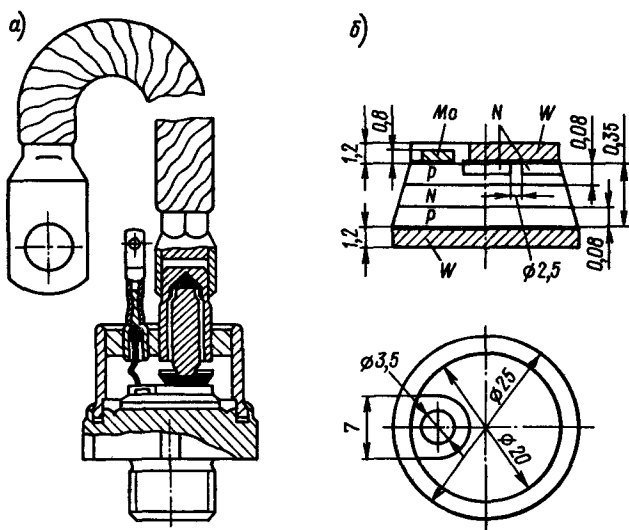
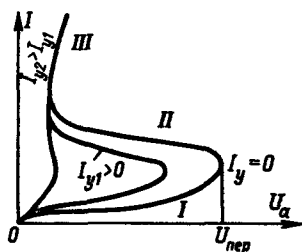


Рис. 18-15. Тиристор типа ВКДУ-1500: а – разрез тиристора; б – расположение слоев монокристалла

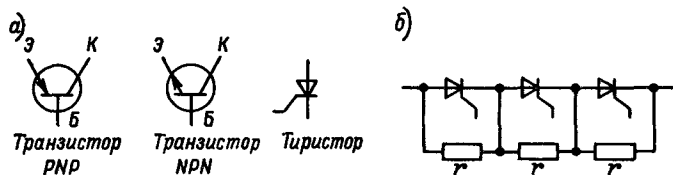


Рис. 18-16. Тиристоры в схемах: а – условные обозначения в схемах; б – последовательное включение тиристоров

слоев монокристалла полупроводника; управляющий электрод имеет вывод из тонкой медной проволоки, припаянной к молибденовой пластине. Для изображения транзисторов и тиристоров на схемах применяются условные обозначения, показанные на рис. 18-16, а.

Если диоды или тиристоры включаются на достаточно высокие напряжения, то они могут соединяться последовательно. Для более равномерного распределения обратного напряжения между элементами, параметры которых могут значительно отличаться друг от друга, параллельно им иногда включают резисторы, рассчитанные на токи, в несколько раз большие обратных токов элементов (рис. 18-16, б). С целью более равномерного распределения токов между параллельно включенными элементами последовательно с ними иногда включают резисторы с небольшими сопротивлениями.

Разработаны и выполнены тиристоры с улучшенными характеристиками — четырех- и пятислойные, а также вентили с полным управлением, т. е. с управлением не только отпиранием, но и запирающим.

### 18-8. Тиристорные пускатели

Тиристорные пускатели являются бесконтактными аппаратами и служат для включения и выключения электромеханических систем. В каждой фазе пускателя (рис. 18-17) включены незапирающиеся тиристоры  $VS1 - VS3$  и диоды  $VD1 - VD3$ .

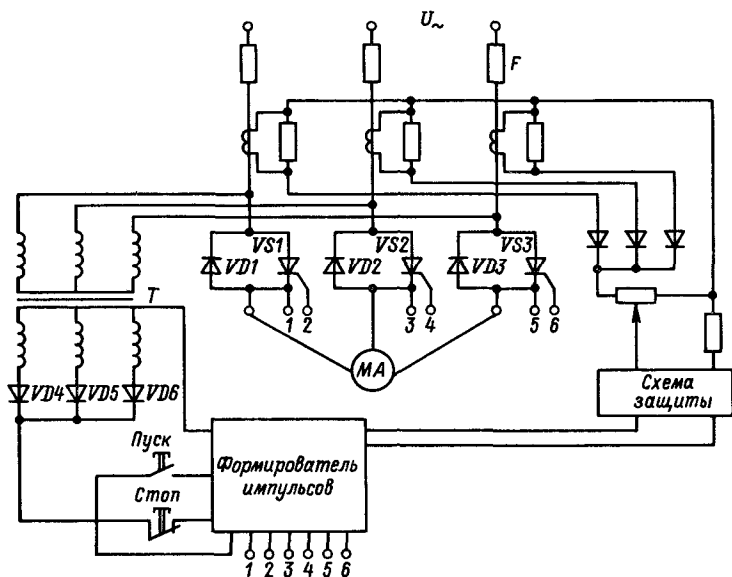


Рис. 18-17. Тиристорный пускатель



Тиристоры открываются один раз в течение периода последовательно через промежутки времени  $T/3$ , в моменты времени, когда подается импульс на открывание тиристора, при прохождении напряжения через нуль в сторону увеличения его в проводящем направлении.

После того как напряжение достигнет нулевого значения, тиристор становится непроводящим и напряжение данной фазы подается через параллельный диод. По истечении одной трети периода включается следующий тиристор и т. д. Этим обеспечивается непрерывная подача энергии приемнику, например асинхронному двигателю  $MA$  (рис. 18-17). Отметим, что в приводе отсутствуют контактные устройства, имеются только кнопки «Пуск» и «Стоп».

Импульсы на открывание тиристоров подаются на зажимы 1, 2, 3, 4, 5, 6 формирователя импульсов, который питается от отдельного трансформатора  $T$  через диоды  $VD4$ ,  $VD5$  и  $VD6$ , чем обеспечивается подача импульсов одной полярности. При нажатии кнопки «Пуск» включаются формирователь импульсов и пускатель. Защита двигателя обеспечивается при помощи предохранителей  $F$  и схемы защиты от недопустимых токов. В каждой фазе пускателя включены трансформаторы тока. Токи трех фаз суммируются и преобразуются в напряжение. При установленном значении напряжения, если оно действует не кратковременно, снимаются открывающие импульсы и привод останавливается. При нажатии кнопки «Стоп» также прекращается подача импульсов.

### 18-9. Формирователь импульсов

Для управления тиристорами, т. е. для формирования в соответствующие моменты времени управляющих импульсов, могут применяться различные устройства: электромагнитные с магнитными усилителями и трансформаторами, маломощные тиристорные устройства, транзисторные устройства и др. Наибольшее распространение получили транзисторные схемы, одна из которых будет рассмотрена.

Управление может производиться по горизонтальному или вертикальному принципу. При горизонтальном управлении напряжение переменного тока может сдвигаться по фазе («горизонтально») при помощи фазовращателя (см. § 2-9), обычно в пределах угла от 0 до  $\pi$ . Полученные от фазовращателей напряжения, например для мостового трехфазного выпрямителя шесть напряжений, сдвинутых по фазе на углы  $\pi/3$ , подаются на формирователь, выдающий управляющие импульсы доста-

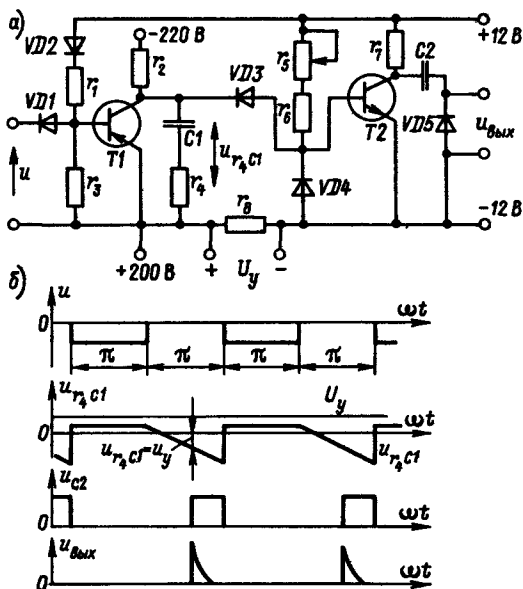


Рис. 18-18. Формирователь импульсов: *а* – схема получения управляющих импульсов; *б* – временные диаграммы напряжений в узлах схемы

точной длительности. Больше распространен вертикальный принцип управления, при котором управляющий импульс формируется, например, в моменты равенства управляющего напряжения линейно возрастающему пилообразному напряжению.

Подобная схема для одного канала управления двухполупериодного выпрямителя дана на рис. 18-18, *а*. На вход поступает переменное напряжение  $u$ , сформированное в виде прямоугольных импульсов, имеющих ширину  $\pi$  (рис. 18-18, *б*).

Отрицательное напряжение подается через диод  $VD1$  на базу транзистора  $VT1$  в течение проводящей части периода. В эти отрезки времени напряжение  $u_{r_3 C1}$  относительно невелико. После того как снимается отрицательное напряжение с базы транзистора  $VT1$ , начинает возрастать напряжение  $u_{r_3 C1}$  практически линейно при больших сопротивлениях  $r_2$  и  $r_4$ .

Когда это возрастающее напряжение  $u_{r_3 C1}$  станет равным управляющему напряжению  $U_y$ , появляется напряжение на выходе транзистора  $VT2$ . При дифференцировании импульса тока в цепи транзистора  $VT2$  формируется импульс напряжения  $u_{\text{вых}}$  в цепи управления тиристора.

В представленной схеме (рис. 18-18, а) диод  $VD4$  служит для ограничения отрицательного напряжения, подаваемого на базу транзистора  $VT2$ , диод  $VD3$  препятствует замыканию источника управляющего напряжения через разряженный конденсатор  $C1$  или насыщенный транзистор  $VT1$ , а диод  $VD5$  ограничивает значение выходного импульса.

### 18-10. Тиристорный выпрямитель с нагрузкой на стороне постоянного тока

Одной из наиболее простых схем включения выпрямителя является схема двухполупериодного выпрямления. Рассмотрим схему двухполупериодного управляемого выпрямителя при нагрузке на активное сопротивление  $r_n$ , когда  $L=0$ . Для удешевления выпрямителя часто включают тиристоры только в два плеча моста (рис. 18-19, а). Кривые переменных напряжений  $u_{ab}$  и  $u_{cd}$ , действующих в проводящих направлениях моста, изображены на рис. 18-19, б. Если в момент времени  $t_1$  при угле запаздывания  $\alpha$  на управляющий электрод подается, предположим, прямоугольный импульс напряжения  $u_y$ , то тиристор соответствующего плеча открывается и в сопротивлении  $r_n$  протекает ток  $i_{ef}$ . В идеальном случае кривая тока в сопроти-

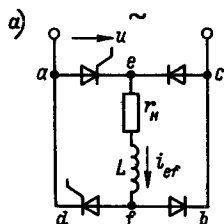
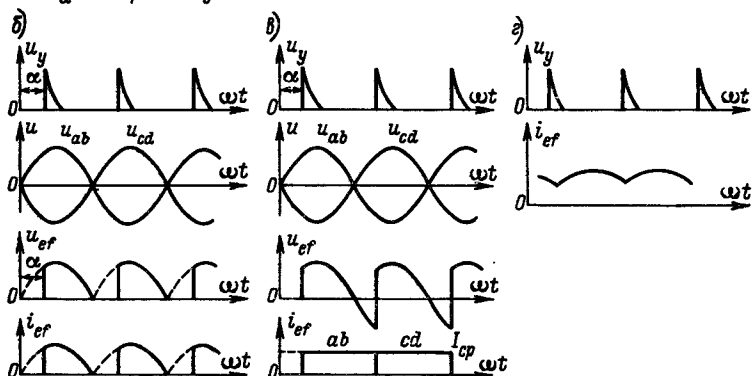


Рис. 18-19. Управление током нагрузки в схеме мостового однофазного тиристорного выпрямителя: а — схема включения; б — графики напряжения и тока при активной нагрузке; в — графики напряжения и тока при значительной индуктивности нагрузки; г — график тока нагрузки при конечном значении индуктивности



влении  $r_n$  подобна кривой напряжения  $u_{ef}$  в течение данного полупериода. В течение следующего полупериода открывается тиристор другого плеча и ток в сопротивлении  $r_n$  будет протекать в том же направлении. Кривые выпрямленного напряжения и тока при отсутствии управления изображены штриховыми линиями.

Ток, протекающий в сопротивлении  $r_n$ , — прерывистый. Пренебрегая относительно небольшим падением напряжения в выпрямителях, определим среднее значение выпрямленного напряжения  $U_{cp}$  на сопротивлении  $r_n$  в зависимости от угла  $\alpha$ :

$$U_{cp} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2} U \sin \omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U (1 + \cos \alpha), \quad (18-4)$$

где  $U$  — действующее значение напряжения на стороне переменного тока.

При весьма большой индуктивности в диагонали моста, теоретически при  $L \rightarrow \infty$ , ток  $i_{ef}$  в диагонали моста остается практически неизменным (рис. 18-19, в). Когда напряжение  $u_{ab}$ , например, становится отрицательным, ток  $i_{ef}$  протекает по пути  $aefb$  под действием ЭДС самоиндукции, большей по значению напряжения  $u_{ab}$ . Среднее значение выпрямленного напряжения  $u_{ef}$  необходимо определять для интервала, в котором  $\omega t$  изменяется в пределах от  $\alpha$  до  $\alpha + \pi$  (рис. 18-19, в):

$$U_{cp} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha + \pi} \sqrt{2} U \sin \omega t d\omega t = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \cos \alpha. \quad (18-5)$$

Среднее значение выпрямленного неизменного тока

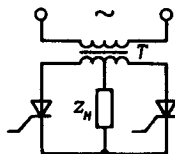
$$I_{cp} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{U}{r_n} \cos \alpha. \quad (18-6)$$

Из приведенных выражений следует, что регулирование выпрямленного напряжения возможно при изменении угла запаздывания  $\alpha$  в пределах от 0 до  $\pi/2$ . Для  $\alpha = \pi/2$  средние значения тока и напряжения равны нулю. В случае относительно небольшой индуктивности выпрямленный ток может быть прерывистым или непрерывным, изменяясь в течение времени от одного импульса к другому (рис. 18-19, з).

Среднее значение напряжения в этом случае

$$U_{cp} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U [\cos \alpha - \cos(\alpha + \lambda)]. \quad (18-7)$$

Рис. 18-20. Схема мостового тиристорного выпрямителя с трансформатором



В этом выражении угол  $\lambda$  определяется из равенства

$$[\sin(\alpha + \lambda - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi)] e^{-\frac{r_n}{\omega L}} = 0,$$

где  $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{r_n}$  — угол сдвига по фазе в цепи нагрузки при частоте  $\omega$ .

Двухполупериодные выпрямители выполняются и по схеме с трансформатором (рис. 18-20), который имеет вывод от средней точки вторичной обмотки. Процессы в таком выпрямителе мало отличаются от описанных. Характерным является то, что переключение нагрузки из одной половины обмотки трансформатора в другую происходит с некоторой задержкой, обусловленной индуктивностью от потоков рассеяния трансформатора. В течение очень короткого времени переключения, когда открыты оба тиристора, вторичная обмотка трансформатора замыкается накоротко.

Тиристорные управляемые выпрямители чаще выполняются с регулированием на стороне вторичной обмотки трансформаторов, хотя применяется и регулирование на стороне первичной обмотки. Выпрямители могут быть трехфазными, шести-фазными и с большим числом фаз. Наиболее распространены мостовые схемы.

На рис. 18-21, *a* для примера показана схема трехфазного мостового управляемого выпрямителя с регулированием на стороне вторичной обмотки трансформатора. Заметим, что во всех шести ветвях включены тиристоры. Только для выпрямителей с активной нагрузкой применяют схемы с числом тиристоров, уменьшенным вдвое, и с диодами в других ветвях (рис. 18-19, *a*).

Для угла запаздывания  $\alpha$  два тиристора ветви *a15b* мостового выпрямителя с активной нагрузкой включаются в некоторый момент времени (рис. 18-21, *б*). По истечении времени, равного одной шестой части периода, будет подан управляющий импульс на тиристор *б* и произойдет переключение нагрузки на ветвь *a16с*, так как линейное напряжение  $u_{ac}$  стало больше напряжения  $u_{ab}$ . Затем будет подан импульс на тири-

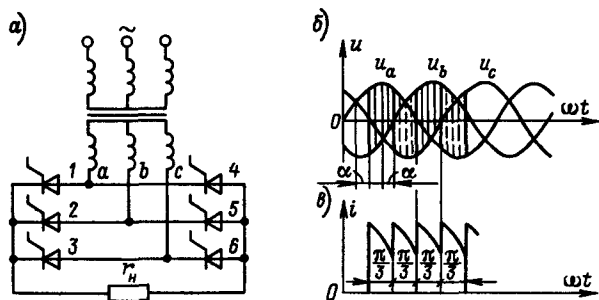


Рис. 18-21. Трехфазный мостовой тиристорный управляемый выпрямитель: а – схема включения; б – график напряжений; в – график тока в активной нагрузке

стор 2 и осуществится переключение на ветвь  $b2c$ , так как  $u_{bc} > u_{ab}$  и т. д. На рис. 18-21, б даны кривые фазных напряжений  $u_a$ ,  $u_b$  и  $u_c$  вторичной обмотки трансформатора, а на рис. 18-21, в – кривая выпрямленного тока  $i$  для некоторого значения угла  $\alpha$ , который отсчитывается от значения угла  $\omega t$  в точке с с естественной коммутацией, где происходило бы переключение неуправляемых выпрямителей.

Подобно выражениям (18-4), (18-5) и (18-6) могут быть получены выражения для напряжений и токов многофазных выпрямителей. В случае неуправляемого выпрямителя каждый из диодов открыт в пределах изменения угла  $\omega t$  от  $(\pi/2 - \pi/m)$  до  $(\pi/2 + \pi/m)$  (рис. 18-21), где  $m$  – число фаз (для мостовых схем  $m$  равно удвоенному числу фаз). Поэтому среднее значение выпрямленного напряжения

$$U_{cp} = \frac{1}{2\pi/m} \int_{(\pi/2) - (\pi/m)}^{(\pi/2) + (\pi/m)} \sqrt{2} U \sin \omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2} U}{\pi/m} \sin \frac{\pi}{m}, \quad (18-8)$$

где  $U$  – действующее значение напряжения в цепи выпрямителя.

Для трехфазного выпрямителя  $U = \sqrt{3} U_\phi$ ;  $U_\phi$  – действующее значение фазного напряжения.

Для регулируемого выпрямителя получим

$$U_{cp} = \frac{\sqrt{2} U}{\pi/m} \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha, \quad (18-9)$$

где  $\alpha$  – угол запаздывания.

Для того чтобы сгладить пульсации тока в цепи нагрузки, обычно включают дроссели. Для достаточно большой индуктивности дросселя сила тока на стороне постоянного тока

$$I_{\text{ср}} = U_{\text{ср}}/r_{\text{н}}. \quad (18-10)$$

Среднее значение фазного тока на стороне переменного тока

$$I_{\text{ф ср}} = I_{\text{ср}}/m, \quad (18-11)$$

где  $m$  — число фаз как для мостовых, так и для немостовых схем.

Отметим, что для трехфазного управляемого мостового выпрямителя

$$U_{\text{ср}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}U_{\text{ф}}}{\pi/6} \sin \frac{\pi}{6} \cos \alpha = 2,34U_{\text{ф}} \cos \alpha.$$

Приведенные выражения для напряжений были даны без учета падения напряжения в выпрямителе. Из полученных значений напряжений следует вычитать падение напряжения в выпрямителе  $\Delta U_{\text{в}}$ , которое можно считать неизменным, не зависящим от нагрузки.

### 18-11. Система тиристор — двигатель постоянного тока

Регулирование скорости двигателей постоянного тока независимого возбуждения путем изменения напряжения на зажимах якоря получило очень широкое распространение в электроприводе и следящих системах. Если до сороковых—пятидесятых годов для этой цели применялись почти исключительно системы генератор — двигатель, то в настоящее время все более широкое распространение в этой области получают системы с тиристорами.

Рассмотрим упрощенную схему управления скоростью двигателя постоянного тока  $M$ , включенного на стороне постоянного тока однофазного мостового (двухполупериодного) тиристорного выпрямителя (рис. 18-22, а). Двигатель имеет обмотку независимого возбуждения  $OB$ , включенную на неизменное напряжение независимого источника. Для уменьшения пульсаций тока последовательно с двигателем включен дроссель, имеющий достаточно большую индуктивность  $L$ . При значительной индуктивности дросселя можно пренебречь пульсациями тока  $I_{\text{ср}}$  в цепи якоря, считая его практически неизменным. Будем считать также, что скорость двигателя мало изменяется в тече-

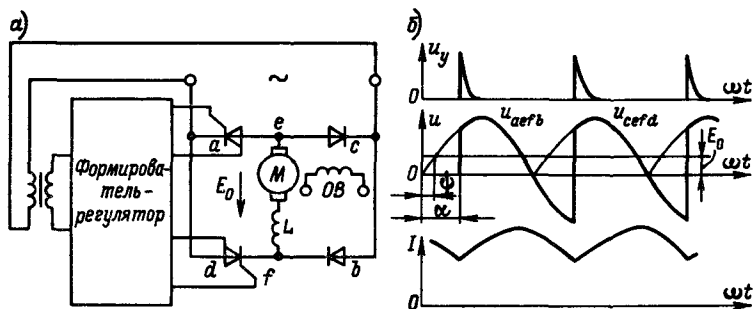


Рис. 18-22. Система тиристор—двигатель постоянного тока: а — схема включения; б — графики напряжения и тока в цепи двигателя

ние периода. Упрощенное описание процесса работы системы приведем для случая питания управляемого выпрямителя от достаточно мощной сети, когда можно пренебречь временем коммутации (переключения нагрузки из одной ветви в другую).

Формирователь-регулятор тиристора получает питание от трансформатора. Формирование импульсов выполняется по одной из схем, например по схеме рис. 18-18. Регулирование напряжения производится при изменении напряжения  $U_y$ , которое снимается с резистора (рис. 18-18).

Для неизменной скорости вращения двигателя следует считать, что выпрямитель включен на нагрузку с неизменной встречной ЭДС:

$$E_0 = E_{дв} + I r_{я} + \Delta U_{в}, \quad (18-12)$$

где  $E_{дв} = c_e n$  — встречная ЭДС двигателя;  $I r_{я}$  — неизменное падение напряжения в цепи якоря, включая дроссель;  $\Delta U_{в}$  — падение напряжения в выпрямителе.

Угол  $\psi$ , при котором имело бы место переключение тока из одной ветви в другую, называется для неуправляемого выпрямителя *углом естественного запаздывания* (рис. 18-22, б). Угол запаздывания  $\alpha$ , при котором подается импульс на управляющий электрод, может быть меньше или больше угла  $\psi$  (рис. 18-22, б). В момент подачи управляющего импульса происходит переключение нагрузки из одной ветви в другую, например из ветви  $aefb$  в ветвь  $cefd$ , так как во вновь включаемой ветви больше сумма напряжений  $u - E_0$ , действующих в проводящем направлении. На рис. 18-22, б показано, что ток



в цепи начинает несколько увеличиваться с момента времени, когда  $u - E_0 > 0$ , и уменьшается, когда  $u - E_0 < 0$ .

Для заданного значения скорости двигателя  $n = E_{\text{дв}}/c_e$  и нагрузочного тока  $I = M/c_m$  определяется связь между углом запаздывания  $\alpha$  и ЭДС двигателя из условия, что встречная ЭДС равна среднему выпрямленному напряжению [см. (18-5) и (18-12)]:

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \cos \alpha = E_0 = E_{\text{дв}} + I r_{\text{я}} + \Delta U_{\text{в}}. \quad (18-13)$$

Если уменьшать индуктивность в цепи якоря, то будут иметь место все большие изменения тока в течение полупериода, при  $L \rightarrow 0$  ток может стать прерывистым, что допустимо только для маломощных приводов. С уменьшением индуктивности будет увеличиваться и угол запаздывания, при котором выпрямленное напряжение становится равным нулю.

Для достаточно большой индуктивности в цепи якоря при  $\alpha > \pi/2$  должен был бы измениться знак выпрямленного напряжения, как это следует из выражения (18-13). Но это невозможно при данной схеме включения (рис. 18-22, а). Выпрямитель может пропускать токи только прежнего направления в ветви двигателя — от  $e$  к  $f$ . Если при работе в режиме двигателя ток в ветви  $ef$  протекает в направлении, обратном действию ЭДС, то при  $\alpha > \pi/2$  ток должен протекать в том же направлении, что и при  $\alpha < \pi/2$ , а направление  $E_{\text{дв}}$  должно быть другим, т. е. совпадающим с направлением протекания тока. Это характерно для *торможения с возвратом энергии в сеть*, когда ток якоря двигателя протекает в направлении действия его ЭДС и энергия, запасенная двигателем, возвращается в сеть. Следовательно, если бы двигатель вращался в сторону, обратную по отношению к направлению для схемы рис. 18-22, а, то при  $\alpha > \pi/2$  имело бы место торможение с возвратом энергии в сеть. Этот режим называется *зависимым инвертированием*, т. е. зависимым обратным преобразованием постоянного тока в переменный. Из предыдущих выводов следует, что для осуществления реверсирования привода, а также и для торможения с возвратом энергии в сеть требуется иметь двойное число тиристоров, как это показано для схемы двухполупериодного выпрямления с трансформатором (рис. 18-23). В случае вращения двигателя в одну сторону работают тиристоры 1 и 3 при  $0 < \alpha < \pi/2$ , торможение с возвратом энергии производится путем переключения на тиристоры 2 и 4 при  $\pi/2 < \alpha < \pi$ . Для другого направления вращения работают тиристоры 2 и 4, торможение происходит при переключении на тиристоры 1 и 3.

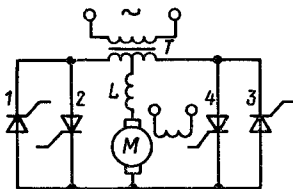


Рис. 18-23. Схема управления реверсивным двигателем постоянного тока при помощи однофазного мостового тиристорного выпрямителя

Кроме описанных способов управления, применяется также тиристорное управление на стороне первичной обмотки трансформаторов, питающих регулируемые приводы.

Промышленность выпускает ряд комплектов управляемых тиристорных выпрямителей. Например, трехфазный выпрямитель ВАКЭП 67-23СР предназначен для электропривода реверсивного двигателя постоянного тока мощностью 67 кВт. Линейное напряжение на стороне переменного тока 380 В, на стороне постоянного тока напряжение равно 230 В. Выпрямитель имеет два комплекта тиристоров. Один комплект служит для управления двигателем при вращении по часовой стрелке и торможения с возвратом энергии в сеть при вращении против часовой стрелки. Другой комплект служит для управления при вращении против часовой стрелки и торможения с возвратом энергии в сеть при вращении по часовой стрелке.

### 18-12. Понятие о тиристорных преобразователях частоты

Скорость трехфазных асинхронных двигателей может устойчиво регулироваться путем изменения частоты источника питания. Системы электропривода с регулируемыми асинхронными двигателями имеют ряд преимуществ перед системами постоянного тока в отношении стоимости и надежности. Вместе с тем, такие системы с электромашинными преобразователями частоты не получили распространения вследствие высокой стоимости и больших потерь в преобразовательных электрических машинах, а ионные преобразователи оказались недостаточно надежными и экономичными. Только в последние годы все более широкое распространение получают системы преобразования частоты с тиристорами.

Преобразователи должны обеспечивать не только преобразование частоты, но и соответствующее регулирование напряжения, которое в грубом приближении (см. § 16-4) должно быть пропорционально частоте. Должно быть обеспечено и относительно небольшое искажение синусоидальной формы кривой преобразованного напряжения.

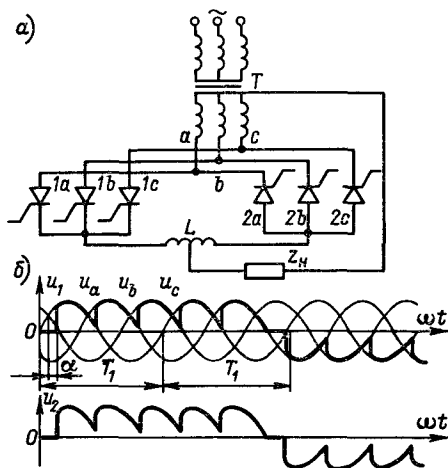


Рис. 18-24. Непосредственный тиристорный преобразователь частоты: а — схема преобразователя; б — графики напряжений на входе и выходе преобразователя

Непосредственный преобразователь трехфазного переменного тока частоты  $f_1$  в однофазный переменный ток частоты  $f_2$  состоит из двух комплектов простых тиристоров, обеспечивающих возможность переключения нагрузки с напряжения одного направления на напряжение другого направления (рис. 18-24, а). Тиристоры включены на стороне вторичной обмотки трансформатора с обмотками  $abc$ . Нагрузка  $Z_H$  включена между нейтральной точкой трансформатора и средней точкой дросселя  $L$ , служащего для сглаживания пульсаций переменного напряжения и ограничения тока при включенном состоянии тиристоров разных фаз двух групп. Наиболее просто решается вопрос о преобразовании частоты при активной нагрузке. Предположим, что нужно понизить частоту переменного тока  $f_1$  в четыре раза. Тогда в течение двух периодов  $2T_1$  питающего напряжения должны подаваться управляющие импульсы на тиристоры первой группы, например, в такой последовательности:  $1a, 1b, 1c, 1a, 1b, 1c$ . В течение последующих двух периодов должны подаваться импульсы на тиристоры другой группы в последовательности:  $2b, 2c, 2a, 2b, 2c, 2a$ . Кривая напряжения  $u_2$  пониженной частоты для некоторого угла запаздывания  $\alpha$  представлена на рис. 18-24, б. Первая, основная, гармоническая напряжения  $u_2$  имеет частоту  $f_2 = f_1/4$ . В случае активно-индуктивной нагрузки ток отстает от напряжения. Поэтому

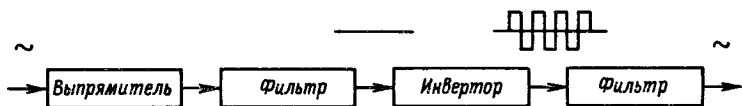


Рис. 18-25. Структурная схема преобразователя частоты со звеном постоянного тока

в конце полупериодов должно изменяться направление преобразованного напряжения при том же направлении тока, что соответствует режиму инвертирования. Отсюда следует, что перед переключением на вторую группу, например, тиристоры первой группы должны работать некоторое время в режиме инвертирования.

Непосредственные преобразователи частоты применяются обычно для регулирования частоты  $f_2$  преобразованного напряжения от нуля до частоты, равной примерно четверти частоты  $f_1$ .

Широкое распространение в области регулируемого электропривода получили преобразователи с *звеном постоянного тока*, которые могут обеспечить регулирование частоты как вверх, так и вниз от частоты источника питания.

Для преобразования в трехфазный переменный ток требуются три преобразователя в однофазный переменный ток, которые питаются от одного трехфазного трансформатора.

На рис. 18-25 дана структурная схема преобразователя со звеном постоянного тока. На вход преобразователя подается напряжение трехфазного источника энергии. Это напряжение выпрямляется и регулируется при помощи регулируемых выпрямителей, так как напряжение на выходе преобразователя должно изменяться примерно пропорционально частоте. Выпрямленное напряжение поступает на вход инвертора, в котором при помощи управляемых тиристоров получают прямоугольную кривую напряжения с периодом  $T_y$  требуемой частоты. При включении тиристора на выход подается напряжение одной полярности, затем по истечении времени  $T_y/2$  данный тиристор отключается и на выход подается напряжение другой полярности и т. д. Такие же переключения происходят и в других фазах. При помощи фильтра получают синусоидальные кривые напряжения.

Для фильтрации обычно применяют фильтры *LC*. Фильтры служат не только для уменьшения искажений формы кривых инвертированного напряжения, но и для обеспечения обратимости преобразователя. Энергия запасается в емкости фильтра,

когда доставляемая энергия больше отдаваемой преобразователем, и возвращается в преобразователь, когда требуемая энергия больше доставляемой. При наличии сдвига по фазе тока относительно напряжения, как известно, имеют место промежутки времени, когда происходит инвертирование, т. е. возврат энергии в преобразователь.

В нашей стране и за рубежом выполняются тиристорные приводы с широким диапазоном регулирования.

## Г. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА В УПРАВЛЕНИИ

### 18-13. Применение аналоговых (АВМ) и цифровых (ЦВМ) вычислительных машин

Управление достаточно сложными автоматизированными системами требует применения технических средств, обеспечивающих эффективную и точную работу производственных и других комплексов и установок. Этим объясняется то, что для управления все в большей степени применяется вычислительная техника, которая обеспечивает качественное выполнение заданной или вырабатываемой в процессе работы программы.

Для простых систем можно ограничиться простыми техническими средствами, но для сложных систем задача повышения эффективности может быть достаточно сложной. В данной книге укажем лишь направления развития управления при помощи вычислительной техники.

*Аналоговые вычислительные машины (АВМ)* состоят из электронных усилителей и преобразователей (иногда — следящих систем), диодов, наборного поля, где собирается схема блока управления, показывающих приборов и электронного осциллографа.

На наборном поле собирается схема модели, состоящая из электронных усилителей с различными связями, которые имитируют работу отдельных элементов (см. гл. 5). В целом модель воспроизводит в определенном масштабе процессы в системе. Эти процессы можно фиксировать на осциллографе, а также использовать измеряемые величины после преобразования для управления системой.

Эти модели просты и надежны, но в настоящее время практически не применяются. В сложной модели могут возникать неконтролируемые колебания, практически невозможно реали-

зовать систему при большом числе воздействий, для выполнения ряда специальных функций. Модели обеспечивают получение решений с большими ошибками. Это обусловило то, что теперь для управления, исследований, проектирования и других целей применяются исключительно цифровые вычислительные машины.

*Цифровые вычислительные машины (ЦВМ)* широко применяются в различных областях для решения задач исследования, расчета и управления. Благодаря очень большой точности выполнения математических, логических и других операций ЦВМ широко используются для управления различными устройствами, в том числе и электроприводами. В ряде случаев ЦВМ, управляющая процессами и контролирующая их, является необходимой принадлежностью производственной или другой установки. Примером эффективного применения ЦВМ для управления являются приводы мощных экскаваторов, где процессы наполнения ковша, подъема, поворота и торможения выполняются по заданной программе. Широко применяется вычислительная техника и для управления прокатными станами и другими установками. В последнее время возросла роль вычислительной техники (микропроцессоров) в создании роботов и гибких автоматизированных систем.

Рассмотрим для примера управление одним из приводов экскаватора.

Экскаватор работает по циклу: опускание ковша — наполнение материалом — подъем ковша — поворот экскаватора — опускание ковша и разгрузка — подъем ковша — поворот в положение наполнения материалом — опускание ковша и т. д.

Опишем работу ЦВМ, управляющей поворотом экскаватора, не останавливаясь подробно на технической реализации системы, так как это выходит за пределы данной книги.

На ободе ферромагнитного колеса, связанного с неподвижной платформой экскаватора, имеются зубцы с малыми шагами, а шагу соответствует относительно небольшая дуга на окружности зубчатого колеса. С поворотной платформой связан узкий сердечник с обмоткой, обтекаемой током. При прохождении сердечника против зубца в обмотке индуцируется импульс. Число отсчитанных импульсов определяет угол поворота подвижной платформы. После пуска двигатель поворота ускоряется с заданным ускорением, которое измеряется и регулируется. В конце разгона ЦВМ переводит систему на равномерное движение. Этому положению соответствует определенный угол поворота. Из расчета на ЦВМ определяется угол поворота, при котором должно начаться торможение. При этом

угле система переводится на торможение. Остановка экскаватора и отключение двигателя происходят при установленном угле поворота. Подобно описанному происходит и поворот в обратную сторону.

Для реализации системы управления при помощи ЦВМ составляется алгоритм, являющийся описанием процесса управления. По алгоритму составляется программа на одном из машинных языков, которая вводится в ЦВМ.

Применение систем приводов с управлением при помощи ЦВМ особенно эффективно там, где сокращение времени процесса работы и экономия энергии имеют большее экономическое значение, где требуются повышенная точность работы и обеспечение повышенной безопасности.

## *Приложение 1.* СПРАВОЧНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ТЕОРИИ ПОЛЯ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ

### П1-1. Электрическое поле

Электрическое поле является одной из сторон единого электромагнитного поля, и его в некоторых случаях можно рассматривать независимо от магнитного поля. Поле проявляется наряду с другими явлениями в воздействии на электрические заряды с определенной по значению и направлению механической силой.

**Напряженность электрического поля** характеризует интенсивность электрического поля и определяется отношением силы  $f$ , действующей на относительно малый (пробный) положительный заряд  $Q_0$ , к значению этого заряда:

$$E = f/Q_0. \quad (\text{П1-1})$$

Напряженность электрического поля является векторной величиной. Направление вектора принимается совпадающим с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Единицей напряженности  $E$  электрического поля в системе СИ является вольт на метр (В/м).

Напряженность поля можно также определить как напряжение  $u$ , приходящееся на единицу длины  $l$  в направлении силы, действующей на положительные заряды:

$$E = du/dl. \quad (\text{П1-2})$$

Электрическое поле изображают *графически при помощи линий вектора напряженности электрического поля — электрических силовых линий*. Эти линии изображают так, чтобы в каждой точке поля вектор напряженности поля был касателен к силовой линии, а плотность линий была в принятом масштабе равна значению напряженности поля. Примером может служить поле уединенного проводящего шара с за-

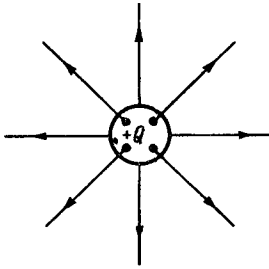


Рис. П1-1. Электрическое поле заряженного проводящего шара

рядом  $Q$ . Из выражения закона Кулона для силы  $f$ , действующей на пробный заряд  $Q_0$ , находящийся на расстоянии  $R$  от центра заряженного шара, определится напряженность поля

$$E = \frac{f}{Q_0} = \frac{k}{Q_0} \frac{QQ_0}{R^2} = k \frac{Q}{R^2},$$

где  $k$  — коэффициент, определяемый свойствами среды. Электрическими силовыми линиями в этом случае будут равномерно распределенные в окружающем пространстве радиальные линии, плотность которых обратно пропорциональна  $R^2$  (рис. П1-1).

**Электрическое напряжение и потенциал.** Электрическое напряжение или разность потенциалов  $u_{AB}$  (в вольтах) между точками  $A$  и  $B$  пространства, где существует электрическое поле, определяется отношением работы  $A_p$ , совершаемой при перемещении пробного заряда  $Q_0$  от точки  $A$  к точке  $B$ , к значению этого заряда. Из рис. П1-2 следует

$$A_p = \int_A^B f dl \cos \beta = \int_A^B EQ_0 dl \cos \beta = Q_0 \int_A^B E dl,$$

откуда

$$u_{AB} = \int_A^B E dl \quad (\text{П1-3})$$

*Электрическое напряжение или разность потенциалов между рассматриваемыми точками пространства является физической величиной, которая определяется электрическим полем. Значение напряжения равно линейному интегралу вектора напряженности электрического поля вдоль пути от одной точки к другой.*

В ряде случаев электрическое поле является *потенциальным*, например электростатическое поле неподвижных заряженных тел при отсутствии в них токов. Для потенциального поля напряжение вдоль любого замкнутого контура равно нулю:

$$\oint E dl = 0. \quad (\text{П1-4})$$

Напряжение между точками электрического поля не зависит от пути от одной точки к другой.

Исходя из этого, напряжения, например, точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  поля отно-



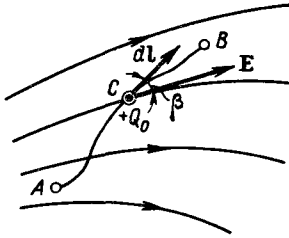


Рис. П1-2. К определению работы при перемещении электрического заряда

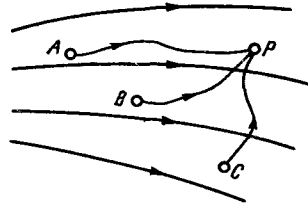


Рис. П1-3. К определению потенциалов точек в электрическом поле

сительно произвольно выбранной точки  $P$  будут определяться только координатами этих точек (рис. П1-3).

Функция координат  $U(x, y, z)$ , определяющая напряжения точек поля относительно выбранной точки или системы точек, потенциалы которых приняты равными нулю, называется *потенциальной функцией* или *потенциалом электрического поля*.

Теоретически потенциал определяется относительно бесконечно удаленных точек, где не сказывается влияние каких-либо полей. Практически часто определяют потенциал относительно Земли.

В направлениях, перпендикулярных линиям поля, изменения потенциала отсутствуют; поэтому поверхности, перпендикулярные линиям поля, являются равнопотенциальными — *экипотенциальными*.

На рис. П1-4 изображено поле двух проводящих цилиндров, полученное в результате сложения их полей при пренебрежении некоторой неравномерностью распределения зарядов по поверхностям цилиндров. Там же изображены следы на плоскости рисунка пяти экипотенциальных поверхностей  $U_1 = \pm \frac{2}{3}U$  и  $U_2 = \pm \frac{1}{3}U$ ; линиями  $\pm U$  являются поверхности проводящих цилиндров. Наибольшие изменения потенциала — *градиенты потенциала* — имеют место вдоль нормалей  $n$  к экипотенциальным поверхностям, вдоль линий поля. Векторы *градиента потенциала*  $\text{grad } U$  направлены вдоль нормалей в сторону возрастания потенциала, и их значение

$$|\text{grad } U| = \partial U / \partial n. \quad (\text{П1-5})$$

Эти векторы имеют направления, обратные направлениям векторов напряженности электрического поля.

**Теорема Гаусса** устанавливает связь между потоком вектора напряженности электрического поля  $\Psi_e$  через замкнутую поверхность  $s$  и электрическими зарядами внутри этой поверхности, алгебраическая сумма которых равна  $\Sigma Q$ :

$$\Psi_e = \oint E ds = 4\pi k \Sigma Q, \quad (\text{П1-6})$$

где  $k$  — коэффициент формулы Кулона.

**Поляризация диэлектриков.** В электрическом поле происходит поляризация диэлектриков, когда электрические диполи ориентируются по электрическому полю. Дипольными могут быть молекулы диэлектрика или атомы при смещении орбит электронов относительно ядер. Диэлектрик остается электрически нейтральным, но на его поверхностях, через которые входят или выходят линии электрического поля, появляются как бы связанные заряды.

*Электрическое смещение* определяется поляризацией, когда под действием поля происходит как бы смещение зарядов внутри диэлектрика. *Вектор электрического смещения* в однородной изотропной среде совпадает по направлению с вектором напряженности электрического поля и пропорционален напряженности поля:

$$\mathbf{D} = \epsilon_a \mathbf{E}, \quad (\text{П1-7})$$

где  $\epsilon_a$  — диэлектрическая проницаемость.

Электрическое смещение в диэлектрике можно рассматривать как сумму смещений в пустоте  $\epsilon_0 E$  и в самом диэлектрике  $P$ :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (\text{П1-8})$$

где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная;  $\mathbf{P}$  — поляризованность.

В соответствии с постулатом Максвелла поток вектора электрического смещения  $\Psi_D$  через любую замкнутую поверхность  $s$  равен алгебраической сумме зарядов  $\Sigma Q$  внутри поверхности:

$$\Psi_D = \oint \mathbf{D} ds = \Sigma Q. \quad (\text{П1-9})$$

Конфигурация линий электрического смещения в однородной изотропной среде такая же, как и линий напряженности. Линии смещения идут, не прерываясь, от зарядов одного знака к зарядам другого. Единица электрического смещения  $[D] = [Q/s] = [\text{Кл/м}^2]$ .

**Диэлектрическая проницаемость.** Разделив обе части выражения (П1-7) на  $E$ , получим связь между диэлектрической проницаемостью и коэффициентом  $k$  формулы Кулона:

$$\epsilon_a = \frac{D}{E} = \frac{1}{4\pi k}. \quad (\text{П1-10})$$

При том же смещении  $D$  напряженность электрического поля в диэлектрике тем меньше, чем больше диэлектрическая проницаемость, а при той же напряженности электрического поля электрическое смещение больше. *Диэлектрическая проницаемость характеризует способность диэлектрика поляризоваться.* На рис. П1-5 показано, как при помещении проводящего шара с зарядом  $+Q$  сначала в диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , а затем в диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $2\epsilon$  напряженность электрического поля во втором случае уменьшается в два раза по сравнению с первым. Это объясняется появлением на поверхности диэлектрика, прилегающей к шару, связанных зарядов другого знака.

*Абсолютная диэлектрическая проницаемость*  $\epsilon_a$  в системе СИ измеряется в фарадах на метр (Ф/м).

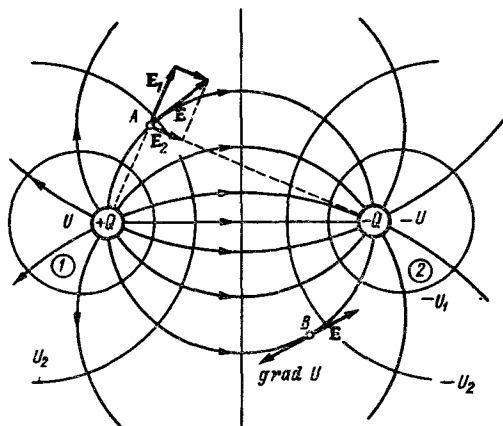


Рис. П1-4. Электрическое поле двух одинаковых разноименно заряженных проводящих цилиндров

Для пустоты диэлектрическая постоянная  $\epsilon_0$  наименьшая. Эта важнейшая физическая константа называется *электрической постоянной* и имеет значение  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Относительная диэлектрическая проницаемость определяется как

$$\epsilon = \epsilon_a / \epsilon_0. \quad (\text{П1-11})$$

В системе СГС $\epsilon_0$  безразмерная электрическая постоянная принимается равной единице, а диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_a = \epsilon$ . Для большинства диэлектриков относительная диэлектрическая проницаемость невелика — порядка единиц. Только для некоторых диэлектриков, называемых сегнетоэлектриками,  $\epsilon$  может иметь значение порядка тысяч и зависит от напряженности поля.

**Электрическая емкость** — свойство физических тел накапливать сообщаемые им заряды. Значение емкости  $C$  определяется отношением электрического заряда  $Q$  к потенциалу  $U$  заряженного тела:

$$C = Q/U; \quad (\text{П1-12})$$

емкость выражается в фарадах (Ф):  $[Q/U] = [\text{Кл}/\text{В}] = [\text{Ф}]$ .

Обычно применяются емкости, значительно меньшие фарада; поэтому значения емкости часто выражают в меньших единицах: микрофарадах ( $1 \text{ мкФ} = 10^{-6}$  Ф), пикофарадах ( $1 \text{ пФ} = 10^{-12}$  Ф).

*Конденсаторы* состоят из двух проводящих тел, разделенных слоем диэлектрика; емкость конденсатора определяется отношением заряда одного из электродов к разности потенциалов между ними в предположении, что заряды электродов равны по значению и все другие проводники бесконечно удалены.

Определим емкости некоторых конденсаторов.

Для уединенного заряженного шара

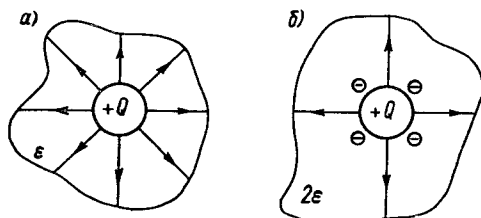


Рис. П1-5. Электрическое поле заряженного шара в двух средах: а – с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ ; б – с проницаемостью  $2\epsilon$

$$C = 4\pi\epsilon ar,$$

где  $r$  – радиус шара.

Плоский конденсатор состоит из двух плоских электродов, разделенных слоем диэлектрика. Бумажные плоские конденсаторы, например, состоят из двух полос металлической фольги, разделенных полосой пропитанной бумаги. Полосы фольги вместе с бумажной полосой свертываются в рулон и помещаются в корпус.

Пренебрегая неоднородностью поля у краев пластин, что допустимо при малом расстоянии между пластинами, определяем емкость конденсатора:

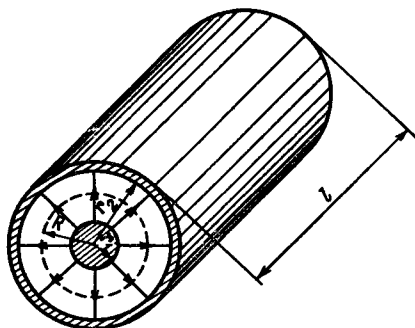
$$C = \epsilon_a s/a,$$

где  $s$  – площадь пластин,  $m^2$ ;  $a$  – расстояние между пластинами, м.

Цилиндрический конденсатор (рис. П1-6) состоит из двух проводящих коаксиальных цилиндров, разделенных слоем диэлектрика. Емкость конденсатора достаточно большой длины по сравнению с диаметром

$$C = \frac{2\pi l \epsilon_a}{\ln(r_2/r_1)},$$

где  $l$  – длина конденсатора, м;  $r_1$  и  $r_2$  – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров.



Емкость двух параллельных цилиндров, например проводов электрической линии,

$$C = \frac{\pi l \epsilon_a}{\ln(r_2/r_1)},$$

где  $r_2$  – расстояние между центрами цилиндров;  $r_1$  – радиус цилиндра.

Рис. П1-6. К определению емкости цилиндрического конденсатора

При параллельном включении  $n$  конденсаторов эквивалентная емкость  $C_3$  равна сумме емкостей конденсаторов:

$$C_3 = \sum_{k=1}^n C_k. \quad (\text{П1-13})$$

Для последовательного соединения конденсаторов величина, обратная эквивалентной емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов, откуда

$$C_3 = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}}. \quad (\text{П1-14})$$

При смешанном соединении конденсаторов сначала определяются эквивалентные емкости отдельных параллельных групп и затем емкость для последовательного соединения.

**Энергия электрического поля.** Для системы  $n$  заряженных тел, заряд каждого из которых равен  $Q_k$ , а потенциал  $U_k$ , энергия поля  $W_e$  определится как

$$W_e = \sum_{k=1}^n \frac{U_k Q_k}{2}. \quad (\text{П1-15})$$

Энергия распределена в пространстве, где имеется поле. Для изотропной среды энергия в единице объема, в джоулях на кубический метр ( $\text{Дж}/\text{м}^3$ ), равна

$$W'_e = \mathbf{E}\mathbf{D}/2,$$

где  $\mathbf{E}\mathbf{D}$  — скалярное произведение векторов напряженности поля и смещения.

Энергия электрического поля определяется как общее количество энергии в объеме  $V$  пространства, где существует поле:

$$W_e = \int_V \frac{\mathbf{E}\mathbf{D}}{2} dV.$$

Энергия заряженного конденсатора, напряжение между пластинами которого равно  $U$ , определяется в джоулях ( $\text{Дж}$ ) как

$$W_e = CU^2/2.$$

**Силы, действующие на заряженные тела,** обычно определяются из энергетических соображений. Обобщенная сила  $f$ , действующая на заряженное тело вдоль любой обобщенной координаты  $g$ , равна скорости изменения энергии  $W_e$  электрического поля, рассчитанной на единицу изменения этой координаты:

$$f = \pm \partial W_e / \partial g. \quad (\text{П1-16})$$

При этом знак плюс относится к случаю, когда по предположению потенциалы тел остаются неизменными, а энергия поля изменяется за счет притока или отдачи энергии. Знак минус будет при отсутствии притока или отдачи энергии. Использование одного или другого предположения определяется тем, какое из них более удобно. Направление и значение силы будут одними и теми же при любом предположении. Эти выводы справедливы для неподвижных или медленно движущихся тел. Обобщенными силами и координатами могут быть сила в ньютонах (Н) и перемещение в метрах, вращающий момент в ньютон-метрах (Н·м) и угловое перемещение в радианах и т. д.

Например, сила, действующая на пластины плоского конденсатора при неизменном напряжении  $U$ ,

$$f = \frac{\partial}{\partial a} \left( \frac{CU^2}{2} \right) = \frac{U^2}{2} \frac{\partial (\epsilon_a S/a)}{\partial a} = - \frac{U^2}{2} \frac{\epsilon_a S}{a^2}.$$

Знак минус определяет, что между пластинами действуют силы притяжения.

**Электрическая прочность диэлектрика** характеризуется *пробивной напряженностью* или *пробивным градиентом потенциала* (в киловольт-тах на сантиметр или на миллиметр).

Для *газообразного диэлектрика* имеет место *электрический пробой*. При повышении напряжения между электродами, когда градиенты потенциала превысят пробивные, происходит электрический разряд, который развивается лавиной по путям, называемым *стримерами*. Если мощность источника энергии достаточно велика, разряд переходит в электрическую дугу. Если разряд прекращается, то газ деионизируется и прочность диэлектрика восстанавливается.

Для *твердого диэлектрика* при длительном приложении напряжения, превышающего пробивное, происходят разогрев диэлектрика токами проводимости и прогрессирующее уменьшение электрической прочности, которое заканчивается пробоем, и прочность диэлектрика после пробоа не восстанавливается.

*Импульсная прочность* диэлектрика (при кратковременном приложении напряжения) в несколько раз выше прочности при длительном воздействии напряжения.

Пробой *жидких диэлектриков* может быть связан с частичным вскипанием и перегревом жидкости в местах скопления примесей; поэтому жидкие диэлектрики, например трансформаторное масло, должны тщательно очищаться и высушиваться.

Если металлическая часть устройства (электрод) имеет выступающие углы, острия и другие неровности, то напряженность поля в диэлектрике у этих выступов будет выше, чем в других местах, и может превзойти пробивной градиент. При газообразном диэлектрике у этих выступов возникает *корона* — ионизация газов, сопровождающаяся характерным свечением и потрескиванием.

## П1-2. Магнитное поле. Определения и основные понятия

В природе существует единое электромагнитное поле. Говоря о магнитном поле, мы исключаем из рассмотрения существующее электрическое поле, которое всегда имеется, хотя и может быть очень слабым. Магнитное поле определим как одну из двух сторон электромагнитного поля, характеризующуюся воздействием на движущиеся заряженные частицы, магниты, проводники с током и другими явлениями. Рассмотрим магнитное поле постоянного магнита. Северным называется магнитный полюс, который обращается к северному земному полюсу. Графически магнитное поле изображается линиями действия магнитных сил, представление о которых дает распределение стальных опилок вдоль линий определенной конфигурации на листе картона, положенном на магнит.

*Магнитный поток*, или *поток вектора магнитной индукции*,  $\Phi$  через данную поверхность  $s$  определяется числом линий, пронизывающих эту поверхность (рис. П1-7). В системе СИ магнитный поток выражается в веберах (Вб);  $1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot \text{с}$ . В системе СГСМ<sub>0</sub>, которой пользовались раньше, магнитный поток выражается в максвеллах (Мкс), при этом  $1 \text{ Вб} = 10^8 \text{ Мкс}$ .

*Магнитная индукция*  $B$  — интенсивность магнитного поля в данной точке пространства, характеризующая магнитное поле и определяющая силу, действующую на движущуюся заряженную частицу. Магнитную индукцию можно также определить как отношение элементарного магнитного потока  $d\Phi$ , пронизывающего в перпендикулярном направлении элементарную площадку  $ds$ , к размеру этой площадки:

$$B = d\Phi/ds. \quad (\text{П1-17})$$

Магнитная индукция является *векторной величиной*, векторы направлены по касательным к линиям поля (рис. П1-7). Значение магнитной индукции в некотором масштабе равно числу линий магнитного поля, приходящихся на единицу площади перпендикулярной им поверхности.

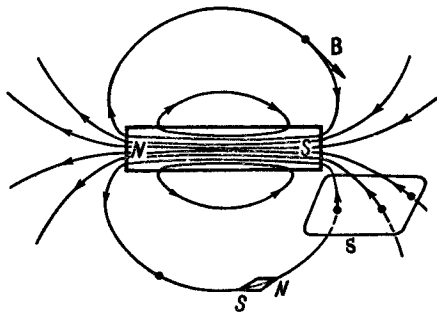


Рис. П1-7. Замкнутые линии магнитного поля постоянного магнита

В системе СИ магнитная индукция выражается в теслах (Тл);  $1 \text{ Тл} = 1 \text{ В} \cdot \text{с}/\text{м}^2$ . В системе СГС $\mu_0$  магнитная индукция выражается в гауссах (Гс);  $1 \text{ Гс} = 1 \text{ Мкс}/\text{см}^2$ . При этом  $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$ .

Магнитный поток через поверхность  $s$  складывается из элементарных потоков через элементы  $ds$  поверхности, каждый из которых равен скалярному произведению векторов  $\mathbf{B}ds$  (вектор  $ds$  совпадает с нормалью к элементу поверхности):

$$\Phi = \int_s \mathbf{B}ds \quad (\text{П1-18})$$

Если магнитные линии распределены равномерно по всей поверхности  $s$ , элементы которой перпендикулярны линиям вектора магнитной индукции, получим

$$\Phi = Bs.$$

В природе нет однополярных магнитов, так как при последовательном разделении любого магнита на любое число малых магнитов всегда будем получать дипольные магниты. Поэтому следует считать, что линии вектора магнитной индукции, идущие во внешнем пространстве от северного к южному полюсу, проходят внутри магнита от южного к северному полюсу, не прерываясь и не имея начал и концов (поле без источников) — рис. П1-7. Следовательно, в любую замкнутую поверхность входит столько же линий, сколько из нее выходит. Математически принцип непрерывности линий вектора магнитной индукции выражается так:

$$\oint \mathbf{B}ds = 0.$$

Закон электромагнитной индукции и закон полного тока являются двумя основными законами, на которых основывается теория всех электромагнитных явлений, используемых в электротехнике, радиотехнике и других областях.

Закон электромагнитной индукции был открыт экспериментально М. Фарадеем (1831 г.). Результаты опытов Фарадея были математически обработаны Д. К. Максвеллом в «Трактате об электричестве и магнетизме» (1873 г.). Теория электромагнитного поля была экспериментально подтверждена работами Г. Р. Герца (1886–1889 гг.), П. Н. Лебедева (1895 г.) и изобретением радио А. С. Поповым (1895 г.).

Рассмотрим опыт, когда петля из провода, концы которой присоединены к баллистическому гальванометру  $G$ , из положения 1 в поле вводится в магнитное поле — положение 2; в этом положении поверхность, ограниченную петлей, пронизывают две линии (рис. П1-8). Заметим, что подвижная система гальванометра повернется на некоторый угол. Это отклонение будет пропорционально электрическому заряду  $\Delta Q$ , прошедшему в цепи за время перемещения петли. Условимся считать положительным направление нормали к поверхности петли, совпадающее с направлением магнитных линий и соответствующее вращению правого винта, движущегося поступательно в положительном направлении нормали. Тогда направление тока в петле будет противоположным положительному направлению обхода, т. е. отрицательным — против вращения винта.



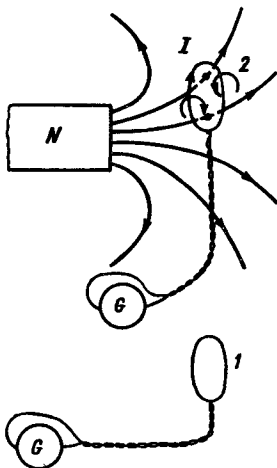


Рис. П1-8. Схема опыта по демонстрации явления электромагнитной индукции

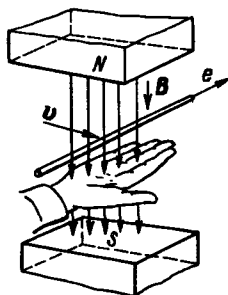


Рис. П1-9. Правило определения направления ЭДС, индуцированной в проводнике при пересечении магнитных линий

Из опытов М. Фарадея следует также, что электрический заряд  $\Delta Q$ , прошедший в цепи, равен изменению потока  $\Delta\Phi$  (для рис. П1-8  $\Delta\Phi = 2$ ), пронизывающего петлю, деленному на сопротивление  $r$  петли и гальванометра:  $\Delta Q = -\Delta\Phi/r$ . В дифференциальной форме  $dQ = I dt$ , где  $I$  – ток цепи;  $Ir = e$  – ЭДС, индуцированная в цепи. Следовательно, ЭДС (в вольтах)

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (\text{П1-19})$$

где  $d\Phi$  – элементарное изменение магнитного потока, Вб.

Для изменения магнитного потока  $d\Phi$  в максвеллах получим

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^8. \quad (\text{П1-20})$$

Это – выражение закона электромагнитной индукции в формулировке Максвелла (вторая формулировка): ЭДС, индуцируемая в цепи при изменении магнитного потока, проходящего через поверхность, ограниченную контуром цепи, равна скорости изменения магнитного потока, взятой с отрицательным знаком.

Если проводники цепи при своем движении пересекают магнитные линии, то алгебраическая сумма пересеченных линий  $\Delta N$  равна приращению магнитного потока  $\Delta\Phi$ , проходящего через контур цепи. Отсюда следует выражение для ЭДС (в вольтах), индуцированной в цепи

при пересечении ее проводниками линий вектора магнитной индукции:

$$e = -\frac{dN}{dt} \quad (\text{П1-21}) \quad \text{или} \quad e = -\frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}, \quad (\text{П1-22})$$

если  $N$  — число линий, соответствующее магнитному потоку в максвеллах.

Это — выражение закона электромагнитной индукции в формулировке Фарадея (первая формулировка): ЭДС, индуцируемая при пересечении линиями вектора магнитной индукции проводников цепи, равна скорости пересечения линиями проводников, взятой с отрицательным знаком.

Обе формулировки равноценны, применение той или иной определяется соображениями большего удобства.

**Потокоцепление** (или полный магнитный поток)  $\Psi$  определяется интегралом вектора магнитной индукции по поверхности всех контуров цепи и является суммой магнитных потоков, сцепленных с проводниками электрической цепи. Если цепь можно считать составленной из  $n$  контуров, то потокоцепление будет равно алгебраической сумме потоков, связанных с отдельными контурами:

$$\Psi = \sum_{k=1}^n \Phi_k. \quad (\text{П1-23})$$

При этом положительными следует считать потоки, направление линий которых совпадает с направлением поступательного движения правого винта, вращающегося в направлении обхода контуров от одного зажима цепи до другого, а отрицательными — противоположного направления.

Для катушки с  $w$  витками, каждый из которых связан с магнитным потоком  $\Phi$ , ЭДС равна скорости изменения потокоцепления:

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = -w \frac{d\Phi}{dt}.$$

Если проводник длиной  $l$ , расположенный перпендикулярно к магнитным линиям, движется со скоростью  $v$  под углом  $\alpha \neq \pi/2$  по отношению к линиям магнитного поля с индукцией  $B$ , то ЭДС  $e$  (в вольтах) определится как

$$e = Blv \sin \alpha,$$

где  $B$  — в теслах;  $l$  — в метрах;  $v$  — в метрах в секунду.

Направления ЭДС, индуцированной в проводнике при пересечении магнитных линий, определяется по известному правилу правой руки, которое формулируется на основании приведенных выражений.

Если расположить ладонь правой руки перпендикулярно магнитным линиям так, чтобы линии входили в ладонь, а большой палец, вытянутый в сторону, направить по движению проводника, то вытянутые пальцы ладони будут указывать направление индуцированной ЭДС (рис. П1-9).

На основании рассуждений, приведенных при выводе выражения (П1-19), Э. Х. Ленц сформулировал закон электромагнитной инерции

(1833 г.): при изменении магнитного потока, связанного с цепью, в цепи индуцируется ЭДС такого направления, что вызываемый ею ток стремится воспрепятствовать изменению потока.

**Закон полного тока** определяет взаимную обусловленность протекания тока и возникновения магнитного поля. Будем считать закон полученным из опыта.

На основании опыта установлено, что при обтекании током  $i$  катушки с числом витков  $w$  (рис. П1-10) можно написать выражение

$$\oint_{\mu_a} \mathbf{B} d\mathbf{l} = iw \quad \text{или} \quad \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = iw, \quad (\text{П1-24})$$

где  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции;  $d\mathbf{l}$  — вектор элемента контура  $abca$ ;  $\mu_a$  — абсолютная магнитная проницаемость, характеризующая магнитные свойства вещества (в общем случае  $\mu_a$  может принимать различные значения в разных точках пути  $abca$ );  $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_a$  — вектор напряженности магнитного поля.

Направление вектора  $\mathbf{H}$  в однородной и изотропной среде совпадает с направлением вектора  $\mathbf{B}$ .

Контур  $abca$  охватывает ток  $i$  не один, а  $w$  раз;  $iw$  является *полным током*, который охватывается контуром. В общем случае полный ток  $\sum_{k=1}^n i_k$  может складываться из токов *проводимости, переноса* и *смещения*; последние возникают при изменениях электрического поля.

Закон полного тока выражается формулой

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_{k=1}^n i_k. \quad (\text{П1-25})$$

*Линейный интеграл вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равен полному току, охватываемому этим контуром.*

При использовании этого выражения *следует считать положительными токи, направление которых совпадает с направлением вращения правого винта, движущегося поступательно вдоль линии обхода, а отрицательными — токи противоположного направления. Соответственно и направление магнитных линий определяется также по правилу правого винта, т. е. принимается совпадающим с направлением вращения правого винта, движущегося поступательно в направлении протекания тока.*

Единица напряженности в системе СИ определяется из выражения (П1-25):  $[\mathbf{H}] = [i/l] = \text{А/м}$ ; применяется и единица  $\text{А/см}$ . Единица магнитной проницаемости находится из выражения (П1-24):

$$[\mu_a] = \left[ \frac{B}{H} \right] = \left[ \frac{B \cdot \text{с} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{А}} \right] = \left[ \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{м}} \right] = \text{Гн/м}, \quad (\text{П1-26})$$

где  $\text{Ом} \cdot \text{с}$  есть генри (Гн). В системе СГС  $\mu_0$  напряженность магнитного поля выражается в эрстедах (Э):

$$1 \text{ Э} = \frac{1}{0,4\pi} \frac{\text{А}}{\text{см}} \approx 0,8 \text{ А/см}.$$

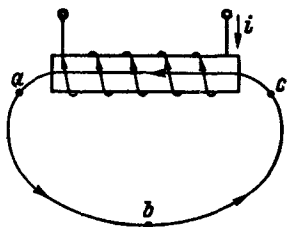


Рис. П1-10. Замкнутый контур, связанный с электрической цепью

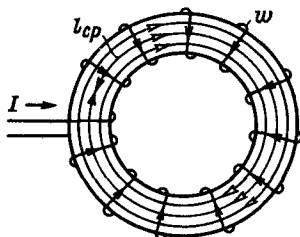


Рис. П1-11. Магнитная цепь кольцевой катушки индуктивности

Магнитная проницаемость пустоты  $\mu_0$  называется *магнитной постоянной* и является одной из важнейших физических констант. В системе СИ магнитная постоянная равна

$$\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м} = 0,4\pi \cdot 10^{-8} \text{ Гн/см.}$$

*Безразмерная относительная магнитная проницаемость*  $\mu$  равна магнитной проницаемости в электромагнитной системе и определяется как

$$\mu = \mu_a / \mu_0.$$

Левую часть выражения (П1-25) называют магнитодвижущей силой (МДС)  $F$ , а правую — полным током. МДС выражается в амперах (А).

Если выбрать направление обхода совпадающим с направлением линий вектора поля, то из выражения (П1-25) следует, что  $dF = H dl$  и напряженность магнитного поля

$$H = dF/dl. \quad (\text{П1-27})$$

*Напряженность магнитного поля численно равна МДС, рассчитанной на единицу длины магнитной линии.* МДС между точками  $a$  и  $b$  поля (рис. П1-10), например, будет равна

$$F_{ab} = \int_a^b H dl. \quad (\text{П1-28})$$

Это определение подобно определению ЭДС между точками электрического поля, но между магнитным и электрическим полями существует принципиальная разница и МДС можно находить только для определенных условий, например между точками разомкнутого контура или для однократно замкнутого контура обхода.

Закон полного тока устанавливает не только качественную связь между возникновением магнитного поля и протеканием тока, но и является основой методов расчета магнитных цепей.

Магнитное поле изображается графически при помощи линий вектора магнитной индукции или линий вектора напряженности магнит-

ного поля. В отличие от линий вектора магнитной индукции последние могут частично прерываться на границах веществ с разными магнитными проницаемостями. В однородной изотропной среде конфигурации линий векторов магнитной индукции и напряженности магнитного поля одинаковы.

Рассмотрим применение закона полного тока к расчету простейшей магнитной цепи — кольцевой катушки индуктивности (тороида) с равномерно распределенной обмоткой, обтекаемой током  $I$  (рис. П1-11). При протекании тока по обмотке внутри тороида образуются круговые магнитные линии, направление которых определяется по правилу правого винта. Если тороид достаточно тонкий в радиальном направлении, то длины всех линий мало отличаются от средней длины  $l_{cp}$ . Пусть обмотка имеет  $w$  витков, площадь поперечного сечения тороида  $s$ , магнитная проницаемость вещества тороида  $\mu_a$ .

Определим поток  $\Phi$  магнитной цепи, замыкающийся внутри тороида.

Магнитные линии связаны с током столько раз, сколько витков имеет обмотка; поэтому по закону полного тока  $\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = Iw$ .

Вследствие симметрии каждого элемента круговой магнитной линии относительно обмотки можно считать, что напряженность магнитного поля одинакова во всех точках круговой магнитной линии длиной  $l_{cp}$ ; отсюда  $Hl_{cp} = Iw$  и  $H = Iw/l_{cp}$ .

Магнитный поток при достаточно равномерном распределении магнитной индукции по сечению

$$\Phi = Bs = \mu_a Hs = \frac{Iw}{l_{cp}/(\mu_a s)}.$$

Произведение  $Iw$  равно МДС  $F$  обмотки. Выражение в знаменателе подобно выражению для электрического сопротивления провода длиной  $l_{cp}$  и площадью поперечного сечения  $s$ . Аналогом удельной проводимости является магнитная проницаемость  $\mu_a$ . Выражение в знаменателе определим как *магнитное сопротивление*  $R_m$ .

Следовательно, магнитный поток  $\Phi$  в веберах равен частному от деления МДС  $F$  в амперах на магнитное сопротивление  $R_m$  в генри в минус первой степени ( $\text{Гн}^{-1}$ ):

$$\Phi = F/R_m. \quad (\text{П1-29})$$

Полученное выражение *закона магнитной цепи* подобно выражению закона Ома.

Выражение (П1-29) справедливо при неизменной магнитной проницаемости  $\mu$  магнитной цепи. Если магнитная цепь имеет  $n$  различных последовательных участков, то магнитное сопротивление  $R_m$  складывается из сопротивлений отдельных участков с различными  $\mu$ :

$$R_m = \sum_{k=1}^n \frac{l_k}{\mu_{ak} s_k}.$$

Заметим, что аналогия выражения (П1-29) с формулой закона Ома

является формальной, так как понятие о магнитном потоке неэквивалентно понятию об электрическом токе.

Широкому применению выражения (П1-29) для расчета магнитных цепей препятствует ряд соображений. Магнитная проницаемость ферромагнитных материалов зависит от магнитной индукции. Если при  $\mu_a = \text{const}$  вебер-амперная характеристика  $\Phi = f(I)$  линейная, то при изменяющейся магнитной проницаемости эта характеристика будет нелинейной и для ее расчета нельзя применять аналог закона Ома. В электрических цепях ток протекает по проводам и мы пренебрегаем ничтожно малыми токами проводимости, протекающими в окружающей среде. Для магнитной цепи следует считаться с магнитными потоками, проходящими в окружающей среде, так как магнитные сопротивления для потоков в окружающей среде соизмеримы даже с магнитными сопротивлениями магнитопровода из ферромагнитного вещества. Поэтому формула (П1-29) применяется обычно в ограниченном числе случаев: при определении магнитного потока при заданной МДС на участке магнитной цепи, при графическом построении линий поля, определении магнитного потока между плоскими параллельными поверхностями и т. п.

Чаще используется практический метод расчета, который рассмотрен в § 6-1.

### П1-3. Магнитные характеристики веществ

Протекание тока по обмотке тороида (рис. П1-11), выполненного из магнитного материала, обуславливает намагничивание тороида. Для начала можно использовать грубую модель процесса намагничивания. В соответствии с этой моделью будем считать магнитный материал составленным из элементарных соленоидов, которые под действием магнитного поля могут ориентироваться в направлении намагничивания. Предположим для наглядности, что в сечениях этого сердечника имеется шесть таких соленоидов, обтекаемых токами  $I'$  (рис. П1-12, а). Сердечник в этом случае можно заменить металлической гильзой, обтекаемой током  $I'$  (рис. П1-12, б), так как действие токов смежных граней взаимно уничтожается.

*Намагниченность*  $M$  является вектором и определяется отношением суммы произведений векторов элементарных площадок, составляющих данную поверхность и ориентированных перпендикулярно к нормальям, на элементарные токи через эти площадки к сумме элементарных объемов между рассматриваемой поверхностью и удаленной от нее на элемент нормали. В данном случае намагниченность определяется просто значением тока, отнесенного к единице длины  $l$  сердечника:  $M = I'/l$ . Вектор  $M$  ориентирован перпендикулярно к плоскости контуров, в которых протекает ток  $I'$ , и направлен в сторону поступательного движения правого винта, вращающегося в направлении протекания токов. Намагниченность выражается в амперах на метр или на сантиметр.

В соответствии с этим эквивалентный ток  $I'$  определится как

$$I' = \int M dl$$

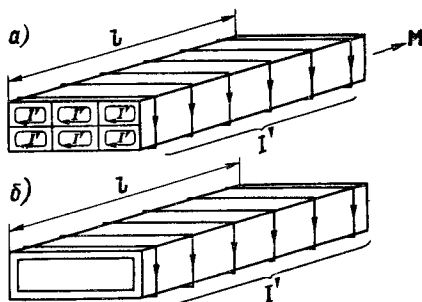


Рис. П1-12. Сердечник из магнитного материала: а — разрез упрощенной модели сердечника; б — эквивалентная обкладка, обтекаемая током

Введя понятие о намагниченности, можно написать выражение закона полного тока для контура  $abca$  (см. рис. П1-10), считая, что контур на всем пути проведен как бы по воздуху, магнитная проницаемость которого достаточно точно равна  $\mu_0$ :

$$\oint \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} dl = Iw + I' = Iw + \oint \mathbf{M} dl \quad \text{или} \quad \oint \left( \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) dl = Iw. \quad (\text{П1-30})$$

Выражение в скобках является напряженностью поля, отсюда

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}).$$

Намагниченность в некоторых пределах можно считать пропорциональной напряженности поля:  $M = \chi H$ , тогда получим

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H}. \quad (\text{П1-31})$$

Коэффициент  $\chi$ , характеризующий способность веществ намагничиваться, называется *магнитной восприимчивостью*. Различают вещества: *диамагнитные* ( $\chi < 0$  и  $\mu < \mu_0$ ), *парамагнитные* ( $\chi > 0$  и  $\mu > \mu_0$ ). Ферромагнитными являются металлы: железо, никель, кобальт, их сплавы, а также пластические и другие композиции с включением порошков ферромагнитных металлов (ферриты). Остальные вещества являются парамагнитными или диамагнитными.

При возникновении магнитного поля электроны на орбитах ускоряются или замедляются в зависимости от ориентировки атомов, что эквивалентно возникновению добавочных внутриатомных токов, ослабляющих поле. Поэтому некоторые вещества являются диамагнитными. Наиболее сильно выражены диамагнитные свойства у висмута ( $\mu_a = 0,99983\mu_0$ ). Наряду с ослаблением поля под действием добавочных внутриатомных токов возникает эффект ориентировки атомов по магнитному полю. Если этот эффект преобладает, вещество является парамагнитным.

Ферромагнитные материалы в отличие от парамагнитных имеют значительные относительные магнитные проницаемости. Это свойство

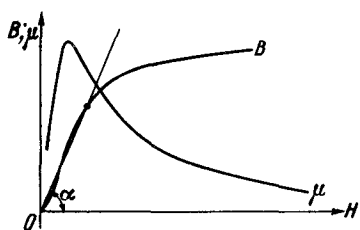


Рис. П1-13. Основная кривая намагничивания и кривая магнитной проницаемости

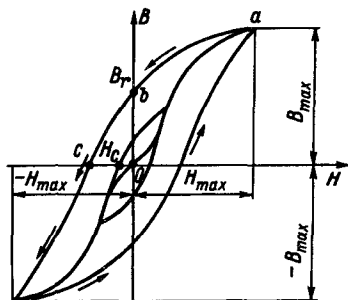


Рис. П1-14. Гистерезисная петля при перемагничивании ферромагнитного материала

проводить значительные магнитные потоки при относительно малой МДС определяет универсальное применение ферромагнитных материалов для выполнения магнитопроводов.

Для объяснения явления ферромагнетизма вначале были выдвинуты гипотезы Ампера, а затем Вебера, согласно которым в ферромагнитном веществе имеются элементарные соленоиды (элементарные магниты), обтекаемые током.

По современным воззрениям, в ферромагнитных веществах имеются области самопроизвольного намагничивания в определенных направлениях. Внутри этих областей, состоящих из элементарных ориентированных контуров, магнитное поле очень сильное ( $H$  — до  $10^8$  А/м). В ненамагниченном состоянии области расположены беспорядочно, под действием внешнего поля происходит перестройка этих областей в направлении намагничивания. При температурах выше некоторой определенной  $t_k$ , называемой точкой Кюри (для железа  $t_k = 770^\circ\text{C}$ ), эти области разрушаются и не могут дальше существовать — ферромагнитное вещество становится парамагнитным.

С перестройкой областей самопроизвольного намагничивания связано явление *магнитострикции* (изменение размеров) при намагничивании. Этим явлением частично вызвано гудение включенных трансформаторов; магнитострикция используется для получения ультразвуковых колебаний.

*Кривые намагничивания* — зависимости магнитной индукции  $B$  от напряженности магнитного поля  $H$  — являются важнейшими характеристиками ферромагнитных металлов. На рис. П1-13 приведена основная кривая намагничивания  $B = f(H)$  для стали, которая получается при постепенном намагничивании в одном направлении ненамагниченного металла; там же показана кривая изменения магнитной проницаемости. Значения магнитной проницаемости пропорциональны тангенсам углов  $\alpha$ , образованных секущими, проведенными из начала координат в точки кривой, и осью абсцисс. Магнитная проницаемость на начальном, коротком, участке практически неизменна, затем увели-



чивается, достигает наибольшего значения и после этого уменьшается. Значения относительной магнитной проницаемости, по существу, определяют эффективность применения стали для магнитопровода.

Наибольшие магнитные индукции для железа и его сплавов, получаемые при практических целесообразных напряженностях магнитного поля, составляют 1,5–1,9 Тл, а наибольшие относительные магнитные проницаемости  $\mu$  — несколько тысяч и более.

Если, начиная с точки *a* на основной кривой (рис. П1-14), где напряженность поля  $H_a = H_{\max}$ , уменьшать напряженность поля до значения  $-H_a$ , а затем увеличивать до прежнего значения  $H_a$ , то после десяти–пятнадцати перемагничиваний получим *замкнутые гистерезисные петли*. Вершины этих петель лежат практически на основной кривой. Перемагничивание сердечника осуществляется путем изменения значения тока и переключения намагничивающей обмотки.

При уменьшении напряженности магнитного поля до нуля (точка *b*) имеет место магнитная индукция  $B_r$ , которая называется *остаточной магнитной индукцией*. Только при намагничивании в другом направлении, когда напряженность магнитного поля равна  $-H_c$ , магнитная индукция становится равной нулю (точка *c*). Эта напряженность магнитного поля называется *коэрцитивной* или *задерживающей силой*, а явление отставания намагничивания от изменений напряженности магнитного поля — *гистерезисом*.

Впервые зависимость магнитной восприимчивости от напряженности магнитного поля была исследована проф. А. Г. Столетовым (1871 г.).

Ферромагнитные металлы и сплавы с узкой петлей гистерезиса называются магнитомягкими и применяются там, где требуется иметь малые потери при перемагничивании — в магнитопроводах с переменным магнитным потоком. Металлы с широкой петлей гистерезиса называются магнитотвердыми и применяются там, где требуется иметь большие значения  $B_r$  и  $H_c$ , например для изготовления постоянных магнитов (углеродистая сталь и специальные сплавы).

Большую магнитную проницаемость в слабых магнитных полях имеет пермаллой — сплав железа с никелем и добавкой других металлов.

При перемагничивании металлов имеют место потери энергии — нагрев. Потери энергии складываются из потерь на вихревые токи, индуктированные в металле, и на гистерезис, что обусловлено отставанием намагничивания от изменений напряженности магнитного поля (см. гл. 7). Потери на вихревые токи будут тем меньше, чем больше удельное сопротивление металла и меньше толщина магнитопровода или листов стали магнитопровода. Поэтому обычная электротехническая сталь, применяемая для магнитопроводов с переменным магнитным потоком, должна быть магнитомягкой и обладать достаточно большим удельным сопротивлением. Сталь обычно изготавливается в виде листов толщиной 0,2–0,5 мм с присадкой кремния до 4,8% для увеличения удельного сопротивления. Из этих листов штампуются пластины требуемой конфигурации, из изолированных друг от друга пластин составляется магнитопровод.

Цифры в обозначениях марок электротехнической стали определяют содержание кремния, удельные потери энергии и другие показатели.

Магнитопроводы для неизменных магнитных потоков выполняются из литого чугуна, литой стали или из толстых штампованных листов стали.

#### П1-4. Индуктивность

При размыкании цепи катушки, обтекаемой током  $I$ , между расходящимися контактами рубильника возникает электрическая дуга, которая может существовать в течение секунд. Это объясняется тем, что при уменьшении магнитного потока, обусловленного током  $I$ , в цепи индуктируется ЭДС  $e_L$ , стремящаяся поддержать неизменным магнитный поток и ток  $I$ . При включении катушки индуктируется ЭДС  $e_L$ , направленная навстречу приложенному напряжению.

ЭДС, индуктированные при изменении собственного магнитного потока, называются ЭДС *самоиндукции*, а явление индуктирования ЭДС — *самоиндукцией*.

Если неизменны магнитные проницаемости веществ, где существует магнитное поле, то полный магнитный поток катушки с  $w$  витками, например, будет пропорционален МДС цепи  $F = Iw$ , а следовательно, и току:

$$\Psi = LI, \quad (\text{П1-32})$$

откуда

$$L = \Psi/I. \quad (\text{П1-33})$$

Величина  $L$  называется *собственной индуктивностью* или просто *индуктивностью*. Размерность индуктивности  $[L] = [\Psi/I] = [\text{Вб}/\text{А}] = [\text{Ом} \cdot \text{с}] = [\text{Гн}]$ . Единица  $[\text{Ом} \cdot \text{с}]$  называется *генри*. Индуктивностью, равной 1 Гн, обладает цепь, у которой  $\Psi = \text{с Вб}$  при токе  $I = \text{с А}$ .

Индуктивность часто выражают в производных единицах — миллигенри (мГн).

ЭДС самоиндукции определяется по закону электромагнитной индукции:

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt}. \quad (\text{П1-34})$$

ЭДС самоиндукции может индуктироваться как при изменении тока, так и при изменении индуктивности цепи, например, при удалении из катушки, обтекаемой током, или введении внутрь ее стального сердечника.

Для неизменной индуктивности получим

$$e_L = -L \frac{dI}{dt}. \quad (\text{П1-35})$$

Равенство (П1-35) отчетливо выражает закон электромагнитной инерции в частном случае. Если, например,  $dI/dt > 0$ , то  $e_L < 0$ , т. е. ЭДС действует навстречу приложенному напряжению.

Из выражения (П1-35) индуктивность можно определить и по-другому:

$$L = \left| \frac{e_L}{dI/dt} \right|. \quad (\text{П1-36})$$

Для катушки без магнитного сердечника, имеющей число витков  $w$ , длину средней линии магнитного поля  $l_{\text{ср}}$  (в метрах) и площадь поперечного сечения  $s$  (в квадратных метрах) (рис. П1-11), средняя напряженность магнитного поля (в амперах на метр)  $H_{\text{ср}} = F/l_{\text{ср}} = Iw/l_{\text{ср}}$ , и тогда индуктивность (в генри) при  $\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6}$  Гн/м определится как

$$L = \frac{w\Phi}{I} = \frac{w\mu_0 H_{\text{ср}} s}{I} = \mu_0 \frac{wIws}{Il_{\text{ср}}} = 0,4\pi \frac{w^2 s}{l_{\text{ср}}} \cdot 10^{-6}. \quad (\text{П1-37})$$

Для магнитной проницаемости  $\mu_r = \mu/\mu_0$  получим

$$L = 0,4\pi \frac{\mu_r w^2 s}{l_{\text{ср}}} \cdot 10^{-6},$$

где  $L$  — в генри.

Магнитная индукция на расстоянии  $x$  от центра провода, по которому протекает ток  $I$ , на основании закона полного тока определится так

$$B = \mu_0 \frac{F}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}.$$

Индуктивность петли из параллельных проводов радиусом  $R$  и длиной  $l$ , расстояние между которыми  $a$ , определится отношением магнитного потока  $\Phi = 2 \int_R^a B l dx$  двух проводов к току:

$$L = \frac{2 \int_R^a B l dx}{I} = \frac{2 \int_R^a \frac{\mu_0}{2\pi} Il \frac{dx}{x}}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} l \ln \frac{a}{R}. \quad (\text{П1-38})$$

### П1-5. Взаимная индуктивность

Электрические цепи, например катушки, расположенные на некотором расстоянии друг от друга, магнитно связаны друг с другом (рис. П1-15). Если изменять их взаимное расположение или ток в катушке 1, например, то будет изменяться магнитный поток, связанный с витками катушки 2, и в ней будет индуцироваться ЭДС.

*Явление индуктирования ЭДС в электрической цепи при изменении тока в другой цепи или их геометрических параметров (взаимное расположение, размеры и формы цепей) называется взаимной индукцией, а индуктируемая ЭДС называется ЭДС взаимной индукции.*

Полный магнитный поток  $\Psi_{21}$ , связанный с витками катушки 2 и обусловленный током  $I_1$  катушки 1, при неизменной магнитной проницаемости среды пропорционален МДС и току  $I_1$ :

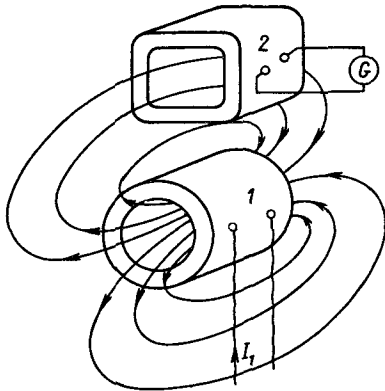


Рис. П1-15. Магнитная связь между двумя электрическими цепями

$$\Psi_{21} = M_{21}I_1; \quad (\text{П1-39})$$

$$M_{21} = \Psi_{21}/I_1. \quad (\text{П1-40})$$

Величина  $M_{21}$  называется *взаимной индуктивностью*.

Аналогично при протекании тока  $I_2$  во второй цепи получим

$$M_{12} = \Psi_{12}/I_2. \quad (\text{П1-41})$$

Взаимная индуктивность, так же как и собственная, выражается в генри (Гн). Можно показать, что взаимные индуктивности  $M_{21}$  и  $M_{12}$  одинаковы:

$$M_{21} = M_{12} = M. \quad (\text{П1-42})$$

Из выражений (П1-39) и (П1-41) определяются ЭДС взаимоиндукции:

$$e_{2M} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -M\frac{dI_1}{dt} - I_1\frac{dM}{dt}; \quad (\text{П1-43})$$

$$e_{1M} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -M\frac{dI_2}{dt} - I_2\frac{dM}{dt}. \quad (\text{П1-44})$$

Для неизменной взаимной индуктивности между цепями получим более простые выражения ЭДС:

$$e_{2M} = -M\frac{dI_1}{dt}; \quad (\text{П1-43a})$$

$$e_{1M} = -M\frac{dI_2}{dt}. \quad (\text{П1-44a})$$

Из этих выражений можно по-другому определить взаимную индуктивность, например:

$$M = \left| \frac{e_{2M}}{dI_1/dt} \right|. \quad (\text{П1-45})$$

Взаимная индуктивность зависит от свойств материалов магнитных цепей, геометрических параметров электрических цепей, а также от их взаимного расположения.

Магнитная связь между цепями характеризуется *коэффициентом связи* между цепями:

$$k = M/\sqrt{L_1L_2}. \quad (\text{П1-46})$$

При полной магнитной связи  $k = 1$  и

$$M^2 = L_1L_2. \quad (\text{П1-47})$$

## П1-6. Электромагнитное поле и волны

Электрическое и магнитное поля являются двумя сторонами единого электромагнитного поля. Наличие магнитного поля свидетельствует о том, что существуют токи, создающие это поле, а протекание токов обуславливает появление магнитного поля. Эти представления были связаны вначале с электрическими цепями, по которым протекает ток. Д. К. Максвелл распространил эти представления на пространство, которое окружает цепи. В диэлектрике или пустоте при изменениях магнитного поля индуктируются ЭДС и возникает электрическое поле, а при изменениях электрического поля протекают токи смещения, обуславливающие возникновение магнитного поля. В этом смысле следует понимать основные законы электромагнетизма — закон электромагнитной индукции и закон полного тока. Эти представления были экспериментально подтверждены работами Г. Герца, П. Н. Лебедева и А. С. Попова.

На основании законов электромагнитного поля рассматриваются некоторые электромагнитные процессы при использовании выражений этих законов в виде, пригодном для составления дифференциальных уравнений.

Постулат Максвелла является утверждением, что поток вектора электрического смещения  $\Psi_D$  через любую замкнутую поверхность равен сумме зарядов внутри поверхности.

Для того чтобы записать этот постулат в дифференциальной форме, рассмотрим элементарный параллелепипед в электрическом поле (рис. П1-16). Определяя поток вектора смещения, получим выражение

$$\left( \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \right) dx dy dz = dQ = \rho dv,$$

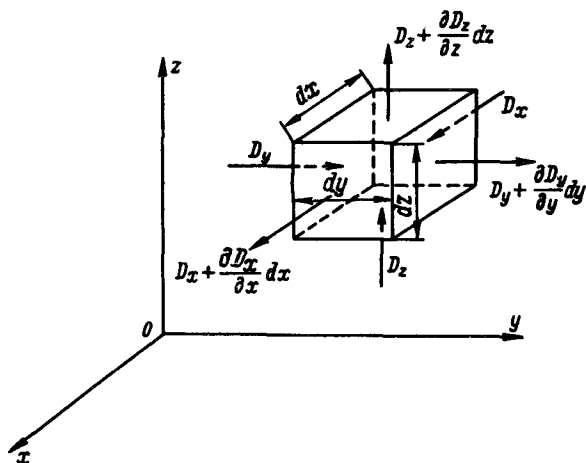


Рис. П1-16. К определению расхождения вектора

где  $\partial D_x/\partial x$ ,  $\partial D_y/\partial y$ ,  $\partial D_z/\partial z$  – частные производные составляющих вектора  $\mathbf{D}$  по координатам  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Учитывая, что  $dQ = \rho dv = \rho dx dy dz$ , где  $dv$  – элемент объема и  $\rho$  – объемная плотность зарядов в единице объема, получим

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho.$$

Выражение в левой части является скалярной величиной, получающейся при операции над вектором  $\mathbf{D}$ , называемой *расхождением* или *дивергенцией* – сокращенно  $\text{div } \mathbf{D}$ . Поэтому в векторной форме

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho. \quad (\text{П1-48})$$

Для однородной и изотропной среды с неизменной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_a$  получим

$$\text{div } \mathbf{E} = \rho/\epsilon_a. \quad (\text{П1-49})$$

Это выражение теоремы Гаусса в дифференциальной форме. В пространстве, где отсутствуют электрические заряды,  $\text{div } \mathbf{D} = 0$ , но в нем может существовать электрическое поле.

**Электрический ток**, проходящий через некоторую поверхность, складывается в общем случае из тока проводимости, тока переноса и тока смещения. В векторной форме ток  $I$  определяется интегралом скалярных произведений суммы векторов плотностей  $\mathbf{J}$  тока проводимости, переноса и смещения на векторы элементарных площадок поверхности  $ds$ .

Плотность тока проводимости  $\mathbf{J}_{\text{пр}}$  определяется произведением удельной проводимости  $\gamma$  на вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$ :

$$\mathbf{J}_{\text{пр}} = \gamma \mathbf{E}.$$

Вектор плотности тока переноса  $\mathbf{J}_n$  определяется произведением плотности зарядов  $\rho$  в данной среде на вектор их средней скорости  $\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{J}_n = \rho \mathbf{v}.$$

Вектор плотности тока смещения  $\mathbf{J}_{\text{см}}$  является производной вектора смещения  $\mathbf{D}$  по времени:  $\mathbf{J}_{\text{см}} = d\mathbf{D}/dt$ . Эта производная определяет не только изменение величины  $D$ , но и изменение ее ориентировки в пространстве.

Следовательно, в векторной форме

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} + \rho \mathbf{v} + d\mathbf{D}/dt. \quad (\text{П1-50})$$

**Принцип непрерывности магнитных линий и линий тока** определяет, что магнитные линии, как и линии тока, являются замкнутыми. Для линий магнитного поля это было показано в § П1-2. Линии тока проводимости, проходящие, например, по проводам цепи с конденсатором, продолжаютя как линии тока смещения в непроводящем пространстве между электродами.

Учитывая, что в этих случаях нет источников (заряд или маг-

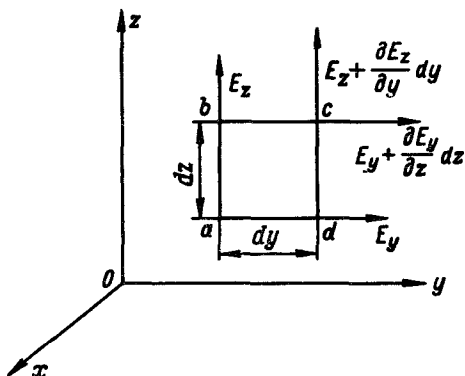


Рис. П1-17. К определению закона электромагнитной индукции

нитные массы), в соответствии с выражением (П1-48) можно написать:

для магнитного поля

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0;$$

для линий тока

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = 0.$$

(П1-51)

**Закон электромагнитной индукции** был рассмотрен в § П1-2. ЭДС  $e$ , индуцированная в контуре, замкнутом или разомкнутом, определяется как  $e = -d\Phi/dt$ .

Рассмотрим прямоугольник со сторонами  $dy$  и  $dz$ , расположенный в плоскости  $yz$  (рис. П1-17). Прямоугольник пронизывают составляющие линии вектора магнитной индукции, параллельные оси  $x$ , т. е.  $B_x$ . ЭДС вдоль сторон прямоугольника определяются произведениями напряженностей электрического поля  $E_y$  и  $E_z$  на длины сторон  $dy$  и  $dz$ .

Для принятого направления обхода контура

$$-E_z dz + \left(E_z + \frac{\partial E_z}{\partial y} dy\right) dz + E_y dy - \left(E_y + \frac{\partial E_y}{\partial z} dz\right) dy = -\frac{\partial (B_x dy dz)}{\partial t}.$$

Произведя преобразование, получим

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t}.$$

Для плоскостей  $xu$  и  $xz$  аналогично имеем

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad \text{и} \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}.$$

Левые части выражений определяют операции над вектором  $\mathbf{E}$ , в результате которых получаются частные производные по времени составляющих по координатным осям вектора магнитной индукции.

Операция определяет *вихрь*, или *ротор*, вектора  $\mathbf{E}$  и обозначается как  $\text{rot } \mathbf{E}$ .

Система уравнений записывается сокращенно:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t. \quad (\text{П1-52})$$

Это является выражением закона электромагнитной индукции в векторной форме. Поле, для которого  $\text{rot } \mathbf{E} \neq 0$ , называется *вихревым*. Этот вывод можно представить в другом виде. Для элементарной площадки  $ds$ , расположенной перпендикулярно магнитным линиям, можно написать

$$\text{rot } \mathbf{E} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{E} dl}{\Delta s} \Big| = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (\text{П1-53})$$

Закон полного тока в § П1-2 был определен как  $\oint \mathbf{H} dl = I$ . Применяя выражение (П1-53), получим

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{H} dl}{\Delta s} \Big| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{I}{\Delta s} = \mathbf{J},$$

откуда

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}. \quad (\text{П1-54})$$

На основании этого можно написать систему дифференциальных уравнений, подобную системе, полученной при выводе выражения (П1-52). Направление вектора  $\text{rot } \mathbf{H}$  совпадает с направлением вектора  $\mathbf{J}$ .

**Сводка уравнений электромагнитного поля.** Для исследования процессов в электромагнитном поле частично или полностью используются приведенные в сокращенной векторной записи уравнения, которые справедливы для однородной и изотропной среды:

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho; \quad \text{div } \mathbf{B} = 0; \quad \text{div } \mathbf{J} = 0; \quad \mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} + \rho \mathbf{v} + \frac{d\mathbf{D}}{dt};$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}; \quad \mathbf{D} = \epsilon_a \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu_a \mathbf{H}.$$

**Распространение электромагнитных волн в пространстве** рассмотрим на примере излучения волн передающей радиостанцией. Источник энергии переменного тока включен между антенной  $A$  и землей  $Z$ , поверхность которой является проводящей по сравнению с диэлектриком (рис. П1-18). Предположим, что вначале, при наибольшем положительном потенциале антенны, число линий электрического смещения с каждой стороны антенны равно трем (рис. П1-18,  $a$ ). Когда напряжение и заряд антенны уменьшатся на одну треть, число линий, идущих от антенны к земле, уменьшится до двух с каждой стороны (рис. П1-18,  $b$ ). Эти линии удаляются от антенны, двигаясь по ней к источнику энергии. Третья линия должна была бы исчезнуть, но при движении волны от антенны в пространстве справа и слева от линий, идущих к земле, увеличивается смещение и протекает ток смещения, что определяет



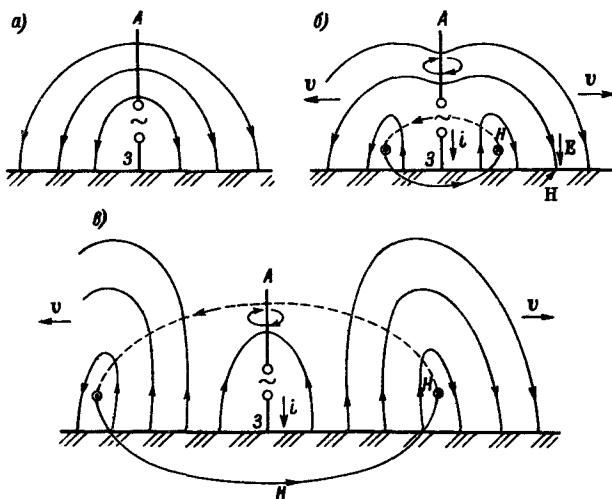


Рис П1-18. Модель процесса распространения электромагнитных волн: *a* — электрическое поле антенны в начале процесса; *b* — электромагнитное поле при уменьшении напряжения антенны на одну треть; *в* — электромагнитное поле после изменения знака напряжения антенны

возникновение магнитного поля, связанного с линиями электрического поля. На рис. П1-18, *b* показана одна линия этого магнитного поля. Третья линия электрического поля поэтому не исчезает, а сохраняется и отделяется от антенны, двигаясь от нее.

Далее, когда напряжение на антенне меняет знак, с каждой стороны антенны отделяются по три линии, которые движутся от нее; появляется и возрастающее поле, идущее от земли к антенне, линии которого будут отделяться в течение следующего полупериода.

Такая грубая модель дает некоторое представление о механизме распространения волн. В ряде случаев ограничиваются математическим описанием процесса. Обратим внимание на то, что, по крайней мере, вблизи радиостанции вектор  $\mathbf{E}$  перпендикулярен, а вектор  $\mathbf{H}$  параллелен поверхности земли (рис. П1-18, *b*).

Непрерывным условием эффективного излучения энергии антенной является наличие достаточного объема свободного пространства, в котором линии магнитного поля связаны с линиями электрического поля. Излучающая способность устройств, где этот объем мал (например, плоских конденсаторов), невелика.

На значительном расстоянии от антенны с некоторым приближением можно считать волну плоской, т. е. в пределах некоторой ограниченной площадки можно считать линии, проведенные из центра излучения, параллельными друг другу и напряженности электрического и магнитного полей зависящими только от координаты  $y$  (рис. П1-19).

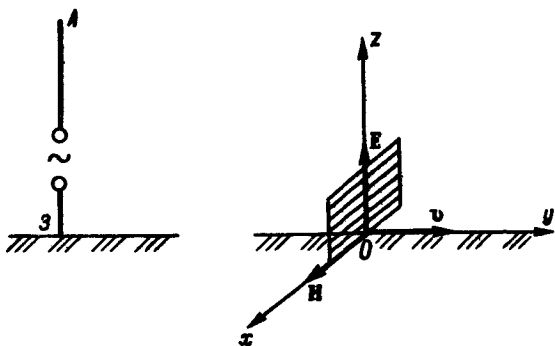


Рис. П1-19. Плоский фронт электромагнитной волны

**Скорость распространения волны и напряженности поля в волпе.** В рассматриваемом случае волна плоская, поэтому  $\partial \mathbf{H} / \partial x = \partial \mathbf{H} / \partial z = \partial \mathbf{E} / \partial x = \partial \mathbf{E} / \partial z = 0$ . Токи проводимости и переноса в пустоте отсутствуют. Если нет постоянных токов и зарядов в пространстве, то  $H_y = E_y = 0$ . Если выбрать направления координатных осей так, чтобы векторы  $\mathbf{E}$  были параллельны оси  $Oz$ , то  $E_x = 0$  и из уравнений электромагнитного поля получим

$$-\frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 = -\mu_a \frac{\partial H_z}{\partial t},$$

откуда следует, что  $H_z = \text{const} = 0$ . Следовательно,  $H_y = H_z = 0$  и  $H = H_x$ . Отсюда заключаем, что в поляризованной плоской волне, распространяющейся в однородном изотропном диэлектрике, векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  ориентированы в определенных направлениях и взаимно перпендикулярны.

С учетом всех замечаний уравнения электромагнитного поля сводятся к двум:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu_a \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad \text{и} \quad -\frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon_a \frac{\partial E_z}{\partial t}.$$

Из этих выражений получим волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}. \quad (\text{П1-55})$$

Из дальнейшего следует, что скорость распространения волны  $v = 1/\sqrt{\epsilon_a \mu_a}$ . Решение волнового уравнения в частных производных получается в виде

$$E_z = \varphi(y - vt) + \psi(y + vt), \quad (\text{П1-56})$$

где  $\varphi$  и  $\psi$ , являющиеся функциями  $y \mp vt$ , представляют собой аналитические выражения прямой и обратной волн для данного закона изменения излучения. Прямая и обратная волны распространяются соответ-

ственно в направлении оси  $Oy$  и в обратном.

Используя выражение  $-\frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon_a \frac{\partial E_z}{\partial t}$ , получим

$$H_x = \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} [\varphi(y - vt) - \psi(y + vt)]. \quad (\text{П1-57})$$

При отсутствии отраженных волн, как в данном случае, имеем

$$E_x = \varphi(y - vt) \text{ и } H_x = \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \varphi(y - vt). \quad (\text{П1-58})$$

Скорость распространения  $v$  волны в воздухе, магнитная и диэлектрическая проницаемости которого мало отличаются от магнитной и диэлектрической постоянных, определится как

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,4\pi \cdot 10^{-6}}} = 2,99776 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Электромагнитная волна распространяется со скоростью света. Величина  $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  выражается в единицах сопротивления и называется волновым сопротивлением. Для воздуха

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{0,4\pi \cdot 10^{-6}}{8,85 \cdot 10^{-12}}} = 377 \text{ Ом.}$$

Применяя приведенные выражения к исследованию распространения волны при гармоническом изменении во времени  $E_z$  и  $H_x$ , получим

$$\left. \begin{aligned} E_z &= \varphi(y - vt) = E_{zm} \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{v} y\right); \\ H_x &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} H_{xm} \varphi(y - vt) = H_{xm} \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{v} y\right), \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1-59})$$

где  $\omega$  — угловая частота переменного поля;  $E_{zm}$  и  $H_{xm}$  — амплитудные значения напряженностей электрического и магнитного полей.

Для зафиксированного момента времени  $t_1$  значения напряженностей вдоль оси  $Oy$  изменяются по гармоническому закону, напряженности на фронте плоской волны не зависят от координат  $x$  и  $z$ .

Для зафиксированной координаты  $y_1$  напряженности поля будут изменяться во времени по гармоническому закону.

На рис. П1-20, а показано распределение напряженностей поля для принятого расположения осей координат в зафиксированный момент времени. Распределение плотностей линий в соответствии с приведенными кривыми дано на рис. П1-20, б.

Длина волны  $\lambda$  определится, например, из выражения (П1-57):

$$\lambda = vT = v \frac{2\pi}{\omega},$$

где  $T$  — период изменения поля.

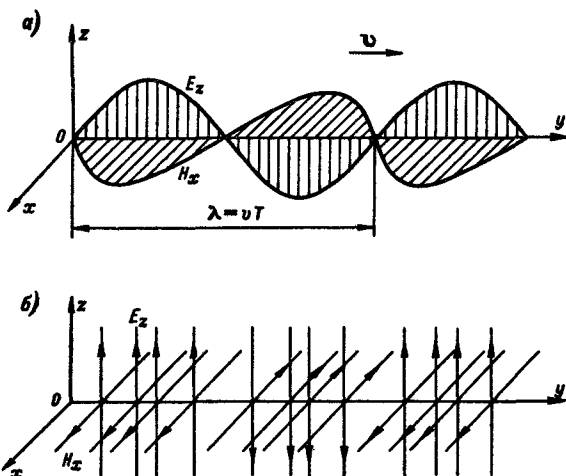


Рис. П1-20. Распределение напряженностей поля по направлению распространения плоской волны: а — кривые гармонического распределения; б — распределение векторов напряженностей поля вдоль направления распространения

Плотность энергии в волне равна сумме плотностей энергии магнитного и электрического полей:

$$\begin{aligned}
 W'_{\text{эм}} &= \frac{\epsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2} = \frac{\epsilon_a H^2}{2} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} H + \frac{\mu_a H}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} E = \\
 &= \sqrt{\epsilon_a \mu_a} EH = \frac{1}{v} EH.
 \end{aligned}
 \tag{П1-60}$$

Из этого выражения следует, что через боковую грань куба, перпендикулярную вектору скорости распространения волны  $v$ , с длиной ребер, равной 1 м, проходит в 1 с энергия, равная  $EH$  (рис. П1-21).

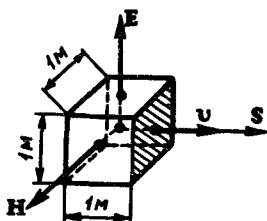
**Мощность потока энергии**, отнесенная к единице площади перпендикулярной поверхности, на основании выражения (П1-60) в общем случае определится как векторное произведение:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{EH}].
 \tag{П1-61}$$

Вектор  $\mathbf{S}$  называется *вектором Пойнтинга*. Направление вектора  $\mathbf{S}$  и вектора скорости распространения волны  $v$  совпадают с поступательным движением правого винта, который вращается от вектора  $\mathbf{E}$  к вектору  $\mathbf{H}$  (рис. П1-21).

Процесс распространения плоской волны является простейшим. Более подробное рассмотрение процесса позволяет установить зависимость возрастания излучающей способности от высоты антенны, от

Рис. П1-21. К определению вектора потока мощности электромагнитной волны



частоты, интенсивности энергии излучения, от расстояния до антенны и ряд других важных зависимостей.

**Распространение волн вдоль электрических линий** является электромагнитным процессом. Волны напряжения и тока распространяются вдоль линий со скоростью, равной скорости света для воздушных линий. Например, при включении линии направленное движение электронов, возникшее в начале линии, распространяется вдоль линии как электромагнитная волна.

При движении вдоль линии волны могут претерпевать отражения и преломления. В случае включения линии на гармонически изменяющееся напряжение вдоль линии движутся волны с гармоническим распределением напряжений и токов, а при некоторых условиях образуются стоячие волны. Для полного использования передаваемой энергии требуется согласование сопротивления приемника с линией.

При грозовых разрядах вблизи линии и других процессах образуются и вдоль нее распространяются волны перенапряжений.

Для длинных линий связи особое значение имеет то, чтобы они были неискажающими.

Приводимые сведения относятся к достаточно длинным линиям. Для коротких линий и обычных электрических цепей приводимые выражения внесли бы только незначительные поправки.

**Процессы в однородной двухпроводной линии.** Выделим в двухпроводной линии элементарный отрезок  $dx$  (рис. П1-22). Обозначим сопротивление и индуктивность на единицу длины через  $r$  и  $L$ , а проводимость утечки и емкость между проводниками на единицу длины — через  $g$  и  $C$ . Для тока  $i$ , входящего в область, ограниченную штриховой ли-

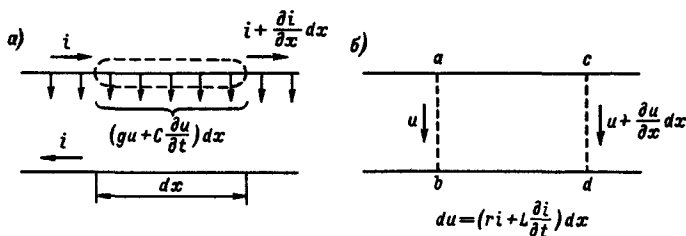


Рис. П1-22. К выводу уравнений для распространения волны вдоль линии: *a* — распределение токов вдоль линии; *б* — изменение напряжения на участке

ней (рис. П1-22), выходящий из области ток будет равен

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} dx + C \frac{\partial u}{\partial t} dx + gu dx,$$

где  $u$  — напряжение между проводами. Разность этих токов исходя из принципа непрерывности тока равна нулю.

Из этих выражений получим

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = gu + C \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (\text{П1-62})$$

Аналогично для контура

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = ir + L \frac{di}{dt}. \quad (\text{П1-63})$$

Если линия неискажающая, то  $rC = gL$ . В этом случае формы волн, распространяющихся вдоль линии с затуханием, остаются без изменений. Обозначив  $r/L = g/C = \delta$  и введя новые переменные  $u = u_1 e^{-\delta x}$  и  $i = i_1 e^{-\delta x}$ , после преобразования уравнений (П1-62) и (П1-63) и сокращений на  $e^{-\delta x}$  получим волновое уравнение для  $u_1$ :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}$$

или, приравнивая  $LC = 1/v^2$ , окончательно будем иметь

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}. \quad (\text{П1-64})$$

Решение этого уравнения подобно решению уравнения (П1-56):  $u_1 = \varphi(x - vt) + \psi(x + vt)$ , и окончательно

$$u = u_1 e^{-\delta x} = [\varphi(x - vt) + \psi(x + vt)] e^{-\delta x}. \quad (\text{П1-65})$$

Аналогично выражение для тока

$$i = i_1 e^{-\delta x} = \sqrt{\frac{C}{L}} [\varphi(x - vt) - \psi(x + vt)] e^{-\delta x}. \quad (\text{П1-66})$$

Волны напряжения и тока состоят из прямых и обратных волн, движущихся вдоль линии в разных направлениях со скоростью  $v = 1/\sqrt{LC}$ . Учитывая выражения для емкости  $C$  (П1-12) и индуктивности  $L$  на единицу длины линии  $L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$ , получим

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}. \quad (\text{П1-67})$$

Следовательно, по воздушной линии волна распространяется со скоростью света. Функции  $\varphi$  и  $\psi$  определяются условиями работы линии. При движении по неискажающей линии форма волн (функции  $\varphi$  и  $\psi$ ) не изменяется, имеет место только затухание волн. Если линия искажающая, т. е. не соблюдается равенство  $rC = gL$ , волна при движении искажается. Требование отсутствия искажений в линиях междуто-

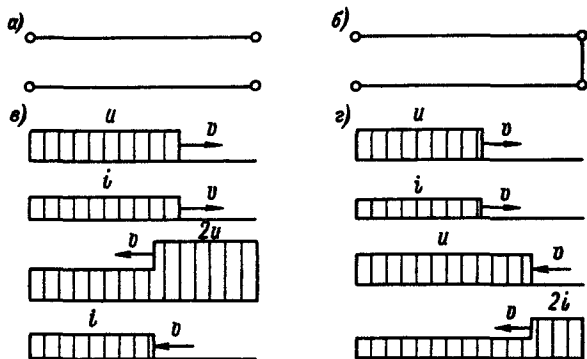


Рис. П1-23. Распространение волн напряжения и тока вдоль линии: а — линия разомкнута на конце; б — линия замкнута накоротко; в — движение волн напряжения и тока при разомкнутой линии; г — то же для линии, замкнутой накоротко

родной связи может быть выполнено путем последовательного включения в участки линий катушек индуктивности и конденсаторов.

Величина  $\sqrt{L/C}$  выражается в единицах сопротивления, и для воздушной линии  $\sqrt{L/C} = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 377$  Ом, как для плоской электромагнитной волны.

Отражение волн от конца линии происходит при ее включении или скачкообразном изменении напряжения. При включении, например, линии на неизменное напряжение  $u$  вдоль нее будут распространяться волны напряжения  $u$  и тока  $i = u/\sqrt{L/C}$  (рис. П1-23, а, в). Предположим вначале, что волны распространяются без затухания.

Если линия разомкнута на конце, ток в конце линии равен нулю и это уменьшение тока до нуля распространяется от конца линии в обратном направлении — волна отражается с переменной знака. Волна напряжения отражается без перемены знака, и напряжение на конце линии возрастает до удвоенного (рис. П1-23, в). Увеличение напряжения до двойного распространяется от конца линии. К моменту времени возвращения волн напряжение в начале линии будет удвоенным, а ток — равным нулю. Дальнейшее рассмотрение процесса показывает, что после отражения волн от источника энергии и последующего прихода отраженных волн от конца линии напряжение и ток линии устанавливаются равными нулю, и процесс начинается снова. В действительности вследствие затухания значения напряжений и токов отраженных волн быстро уменьшаются и вдоль линии устанавливаются напряжение  $u$  и ток, равный нулю.

Для линии, замкнутой накоротко на конце, процесс распространения прямой и отраженной волн показан на рис. П1-23, б и г для первого цикла.

В рассмотренных случаях фронт прямоугольных волн вертикален,

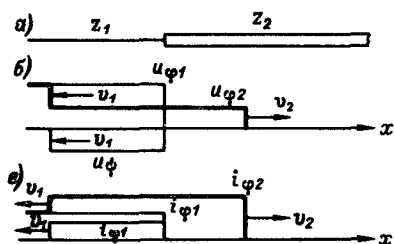


Рис. П1-24. Отражение и преломление волн при переходе из воздушной линии в кабельную: а — схема линии; б — отражение и преломление волны напряжения; в — отражение и преломление волны тока

в действительности вследствие искажения фронты волн пологие. Тем не менее, учитывая возможность появления значительных напряжений между соседними витками высоковольтных электромагнитных аппаратов, изоляции между первыми витками следует усилить.

**Преломление и отражение волн** происходят при переходе из линии с одним волновым сопротивлением в линию с другим волновым сопротивлением, например при переходе из воздушной линии в кабельную, волновое сопротивление которой в несколько раз меньше. В этом случае происходит не только преломление волны — прохождение в прямом направлении, но и частичное отражение от места перехода.

Предположим, что волны перешли из линии с волновым сопротивлением  $z_1 = \sqrt{L_1/C_1}$  в линию с сопротивлением  $z_2 = \sqrt{L_2/C_2}$ . В месте перехода должны быть равны напряжения и токи первого и второго участков:  $u_1 = u_2$  и  $i_1 = i_2$ . Напряжение  $u_1$  складывается из напряжения прямой волны  $u_{\phi 1}$  и напряжения отраженной волны  $u_{\psi 1}$ :

$$u_1 = u_{\phi 1} + u_{\psi 1},$$

а напряжение преломленной волны  $u_{\phi 2} = u_2$ .

Для токов будем иметь

$$i_1 = \frac{u_{\phi 1} - u_{\psi 1}}{z_1} = \frac{u_{\phi 2}}{z_2} = i_2.$$

Из приведенных выражений следует

$$\left. \begin{aligned} u_{\phi 2} &= \frac{2z_2}{z_1 + z_2} u_{\phi 1}; \quad u_{\psi 1} = \frac{z_2 - z_1}{z_1 + z_2} u_{\phi 1}; \\ i_{\phi 2} &= \frac{2z_1}{z_1 + z_2} i_{\phi 1}; \quad i_{\psi 1} = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} i_{\phi 1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1-68})$$

Если  $z_2 \ll z_1$ , то напряжение  $u_{\phi 2}$  прямой преломленной волны существенно меньше напряжения падающей волны  $u_{\phi 1}$ , а ток больше. На рис. П1-24 показан процесс преломления и отражения падающих волн напряжения  $u_{\phi 1}$  и тока  $i_{\phi 1}$ . Тонкими линиями даны прямые и отраженные волны, а жирными — результирующие.

Для уменьшения перенапряжений в высоковольтных установках подходы к этим установкам иногда выполняют кабельными.

**Возникновение и распространение волн перенапряжений при грозовых разрядах.** Если над участком линии появилось заряженное облако, то



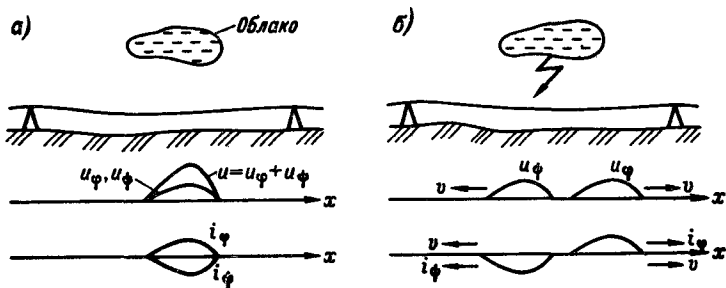


Рис. П1-25. Возникновение и распространение волн при грозовом разряде: *a* – напряжение и ток линии до разряда; *б* – волны напряжения и тока после разряда

на проводах линии возникнут связанные заряды другого знака. Для простоты рассмотрим однопроводную линию. Эти заряды распределены вдоль линии по некоторому закону, и им соответствует определенное распределение напряжения, составленного из равных напряжений прямой  $u_\phi$  и обратной  $u_\psi$  волн (рис. П1-25, *a*). Токи прямой  $i_\phi$  и обратной  $i_\psi$  волн следует считать равными по значению и обратными по знаку, так как ток в начале процесса равен нулю.

После грозового разряда участок линии освобождается от заряда и волны напряжения и тока распространяются вдоль линии в двух направлениях от начального положения (рис. П1-25, *б*). Здесь раскрывается физический смысл знака «минус» выражения для тока обратной волны  $u_\psi/z$ , который определяет протекание тока в отрицательном направлении оси  $Ox$ .

Длинная линия имеет протяженность, соизмеримую с длиной волны. Длина волны  $\lambda = vT = v/f$ , где  $v$  – скорость распространения волны;  $f$  – частота. Для воздушной линии при частоте  $f = 50$  Гц  $\lambda = 6 \cdot 10^6$  м. Для частот порядка мегагерц и выше длинными следует считать линии длиной порядка десятков метров и ниже.

Процессы в линии переменного гармонического тока. Напряжение и ток данной линии изменяются по гармоническому закону с угловой частотой  $\omega$ :

$$u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \xi) \text{ и } i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \eta),$$

где  $U$  и  $I$  – действующие напряжение и ток. Комплексные напряжение и ток записываются в виде

$$\sqrt{2} U e^{j\xi} e^{j\omega t} = \sqrt{2} \dot{U} e^{j\omega t} \text{ и } \sqrt{2} I e^{j\eta} e^{j\omega t} = \sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}.$$

Комплексные величины  $\dot{U}$  и  $\dot{I}$  изменяются вдоль линии и являются функциями только координаты  $x$ . Тогда на основании выражений (П1-62) и (П1-63) можно написать

$$-\frac{\partial \dot{I}}{\partial x} = (g + j\omega C) \dot{U} \quad \text{и} \quad -\frac{\partial \dot{U}}{\partial x} = (r + j\omega L) \dot{I}.$$

Определяя вторую производную комплексного напряжения, получим

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = \gamma^2 \dot{U}, \quad (\text{П1-69})$$

где  $\gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} = \beta + j\alpha$  — комплексный коэффициент распространения.

Решение уравнения в виде экспоненциальной функции для комплексных величин  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$  в начале линии ( $x = 0$ ) будет

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} &= \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z}{2} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z}{2} e^{\gamma x}, \\ \dot{I} &= \frac{\dot{I}_1 + \dot{U}_1/Z}{2} e^{-\gamma x} + \frac{\dot{I}_1 - \dot{U}_1/Z}{2} e^{\gamma x}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1-70})$$

где  $Z = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}}$  — комплексное волновое сопротивление.

Первые члены выражений определяют комплексные напряжение и ток прямых волн, бегущих от начала линии к ее концу, а вторые члены — комплексные напряжение и ток обратных бегущих волн.

Комплексное напряжение прямой бегущей волны можно выразить в виде

$$\dot{U}_\varphi = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z}{2} e^{-\gamma x} = \dot{U}_{\varphi 1} e^{j\xi} e^{-\beta x - j\alpha x} = \dot{U}_{\varphi 1} e^{-\beta x + j(\xi - \alpha x)}, \quad (\text{П1-71})$$

где  $\dot{U}_{\varphi 1}$  — действующее напряжение прямой волны в начале линии;  $\xi$  — начальный фазовый угол.

Для напряжений прямой  $u_\varphi$  и обратной  $u_\psi$  бегущих волн получим

$$\left. \begin{aligned} u_\varphi &= \sqrt{2} U_{\varphi 1} e^{-\beta x} \cos(\omega t - \alpha x + \xi); \\ u_\psi &= \sqrt{2} U_{\psi 1} e^{\beta x} \cos(\omega t + \alpha x + \xi). \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1-72})$$

Фазовая скорость движения волн

$$v = \omega/\alpha. \quad (\text{П1-73})$$

Прямая волна при движении затухает по закону  $e^{-\beta x}$  от начала к концу (рис. П1-26), а обратная — при движении от конца к началу. Сложение напряжений  $u_\varphi$  и  $u_\psi$  дает распределение напряжений вдоль линии. Подобные кривые получаем и для распределения тока. Для воздушных линий электропередачи сопротивление  $r$  и проводимость  $g$  относительно невелики, поэтому волновое сопротивление практически такое же, как и в случае распространения волн по однородной неискажающей линии:

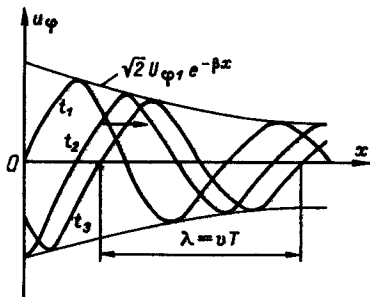


Рис. П1-26. Прямая волна напряжения, бегущая вдоль линии

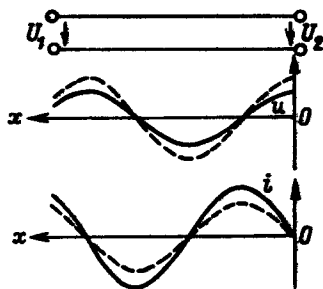


Рис. П1-27. Стоячие волны в линии, разомкнутой на конце

$$Z = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Комплексный коэффициент распространения  $\gamma$  достаточно точно определится из выражения

$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} \approx j\omega\sqrt{LC} = j\alpha.$$

Фазовая скорость в этом случае практически такая же, как и для однородной неискажающей линии:  $v = \omega/\alpha = 1/\sqrt{LC}$ .

Согласование приемника с линией выполняется для того, чтобы в линии, по всей протяженности которой отношение комплексных величин  $\dot{U}$  к  $\dot{I}$  равно волновому сопротивлению  $Z$ , не было обратных волн, уносящих обратно часть энергии. При этом и сопротивление приемника должно быть равно волновому  $Z$ .

Стоячие волны напряжения и тока, возникающие в линии в некоторых случаях, характеризуются тем, что они неподвижны относительно линии и изменяются гармонически во времени. Наличие неподвижных волн свидетельствует о том, что энергия по линии не передается, т. е. линия замкнута накоротко или разомкнута, или на конце линии включено реактивное сопротивление, потери энергии в котором практически отсутствуют.

Для разомкнутой линии ( $Z_{пр} = \infty$ ), например, если  $r = g = 0$ , получим выражения:

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \cos \alpha x; \quad \dot{I} = j \frac{\dot{U}_2}{Z} \sin \alpha x,$$

где  $\dot{U}_2$  — напряжение на конце линии;  $x$  — расстояние от конца линии.

На рис. П1-27 сплошными линиями показано распределение напряжений и токов вдоль линии для некоторого момента времени и штриховыми — для следующего момента. Вдоль линии чередуются узлы и пучности волн напряжения и тока, сдвинутые на четверть волны.

Входное сопротивление линии при данной частоте и разных длинах может иметь различные значения — от нулевого до бесконечно большого.

**Отражение и преломление волн** происходят при переходе волны из одной среды в другую с разными физическими свойствами. Наиболее сильно это проявляется при падении волны на проводящее тело.

Если проводимость материала тела велика, то напряженности электрического поля на поверхности проводящего тела будут малы по сравнению с напряженностями в диэлектрике, из которого волна падает на проводящее тело, а токи, индуцируемые в поверхностном слое, будут создавать напряженности магнитного поля на поверхности тела, приблизительно равные и направленные в обратную сторону по отношению к напряженностям поля падающей волны. Процесс отражения волны в этом случае подобен отражению волны от конца короткозамкнутой линии.

Обратная волна, отраженная от поверхности раздела, может быть воспринята приемным радиотехническим устройством. На этом основан принцип действия радиолокаторов, в которых по времени между излучением импульсов волн и приемом отраженных импульсов определяется расстояние между радиолокатором и наблюдаемым объектом. На экране обзорного радиолокатора, антенна которого непрерывно перемещается в секторе обзора, может быть получено и контурное изображение наблюдаемой части пространства, так как интенсивности отражения волн от различных поверхностей будут отличаться друг от друга. Например, отражение волн от поверхности земли и от поверхности водного пространства будут различными.

Если электромагнитная волна падает на поверхность проводящего тела, проводимость которого не является бесконечно большой величиной, то происходит не только отражение, но и преломление волн. Волна частично проникает и в проводящее тело, в массе которого индуцируются вихревые токи, обуславливающие затухание волн по мере проникновения в глубину. Как увидим из дальнейшего, затухание данной волны зависит от проводимости и магнитной проницаемости среды.

На использовании этого явления основано устройство экранов и проводящих оболочек, которые выполняются обычно из металла и защищают данное устройство от электромагнитных излучений.

Протекание переменного тока по проводам можно также рассматривать как процесс, в котором наряду с другими явлениями имеет место падение электромагнитных волн на поверхность провода. Волны, проникающие внутрь проводов, быстро затухают по мере проникновения вглубь, в результате чего при высоких частотах или массивных проводах активной частью проводов является тонкий слой у поверхности. Это явление называется *поверхностным эффектом*.

**Распространение плоской волны в проводящей среде.** Простейшим является случай, когда плоская поляризованная волна падает перпендикулярно на плоскую поверхность проводника достаточно большой площади.

Сорнентируем оси координат так, как это показано на рис. П1-28.

Векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  плоской волны взаимно перпендикулярны и направлены по осям  $y$  и  $z$ .

Предположим, что волна переходит из воздуха, где практически, как и для пустоты,  $\mu_a = \mu_0$ ,  $\epsilon_a = \epsilon_0$ ,  $\gamma_b = 0$ , в проводящее тело, для которого параметры будут  $\epsilon_a$ ,  $\mu_a$  и  $\gamma$ . Пренебрегая очень малыми токами смещения в проводящей среде, получим уравнения Максвелла [см. (П1-52) и (П1-54)]:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} = \gamma \mathbf{E}; \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}.$$

Исключив из рассмотрения постоянные составляющие полей и учитывая, что для данной ориентировки векторов  $E = E_y$  и  $H = H_z$ , получим

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \gamma E_y \quad \text{и} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t}.$$

Если напряженности поля падающей волны изменяются по гармоническому закону с угловой частотой  $\omega$ , то по этому же закону изменяются напряженности поля в проводящем теле:

$$E_y = E_m \cos(\omega t + \psi_E); \quad H_z = H_m \cos(\omega t + \psi_H).$$

В зависимости от координаты  $x$  изменяются амплитуды напряженностей поля в теле  $E_m$  и  $H_m$ , а также начальные фазы  $\psi_E$  и  $\psi_H$ .

Представляя  $E_y$  и  $H_z$  в символической форме, получим уравнения Максвелла для комплексных величин, зависящих только от координаты  $x$ :

$$-\frac{d\dot{H}_m}{dx} = \gamma \dot{E}_m; \quad \frac{d\dot{E}_m}{dx} = -j\omega\mu_a H_m.$$

Из этих уравнений получим дифференциальное уравнение  $d^2 H_m/dx^2 = j\omega\mu_a \gamma H_m$ , решение которого имеет вид

$$H_m = A_1 e^{-\sqrt{j\omega\mu_a \gamma} x} + A_2 e^{-\sqrt{j\omega\mu_a \gamma} x}.$$

Второй член решения определяет безгранично возрастающую составляющую, что не может быть физически, поэтому  $A_2 = 0$ . Учтем, что  $\sqrt{j} = (1 + j)/\sqrt{2}$  и обозначим  $\sqrt{\omega\mu_a \gamma/2} = k$ . На поверхности раздела для  $x = 0$  напряженность поля  $H_{m0}$  и начальная фаза  $\psi_{H0}$  будут такими же, как и для падающей волны, поэтому  $A_1 = H_{m0} e^{j\psi_{H0}}$ . Тогда для комплексной напряженности  $\dot{H}_m$  получим выражение

$$\dot{H}_m = H_{m0} e^{j\psi_{H0}} e^{-kx - jkx},$$

откуда можно найти выражения для мгновенной напряженности  $H$ :

$$H = H_{m0} e^{-kx} \cos(\omega t + \psi_{H0} - kx). \quad (\text{П1-74})$$

Из выражения  $\dot{E}_m = \frac{1}{\gamma} \frac{d\dot{H}_m}{dx}$  после преобразования получим

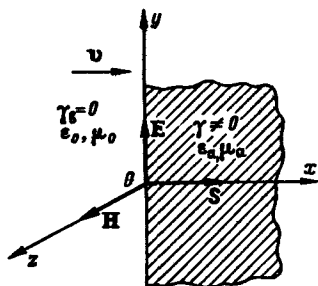


Рис. П1-28. Падение волны на поверхность проводящей среды

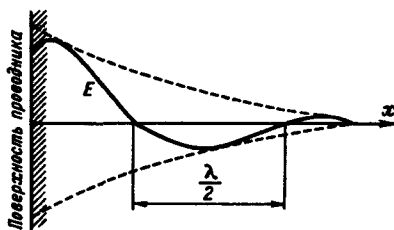


Рис. П1-29. Распределение напряженностей электрического поля вдоль линий распространения в проводящей среде

$$E = \sqrt{\frac{\omega\mu_a}{\gamma}} H_{m0} e^{-kx} \cos\left(\omega t + \psi_{H_0} + \frac{\pi}{4} - kx\right). \quad (\text{П1-75})$$

Плотность тока  $J = \gamma E$  изменяется в проводящей среде по тому же закону.

Комплексное волновое сопротивление проводящей среды найдется как отношение комплексных величин  $\dot{E}_m$  и  $\dot{H}_m$ :

$$Z = \frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m} = \frac{\sqrt{\frac{\omega\mu_a}{\gamma}} e^{j(\psi_{H_0} + \pi/4)}}{e^{j\psi_{H_0}}} = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega\mu_a}{2\gamma}}. \quad (\text{П1-76})$$

Значение комплексной величины  $Z$  сильно отличается от волнового сопротивления для воздуха  $z = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377$  Ом, поэтому волна частично отражается от поверхности раздела.

Следовательно, электромагнитная волна затухает по мере проникновения внутрь проводящей среды, подобно прибойной морской волне, набегаящей на берег. По мере проникновения имеет место и возрастающий сдвиг по фазе. Распределение напряженностей поля в толще проводящей среды для некоторого момента времени показано на рис. П1-29.

Длина волны в проводящей среде определяется расстоянием, на котором фаза изменяется на  $k\lambda = 2\pi$ :

$$\lambda = 2\pi/k = 2\sqrt{2} \pi / \sqrt{\omega\mu_a\gamma}.$$

На расстоянии  $x = \lambda$  от поверхности раздела  $e^{-kx} e^{-2\pi} = 0,00185$ , и напряженности поля здесь меньше 0,2% напряженностей поля у поверхности. Можно считать, что уже на расстоянии от поверхности, меньшем в два-три раза длины волны, волны практически затухают.

Для меди глубина проникновения, измеряемая расстоянием  $\lambda/2 - \lambda/3$ , при частоте 50 Гц составляет 1–2 см, при радиочастотах — доли миллиметра. Для ферромагнитных металлов глубина проникнове-

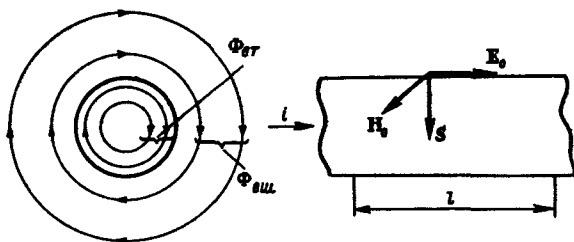


Рис. П1-30. К определению полного сопротивления при переменном токе

ния измеряется миллиметрами при 50 Гц и микрометрами – при радиочастотах.

Приведенные выводы для безграничной плоскости раздела требуют уточнения на практике, так как реально встречающиеся поверхности раздела не являются безграничными. Для ферромагнитных металлов, для которых  $\mu_a \neq \text{const}$ , приведенное решение весьма приближенное. Теоретически точного решения задачи для ферромагнитных металлов нет, существуют только приближенные методы расчета.

**Отражение волн от поверхности раздела.** Волновое сопротивление проводящей среды во много раз меньше волнового сопротивления диэлектрика, поэтому волна почти полностью отражается от поверхности раздела. Пользуясь выражениями (П1-68), можно определить комплексные напряженности электрического поля преломленной  $\dot{E}_{\varphi 2}$  и отраженной  $\dot{E}_{\psi 1}$  волн в зависимости от комплексной напряженности  $\dot{E}_{\varphi 1}$  падающей волны, а также комплексные  $\dot{H}_{\varphi 2}$  и  $\dot{H}_{\psi 1}$  в зависимости от  $\dot{H}_{\varphi 1}$ :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{\varphi 2} &= \frac{2Z}{Z + z_1} \dot{E}_{\varphi 1}; & \dot{E}_{\psi 1} &= \frac{Z - z_1}{Z + z_1} \dot{E}_{\varphi 1}; \\ \dot{H}_{\varphi 2} &= \frac{2z_1}{Z + z_1} \dot{H}_{\varphi 1}; & \dot{H}_{\psi 1} &= \frac{z_1 - Z}{Z + z_1} \dot{H}_{\varphi 1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1-77})$$

где  $Z = (1 + j)\sqrt{\omega\mu_a/(2\gamma)}$  и  $z_1 = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a}$  – волновые сопротивления проводящей среды и диэлектрика.

Если проводимость среды очень велика ( $Z \rightarrow 0$ ) и волна полностью отражается от поверхности, то

$$\dot{E}_{\psi 1} = -\dot{E}_{\varphi 1}; \quad \dot{H}_{\psi 1} = \dot{H}_{\varphi 1}; \quad \dot{E}_{\varphi 2} = 0; \quad \dot{H}_{\varphi 2} = 2\dot{H}_{\varphi 1}.$$

При полном отражении волн в диэлектрике падающая и отраженная волны складываются, в результате чего образуется стоячая волна.

**Поверхностный эффект.** Если по круглому прямолинейному проводу, входящему в состав некоторой цепи, протекает переменный ток, то с проводом связан переменный магнитный поток. Разделим этот переменный поток на два составляющих потока:  $\Phi_{вн}$ , состоящий из маг-

нитных линий во внешнем пространстве, и  $\Phi_{вт}$ , состоящий из магнитных линий, замыкающихся внутри провода (рис. П1-30). При изменениях магнитного потока в проводе индуцируются ЭДС, обуславливающие реактивные сопротивления  $x_{вн}$  и  $x_{вт}$ .

От конфигурации цепи зависит  $x_{вн}$ , а полное сопротивление самого провода

$$Z = r + jx_{вт}.$$

Комплексные напряженности магнитного  $\dot{H}_0$  и электрического  $\dot{E}_0$  полей у поверхности провода определяются из выражений:

$$\dot{H}_0 p = \dot{I} \quad \text{и} \quad \dot{E}_0 l = \dot{U},$$

где  $\dot{I}$  — комплексный ток;  $\dot{U}$  — комплексное напряжение на участке провода длиной  $l$ ;  $p = 2\pi R$  — периметр круглого провода радиуса  $R$ .

Комплексное полное сопротивление собственно провода

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{l \dot{E}_0}{p \dot{H}_0}.$$

При сильно выраженном поверхностном эффекте напряженности поля в середине провода равны нулю. Активным является тонкий слой у поверхности, для которого можно пренебречь изменением периметра провода с удалением от поверхности. В этом случае можно считать справедливыми выводы, полученные для падения электромагнитной волны на плоскую поверхность проводящего тела (рис. П1-30). Тогда из выражения (П1-76) получим

$$Z = r + jx_{вт} = \frac{l}{p} \frac{\dot{E}_0}{\dot{H}_0} = \frac{l}{p} (1+j) \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\gamma}}. \quad (\text{П1-78})$$

Отношение активного сопротивления провода  $r$  к сопротивлению  $r_0$  для постоянного тока

$$\frac{r}{r_0} = \frac{l}{p} \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\gamma}} : \frac{1}{\gamma s} = \frac{s}{p} \sqrt{\frac{\omega \mu_a \gamma}{2}},$$

где  $s$  — сечение провода.

Из выражений (П1-74) и (П1-75) следует, что при сильно выраженном поверхностном эффекте активным является тонкий слой у поверхности, а внутренняя часть массивных проводов практически не проводит ток. Поэтому провода при высокой частоте обычно выполняются полыми. Для уменьшения вытеснения тока к внешней поверхности массивные провода иногда выполняются из пакетов полос, отделенных друг от друга.

Особенно сильно выражен поверхностный эффект у проводов из ферромагнитного металла.

Практически в большинстве случаев провода имеют такое сечение, что влияние поверхностного эффекта не очень значительно. В этих случаях следует учитывать, что волны падают на поверхность провода по всему периметру, относительно мало затухая внутри проводов; изменяется также и периметр при удалении от поверхности.



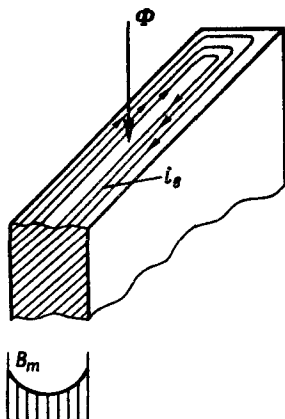
Рис. П1-31. Поверхностный эффект в стальном листе магнитопровода

В специальных курсах приводятся выводы, а в справочниках даются значения отношения  $r/r_0$  для наиболее часто применяемых проводов.

При прохождении переменного магнитного потока по магнитопроводу также имеет место поверхностный эффект. Линии магнитного поля вытесняются к поверхности массивного магнитопровода, и внутренняя часть не используется. Поэтому стальные магнитопроводы электрических аппаратов выполняются из изолированных листов стали, а также из стальных проволок.

Математическое исследование этого эффекта подобно исследованию для проводов электрических цепей, в этом случае процесс обусловлен также падением волн на поверхность.

На рис. П1-31 для примера показано распределение амплитуд магнитных индукций  $B_m$  переменного поля по сечению листа стали относительно небольшой толщины. Уменьшение магнитных индукций по мере удаления от поверхности объясняется экранирующим действием вихревых токов  $i_v$ , индуцируемых в толще листа.



## Приложение 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

Во всех областях промышленного производства широко применяется электрическая энергия, поэтому каждому инженеру должны быть известны основные сведения о технике безопасности в электрических установках.

В нашей стране охрана труда основывается на Конституции СССР, Кодексе законов о труде и постановлениях правительства. В каждой отрасли промышленности действуют определенные правила безопасности и промышленной санитарии.

В случаях производственного травматизма составляются акты и производится расследование. Руководители предприятий и цехов несут личную ответственность за производственный травматизм.

Физиологическое действие электрического тока состоит в воздействии его на нервную систему и сердечную деятельность. При значении тока, протекающего через тело человека, в несколько десятков миллиампер возможен паралич дыхания, затем паралич сердца

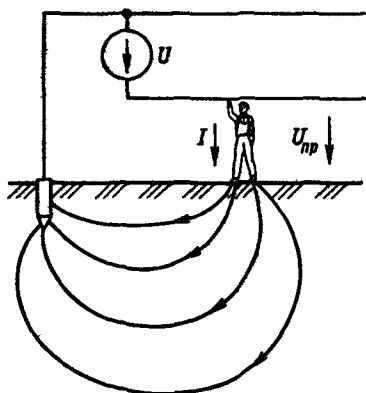


Рис. П2-1. К определению напряжения прикосновения

и смертельный исход. При воздействии высокого напряжения могут происходить ожоги и распад тканей.

По данным многочисленных исследований наибольшими безопасными значениями тока следует считать 50 мА постоянного тока и 10 мА переменного тока частотой 50–60 Гц. При увеличении частоты переменного тока безопасное значение тока увеличивается.

Электрическое сопротивление тела человека при сухой неповрежденной коже находится в пределах 10–100 кОм. Значение этого сопротивления определяется в основном сопротивлением внешнего рогового слоя кожи и при влажной коже может снизиться до тысяч ом. При снятом роговом слое кожи сопротивление уменьшается до 800–1000 Ом.

Исходя из приведенных данных наименьшее безопасное напряжение в условиях отсутствия рогового слоя имеет значение порядка 10 В.

Следовательно, в наиболее неблагоприятном случае напряжение переменного тока выше 10 В может оказаться опасным.

С другой стороны, в сухих помещениях, когда сопротивление тела достигает десятков тысяч ом, безопасными будут напряжения порядка сотен вольт.

Исходя из этих соображений в СССР электрические установки с напряжением относительно земли или корпусов аппаратов и электрических машин выше 250 В считаются установками высокого напряжения и на них распространяются правила эксплуатации установок высокого напряжения.

В соответствии с правилами безопасности требуется снабжать надежной изоляцией, прочными закрытиями и ограждениями доступные для возможного прикосновения токоведущие части, напряжение которых превышает: 65 В в помещениях без повышенной опасности; 36 и 24 В в помещениях с повышенной опасностью; 12 В в особо опасных помещениях.

Из приведенных данных следует, что при работе в условиях повышенной опасности для питания освещения и инструмента следует применять источники энергии пониженного напряжения.

Поражение электрическим током может произойти в результате прикосновения к токоведущим частям или корпусу прибора или аппарата, находящегося под напряжением, а также при попадании человека под шаговое напряжение.

Предположим, что человек коснулся рукой провода двухпровод-

ной линии, другой провод которой заземлен (рис. П2-1). Ток проходит через тело человека, преодолевая его сопротивление, сопротивление места перехода к земле, где стоит человек ногами, и сопротивление перехода к заземлителю провода линии.

Если напряжение провода относительно земли равно  $U$ , то напряжение, под которое попадает человек, называемое *напряжением прикосновения*  $U_{пр}$ , будет меньше напряжения  $U$  за счет падения напряжения в местах перехода тока. Поэтому напряжение прикосновения всегда меньше напряжения провода:

$$U_{пр} = \alpha U,$$

где  $\alpha$  — коэффициент прикосновения.

Значение коэффициента  $\alpha$  может колебаться в широких пределах.

Если произошло замыкание на землю какой-либо части установки, то вблизи места заземления повышается потенциал за счет падения напряжения в заземлении:  $U_3 = I_3 r_{3м}$ , где  $r_{3м}$  — сопротивление между точкой заземления и поверхностью земли, имеющей нулевой потенциал. Распределение напряжения на поверхности земли изображено на рис. П2-2.

Когда к месту замыкания приближается человек, то напряжение  $U_{ш}$ , под которое он может попасть, определяется точками на поверхности земли, удаленными на величину шага. Это напряжение называется *шаговым*. Заземление установок высокого напряжения должно быть рассчитано так, чтобы не было опасности поражения человека

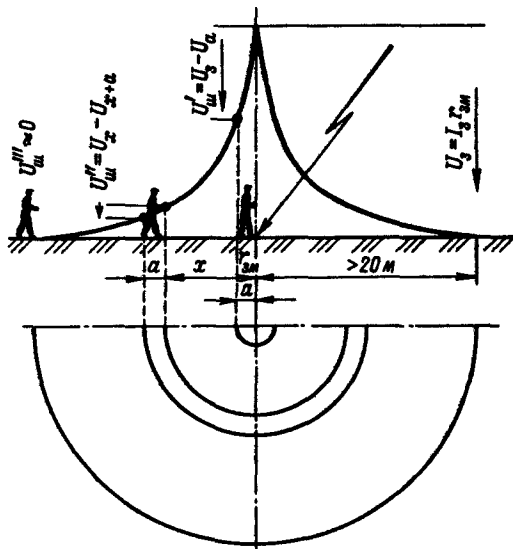


Рис. П2-2. К определению шагового напряжения

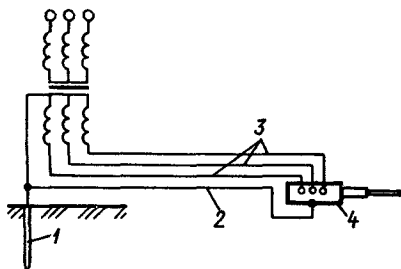


Рис. П2-3. Электрический инструмент с занулением  
 1 — заземлитель; 2 — провод защитного заземления; 3 — провода питания;  
 4 — электрический инструмент

при приближении к месту короткого замыкания. Длина шага при расчете принимается 0,8 м.

Для уменьшения опасности поражения током применяют ряд мер, основными из которых являются: а) защитное заземление; б) зануление; в) применение пониженного напряжения; г) закрытие токоведущих частей и их изоляция; д) применение изолирующих подставок, резиновых перчаток и т. п.; е) сигнализация при случайном заземлении какой-либо точки электрической цепи.

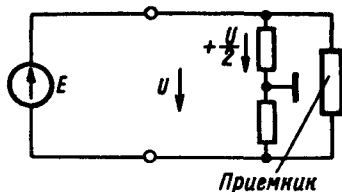
Защитным заземлением называется металлическое соединение с землей нетоковедущих металлических частей установки. Как правило, заземляются корпуса электрических машин и аппаратов, каркасы щитов, оболочки кабелей, металлические фермы и колонны.

Присоединение корпусов передвижных установок или ряда мелких приемников к местным заземлениям встречает значительные затруднения. В этих случаях при необходимости осуществляется зануление — корпуса или защитные оболочки установок присоединяются к специальным жилам кабелей или специальным проводам, которые соединены с заземлением в месте питания или с другими заземлениями электрической сети (рис. П2-3).

Если человек находится в условиях, когда уменьшается сопротивление человеческого тела за счет снижения сопротивления рогового слоя, опасными становятся уже напряжения в несколько десятков вольт. Поэтому для питания электроприемников в этих случаях применяется пониженное напряжение. Источниками энергии с пониженным напряжением обычно являются трансформаторы. При ремонте и чистке паровых котлов внутри, где тело имеет хороший контакт с металлическими поверхностями, применяется напряжение не выше 12 В.

Для того чтобы исключить возможность прикосновения, все токоведущие части установок должны быть надежно изолированы или закрыты. Там, где по условиям эксплуатации токоведущие проводники прокладываются открыто в помещениях или на открытом воздухе, например на высоковольтных подстанциях, доступ в высоковольтную часть разрешен только дежурному персоналу, а работа на таких уста-

Рис. П2-4. Схема заземления средней точки цепи постоянного тока



новках производится специальным персоналом по особым пропускам после отключения той установки, где производится работа.

Для уменьшения возможности поражения электрическим током при выполнении включений и отключений, осмотрах высоковольтных установок и других операциях обязательным является применение изолирующих подставок, резиновых ковров, специальных резиновых галош, а также резиновых перчаток.

В некоторых электрических установках случайное заземление какой-либо точки электрической цепи является аварийным происшествием, так как при этом возникает опасность поражения током при прикосновении. В таких установках применяется автоматическая сигнализация в случае заземления электрической сети. Сигнализация при заземлении применяется, например, в шахтах. Возникновение сигнала о заземлении требует отключения поврежденного участка сети.

В ряде случаев, наоборот, производится заземление средней точки цепи: нейтрали трансформатора, средней точки цепи постоянного тока. При заземлении средней точки (рис. П2-4) напряжение проводов относительно земли равно  $U/2$  — в два раза меньше напряжения цепи.

Поражения электрическим током можно разделить на два вида: *электрический удар* и *электрическая травма*.

Электрический удар происходит при относительно небольшом токе (25—100 мА) и сравнительно длительном (несколько секунд) времени протекания тока. Возникновение электрического удара начинается с судорожного сокращения мышц и может закончиться смертельным исходом при параличе сердца.

Электрические травмы представляют собой поражения внешних частей тела и обычно возникают при кратковременном протекании значительного электрического тока. К электрическим травмам относятся: ожоги, электрические метки, электрометаллизация кожи, а также поражение глаз в результате воздействия лучистой энергии электрической дуги. При электрических травмах требуется оказание квалифицированной медицинской помощи.

В случае электрического удара надо срочно освободить пострадавшего от воздействия электрического тока. При обморочном состоянии пострадавшему необходимо оказать первую помощь на месте до прибытия врача: освободить его от стесняющей одежды, дать понюхать нашатырный спирт, открыть окна. При необходимости применяется искусственное дыхание. Методы искусственного дыхания описаны в пособиях по технике безопасности.

## Список литературы

---

Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники: В 2-х т. Учебник для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоиздат, 1981.

Теоретические основы электротехники: В 2-х т. Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп./Под ред. П. А. Ионкина. М.: Высшая школа, 1976.

Электрические измерения. Средства и методы измерений: Учеб. пособие/Под ред. Е. Г. Шрамкова. М.: Высшая школа, 1972.

Электрические измерения: Учебник для вузов. — 4-е изд., перераб. и доп./Под ред. А. В. Фремке. Л.: Энергия, 1973.

Костенко М. П., Плотровский Л. М. Электрические машины: в 2-х ч. Учебник для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергия, 1972 — 1973.

Микроэлектродвигатели для систем автоматики/Под ред. Э. А. Лодочникова и Ф. М. Юферова. М.: Энергия, 1969.

Хрущев В. В. Электрические микромашины автоматических устройств: Учеб. пособие для вузов. Л.: Энергия, 1976.

Чечет Ю. С. Электрические микромашины автоматических устройств. — 2-е изд., испр. М.; Л.: Энергия, 1964.

Чиликин М. Г. Общий курс электропривода. — 5-е изд., доп. и перераб. М.: Энергия, 1971.

Электротехника/М. Ю. Анвельм, В. Г. Герасимов, В. С. Пантюшин и др.; Под ред. проф. В. С. Пантюшина. М.: Высшая школа, 1976.

Чунихин А. А. Электрические аппараты: Учебник для вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергия, 1975.

Родштейн Л. А. Электрические аппараты низкого напряжения. Л.: Энергия, 1964.

Ситник Н. Х. Силовая полупроводниковая техника. М.: Энергия, 1968.

Кузнецов А. И. Техника безопасности в электрических установках: Учеб. пособие для вузов. — 2-е изд., перераб. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1952.

## Предметный указатель

---

Активная составляющая напряжения 82

— — тока 87

Амплитудная частотная характеристика 104

Амплитудное управление 406

Асинхронная машина:

    глубокопазная 327

    двухклеточная 325

    двухслойная обмотка 295

- короткозамкнутый ротор 296
- коэффициент трансформации токов 309
- — ЭДС 301
- механическая мощность 332
- однослойная обмотка 295
- перегрузочная способность 318
- фазный ротор 296
- электромагнитная мощность 315
- Бареттер 52
- Ваттметр 230, 245, 246
- Веберметр 257
- Возбуждение электрических машин 345, 382
- Волновая проводимость 103
- Волновое сопротивление 100
- Вольт-амперная характеристика 51
- Вращающееся магнитное поле 139
- Временные диаграммы 62
- Гальванометр магнитоэлектрический 228
- Гаусса теорема 537
- Гидрогенератор 344
- Градус электрический 293
- Двигатель:
  - гистерезисный 412
  - редукторный 413
  - синхронный реактивный 409
  - с постоянными магнитами 412
  - шаговый 413
- Двухполюсник 20
- Динамическое сопротивление 53
- Добротность цепи 100
- Дроссель 201
- Заземление 580
- Закон Джоуля—Ленца 18
  - Кирхгофа первый 31
  - — второй 32
  - Кулона 536, 538
  - Ленца 546
  - Ома для цепи постоянного тока 15
  - — — — переменного тока 69, 70, 72, 73
- Закон полного тока 547, 560
  - электромагнитной индукции 544, 559
- Законы коммутации 146
- Зануление 580
- Затухание цепи 103
- Измерительные мосты 251
- Индуктивное сопротивление цепи переменного тока 70
- Индуктивность взаимная 105
  - собственная 105
- катушки с сердечником 203
- Источник тока 20
  - ЭДС 20
- Компенсатор 249
- Комплексное напряжение 66
- Комплексный ток 69, 91
- Конденсатор 539
- Коэффициент амплитуды 122
  - искажения 122
  - мощности 115
  - рассеяния 176
  - формы 122
- Кривая размагничивания 188
- Круговые диаграммы 94
- Линейные элементы 51
- Магнитная постоянная 548
- Магнитная цепь 175, 189
- Магнитное сопротивление 549
- Магнитный поверхностный эффект 197
  - пускатель 500
  - усилитель дифференциальный 213
  - — мостовой 215
  - — трансформаторный 215
- Магнитодвижущая сила (МДС) 548
- Машины постоянного тока:
  - параллельная работа 399
  - работа генератором 366, 384
  - двигателем 366, 389
  - реакция якоря 376
  - самовозбуждение 386
  - ЭДС якоря 375
- Метод контурных токов 37
  - наложения 39
  - преобразования 41

- Метод узловых напряжений 45  
 — эквивалентного генератора 46  
 — — момента 467
- Механические характеристики**  
 435  
 — — искусственные 439  
 — — коэффициент жесткости 439
- Многофазные системы:**  
 уравновешенные и неуравновешенные 133  
 линейные и фазные ЭДС и токи 128  
 преобразование числа фаз 137  
 соединение звездой и треугольником 127
- Монтажная схема** 498
- Мощность цепи переменного тока:**  
 активная 77  
 комплексная 81  
 полная 81  
 реактивная 80
- Напряжение прикосновения** 579
- Нелинейные электрические цепи**  
 51
- Несинусоидальные периодические ЭДС, токи:**  
 действующие 119  
 среднее значение по модулю 120  
 среднее максимальное значение за половину периода 120  
 средняя мощность 119
- Обмоточный коэффициент** 300
- Обратимости принцип** 366
- Омметр** 251
- Осциллограф электромеханический** 237  
 — электронный 240
- Охлаждение электрических машин и трансформаторов** 464
- Параллельное соединение** 34, 54, 87
- Передающая функция** 146
- Переключатели универсальные** 472
- Переменный ток, ЭДС:**  
 векторные диаграммы 62  
 действующие 60  
 мгновенные 57  
 период 57  
 среднее значение 61  
 фаза, начальная фаза 57, 58  
 частота, угловая частота 57, 58
- Переходные процессы** 143
- Плотность тока** 14
- Поверхностный эффект** 114
- Повторно-кратковременная работа** 470
- Погрешность прибора абсолютная** 223  
 — — приведенная 223  
 — — относительная 223
- Подмагничивание** 201
- Полюсное деление** 293
- Последовательное соединение**  
 33, 53, 82
- Постоянная времени нагрева** 463  
 — — электромагнитная 147
- Постулат Максвелла** 538
- Потенциальная (топографическая) диаграмма** 85
- Потенциометр** 475
- Потери в стали** 195, 198  
 — на вихревые токи 198  
 — на гистерезис 197
- Потеря мощности в линии** 28  
 — напряжения 27
- Поток вектора магнитной индукции** 543  
 — рассеяния 176
- Потокоцепление** 546
- Правило левой руки** 185  
 — правой руки 546
- Преобразование треугольника в звезду** 43  
 — неэлектрических величин для измерения 260  
 — частоты 530
- Преобразователи:**  
 динамическая характеристика 491  
 параметрические 490  
 статическая характеристика 490



чувствительность 491  
Приемники электрической энергии 19  
Принцип компенсации 47  
Принципиальная схема 498  
Проводимость активная 88  
— комплексная 90  
— полная 88  
— реактивная 88  
Развернутая схема 498  
Разряд конденсатора аperiodический 163  
— — колебательный 165  
Реактивная составляющая напряжения 82  
— — тока 87  
Режим короткого замыкания 23  
— номинальный 23  
— согласованный 23  
— холостого хода 23  
Резистор 474  
Резонанс напряжений 98  
— токов 101  
Релаксационные колебания 156  
Самопишущие приборы 237  
Сдвиг по фазе между ЭДС и током 59, 75  
Сельсин 414  
Сельсин бесконтактный 418  
— дифференциальный 418  
— индикаторный режим 415  
— трансформаторная схема 417  
Силы, действующие на заряженные тела 541  
Символический (комплексный) метод 64  
Синхронная машина:  
внешняя характеристика 352  
невозбужденная 358  
невнополюсный ротор 344  
относительное изменение напряжения 352  
перевозбужденная 358  
реакция якоря 346  
явнополюсный ротор 343  
Синхронный двигатель 356  
Синхронная скорость 290  
Система генератор—двигатель 448

Система симметричная ЭДС и токов 126  
— — нулевого следования фаз 137  
— — обратного следования фаз 137, 404  
— — прямого следования фаз 137, 404  
Скольжение 290  
Сопrotивление цепи переменного тока:  
активное 69, 84  
комплексное 76, 86  
полное 76  
реактивное 84  
Стабилизатор напряжения 199  
Статическое сопротивление 53  
Таймтактор 477  
Тахогенератор асинхронный 432  
— постоянного тока 431  
— синхронный 432  
Тиристор 515  
Тиристорный выпрямитель 523  
— пускатель 520  
Торможение динамическое 437  
— противovключением 437  
— с возвратом энергии в сеть 436  
Транзистор 515  
Трансформатор:  
коэффициент трансформации 264  
приведенное активное и индуктивное сопротивление вторичной обмотки 270  
приведенный вторичный ток 269  
Треугольник мощностей 83  
— напряжений 82  
— проводимостей 87  
— сопротивлений 82  
— токов 87  
Турбогенератор 344  
Угол магнитных потерь 192  
Умножитель частоты 200  
Установившийся режим 143  
Фазовая частотная характеристика 104

- Фазовое управление 406  
 Фазовращающие цепи 97  
 Фазометр 237  
 Физиологическое действие тока 577  
 Фильтры электрические 122  
 Частота собственных колебаний 168  
 Четырехполюсник 109  
 Чувствительность преобразователя 491  
   — прибора 222  
 Шаг обмотки 294  
 Шаговое напряжение 579  
 Эквипотенциальные линии и поверхности 537  
 Электрическая емкость плоского конденсатора 539  
 Электрическая мощность 18  
   — постоянная 539  
   — прочность диэлектрика 542  
   — энергия цепи 18  
 Электрический ток 558  
   — удар 581  
 Электрическое напряжение 15  
 Электрическое поле:  
   напряженность 535  
   потенциал 536  
   смещение 538  
 Электрическое сопротивление 16  
   — — удельное 16  
 Электродвижущая сила (ЭДС) 16  
 Электроизмерительные приборы:  
   выпрямительные 232  
   индукционные 234  
   магнитоэлектрические 225  
   термоэлектрические 232  
   ферродинамические 231  
   электродинамические 228  
   электромагнитные 224  
   электронные 233  
   электростатические 231  
 Электромагнит 182  
   — сила тяги 182  
 Электромагнитное поле:  
   вектор Пойнтинга 564  
   волновое сопротивление 563, 570  
   глубина проникновения 574  
   коэффициент распространения 570  
   непрерывность линий тока 558  
   — магнитных линий 558  
   плоская волна 562, 572  
   распространение волн 560, 565  
   согласование приемника с линией 571  
   стоячие волны в линии 571  
 Электромеханическая постоянная времени 458

## Оглавление

---

Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	5
<b>Часть 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ . . . . .</b>	<b>13</b>
<b>Глава 1. ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА . . . . .</b>	<b>—</b>
1-1. Определения и основные понятия . . . . .	—

1-2. Схема электрической цепи, ее элементы и их изображения . . . . .	19
1-3. Режимы работы и схемы включения регулировочных резисторов . . . . .	23
1-4. Задача исследования электрической цепи. Простая электрическая цепь . . . . .	26
1-5. Исследование электрической цепи при помощи уравнений Кирхгофа . . . . .	31
1-6. Методы исследования сложных цепей . . . . .	35
1-7. Нелинейные электрические цепи . . . . .	51
<b>Глава 2. ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА . . . . .</b>	<b>55</b>
2-1. Основные понятия о синусоидальном переменном токе . . . . .	—
2-2. Действующие и средние периодические ЭДС и токи . . . . .	59
2-3. Векторные диаграммы . . . . .	61
2-4. Основные понятия о символическом методе . . . . .	64
2-5. Цепи синусоидального переменного тока . . . . .	66
2-6. Мощность цепи переменного тока . . . . .	77
2-7. Последовательное соединение элементов в цепи. Треугольники напряжений и сопротивлений . . . . .	82
2-8. Параллельное соединение элементов в цепи. Треугольники токов и проводимостей . . . . .	87
2-9. Смешанное соединение. Исследование цепей переменного тока . . . . .	92
2-10. Резонанс в цепях переменного тока . . . . .	97
2-11. Частотные характеристики линейных цепей . . . . .	103
2-12. Цепи с индуктивно-связанными элементами . . . . .	105
2-13. Элементарные понятия о четырехполюсниках . . . . .	109
2-14. Поверхностный эффект . . . . .	114
2-15. Коэффициент мощности и его народнохозяйственное значение . . . . .	115
<b>Глава 3. ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА . . . . .</b>	<b>117</b>
3-1. Основные понятия о несинусоидальных периодических электрических токах . . . . .	—
3-2. Понятие об исследовании цепей при периодических несинусоидальных токах . . . . .	121
3-3. Электрические фильтры . . . . .	122
<b>Глава 4. МНОГОФАЗНЫЕ ЦЕПИ . . . . .</b>	<b>125</b>
4-1. Понятие о многофазных системах . . . . .	—
4-2. Связывание цепей. Соединения звездой и треугольником . . . . .	127
4-3. Мощность многофазной цепи. Уравновешенные и неуравновешенные системы . . . . .	131

4-4. Расчет трехфазных цепей. Понятия о разложении систем на симметричные составляющие . . . . .	133
4-5. Преобразования однофазных и трехфазных систем	137
4-6. Вращающееся магнитное поле . . . . .	139
<b>Глава 5. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ . . . . .</b>	<b>143</b>
5-1. Основные понятия о переходных процессах и их исследовании . . . . .	—
5-2. Включение цепи с катушкой индуктивности и резистором на напряжение постоянного тока . . . . .	147
5-3. Выключение катушки индуктивности . . . . .	150
5-4. Заряд и разряд конденсатора . . . . .	152
5-5. Разряд конденсатора в нелинейной цепи . . . . .	155
5-6. Включение цепи с катушкой индуктивности и резистором на напряжение переменного тока . . . . .	157
5-7. Разряд конденсатора в цепи, содержащей катушку индуктивности . . . . .	160
5-8. Понятия о моделировании . . . . .	169
<b>Часть 2. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА</b>	<b>175</b>
<b>Глава 6. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТОДВИЖУЩИМИ СИЛАМИ . . . . .</b>	<b>—</b>
6-1. Исследование магнитных цепей . . . . .	—
6-2. Энергия магнитного поля и электромагнитные силы	179
6-3. Исследование магнитной цепи с постоянным магнитом	187
<b>Глава 7. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛОЙ . . . . .</b>	<b>189</b>
7-1. Основные понятия о цепях . . . . .	—
7-2. Ток катушки с ферромагнитным сердечником при синусоидальном напряжении . . . . .	190
7-3. Векторные диаграммы и схемы замещения . . . . .	191
7-4. Потери в стали магнитопроводов. Вихревые токи	195
7-5. Практическое применение цепей со сталью . . . . .	199
<b>Глава 8. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННОЙ И ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩИМИ СИЛАМИ . . . . .</b>	<b>201</b>
8-1. Основные понятия о цепях с подмагничиванием. Управляемые дроссели . . . . .	—
8-2. Магнитные усилители и их характеристики . . . . .	209
8-3. Схемы соединения и выполнение магнитных усилителей . . . . .	213

<b>Часть 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ . . . . .</b>	<b>217</b>
<b>Глава 9. ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ . . . . .</b>	<b>—</b>
9-1. Общие сведения об электрических измерениях . . . . .	—
9-2. Меры электрических величин . . . . .	218
9-3. Электроизмерительные приборы. Классификация . . . . .	219
9-4. Аналоговые электроизмерительные приборы. Основные сведения . . . . .	220
9-5. Описание аналоговых приборов . . . . .	224
9-6. Логометры . . . . .	235
9-7. Регистрирующие приборы . . . . .	237
9-8. Цифровые электроизмерительные приборы. Основные сведения . . . . .	240
9-9. Цифровые вольтметры постоянного тока . . . . .	241
<b>Глава 10. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ . . . . .</b>	<b>244</b>
10-1. Измерения в цепях постоянного тока . . . . .	—
10-2. Измерения в цепях переменного тока . . . . .	245
10-3. Измерение электродвижущих сил компенсаторами . . . . .	249
10-4. Измерение сопротивлений, индуктивности и емкостей . . . . .	251
10-5. Понятие о магнитных измерениях . . . . .	257
10-6. Сведения об измерениях неэлектрических величин . . . . .	260
<b>Часть 4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ . . . . .</b>	<b>262</b>
<b>Глава 11. ТРАНСФОРМАТОРЫ . . . . .</b>	<b>—</b>
11-1. Назначение и принцип действия трансформатора . . . . .	—
11-2. Холостой ход трансформатора . . . . .	265
11-3. Нагрузка трансформатора . . . . .	267
11-4. Понятие о схеме замещения трансформатора . . . . .	271
11-5. Внешняя характеристика трансформатора и процентное изменение его напряжения . . . . .	272
11-6. Короткое замыкание трансформатора . . . . .	274
11-7. Потери мощности и КПД трансформатора . . . . .	276
11-8. Трехфазные трансформаторы . . . . .	277
11-9. Параллельная работа трансформаторов . . . . .	279
11-10. Конструкция трансформаторов . . . . .	280
11-11. Автотрансформаторы . . . . .	283
11-12. Измерительные трансформаторы . . . . .	285
<b>Глава 12. АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ . . . . .</b>	<b>289</b>
12-1. Основные понятия об асинхронной машине и ее принцип действия . . . . .	—
12-2. Обмотки статора и ротора . . . . .	291
12-3. Распределение магнитного потока в зазоре между статором и ротором . . . . .	297

12-4. Электродвижущие силы в обмотках статора и ротора . . . . .	299
12-5. Потоки рассеяния и индуктивные сопротивления асинхронной машины . . . . .	301
12-6. Магнитодвижущие силы статора и ротора асинхронной машины . . . . .	303
12-7. Токи в обмотках статора и ротора асинхронной машины . . . . .	308
12-8. Схемы замещения асинхронной машины . . . . .	309
12-9. Векторная диаграмма асинхронного двигателя . . . . .	312
12-10. Вращающий момент асинхронной машины . . . . .	313
12-11. Механическая характеристика асинхронной машины . . . . .	318
12-12. Пуск в ход асинхронных двигателей с короткозамкнутым и фазным ротором . . . . .	320
12-13. Пуск в ход асинхронных двигателей с двухклеточным и глубокопазым ротором . . . . .	325
12-14. Работа асинхронной машины в качестве генератора и тормоза . . . . .	328
12-15. Реверсирование и электрическое торможение асинхронных двигателей . . . . .	330
12-16. Потери энергии и КПД асинхронных двигателей . . . . .	332
12-17. Рабочие характеристики и коэффициент мощности асинхронных двигателей . . . . .	335
12-18. Однофазные асинхронные двигатели . . . . .	336
12-19. Конструктивные исполнения асинхронных двигателей . . . . .	340
12-20. Понятия о регулировании скорости асинхронных двигателей . . . . .	341
<b>Глава 13. СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ . . . . .</b>	<b>342</b>
13-1. Основные понятия о синхронной машине и ее принцип действия . . . . .	—
13-2. Холостой ход синхронного генератора . . . . .	345
13-3. Реакция якоря синхронной машины . . . . .	346
13-4. Векторная диаграмма синхронного генератора . . . . .	349
13-5. Вращающий момент синхронной машины . . . . .	352
13-6. Включение синхронного генератора в сеть и параллельная работа синхронных машин . . . . .	354
13-7. Работа синхронной машины в режиме двигателя . . . . .	356
13-8. Пуск в ход и основные характеристики синхронных двигателей . . . . .	359
13-9. Синхронные компенсаторы . . . . .	361
13-10. Потери энергии и КПД синхронных машин . . . . .	362
13-11. Конструктивные исполнения синхронных машин . . . . .	363
<b>Глава 14. МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА . . . . .</b>	<b>364</b>
14-1. Принцип действия и основные понятия . . . . .	—
14-2. Устройство и некоторые элементы конструкции машин постоянного тока . . . . .	366

14-3. Схемы и выполнение обмоток якорей машин постоянного тока . . . . .	370
14-4. Магнитный поток, ЭДС и электромагнитный момент	375
14-5. Машина постоянного тока под нагрузкой. Реакция якоря . . . . .	376
14-6. Коммутация. Обеспечение качественного процесса коммутации . . . . .	379
14-7. Способы возбуждения машин постоянного тока и их классификация . . . . .	382
14-8. Характеристики генераторов постоянного тока . .	384
14-9. Характеристики двигателей постоянного тока . . .	389
14-10. Пуск, реверсирование и торможение двигателей	395
14-11. Совместная работа генераторов . . . . .	399
14-12. Потери мощности и КПД машин постоянного тока . . . . .	401

**Глава 15. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И АВТОМАТИКИ . . . . . 404**

15-1. Двухфазные асинхронные двигатели . . . . .	—
15-2. Реактивные синхронные двигатели . . . . .	409
15-3. Сельсины . . . . .	414
15-4. Вращающиеся трансформаторы . . . . .	419
15-5. Электромашинные усилители . . . . .	422
15-6. Одноякорные преобразователи . . . . .	429
15-7. Тахогенераторы . . . . .	431

**Часть 5. ЭЛЕКТРОПРИВОД И ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ . . . . . 434**

**Глава 16. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА . . . . . —**

16-1. Основные понятия и определения . . . . .	—
16-2. Механические характеристики электродвигателей . .	435
16-3. Понятия о расчете и выборе пусковых реостатов	443
16-4. Регулирование скорости электродвигателей . . . .	445
16-5. Основные понятия о динамике электропривода . .	453
16-6. Нагрев электрических машин . . . . .	461
16-7. Выбор приводных электродвигателей . . . . .	464
16-8. Режимы работы электродвигателей . . . . .	469

**Глава 17. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ И ЭЛЕМЕНТЫ . . . . . 472**

17-1. Рубильники и переключатели . . . . .	—
17-2. Резисторы и схемы их включения . . . . .	474
17-3. Контакторы и автоматы . . . . .	475
17-4. Применение бесконтактных силовых аппаратов . .	478
17-5. Реле защиты . . . . .	479
17-6. Реле управления и автоматики . . . . .	481

17-7. Контроллеры и командоконтроллеры . . . . .	483
17-8. Путьевые и конечные выключатели . . . . .	485
17-9. Шаговые искатели и счетчики импульсов . . . . .	486
17-10. Бесконтактные логические элементы . . . . .	488
17-11. Преобразователи . . . . .	490
17-12. Электрические машины, аппараты и элементы; их обозначения и изображения . . . . .	497

**Глава 18. УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ** 497

18-1. Виды систем управления и схемы . . . . .	—
А. РЕЛЕЙНО-КОНТАКТОРНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ . . . . .	499
18-2. Управление асинхронными двигателями . . . . .	—
18-3. Управление двигателями постоянного тока . . . . .	502
Б. УПРАВЛЕНИЕ ПРИ ПОМОЩИ УСИЛИТЕЛЕЙ И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ . . . . .	504
18-4. Основные понятия о системах управления при помощи усилителей . . . . .	—
18-5. Управление при помощи электромашинных усилителей . . . . .	507
18-6. Управление при помощи магнитных усилителей . . . . .	509
В. УПРАВЛЕНИЕ ПРИ ПОМОЩИ ТИРИСТОРОВ . . . . .	510
18-7. Диоды. Транзисторы и тиристоры . . . . .	—
18-8. Тиристорные пускатели . . . . .	520
18-9. Формирователь импульсов . . . . .	521
18-10. Тиристорный выпрямитель с нагрузкой на стороне постоянного тока . . . . .	523
18-11. Системы тиристор — двигатель постоянного тока . . . . .	527
18-12. Понятие о тиристорных преобразователях частоты . . . . .	530
Г. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА В УПРАВЛЕНИИ . . . . .	533
18-13. Применение аналоговых (АВМ) и цифровых (ЦВМ) вычислительных машин . . . . .	—

**Приложение 1. СПРАВОЧНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ТЕОРИИ ПОЛЯ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ** 535

П1-1. Электрическое поле . . . . .	—
П1-2. Магнитное поле. Определения и основные понятия . . . . .	543
П1-3. Магнитные характеристики веществ . . . . .	550
П1-4. Индуктивность . . . . .	554
П1-5. Взаимная индуктивность . . . . .	555
П1-6. Электромагнитное поле и волны . . . . .	557

**Приложение 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ** 577

Список литературы . . . . .	582
Предметный указатель . . . . .	—